Phys. g. 303 li (1 Mueller

24 IV

Braunschweig. **PROSPECTUS** April 1876.

BAYERISCHE STAATS-BIBLIOTHEK MUENCHEN

Lehrbuch
der
Physik und Meteorologie.

Theilweise nach

Pouillet's Lehrbuch der Physik

selbständig bearbeitet

von

Dr. Joh. Müller,

weil. Professor zu Freiburg im Breisgau.

Achte umgearbeitete und vermehrte Auflage

bearbeitet

von

Leop. Pfaundler,

Dr. der Philosophie, Besitzer des goldenen Verdienstkreuzes mit der Krone, Professor der Physik an der Universität Innsbruck, correspondirendes Mitglied der Kaiserlichen Akademie der Wissenschaften in Wien und mehrerer anderen gelehrten Gesellschaften.

In drei Bänden.

Mit gegen 2000 in den Text eingedruckten Holzstichen, Tafeln, zum Theil in Farbendruck, und einer Photographie.

Erster Band.

gr. 8. Fein Velinpap. geh. Erste Abtheilung.

Druck und Verlag von Friedrich Vieweg und Sohn in Braunschweig.

Zur Zeit als dieses Lehrbuch zum ersten Male erschien, hielt man es noch vielfach für nothwendig, in dem Prospectus naturwissenschaftlicher Werke, die grosse Bedeutung der Naturwissenschaften hervorzuheben. Man glaubte durch Hinweis auf die Erfindungen der Dampfmaschine, der Galvanoplastik, des Telegraphen, des Fernrohrs, des Mikroskops u. s. w. darlegen zu müssen, dass die Physik speciell eine eminent nützliche und praktisch verwerthbare Wissenschaft sei und dass ursprünglich unfruchtbar scheinende theoretische Untersuchungen später grosse praktische Bedeutung erlangen können.

Es war dies die Zeit des Misstrauens der Empiriker gegen die Leistungsfähigkeit der aufstrebenden exacten Wissenschaft; es war die

66 I7

Zeit, in der Justus Liebig, von den kurzsichtigen „Praktikern“ des bayerischen Landtages provocirt, die treffliche Antwort ertheilte, dass die Akademie der Wissenschaften nicht dazu da sei, dem Landwirthe Recepte zur Vertilgung der Mäuse zu liefern. Diese Zeit ist vorüber. Der Kampf der reinen Empirie mit der Wissenschaft ist ausgefochten; letztere hat den Kampfplatz behauptet. Wir haben daher nicht mehr nöthig, die Bedeutung der Naturwissenschaften hervorzuheben.

Was die Physik speciell betrifft, so hat sie seit jener Zeit noch ausserordentlich an Terrain gewonnen. Seitdem nämlich die Mineralogen, Botaniker und Zoologen aufgehört, ausschliesslich oder vorwiegend Systematik zu betreiben, seitdem die Krystallographie, die Pflanzen- und Thierphysiologie Bedeutung gewonnen, ist Physik eine unentbehrliche Hülfswissenschaft für diese Disciplinen geworden und kann weder der Mineralog, der Berg- und Hüttenmann, noch der Land- und Forstwirth physikalischer Kenntnisse entrathen. Die innigen Beziehungen der Physik zur Chemie und die unentbehrlichen experimentellen Hülfsmittel, welche jene dieser liefert, zwingen aber auch den Chemiker, Pharmaceuten und Industriellen sich in der Physik mehr zu orientiren. Der Mediciner endlich hängt mit tausend Fäden an unserer Wissenschaft. Er musste dies stets mehr erkennen, je mehr er sich überzeugte, dass die Vorgänge im Organismus nicht einer besondern Lebenskraft, sondern den allgemeinen physikalischen und chemischen Kräften ihre Erscheinung verdanken.

Mit dem Gesagten allein schon wäre der Physik eine ausserordentliche Verbreitung gesichert. Aber ihr Feld muss noch grösser werden. Es muss sich die Ueberzeugung Bahn brechen, dass sie überhaupt gar Niemandem, der auf Bildung Anspruch machen will, völlig fremd bleiben darf.

Auch die sogenannten humanistischen Wissenschaften stehen nämlich nicht ausser Zusammenhang mit derselben. Sehen wir auch davon ab, dass unsere religiösen Vorstellungen durch die Ergebnisse physikalischer Forschungen beeinflusst wurden und noch werden, dass also der Theologe sie nicht ignoriren sollte; so werden wir doch vor Allem vom Philosophen verlangen, dass er deren Resultate berücksichtige. Es wird dies für ihn sehr heilsam sein und ihn vielleicht davor bewahren, ein zweites Mal so tief zu sinken, als er in Deutschland zur Zeit der Herrschaft der sogenannten Naturphilosophie gesunken ist.

Die historischen Wissenschaften hängen durch Chronologie und Geographie mit der Physik zusammen, und wenn auch letztere immer mehr einen selbstständigen und naturwissenschaftlichen Charakter anzunehmen im Begriffe steht, so wird doch der nicht einseitige Historiker gezwungen sein, sich mit jenem Gränzgebiete, auf welchem sich physikalisches und historisches Wissen begegnen, bekannt zu machen.

Aber auch selbst die Sprachwissenschaft kann sich nicht ganz von uns isolirt halten. Seitdem die Physiker das Wesen der Vocale ergründet haben, seitdem es theoretisch möglich geworden, die feinsten Dialectverschiedenheiten der Vocalaussprache durch physikalische

Hülfsmittel zu unterscheiden, ja durch Formeln zu definiren, seitdem überhaupt eine Physiologie der Sprache entstanden ist, seitdem ist auch dieser Zweig der Sprachwissenschaft der physikalischen Methode unterworfen.

Die Physik gehört demnach zur allgemeinen Bildung, sie muss ein Gemeingut aller Derjenigen werden, welche fern von engherziger Einseitigkeit ausser ihren speciellen Beschäftigungen und Forschungen einen freien Ueberblick über die uns umgebende Welt in ihrer Einwirkung auf unsere Sinne zu gewinnen suchen.

Selbst in rein formeller Hinsicht hat die Kenntnissnahme der in der Physik am glänzendsten angewandten induktiven Methode eine hohe Bedeutung, indem sie uns bei richtiger Auffassung vor Täuschungen über den Werth unserer Vorstellungen bewahrt, uns lehrt, Sicheres vom nur Wahrscheinlichen oder nur Möglichen zu unterscheiden und uns die Grenzen erkennen lässt, über welche hinaus wir weder durch Beobachtungen noch durch Schlüsse absolute Wahrheit finden können.

Durch das Vorstehende ist das Bedürfniss nach einem Lehrbuche erwiesen, welches sich die Aufgabe gestellt hat, in leichtfasslicher Weise und mit Zuhilfenahme derjenigen mathematischen Kenntnisse, welche bei jedem Gebildeten vorauszusetzen sind, die Hauptlehren der Experimentalphysik weiteren Kreisen zugänglich zu machen. Dieser Aufgabe hat Müller's Lehrbuch in sieben auf einander folgenden Auflagen seit dem Jahre 1844 mit Erfolg entsprochen und demselben Zwecke hofft es auch in dieser achten vom Unterzeichneten nach den neuesten Fortschritten der Wissenschaft ergänzten Auflage zu dienen.

In besonderer Rücksicht auf alle die zahlreichen Liebhaber unserer Wissenschaft, welche nicht Gelegenheit finden, akademische Vorträge mit Experimenten zu besuchen, bietet das vorliegende Lehrbuch eine ausführlichere Beschreibung der Apparate und der damit anzustellenden Versuche, als in den meisten Compendien zu finden ist, und unterstützt das Verständniss durch eine grosse Anzahl vorzüglicher Abbildungen im Texte und auf beigefügten Tafeln. Dasselbe gewinnt dadurch auch Bedeutung für die Mechaniker, welche oft ihre Arbeiten nach diesen Abbildungen ausführen können.

Der grösseren Handlichkeit wegen erscheint das Buch statt wie bisher in zwei, diesmal in drei Bänden, von denen der erste die allgemeine Physik und Akustik, der zweite Optik und Wärmelehre, der dritte Elektricität, Magnetismus und Meteorologie enthalten wird. Von diesen wurde der erste Band noch von dem für die Wissenschaft zu früh verstorbenen Verfasser Professor Dr. Müller bearbeitet. Die Revision eines Theils dieses Bandes und die Neubearbeitung der folgenden Bände unter Mitbenutzung hinterlassener Aufzeichnungen des Verfassers hat der Unterzeichnete übernommen.

Innsbruck, 10. April 1876.

Leop. Pfaundler.

Verlag von Friedrich Vieweg und Sohn in Braunschweig.

Grundriss der Physik und Meteorologie.

Für Lyceen, Gymnasien, Gewerbe- und Realschulen sowie
zum Selbstunterrichte.

Von

Dr. Joh. Müller,

Professor zu Freiburg im Breisgau.

Zwölfte vermehrte und verbesserte Auflage.

Mit 598 in den Text eingedruckten Holzstichen und einer Spectraltafel
in Farbendruck.

gr. 8. Fein Velinpapier. geh. Preis 7 Mark.

Mathematischer Supplementband

zum

Grundriss der Physik und Meteorologie.

Von

Dr. Joh. Müller,

Professor zu Freiburg im Breisgau.

Dritte vermehrte und verbesserte Auflage.

Mit 230 in den Text eingedruckten Holzstichen und 8 Tafeln.
Mit einem Anhange, physikalische Aufgaben enthaltend.

gr. 8. Fein Velinpapier. geh. Preis 6 Mark.

Auflösungen der Aufgaben

des

Grundrisses der Physik und Meteorologie,

sowie des dazu gehörigen

mathematischen Supplementbandes.

Von

Dr. Joh. Müller,

Professor zu Freiburg im Breisgau.

Dritte Auflage.

Mit in den Text eingedruckten Holzstichen. gr. 8. Fein Velinpap. geh.
Preis 1 Mark 60 Pf.

Die Schule der Physik.

Eine Anleitung zum ersten Unterricht in der Naturlehre.

Zum Schulgebrauch und zur Selbstbelehrung

von

Dr. Joh. Müller,

Professor zu Freiburg im Breisgau.

Mit 293 in den Text eingedruckten Holzstichen.

gr. 8. Fein Velinpapier. geh. Preis 3 Mark.

Verlag von Friedrich Vieweg und Sohn in Braunschweig.

Anfangsgründe der geometrischen Disciplinen

für

Gymnasien, Real- und Gewerbeschulen, sowie auch zum Selbstunterrichte bearbeitet von

Dr. Joh. Müller,

Professor zu Freiburg im Breisgau.

gr. 8. Fein Velinpap. geh.

In drei Theilen.

Erster Theil:

Elemente der ebenen Geometrie und Stereometrie.

Dritte verbesserte und vermehrte Auflage.

Mit 143 in den Text eingedruckten Holzstichen, einer Maassstabstafel und einer Tafel mit vier Transporteuren. gr. 8. Fein Velinpap. geh. Preis 1 M. 50 Pf.

Zweiter Theil:

Elemente der ebenen und sphärischen Trigonometrie.

Zweite verbesserte und vermehrte Auflage.

Mit 25 in den Text eingedruckten Holzstichen und einer Tafel mit Netzen. gr. 8. Fein Velinpap. geh. Preis 1 Mark.

Dritter Theil:

Elemente der analytischen Geometrie in der Ebene und im Raum.

Mit 60 in den Text eingedruckten Holzstichen und einer Tafel mit Netzen. gr. 8. Fein Velinpap. geh. Preis 1 M. 50 Pf.

Die constructive Zeichnungs-Lehre

oder

die Lehre vom Grund- und Aufriss, der Parallelperspective, der malerischen Perspective und der Schatten-Construction.

Für

technische Lehranstalten und für den Selbstunterricht

bearbeitet

von

Dr. Joh. Müller,

Professor zu Freiburg im Breisgau.

Zweite Auflage. gr. 4. Fein Velinpapier. geh.

Erster Theil. Text. Preis 1 M. 50 Pf. Atlas (mit 35 Kupfertafeln). Preis 4 M. 50 Pf.

Zweiter Theil. Text. Preis 1 M. 50 Pf. Atlas (mit 37 Kupfertafeln). Preis 4 M. 50 Pf.

Grundzüge der Krystallographie.

Von

Dr. Joh. Müller,

Professor zu Freiburg im Breisgau.

Zweite vermehrte und verbesserte Auflage.

Mit 159 in den Text eingedruckten Holzstichen.

gr. 8. Fein Velinpap. geh. Preis 1 M. 50 Pf.

Verlag von Friedrich Vieweg und Sohn in Braunschweig.

Lehrbuch der kosmischen Physik.

Von

Dr. Joh. Müller,

Professor zu Freiburg im Breisgau.

Vierte umgearbeitete und vermehrte Auflage.

Mit 431 in den Text eingedruckten Holzstichen und 25 dem Texte beigegebenen, sowie einem Atlas von 46 zum Theil in Farbendruck ausgeführten Tafeln.

Auch unter dem Titel:

Müller-Pouillet's

Lehrbuch der Physik und Meteorologie.

Ergänzungsband.

gr. 8. Fein Velinpapier. geh. Preis 24 Mark.

Die Keppler'schen Gesetze.

Eine neue elementare Ableitung derselben aus dem Newton'schen Anziehungsgesetze.

Von

Dr. H. Müller,

Professor, Lehrer der Mathematik an dem Gymnasium zu Lahr.

Mit in den Text eingedruckten Holzstichen. gr. 8. Fein Velinpap. geh. Preis 1 Mark 50 Pf.

Lehrbuch der Physik.

Zum

Gebrauche in höheren Unterrichtsanstalten und beim Selbstunterricht

bearbeitet von

Dr. C. Fliedner,

Prorector am Königlichen Gymnasium in Hanau.

Erster Theil.

Die Physik der Materie.

Mit zahlreichen in den Text eingedruckten Holzstichen und 5 Tafeln. gr. 8. Fein Velinpap. geh. Preis 4 Mark.

Der Venusmond

und die

Untersuchungen über die früheren Beobachtungen dieses Mondes.

Von

Dr. F. Schorr,

Mitglied der naturforschenden Gesellschaft zu Danzig.

gr. 8. Fein Velinpapier. geh. Preis 5 Mark.

Holzstiche
aus dem xylographischen Atelier
von Friedrich Vieweg und Sohn
in Braunschweig.

Papier
aus der mechanischen Papier-Fabrik
der Gebrüder Vieweg zu Wendhausen
bei Braunschweig.

LEHRBUCH

DER

PHYSIK UND METEOROLOGIE.

THEILWEISE NACH

POUILLET'S LEHRBUCH DER PHYSIK

SELBSTÄNDIG BEARBEITET

VON

DR. JOH. MÜLLER,

WEIL. PROFESSOR ZU FREIBURG IM BREISGAU.

ACHTE

UMGEARBEITETE UND VERMEHRTE AUFLAGE

BEARBEITET

VON

LEOP. PFAUNDLER,

Dr. der Philosophie, Besitzer des goldenen Verdienstkreuzes mit der Krone, Professor der Physik an der Universität Innsbruck, correspondirendes Mitglied der Kaiserlichen Akademie der Wissenschaften in Wien und mehrerer anderen gelehrten Gesellschaften.

IN DREI BÄNDEN.

MIT GEGEN 2000 IN DEN TEXT EINGEDRUCKTEN HOLZSTICHEN, TAFELN, ZUM THEIL IN FARBENDRUCK, UND EINER PHOTOGRAPHIE.

ERSTER BAND.

BRAUNSCHWEIG,

DRUCK UND VERLAG VON FRIEDRICH VIEWEG UND SOHN.

1876.

LEHRBUCH

DER

PHYSIK UND METEOROLOGIE.

VON

DR. JOH. MÜLLER,

WEIL. PROFESSOR ZU FREIBURG IM BREISGAU.

ACHTE

UMGEARBEITETE UND VERMEHRTE AUFLAGE

BEARBEITET

VON

LEOP. PFAUNDLER,

Dr. der Philosophie, Besitzer des goldenen Verdienstkreuzes mit der Krone, Professor der Physik an der Universität Innsbruck, correspondirendes Mitglied der Kaiserlichen Akademie der Wissenschaften in Wien und mehrerer anderen gelehrten Gesellschaften.

IN DREI BÄNDEN.

MIT GEGEN 2000 IN DEN TEXT EINGEDRUCKTEN HOLZSTICHEN, TAFELN, ZUM THEIL IN FARBENDRUCK, UND EINER PHOTOGRAPHIE.

ERSTER BAND.

BRAUNSCHWEIG,

DRUCK UND VERLAG VON FRIEDRICH VIEWEG UND SOHN.

1876.

BIBLIOTHECA
REGIA
MONACENSIS

Die Herausgabe einer Uebersetzung in französischer und englischer Sprache,
sowie in anderen modernen Sprachen wird vorbehalten.

VORREDE
ZUR
FÜNFTEN AUFLAGE.

Wenn von einem Werke, wie das vorliegende, in verhältnissmässig kurzer Zeit (die erste Auflage wurde im Jahre 1844 vollendet) mehrere Auflagen erscheinen, so ist das Publicum wohl berechtigt, an jede folgende höhere Anforderungen zu stellen als an die vorhergehenden. — Dies anerkennend, war ich auch bei Ausarbeitung dieser fünften Auflage nach Kräften bemüht, in derselben die Physik nicht allein in einer dem jetzigen Stande der Wissenschaft entsprechenden Weise, sondern auch in einer Form darzustellen, welche das Eindringen in die Erkenntniss physikalischer Gesetze möglichst erleichtert, ohne jedoch der wissenschaftlichen Strenge und Consequenz etwas zu vergeben.

Die eben angedeutete Tendenz ist für ein Lehrbuch der Physik, welches einigermaassen Erfolg haben soll, durch die Verhältnisse der Wissenschaft und des Lebens gebieterisch vorgezeichnet; denn während das Material der Physik von Tag zu Tag anwächst, gewinnen ihre Lehren auch täglich einen grösseren Einfluss auf das Leben. Auf der einen Seite wird also die Erlangung umfassender und gründlicher physikalischer Kenntnisse immer schwieriger, auf der anderen Seite wird aber möglichste Verbreitung derselben immer nothwendiger.

Diese Gegensätze zu vermitteln, ist die Aufgabe der Lehrbücher.

Um diese Aufgabe zu lösen, schien es mir vor Allem nothwendig, die Fundamentalerscheinungen als die Basis des ganzen Lehr-

gebäudes mit möglichster Treue und Klarheit darzustellen und dann in möglichst präciser und verständlicher Form den Zusammenhang zwischen der Thatsache und der Theorie zu entwickeln, dabei aber auf der einen Seite eine breitspurige Pedanterie zu vermeiden, welche den Leser langweilt und die Klarheit des Ueberblickes stört; auf der anderen Seite aber auch ein allzu flüchtiges, nach dem Schein der Genialität haschendes Hinwerfen der Gedanken, welches den Leser täuscht und eine gründliche Erkenntniss nicht aufkommen lässt.

Alle physikalischen Erscheinungen entwickeln sich in Zeit und Raum, und zwar sind sie in solcher Weise Functionen derselben, dass ohne mathematische Anschauung ein richtiges Verständniss der Naturgesetze vollkommen unmöglich ist. Daraus folgt nun auch, dass ein Lehrbuch der Physik sich einer mathematischen Betrachtungsweise nicht entschlagen darf, dass es im Gegentheil so viel als irgend möglich auf eine solche hinleiten muss. In einem Werke aber, welches physikalische Kenntnisse in weiteren Kreisen verbreiten soll, muss man sich auf die Anwendung der Elementarmathematik beschränken und wo Formeln nothwendig sind, müssen dieselben gehörig eingeführt und entwickelt werden, damit auch der weniger Geübte dem Gange folgen kann.

Wenn es auch öfters unmöglich ist, ein physikalisches Gesetz in seiner ganzen Allgemeinheit mit elementaren Hülfsmitteln darzustellen, so gelingt es doch oft, ein solches in concreten Fällen unter einfachen Verhältnissen anschaulich zu machen und eine richtige Vorstellung des Grundprincips zu entwickeln. — Auf diesem Wege ist es mir, wie ich hoffe, gelungen, eine oder die andere Partie der Naturlehre einem allgemeineren Verständniss zu eröffnen, welche demselben bisher verschlossen war.

Da alle naturwissenschaftliche Erkenntniss von der Anschauung ausgehen muss, da ferner zum Verständniss der Experimente die Kenntniss der Apparate bis zu einem gewissen Grade unerlässlich ist, so sind gute Abbildungen für ein Lehrbuch der Physik von wesentlicher Bedeutung; ich habe ihnen deshalb die grösste Sorgfalt gewidmet und der Umstand, dass ich fast alle Figuren selbst gezeichnet habe, sichert dem Werke den grossen Vortheil, dass dieselben vollkommen dem Bedürfniss des Textes entsprechen, was kaum zu erreichen ist, wenn Verfasser und Zeichner verschiedene Personen sind. — Die zahlreichen in den Text eingedruckten Holz-

schnitte befördern aber nicht allein das Verständniss, sie erleichtern auch dem Leser die Orientirung im Buch und unterstützen das Gedächtniss, indem der Anblick der Figuren unwillkürlich an den Gegenstand erinnert, zu dessen Erläuterung sie dienen.

Für die vortreffliche Ausführung der Holzschnitte, welche zu dem Ausgezeichnetsten gehören, was in diesem Fache geleistet wurde und welche für die fünfte Auflage fast sämmtlich neu gestochen wurden, fühle ich mich meinem Freunde Eduard Vieweg um so mehr verpflichtet, als der Preis dieses Lehrbuches im Verhältniss der Bogenzahl nicht höher gestellt ist, als der ähnlicher aber ungleich schlechter ausgestatteter Werke.

Ausser den zahlreichen Holzschnitten sind dem Buche noch zwölf grösstentheils zur Erläuterung dienende, theils in Farbendruck ausgeführte Tafeln beigegeben.

Den Ausgangspunkt für das vorliegende Lehrbuch bilden Pouillet's „Éléments de physique expérimentale et de Météorologie“, deren Bearbeitung ich übernommen hatte. War aber bereits diese erste Bearbeitung eine ganz selbständige, so wurden in den folgenden Auflagen allmälig die Spuren französischer Abkunft vollständig verwischt. Das Werk ist in seiner gegenwärtigen Form nicht allein dem Lehrgange deutscher Unterrichtsanstalten angepasst, sondern es sind in demselben vorzugsweise solche Apparate abgebildet und beschrieben, wie sie sich in unseren physikalischen Sammlungen finden und wie sie aus den Werkstätten deutscher Mechaniker hervorgehen.

Obgleich nun, wie jeder Sachverständige anerkennt, dieses Werk in seiner gegenwärtigen Form durchaus meine eigene selbständige Arbeit ist, so schien es doch nicht zweckmässig, den Titel zu ändern, unter welchem es bereits eine so grosse Verbreitung gefunden hat. Möge auch diese Auflage eine wohlwollende Aufnahme finden und zur Verbreitung gründlicher physikalischer Kenntnisse beitragen.

Freiburg, im Juli 1857.

Dr. J. Müller.

VORREDE

ZUR

SIEBENTEN AUFLAGE.

Nachdem einmal ein Werk sechs Auflagen erlebt hat, so sollte man fast meinen, dass die Bearbeitung einer siebenten nicht eben gar vieler Arbeit bedürfe. — In anderen Disciplinen mag dies der Fall sein, auf naturwissenschaftlichem Gebiete aber, und namentlich auch bei einem Lehrbuch der Physik, kann dies keine Anwendung finden, weil hier unsere Kenntnisse mit Riesenschritten voranschreiten und schon ein Zeitraum weniger Jahre eine namhafte Anhäufung neuen Materials bringt.

Für ein Lehrbuch genügt es aber nicht, das neu Gewonnene einfach anzuhängen oder einzuschalten, wenn es nicht unvermittelt dastehen, sondern in gehörigem Zusammenhang erscheinen soll. Um dieses Ziel zu erreichen, ist eine mehr oder weniger vollständige Umarbeitung des ganzen Werkes nöthig, und zwar um so mehr, als die neuen Errungenschaften vielfach einen umgestaltenden Einfluss auf die verwandten Partien ausüben. Unter dem Einfluss der fortschreitenden Wissenschaft erscheint manche längst bekannte Thatsache in einem neuen Lichte; bisher unbedeutend Erscheinendes gewinnt an Wichtigkeit, während Anderes mehr in den Hintergrund tritt.

Trotz der fortwährenden Bereicherungen, deren sich die Physik zu erfreuen hat, darf ein Lehrbuch doch nicht über gewisse Gränzen hinaus wachsen, und darin liegt eine nicht geringe Schwierig-

keit für die Bearbeitung einer jeden neuen Auflage, welche sich nur dadurch beseitigen lässt, dass man einerseits durch möglichste Präcision des Ausdrucks, andererseits aber dadurch Raum zu gewinnen sucht, dass physikalisch weniger Wichtiges in abgekürzter Form behandelt oder auch ganz weggelassen wird.

Dies sind die wesentlichsten Grundsätze, welche mich bei der Bearbeitung der siebenten, wie der früheren Auflagen dieses Werkes geleitet haben, und so kommt es denn, dass trotz des bedeutend vermehrten Inhaltes, der Umfang des Werkes kaum merklich gewachsen, aber auch kaum ein Abschnitt in derselben zu finden ist, welcher, wenn auch nicht materielle, so doch wenigstens formelle Verbesserungen erfahren hat.

Als Bereicherungen und Verbesserungen im ersten Bande sind unter andern zu nennen: eine neue Darstellung der atomistischen Constitution der Körper, die Quecksilberluftpumpe, ein neuer Fallapparat, eine kürzere und klarere Entwickelung des Pendelgesetzes, eine besser abgerundete Darstellung der Akustik, das Fluorescenzspectrum des elektrischen Lichtes, bessere und vollständigere Behandlung der Lehre von den Farben dünner Blättchen, der Circularpolarisation u. s. w.

Weggeblieben dagegen sind: die Brückenwaage, die Wasserräder u. s. w.

Als die wesentlichste Bereicherung der siebenten Auflage sind jedenfalls die im zweiten Bande folgenden Grundzüge der mechanischen Wärmetheorie zu bezeichnen, welche, den Schwerpunkt der Errungenschaften der neueren mathematischen Physik bildend, auch in elementaren Werken nicht mehr fehlen darf. In der (1866 erschienenen) zweiten Auflage des Supplementbandes zu meinem Grundriss der Physik ist meines Wissens zum ersten Male der Versuch gemacht worden, diesen schwierigen Gegenstand, welcher in allen Originalabhandlungen nur mit Hülfe höherer Rechnung entwickelt ist, wenigstens in seinen Grundgedanken allgemeiner verständlich vorzutragen. Bei seiner Bearbeitung für unser Lehrbuch hat nun aber dieses Capitel noch namhafte Ergänzungen, Erweiterungen und Verbesserungen erfahren.

Wie bereits in der sechsten, so habe ich auch in der siebenten Auflage der mathematischen Entwickelung eine grössere Aufmerksamkeit gewidmet, als in den früheren, und hoffe da-

durch nicht allein eine grössere Präcision des Ausdrucks, sondern auch eine grössere Uebersichtlichkeit gewonnen zu haben. Die allgemeine Verständlichkeit hat darunter nicht gelitten, da nur elementare mathematische Vorkenntnisse vorausgesetzt werden und die Formeln nicht unvermittelt hingestellt sind; überall ist ihre Bedeutung erläutert und soweit es irgend möglich war ihre Ableitung gegeben worden.

In Betreff der Ausstattung des Werkes muss ich hier besonders betonen, dass die zahlreichen ausgezeichneten, zum grossen Theil für diese Auflage neu gestochenen Holzschnitte nicht etwa als ein entbehrlicher Luxus zu betrachten sind, dass sie vielmehr, mit dem Text in innigster Beziehung stehend, wesentlich zum leichteren Verständniss der vorgetragenen Materien beitragen.

An die Stelle der theils mangelhaft, theils verschiedenartig ausgeführten Spectraltafeln der alten Auflage sind zwei neue in gleicher Manier mit Sorgfalt ausgeführte Tafeln getreten.

Freiburg, im August 1867.

J. Müller.

VORREDE
ZUR
ACHTEN AUFLAGE.

Die siebente Auflage dieses Lehrbuches war vergriffen, der geistvolle Verfasser desselben eben beschäftigt, die achte Auflage desselben zu bearbeiten, als ihn der Tod dieser verdienstlichen Aufgabe entriss und damit der deutschen Gelehrtenwelt einen tüchtigen Forscher, der studirenden Jugend einen ausgezeichneten Lehrer raubte, der es so gut verstanden hat, seine Wissenschaft durch Wort und Schrift in weite Kreise zu verbreiten.

Nicht ohne schmerzliche Bewegung kann man aus den hinterlassenen Blättern des Dahingeschiedenen ersehen, mit welcher Sorgfalt derselbe bestrebt war, sein Lehrbuch auch in dieser neuen Auflage zu ergänzen und zu verbessern und um so tiefer müssen wir seinen Verlust beklagen und bestrebt sein, dem Verewigten ein dankbares Andenken zu sichern.

Welch' schöneres Denkmal konnte dem Dahingeschiedenen gewidmet werden, als die Erhaltung seines eigenen vieljährigen Werkes, indem dessen Verleger sich entschloss, dasselbe im Geiste und in der Behandlungsweise seines Verfassers forterscheinen und bearbeiten zu lassen.

Nicht ohne schwere Bedenken habe ich diese Aufgabe übernommen; die Schwierigkeit der Neubearbeitung eines Lehrbuches ist kaum geringer, als die der Abfassung eines neuen. Der erste Entwurf des vorliegenden Lehrbuches wurde vor mehr als 30 Jahren gemacht, und wenn auch sein Verfasser in jeder neuen Auflage be-

müht war, dasselbe dem jeweiligen Stande der Wissenschaft anzupassen, so dürfte doch bald das Bedürfniss einer gründlichen Umarbeitung nicht mehr abzuweisen sein.

Der Umstand, dass die ersten zwanzig Bogen bereits gedruckt sind, und das Manuscript bis zum Schlusse der Akustik fertig vorliegt, lässt eine solche tiefer eingreifende Umarbeitung nicht mehr zu. Meine Aufgabe besteht demnach darin, unter Beibehaltung der Anordnung des Ganzen etwa Veraltetes zu ersetzen und Fehlendes zu ergänzen.

Ueber einen Punkt muss ich mich noch näher aussprechen. Es wurde dem Buche manchmal der Vorwurf gemacht, dass dasselbe die mathematische Begründung allzuwenig berücksichtige. Um zu beurtheilen, ob dieser Vorwurf begründet ist, muss man die Entwickelung unserer physikalischen Lehrbücher überhaupt ins Auge fassen.

Die glänzenden Erfolge der mathematischen Physik und die immer grössere Ausbreitung mathematischer Kenntnisse haben das Bestreben wachgerufen, in die Lehrbücher der Physik immer mehr von jener Disciplin aufzunehmen. Indem man sich hierbei anfangs auf die elementaren mathematischen Methoden beschränkte, aber doch versuchte, mit Hilfe derselben so weit als möglich vorzudringen, konnte man eine gewisse Weitschweifigkeit der Rechnungen nicht vermeiden, welche, nachdem sie einen gewissen Grad erreicht, nur dazu diente, die minder mathematisch gebildeten Leser abzuschrecken, ohne die höher mathematisch unterrichteten zu befriedigen, welche letzteren bei Anwendung der höheren Analysis viel einfachere Mittel fanden, um schneller zu denselben und noch höheren Zielen zu gelangen.

Wir sehen daher einige Lehrbücher, wie z. B. das vortreffliche Lehrbuch von Wüllner, bereits sich dieser Methoden bemächtigen und zweifeln nicht, dass die Entwickelung diesen Verlauf nehmen wird, dass die eine Klasse der Lehrbücher, welche auf höhere Anforderungen und höhere Vorkenntnisse berechnet ist, sich der Analysis bedienen, während die auf eine Vorstufe berechneten sich auf jene mathematische Begründung beschränken wird, welche sich mit den elementaren mathematischen Mitteln einfach und ohne Weitschweifigkeiten erreichen lässt. Dafür wird der letzteren Klasse die ausführlichere Darstellung mancher experimentellen Einzelheiten,

insbesondere in Bezug auf Apparate obliegen, welche die Lehrbücher der ersten Klasse als bekannt voraussetzen werden.

Mit einem Worte, es muss auch hier eine Arbeitstheilung eintreten. Weit entfernt, eine Concurrenz zu versuchen, welche durch die Sachlage selbst ausgeschlossen erscheint, wird es das Streben des vorliegenden Buches sein, dem Bedürfnisse jenes Kreises von Lesern, dem dasselbe bisher genügt hat, auch künftig zu entsprechen, indem es eine dem heutigen Standpunkte der Wissenschaft entsprechende leicht fassliche Darstellung der Hauptlehren der Experimentalphysik zu bieten versucht.

Innsbruck, April 1876.

Leop. Pfaundler.

INHALTSVERZEICHNISS ZUM ERSTEN BANDE.

Einleitung.

Seite

1. Gegenstand der Naturwissenschaften 1
2. Eintheilung der Naturwissenschaften überhaupt 2
3. Methode der physikalischen Disciplinen 2
4. Nutzen des physikalischen Studiums 4
5. Eintheilung der physikalischen Disciplinen 5
6. Allgemeine Eigenschaften der Körper 6
7. Trägheit . 6
8. Schwere . 9
9. Gewicht . 11
10. Masse . 11
11. Specifisches Gewicht . 13
12. Theilbarkeit . 18
13. Veränderlichkeit des Volumens 20
14. Aggregatzustände . 23
15. Verschiedenheit der Atome 24
16. Chemische Aequivalente . 25
17. Atomgewichte . 29
18. Das Aequivalentvolum . 32
19. Kräfte und Imponderabilien 34

Erstes Buch.

Die Mechanik.

Erstes Capitel.

Statik, oder die Lehre vom Gleichgewicht fester Körper.

20. Parallelogramm der Kräfte 39
21. Berechnung der Resultirenden 42
22. Experimentelle Prüfung des Satzes vom Parallelogramm der Kräfte . . 43

Seite

23. Rolle und Flaschenzug . 45
24. Der Hebel . 49
25. Der einarmige Hebel . 52
26. Gleichgewicht am Hebel bei schiefwinklig angreifenden Kräften . . . 55
27. Haspel, Winde und Räderwerke 56
28. Die schiefe Ebene . 59
29. Die Schraube . 61
30. Der Keil . 65
31. Schwerpunkt . 66
32. Vom Gleichgewicht fester Körper 69
33. Die Wage . 75

Zweites Capitel.

Gleichgewicht der Theile fester Körper unter einander.

34. Elasticität . 81
35. Elasticitätscoëfficient und Elasticitätsmodulus 82
36. Volumveränderung durch Zug 89
37. Torsionselasticität . 90
38. Festigkeit . 91
39. Adhäsion . 93
40. Krystallisation . 94
41. Krystallsysteme . 96
42. Die Hemiëdrie . 102

Drittes Capitel.

Hydrostatik, oder die Lehre vom Gleichgewicht der Flüssigkeiten.

43. Gleichförmige Fortpflanzung des Drucks durch flüssige Körper 106
44. Communicirende Röhren . 109
45. Freie Oberfläche der Flüssigkeiten 111
46. Bodendruck der Flüssigkeiten 112
47. Seitendruck . 116
48. Druck im Inneren der Flüssigkeiten, Auftrieb 118
49. Das Archimedische Princip 119
50. Bedingungen des Gleichgewichts schwimmender Körper 122
51. Anwendung des Archimedischen Princips zur Bestimmung des specifischen Gewichts fester und flüssiger Körper 123
52. Nicholson's Aräometer . 126
53. Scalenaräometer . 127
54. Aräometer für besondere Flüssigkeiten 131
55. Aräometer mit willkürlicher Scala 134

Viertes Capitel.

Molekularwirkungen flüssiger Körper.

56. Elasticität der Flüssigkeiten 137
57. Cohäsion der Flüssigkeiten 141
58. Spannung gekrümmter Oberflächen 145

Seite
59. Adhäsion zwischen festen und flüssigen Körpern 147
60. Der Randwinkel . 148
61. Haarröhrchen . 150
62. Verschiedene Höhen, bis zu welchen dieselbe Flüssigkeit in derselben Röhre steigen kann . 156
63. Haarröhrchen von verschieden gestaltetem Querschnitt 158
64. Anziehung und Abstossung, durch Capillarität hervorgebracht . . . 160
65. Erklärung der Capillarerscheinungen 161
66. Die Endosmose . 162
67. Das endosmotische Aequivalent 165
68. Theorie der Endosmose . 167
69. Einfluss der Verdunstung auf die Endosmose 168
70. Diffusionsanalyse . 169

Fünftes Capitel.

Vom Gleichgewicht der Gase und dem atmosphärischen Druck.

71. Schwere der Luft . 172
72. Elasticität der Luft . 173
73. Druck der Luft . 174
74. Pumpen . 178
75. Messung des Luftdrucks . 181
76. Construction des Barometers 183
77. Das Gefässbarometer . 187
78. Heberbarometer . 191
79. Variationen des Barometerstandes 194
80. Grösse des Luftdrucks bei verschiedenem Barometerstande 196
81. Wirkung des Luftdrucks auf den menschlichen Körper 196
82. Das Mariotte'sche Gesetz . 199
83. Reduction der Gasvolumina auf den Atmosphärendruck 203
84. Stereometer und Volumenometer 204
85. Abweichungen vom Mariotte'schen Gesetz 209
86. Die Luftpumpe . 213
87. Die zweistiefelige Ventilluftpumpe 216
88. Zweistiefelige Hahnenluftpumpe 222
89. Einstiefelig doppelt wirkende Luftpumpen 225
90. Die wichtigsten Luftpumpenversuche 227
91. Quecksilber-Luftpumpen . 229
92. Compressionspumpen . 235
93. Messung des Druckes eingeschlossener Gase 236
94. Metallmanometer . 241
95. Heronsball und Heronsbrunnen 243
96. Die Feuerspritze . 244
97. Der Luftballon . 246
98. Steigkraft des Luftballons 249

Sechstes Capitel.

Molekularwirkungen gasförmiger Körper.

99. Absorption der Gase durch feste Körper 251
100. Hauchbilder . 255

Seite
101. Absorption der Gase durch Flüssigkeiten 257
102. Absorption von Gasgemengen 261
103. Diffusion der Gase . 262

Siebentes Capitel.

Bewegung fester Körper unter dem Einfluss beschleunigender Kräfte.

104. Einleitung . 267
105. Das Fallgesetz . 269
106. Versuche über das Fallgesetz 272
107. Gleichförmig verzögerte Bewegung 280
108. Fall auf der schiefen Ebene 282
109. Wurfbewegung . 284
110. Centralbewegung . 285
111. Die Schwungkraft . 289
112. Grösse des Druckes und der Spannung, welche die Schwungkraft erzeugt . 297
113. Freie Axen . 298
114. Das einfache Pendel . 302
115. Gesetze der Pendelschwingungen 303
116. Mathematische Entwickelung des Pendelgesetzes 307
117. Nähere Betrachtung der Pendelbewegung 310
118. Die Schwingungscurve . 312
119. Lebendige Kraft . 313
120. Leistung oder Arbeit einer Kraft 317
121. Von den Trägheitsmomenten 320
122. Berechnung des Trägheitsmomentes 323
123. Der Schwingungspunkt . 326
124. Bestimmung des Schwingungspunktes an einem zusammengesetzten Pendel . 327
125. Experimentelle Bestimmung des Trägheitsmomentes oscillirender Körper . 330
126. Das Reversionspendel . 332
127. Die Pendeluhr . 334
128. Einheit des Längenmaasses 335
129. Vom Stoss . 336
130. Vom Stoss unelastischer Körper 337
131. Stoss elastischer Körper 340
132. Gleitende Reibung . 342
133. Wälzende Reibung . 345
134. Nutzen und Anwendung der Reibung 348

Achtes Capitel.

Hydrodynamik oder die Bewegungsgesetze der Flüssigkeiten.

135. Toricelli's Theorem . 353
136. Apparate zu Versuchen über die Ausflussgeschwindigkeit 355
137. Versuche über Ausflussgeschwindigkeit 357
138. Ausflussmenge . 358

Seite
139. Constitution des ausfliessenden Strahles 359
140. Einfluss der Ansatzröhren auf die Ausflussmenge 361
141. Praktische Anwendungen des Saugphänomens 363
142. Reibungswiderstand in langen Röhren 368
143. Ausfluss durch Capillarröhren . 369
144. Reaction, welche durch das Ausströmen der Flüssigkeiten erzeugt wird 370
145. Lebendige Kraft der Wassergefälle 371

Neuntes Capitel.

Bewegung der Gase.

146. Gasometer . 374
147. Gebläse . 377
148. Gesetze des Ausströmens der Gase 379
149. Ausflussgeschwindigkeit verschiedener Gase bei gleichem Druck . . . 382
150. Seitendruck der Gase beim Ausströmen 386
151. Widerstand der Flüssigkeiten und der Gase 390
152. Anwendung des Wasser- und Luftwiderstandes 392

Zweites Buch.

Die Akustik.

Erstes Capitel.

Fortschreitende und stehende Luftwellen.

153. Einleitung . 401
154. Stehende Schwingungen und fortschreitende Wellen 403
155. Wasserwellen . 404
156. Seilwellen . 408
157. Fortpflanzung des Schalles . 409
158. Schallwellen . 411
159. Verschiedenheit der Schallempfindungen 415
160. Einfluss der Oscillationsdauer auf die Wellenlänge 416
161. Geschwindigkeit des Schalles . 417
162. Abhängigkeit der Geschwindigkeit des Schalles von der Elasticität der schallverbreitenden Medien 420
163. Geschwindigkeit des Schalles in tropfbaren Flüssigkeiten und festen Körpern . 421
164. Von der Reflexion des Schalles und dem Echo 424
165. Stehende Luftwellen . 426
166. Bildung stehender Luftwellen in gedeckten Pfeifen 428
167. Schwingungsknoten in tönenden Luftsäulen 434
168. Offene Röhren . 437
169. Singende Flammen . 439
170. Orgelpfeifen . 447
171. Dichtigkeitsänderungen in den Knotenpunkten 453
172. Einfluss der Form der Pfeifen auf die Tonhöhe 454

Seite

173. Die musikalischen Töne . 456
174. Musikalische Temperatur . 459
175. Absolute Schwingungszahl der musikalischen Töne 461
176. Genaue Bestimmung der absoluten Schwingungszahl der Töne . . . 462
177. Einfluss der Bewegung auf die Höhe des wahrgenommenen Tones . . 467
178. Gränzen der Hörbarkeit . 469

Zweites Capitel.

Gesetze der Schwingungen und Töne fester Körper.

179. Töne gespannter Saiten . 473
180. Bildung stehender Seilwellen 478
181. Stroboskopische Beobachtung tönender Saiten 486
182. Klangfiguren . 488
183. Transversalschwingungen elastischer Stäbe 494
184. Die Stimmgabel . 498
185. Optische Vergleichung der Stimmgabeln, Figuren von Lissajous . . . 500
186. Experimentelle Darstellung der Figuren von Lissajous. Drehende Bewegung derselben . 506
187. Genaue Bestimmung der Schwingungszahl einer Stimmgabel 515
188. Longitudinalschwingungen der Saiten und Stäbe 519
189. Die Zungenpfeifen . 523
190. Labial- oder Lippenpfeifen . 529
191. Mittheilungen der Schallschwingungen zwischen festen, flüssigen und luftförmigen Körpern . 531

Drittes Capitel.

Interferenz der Schallwellen.

192. Interferenz isochroner Schallwellen 534
193. Stösse . 539
194. Combinationstöne . 544
195. Klangfarbe und Schwingungsform 546
196. Beobachtung der Obertöne . 549
197. Zusammensetzung der Wellen 552
198. Schwingungsform einer gestrichenen Saite 557

Viertes Capitel.

Die musikalischen Instrumente, das Stimm- und das Gehörorgan.

199. Die Blasinstrumente . 561
200. Saiteninstrumente und tönende Platten 563
201. Klangfarbe verschiedener musikalischer Instrumente 563
202. Das menschliche Stimmorgan . 566
203. Stimmorgan der Thiere . 570
204. Klangfarbe der menschlichen Stimme 570
205. Das Gehörorgan . 572

Nachträge: das irdische und das absolute Maasssystem, die schiefe Ebene, die Seitenabweichung rotirender Geschosse 577

BAYERISCHE STAATS-BIBLIOTHEK MUENCHEN

EINLEITUNG.

Gegenstand der Naturwissenschaften. Während die Mutter Natur der Thierwelt unmittelbar alles bietet, was dieselbe zu einer gedeihlichen Entwickelung bedarf, würde der Mensch nur ein kümmerliches Dasein fristen können, wenn er lediglich auf die Hülfsmittel seiner physischen Individualität angewiesen wäre. — Ohne natürliche Bekleidung, ohne natürliche Waffen würde er die zu seinem Unterhalte nöthige Nahrung kaum in wenigen besonders gesegneten Landstrichen jederzeit fertig bereitet vorfinden. Von Hunger gepeinigt, den Unbilden der Witterung schutzlos preisgegeben, von reissenden Thieren verfolgt, wäre der Mensch ohne Zweifel längst vom Erdboden verschwunden, wenn ihn die gütige Vorsehung nicht mit Verstand ausgerüstet und ihn dadurch in den Stand gesetzt hätte, der Natur abzugewinnen, was sie ihm nicht freiwillig bietet, und dieselbe bis zu einem gewissen Grade zu beherrschen. 1

So ist denn der Mensch schon wegen seiner physischen Existenz darauf angewiesen, die Natur und ihre Kräfte kennen zu lernen, um dieselben für seine materiellen Zwecke verwerthen zu können; er ist gewissermaassen zum Naturforscher geboren.

Waren auch, wie es nicht anders zu erwarten ist, die zuerst erworbenen Kenntnisse von der Natur vorherrschend praktischer und empirischer Art, war man auch mehr darauf bedacht, aus den Dingen Nutzen zu ziehen, als sie kennen zu lernen, so hat sich die Naturforschung doch allmälig zu einer selbstständigen Wissenschaft erhoben, welche weit über das materielle Bedürfniss hinaus und unabhängig von demselben die Erkenntniss der Natur und der in ihr waltenden Gesetze als höchstes Ziel erstrebt.

Es ist die Aufgabe der Naturwissenschaften, die Eigenthümlichkeiten der uns umgebenden sinnlich wahrnehmbaren Dinge kennen zu lernen, ihre gegenseitigen Beziehungen zu erforschen, den Zusammenhang zwischen den verschiedenen Naturerscheinungen zu ermitteln und sie so weit als möglich auf ihre Ursachen zurückzuführen.

Die gesammten Naturwissenschaften haben es mit den sinnlich wahrnehmbaren Dingen, mit den Körpern zu thun; hier ist aber das Wort „Körper“ nicht in dem Sinne des Mathematikers zu nehmen, der nur die Raumverhältnisse betrachtet und nicht nach dem Stoffe fragt, welcher den Raum erfüllt; der Naturforscher betrachtet gerade die Eigenschaften der den Raum erfüllenden Materie.

Ist man im Stande, eine Erscheinung auf ihren Zusammenhang mit anderen zurückzuführen, so ist diese Erscheinung erklärt, und man kennt ein Naturgesetz, sobald man die unveränderliche Zusammenhangsart von Naturerscheinungen kennt, wenn uns auch die letzten Ursachen unbekannt bleiben.

Das innere Wesen der Körper ist uns verschlossen, sie sind uns nur durch die äussere Erscheinung bekannt, d. h. wir wissen von ihnen zunächst nur das, was wir durch die Vermittelung unserer Sinne von ihnen erfahren. Ein Körper ohne Zusammenhang mit unseren Sinnen ist für uns so gut wie nicht vorhanden. Es ist möglich, ja wahrscheinlich, dass noch Manches in der Natur um uns her vorgeht, wovon wir keine Ahnung haben, weil uns dafür gewissermaassen ein Sinn fehlt.

Wie lange hat man nicht mit dem prismatischen Farbenspectrum experimentirt, ohne auch nur eine Ahnung von Strahlen zu haben, welche noch brechbarer sind als die äussersten violetten Strahlen; und doch ist die Existenz solcher Strahlen, welche unmittelbar keine Wirkung auf das Auge hervorbringen, durch die Photographie und die Fluorescenz nachgewiesen worden.

2 **Eintheilung der Naturwissenschaften überhaupt.** Das ganze Gebiet der Naturwissenschaften zerfällt zunächt in zwei grosse Abtheilungen, die Naturbeschreibung und die Naturlehre. Die Naturbeschreibung, gewöhnlich Naturgeschichte genannt, lehrt uns die Beschaffenheit einzelner Naturgebilde kennen und ordnet sie nach ihrer Aehnlichkeit in Systeme; die Naturlehre will dagegen die Gesetze der gegenseitigen Einwirkung der Körper zur Einsicht bringen.

Die Physik ist derjenige Theil der Naturlehre, welcher es mit den Gesetzen solcher Erscheinungen zu thun hat, die nicht auf einer Veränderung der Bestandtheile der Körper beruhen, denn damit beschäftigt sich die Chemie.

Begreiflicherweise lässt sich das Feld dieser beiden Wissenschaften nicht immer trennen, und viele Erscheinungen müssen sowohl in der einen wie auch in der anderen besprochen werden. Physik und Chemie sind aufs Innigste mit einander verwandt, ja sie bilden gewissermaassen ein Ganzes, welches nur deshalb äusserlich getrennt erscheint, weil die Masse des zu untersuchenden Materials zu sehr angewachsen ist.

3 **Methode der physikalischen Disciplinen.** Es handelt sich nun zunächst darum, den Weg zu bezeichnen, auf welchem man zur Er-

kenntniss der Naturgesetze gelangen kann, und auf welchem in der That alles bis jetzt Erkannte gefunden worden ist. Die Erkenntnissquelle sowohl als auch der Weg zur Erkenntniss ist nicht und kann nicht für alle Wissenschaften derselbe sein. Der Mathematiker kann, von selbstgeschaffenen Begriffen ausgehend, aus sich heraus seine ganze Wissenschaft entwickeln, ja es wäre denkbar, dass ein Mensch in seinen vier Wänden, abgeschlossen von aller Naturanschauung, die ganze Mathematik aus den Begriffen des Raumes und der Zahl construirte. In dieser Beziehung ist die Mathematik eine rein speculative Wissenschaft, was die Naturwissenschaften durchaus nicht sind und nicht sein können, da sie Dinge behandeln, welche einzig und allein durch sinnliche Wahrnehmung, also auf dem Wege der Erfahrung, zu unserem Bewusstsein kommen.

Die einzige Quelle der Naturerkenntniss ist die sinnliche Wahrnehmung, die Erfahrung, die Beobachtung. Aus dieser Quelle schöpfen wir das Material, welches durch Vermittelung unserer geistigen Thätigkeit zur Wissenschaft verarbeitet und vereinigt werden soll.

Die wissenschaftlichen Wahrnehmungen machen wir entweder an Erscheinungen, welche uns die Natur unmittelbar darbietet, oder wir versetzen die Körper absichtlich unter solche Umstände, durch welche sie genöthigt werden, gewisse Wirkungen hervorzubringen. Im ersten Falle stellen wir eine Beobachtung, im zweiten einen Versuch an.

Durch gute Beobachtungen und zweckmässig angestellte Versuche lernen wir den äusseren Zusammenhang der Erscheinungen kennen. Dieser Zusammenhang ist es, was wir ein Naturgesetz nennen.

Auf dem Wege der Erfahrung können wir zur Kenntniss dieser Gesetze gelangen, wenn uns auch der innere Zusammenhang, die Natur der Kräfte, das Wesen der Dinge, ganz und gar unbekannt ist. Das Gesetz der Brechung des Lichtes war lange schon bekannt, ehe man über die Natur des Lichtes im Reinen war; ebenso kennen wir die Gesetze der elektrischen Vertheilung, obgleich wir über das Wesen der Elektricität selbst so gut wie nichts wissen.

Nur der äussere, nicht der innere Zusammenhang kann durch Erfahrung gefunden werden. Ueber die inneren Ursachen der Erscheinungen, über das Wesen der Kräfte, welche sie hervorbringen, können wir nur Vermuthungen, Hypothesen, aufstellen. Diese Hypothesen sind gleichsam Fragen, die man an die Natur stellt, worauf sie aber nicht mit Ja und Nein antwortet, sondern: es kann so sein, oder: es kann nicht so sein.

Aus der Hypothese, die man über die Ursache mehrerer zusammenhängender Erscheinungen aufgestellt hat, lassen sich meistens weitere Folgerungen ziehen, welche durch fernere Beobachtungen entweder bestätigt oder als unzulässig erkannt werden. Je mehr Thatsachen sich mit Hülfe einer Hypothese erklären lassen, je mehr sie durch neue Beobachtungen bestätigt wird, desto mehr Wahrscheinlichkeit gewinnt sie.

In allen Zweigen der Physik finden wir Beispiele und Belege für die Richtigkeit der eben ausgesprochenen Ansichten.

Die Methode, nach welcher man von der Beobachtung ausgehend, durch Combination der Thatsachen zu den Hypothesen über die Naturkräfte gelangt, wird als inductive Methode bezeichnet. Der Deduction fällt dagegen die Aufgabe zu, die Consequenzen der auf inductivem Wege gefundenen Hypothesen zu verfolgen.

Den Alten war eine auf Erfahrung sich stützende Naturforschung in unserem Sinne gänzlich unbekannt; wir finden bei ihnen nur philosophische Speculationen über die Welt überhaupt, über die Entstehung und das Urwesen aller Dinge, und es kann uns nicht wundern, wenn die auf diesem Wege entwickelten Vorstellungen entweder nichtssagend sind, oder sogar mit der Erfahrung in directem Widerspruche stehen. Sie deducirten eben aus willkürlichen Hypothesen, welche der inductiven Begründung entbehrten.

Auch im Mittelalter wurden die Naturwissenschaften nur wenig weiter entwickelt, theils weil die ganze geistige Thätigkeit jener Zeit anderen Interessen zugewendet war, theils weil die Aristotelische Philosophie in so hohem Ansehen stand, dass dadurch jede weitere Prüfung der in derselben ausgesprochenen Naturansichten, und also auch jeder Fortschritt abgeschnitten war.

Erst Galiläi schlug den Weg der Erfahrung ein und Baco von Verulam zeigte, dass es nur auf diese Weise, d. h. nur auf inductivem Wege, möglich sei, zur Kenntniss der Naturgesetze zu gelangen.

4 **Nutzen des physikalischen Studiums.** Wie wichtig für das praktische Leben die Cultur der Naturwissenschaften in einer Zeit ist, in welcher Industrie und Verkehr einen so mächtigen Aufschwung genommmen haben, ist wohl zu sehr in die Augen fallend, als dass weitläufige Erörterungen deshalb nöthig wären. Angesichts unserer Dampfmaschinen und Eisenbahnen, der Blitzableiter und der elektrischen Telegraphen wird wohl Niemand im Ernst die materielle Bedeutung der Naturwissenschaften beanstanden. — Ueberhaupt ist es von vornherein klar, dass wir die Natur und ihre Kräfte um so besser und vollständiger zu unseren Zwecken benutzen können, dass wir in dem Maasse mehr Herr der Natur werden, je mehr wir die Eigenschaften der Naturproducte und ihre Kräfte kennen lernen.

Was in dieser Beziehung von den Naturwissenschaften im Allgemeinen gesagt ist, das gilt auch im vollsten Maasse von der Physik.

Aber nicht allein in materieller, sondern auch in formeller Beziehung ist das Studium der Physik von der höchsten Wichtigkeit. Ganz abgesehen von der unmittelbar praktischen Anwendbarkeit physikalischer Kenntnisse ist ihr Studium eine unentbehrliche Vorbereitung für alle übrigen Zweige der Naturwissenschaften. Unter allen verwandten Wissenschaften ist sie nebst der Astronomie in theoretischer Beziehung am aus-

gebildetsten, sie ist also vorzugsweise geeignet, uns in den Geist der inductiven Methode einzuführen, welche sich ja vorzugsweise an physikalischen Problemen entwickelt hat. Die Physik lehrt uns klar den Zusammenhang zwischen Ursache und Wirkung auffassen; in verwickelten Phänomenen die bedingenden und wesentlichen Umstände von den zufälligen zu unterscheiden, sie lehrt uns vorurtheilsfrei zu beobachten und die Thatsachen von der subjectiven Meinung getrennt zu erhalten.

Den hohen Werth einer richtigen Methode lernen wir schätzen, wenn wir nur einen flüchtigen Blick auf die Geschichte der Wissenschaft werfen. Die rasche Entwickelung, deren sich in der neueren Zeit die Chemie, die Elektricitätslehre, die Lehre vom Lichte u. s. w. erfreute, war nur möglich, weil sich an dem Studium der Astronomie und Mechanik bereits die wahren Grundsätze der Naturforschung entwickelt hatten. Kepler, Galiläi und Newton haben nicht allein grosse astronomische und physikalische Wahrheiten entdeckt, sie haben den späteren Naturforschern auch den Weg gezeigt, welchen man verfolgen muss, um neue Entdeckungen zu machen.

Eintheilung der physikalischen Disciplinen. Physik im 5
weiteren Sinne des Wortes ist mit Naturlehre gleichbedeutend, und wenn man diese Bedeutung zu Grunde legt, sind auch Astronomie und Chemie physikalische Disciplinen; allein diese Zweige der Naturlehre haben eine solche Ausdehnung gewonnen, das Material, welches die Physik in dem bereits oben angedeuteten engeren Sinne des Wortes zu behandeln hat, ist so sehr angewachsen, dass jede dieser Disciplinen für sich allein cultivirt und gelehrt werden muss.

Nach Ausschluss der Astronomie und Chemie bleiben der Physik im engeren Sinne noch folgende Disciplinen:

1. Die Grundzüge der Mechanik, oder die Lehre vom Gleichgewicht und der Bewegung. In ihrer ganzen Ausdehnung kann die Mechanik gleichfalls nicht mehr in den Vortrag der Physik aufgenommen werden, die Grundgesetze der Mechanik bilden aber einen integrirenden Theil der Physik.
2. Die Akustik, oder die Lehre vom Schalle.
3. Die Optik, oder die Lehre vom Lichte.
4. Die Lehre von der Wärme.
5. Die Lehre vom Magnetismus und der Elektricität.

Diese fünf Disciplinen werden nun in den fünf Büchern des vorliegenden Lehrbuchs abgehandelt, während die Anwendung der physikalischen Gesetze zur Erklärung der wichtigsten astronomischen und meteorologischen Erscheinungen den Gegenstand der kosmischen Physik bildet.

Bevor wir jedoch zu den einzelnen Disciplinen übergehen, müssen wir erst noch die allgemeinen Eigenschaften der Körper betrachten, um

eine richtige Grundanschauung von den Körpern und den in ihnen thätigen Kräften zu erlangen.

6 **Allgemeine Eigenschaften der Körper.** Da sich die Physik mit Körpern beschäftigt, so ist es vor allen Dingen wichtig, dass man sich eine Vorstellung von dem Wesen dieser Körper bildet, und dazu gelangt man zunächst durch die Betrachtung der allgemeinen Eigenschaften, d. h. derjenigen Eigenschaften, welche wir an allen Körpern beobachten, so verschieden sie auch sonst sein mögen.

Zum Wesen eines Körpers ist nothwendig, dass er einen begränzten Raum einnimmt, dass er also eine Ausdehnung hat, und dass in demselben Raume nicht zu gleicher Zeit zwei Körper vorhanden sein können, was man mit dem Namen der Undurchdringlichkeit bezeichnet. Ausser diesen beiden Eigenschaften, ohne welche die Materie gar nicht denkbar ist, beobachtet man aber noch andere allgemeine Eigenschaften, nämlich Trägheit, Schwere, Theilbarkeit und Veränderlichkeit des Volumens.

7 **Trägheit.** In der ganzen Natur kann keine Veränderung in dem Zustande der Dinge vorgehen, ohne dass sie von einer besonderen Ursache veranlasst wird; was für Veränderungen also ein Körper auch erleiden mag, seien es nun Veränderungen im Zustande der Ruhe oder der Bewegung, seien es Veränderungen seines Aggregatzustandes u. s. w., immer ist, um eine solche Veränderung hervorzubringen, eine Kraft nöthig. Ist ein Körper in Ruhe, so ist eine Kraft nöthig, um ihn in Bewegung zu setzen; ist er in Bewegung, so ist eine Kraft nöthig, um ihn zur Ruhe zu bringen; ein Körper, der einmal in Bewegung ist, wird dieselbe mit unveränderlicher Geschwindigkeit, in unveränderter Richtung fortsetzen, bis äussere Kräfte eine Aenderung bedingen oder äussere Hindernisse die Bewegung ganz aufheben. Man bezeichnet die eben besprochene Eigenschaft der Körper mit dem Namen der Trägheit oder des Beharrungsvermögens.

Schon im alltäglichen Leben finden wir zahlreiche Erscheinungen, welche sich durch das Gesetz der Trägheit erklären lassen. Das Schwungrad einer Maschine läuft noch eine Weile fort, wenn auch die Kraft, welche die Maschine treibt, zu wirken aufgehört hat; es würde ewig fortlaufen, wenn die Reibung die Bewegung nicht fortwährend verzögerte.

Wenn man stark läuft, kann man nicht plötzlich einhalten, und wenn man in einem Nachen steht, fällt man mit dem Oberkörper rückwärts, wenn der Nachen eben vom Lande abstösst, vorwärts, wenn er anstösst. Wir werden später Gelegenheit haben, den Einfluss der Trägheit auf die Bewegungserscheinungen noch genauer nachzuweisen.

Dem Gesetze der Trägheit zufolge muss ein Körper jeder Kraft einen Widerstand entgegensetzen, welche ihn aus dem Zustande der Ruhe in

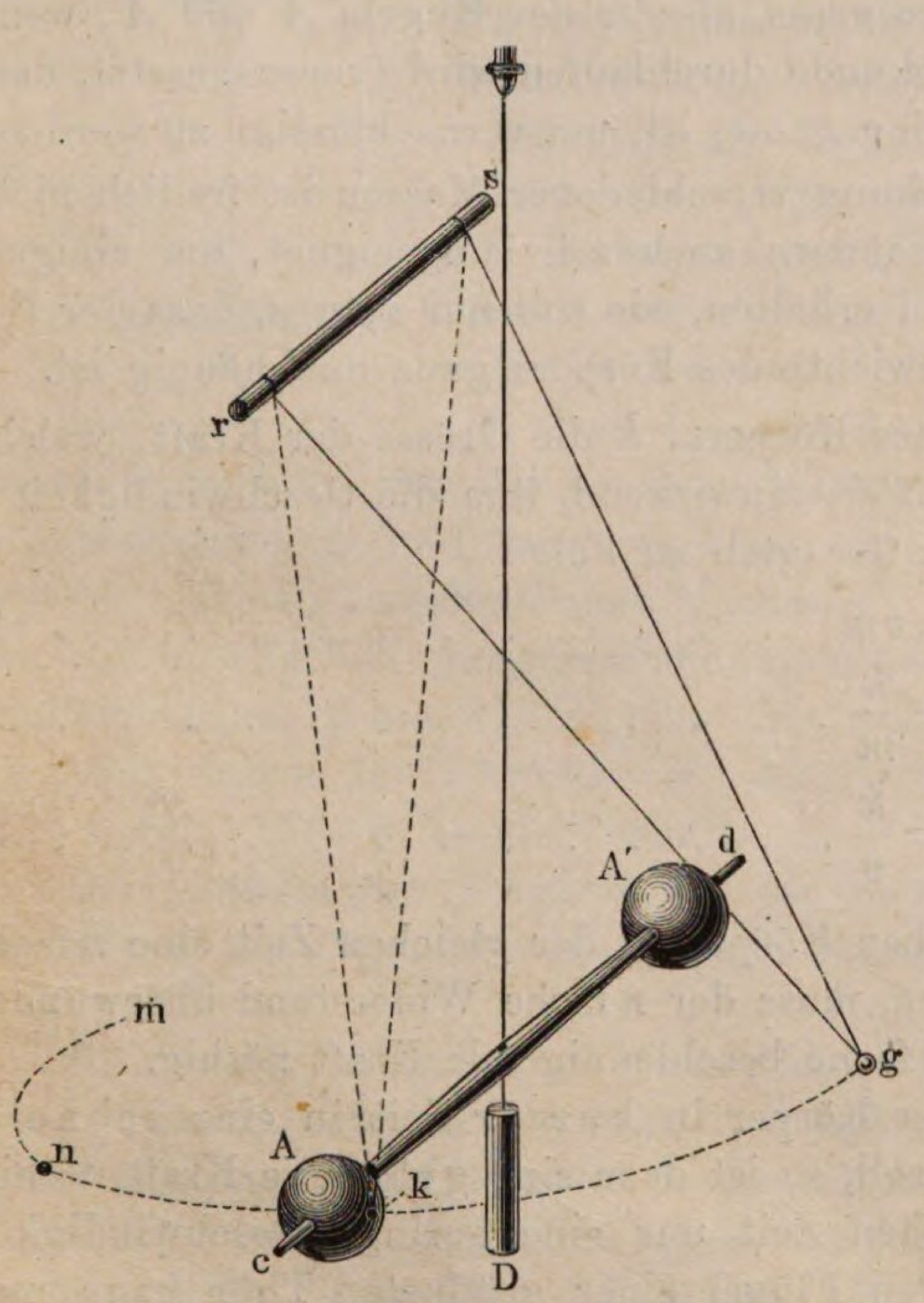
Bewegung zu setzen, oder welche, wenn einmal der Körper in Bewegung ist, seine Bewegung zu beschleunigen oder zu verzögern strebt.

Die Grösse dieses Widerstandes hängt ab 1) von seiner Masse, d. h. von der Stoffmenge (Quantität der Materie), aus welcher der Körper besteht, und 2) von der Grösse der Geschwindigkeitsänderung, welche in einer gegebenen Zeit diesem Körper mitgetheilt werden soll.

Ein Körper B hat eine 2mal, 3mal... nmal so grosse Masse als der Körper A, wenn ihm dieselbe beschleunigende Kraft in der gleichen Zeit eine 2mal, 3mal ... nmal geringere Geschwindigkeit mitzutheilen vermag.

Um nach dieser Definition der Masse zwei Körper mit einander zu vergleichen, könnte man etwa in folgender Weise verfahren. An einem an der Decke eines möglichst hohen Zimmers befestigten Stahldraht ist ein Stab cd, Fig. 1, in seiner Mitte so aufgehängt, dass seine Axe eine horizontale Linie bildet. An die beiden Enden dieses Stabes sind zwei gleiche Kugeln A und A' irgend eines Stoffes so angesteckt, dass ihre Mittelpunkte gleich weit vom Aufhängedraht entfernt sind. Auf diese Weise ist das Gewicht der beiden Kugeln vollständig neutralisirt, und die Schwere wirkt einer Drehung des Hebels cd in seiner horizontalen Ebene durchaus nicht entgegen.

Fig. 1.



Neben der Kugel A befindet sich ein Pendel, dessen Bleikugel k von zwei gleich langen an dem Stabe rs befestigten Fäden getragen wird. rs ist parallel mit der Gleichgewichtslage von cd und so angebracht, dass die Kugel k eben mit A in Berührung ist, wenn sich das Pendel in seiner Gleichgewichtslage befindet.

Bringt man die Pendelkugel in die Lage bei g, um sie dann sich selbst zu überlassen, so beschreibt sie einen Kreisbogen gk und kommt in k mit solcher Geschwindigkeit an, dass sie der Kugel A einen Stoss

ertheilt, in Folge dessen der Hebel cd sammt den beiden Kugeln A und A' um seinen Mittelpunkt gedreht wird. Die Geschwindigkeit dieser kreisförmigen Bewegung (welcher die Torsionskraft des Drahtes keinen merklichen Widerstand entgegensetzt, so lange die Drehung nicht über 90^0 hinausgeht) hängt von dem Verhältniss der Massen k und A und von der Höhe des Punktes g über k ab.

Es sei nun alles so geordnet, dass die Kugel A in Folge des Stosses einen beliebigen Bogen, etwa von A bis n, in 2 Sekunden zurücklegt. Nachdem der Versuch in der angegebenen Weise ausgeführt ist, werden die Kugeln A und A' mit zwei andern vertauscht, die wir mit B und B' bezeichnen wollen, und der Versuch in gleicher Weise wie vorher wiederholt, also die Pendelkugel wieder von dem gleichen Punkt g losgelassen, so dass der Stoss mit derselben Kraft erfolgt wie vorher. Die Drehung des Hebels cd wird nun rascher erfolgen als vorher, wenn die Masse der Kugeln B und B' kleiner ist, als A und A'; die Masse der Kugeln B und B' ist halb so gross, als die der Kugeln A und A', wenn der Bogen An schon in 1 Sekunde durchlaufen wird (vorausgesetzt, dass die Masse des Hebels cd gering genug ist, um vernachlässigt zu werden).

Eine derartige Vergleichung verschiedener Massen ist freilich nicht allein höchst umständlich, sondern auch sehr ungeeignet, um einigermaassen genaue Resultate zu erhalten, sie soll nur zeigen, dass der Begriff der Masse von dem Gewichte des Körpers ganz unabhängig ist.

Es sei m die Masse eines Körpers, k die Grösse der Kraft, welche eine bestimmte Zeit lang auf sie einwirkend, ihm die Geschwindigkeit v mittheilt, so haben wir dem Gesagten zu Folge

$$k = vm \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad 1)$$

$$v = \frac{k}{m} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad 2)$$

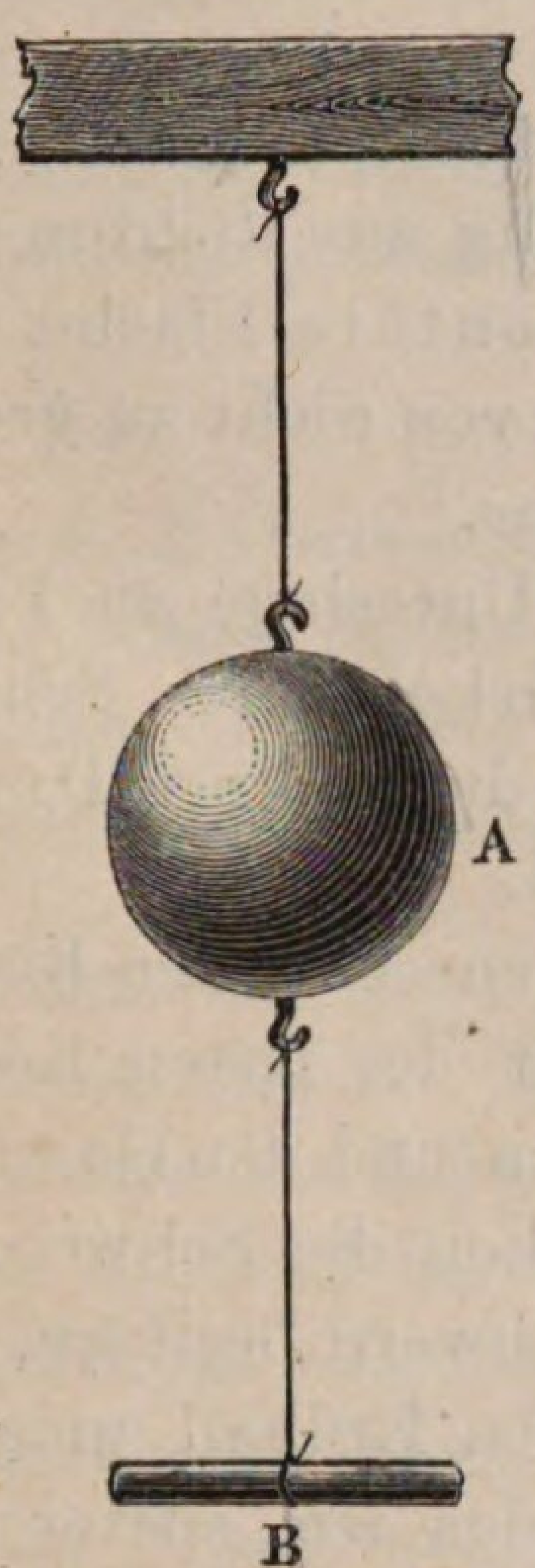
$$m = \frac{k}{v} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad 3)$$

Um einem und demselben Körper in der gleichen Zeit eine nfache Geschwindigkeit mitzutheilen, muss der nfache Widerstand überwunden werden und dazu ist eine nfache beschleunigende Kraft nöthig.

Wenn also ein ruhender Körper in kurzer Zeit in eine schnelle Bewegung versetzt werden soll, so ist dazu eine grössere Kraft nöthig, als wenn ihm in der gleichen Zeit nur eine geringe Geschwindigkeit mitgetheilt werden soll. Den Flügel einer geöffneten Thür kann man durch den schwachen Druck eines Fingers leicht um seine Angeln drehen, weil er einer langsamen Drehung nur sehr geringen Trägheitswiderstand entgegen setzt; schiesst man dagegen eine Pistolenkugel gegen den Thürflügel ab, so wird er durchlöchert, weil der Widerstand, welchen das Holz der Durchbohrung durch die Kugel entgegensetzt, geringer ist als der Trägheitswiderstand, welcher überwunden werden müsste, wenn der Thürflügel der schnellen Bewegung der Kugel folgen sollte.

Durch dasselbe Princip erklärt sich auch der folgende Versuch: Eine 200 bis 300 Gramm schwere Metallkugel A, Fig. 2, hängt an einem Zwirnsfaden, während ein zweiter ganz gleicher Faden von der Kugel herabhängt. Zieht man nun langsam an dem Querstäbchen B, so bricht der obere Faden, während der untere bricht, wenn man das Querstäbchen durch einen raschen, kräftigen Ruck herabreisst.

Fig. 2.



Von manchen Seiten hat man sich dagegen ausgesprochen, das Beharrungsvermögen überhaupt als einen Widerstand zu bezeichnen, weil das, was man sonst noch als Widerstände bezeichnet, wie die Reibung, allerdings etwas von dem eben Besprochenen wesentlich Verschiedenes ist. Die Trägheit übt einen Widerstand nur gegen eine Beschleunigung, nicht gegen eine gleichförmige Bewegung aus; um diesen Unterschied hervorzuheben, könnte man den Widerstand des Beharrungsvermögens als Beschleunigungswiderstand bezeichnen, während der Reibungswiderstand ein Bewegungswiderstand ist. Wir werden darauf später in dem Paragraphen über Leistung oder Arbeit einer Kraft zurückkommen.

Das Gesetz der Trägheit ist für die gesammte Naturlehre von der höchsten Wichtigkeit, und Galiläi, welcher es zuerst erkannt und ausgesprochen hat, wurde eben dadurch der Gründer einer wissenschaftlichen Mechanik. Ohne dies Gesetz bleibt die Einsicht in alle Bewegungserscheinungen verschlossen. Das Gesetz der Trägheit musste bekannt sein, ehe eine richtige Erklärung der Gesetze des freien Falles, der Schwungkraft, der Pendelschwingungen, der Planetenbewegung u. s. w. möglich war.

Der Einfluss der Trägheit auf die Bewegungserscheinungen kann erst in späteren Capiteln erläutert und gehörig gewürdigt werden.

Schwere. Wenn man einen Stein, ein Stück Holz u. s. w. vom 8
Boden entfernt, sich selbst überlässt, so fallen sie, bis sie den Boden oder irgend einen anderen Körper treffen, welcher sie aufhält. Da die Materie träge ist, so kann sie nicht von selbst aus dem Zustande der Ruhe in den der Bewegung übergehen. Wenn wir also sehen, dass ein ruhender Körper in demselben Moment sich zu bewegen beginnt, in welchem wir ihm seine Unterstützung entziehen, so müssen wir dies einer Kraft zuschreiben, und diese Kraft nennen wir Schwere.

Um die Richtung der Schwere zu bestimmen, giebt es kein besseres Mittel, als einen Faden an einem Ende irgend wie zu befestigen und an seinem anderen Ende einen kleinen schweren Körper anzuhängen. Die Richtung des Fadens, wenn er gespannt und in Ruhe ist, fällt genau mit

der Richtung der Schwere zusammen; denn wenn diese Kraft nach einer anderen Richtung wirkte, so würde sie den Faden nach dieser hinziehen. Diese Vorrichtung, Fig. 3, nennt man das Bleiloth; die Richtung, welche der Faden für den Fall des Gleichgewichts einnimmt, nennt man die Verticale. Die Richtung der Schwere ist also die des Bleilothes oder der Verticalen.

Fig. 3.



Das Bleiloth ist stets gegen den Mittelpunkt der Erde gerichtet. Eine Ebene, welche rechtwinklig zur Richtung des Bleilothes steht, nennt man eine horizontale Fläche. Die Oberfläche eines ruhig stehenden Wassers von nicht zu grosser Ausdehnung bildet eine horizontale Ebene.

Wenn ein Körper durch irgend eine Unterlage am Fallen verhindert ist, so hört deshalb die Wirkung der Schwere nicht auf, sie äussert sich in diesem Falle durch einen Druck, welcher auf die Unterlage ausgeübt wird.

Die Schwere ist eine allgemeine Eigenschaft der Körper, d. h. sie ist nicht allein eine Eigenschaft der festen Körper, sondern sie kommt auch den Flüssigkeiten und den Gasen zu. Das Fallen der Regentropfen beweist schon die Schwere der Flüssigkeiten; dass aber auch die Gase Schwere besitzen, dass also die ganze Luftmasse, welche unseren Erdball umgiebt, auf die Erdoberfläche drückt, dafür werden wir später noch Beweise finden.

Die Schwere eines Körpers ist das Resultat einer Anziehung, welche die Gesammtheit aller Massentheilchen, aus welchen die Erdkugel besteht, auf denselben ausübt. Diese anziehende Kraft der Erde wirkt aber nicht allein auf alle Körper, welche sich auf ihrer Oberfläche befinden, sie wirkt auch noch über die Erdatmosphäre hinaus bis zum Mond, denn die Schwere ist die Centripetalkraft, welche den Mond in seiner Bahn um die Erde erhält.

In gleicher Weise wird auch die Erde und ebenso werden alle Planeten von der Sonne angezogen.

Diese Anziehung ist aber durchaus gegenseitig. Die Sonne zieht die Erde und die Erde zieht die Sonne an. Dass die Erde um die Sonne kreist, und nicht umgekehrt die Sonne um die Erde, hat nur darin seinen Grund, dass die Masse der Sonne weitaus überwiegend ist.

Jeder Planet wird ferner auch von allen übrigen Planeten angezogen. Dass diese gegenseitige Planetenanziehung die Regelmässigkeit der Planetenbahnen nur unbedeutend stört, hat darin seinen Grund, dass die Masse der Planeten sehr unbedeutend ist im Vergleich zur Masse der Sonne.

Diese unser ganzes Planetensystem beherrschende gegenseitige Anziehung der Himmelskörper wird mit dem Namen der allgemeinen Schwere oder der Gravitation bezeichnet. Die Gesetze der allgemeinen Schwere, deren Entdeckung Newton's unsterbliches Verdienst ist,

werden aus den Gesetzen der Planetenbewegung abgeleitet, wie dies im siebenten Capitel der kosmischen Physik ausführlicher entwickelt ist.

Das Gesetz der allgemeinen Schwere lässt sich kurz so ausdrücken: Je zwei materielle Körper ziehen einander an, und zwar mit einer Kraft, welche direct proportional ist der Masse der beiden Körper, und umgekehrt proportional dem Quadrat ihrer Entfernung.

Dieses Gesetz wird ausgedrückt durch die Gleichung:

$$K = f \frac{M.m}{r^2},$$

wenn K die Grösse der gegenseitigen Anziehung, M die Masse des einen, m die Masse des andern, r aber die Entfernung der beiden Körper bezeichnet. f ist ein constanter Factor, dessen Werth davon abhängt, welche Einheiten man für K, M, m und r wählt.

Gewicht. Die Grösse des Druckes, welchen ein Körper auf seine 9
Unterlage ausübt, heisst sein Gewicht; dieser Druck nun wächst mit der Masse des Körpers. Um das Gewicht verschiedener Körper mit einander zu vergleichen, bedienen wir uns gewöhnlich der Wage, deren Anwendung allgemein bekannt ist, deren Einrichtung aber später noch beschrieben werden soll.

In Frankreich, und jetzt auch in Deutschland, ist das Gramm die gesetzlich eingeführte Einheit des Gewichtes; aber auch in anderen Ländern wird diese Gewichtseinheit bei wissenschaftlichen Untersuchungen fast ausschliesslich benutzt. Das Gramm ist das Gewicht eines Cubikcentimeters reinen Wassers im Zustande seiner grössten Dichtigkeit.

Das französische Gewichtssystem hat den grossen Vorzug vor anderen, dass die Einheiten des Gewichtes und des Raummaasses in einer einfachen Beziehung stehen, so dass man leicht vom Volumen auf das Gewicht und umgekehrt schliessen kann. Eine genauere Entwickelung des neueren französischen Maasssystems wird weiter unten folgen.

Das Gewicht eines Körpers ist keineswegs eine unveränderliche Grösse, es hängt vielmehr von dem Orte ab, an welchem er sich befindet. So ist z. B. aus Gründen, welche hier noch nicht besprochen werden können, das Gewicht eines Körpers auf dem Erdäquator etwas geringer, als in der Nähe der Pole. Auf der Oberfläche des Mondes ist die Intensität der Schwerkraft 6mal geringer als auf der Erde, dort ist also auch sein Gewicht 6mal kleiner als hier. Auf dem Mars ist das Gewicht eines Körpers $^1/_2$mal, auf dem Jupiter ist es $2^1/_2$mal so gross, als auf der Erdoberfläche.

Masse. Die Masse eines Körpers ist, wie bereits in §. 7 ge- 10
sagt wurde, die Quantität der Materie, aus welcher er zusammengesetzt ist; von der Quantität der Materie eines Körpers hängt

aber die Grösse seines Beharrungsvermögens ab, und die Grösse des Beharrungsvermögens ist dem Begriff nach das eigentliche Maass der Masse.

Dieser Definition zufolge ist der Begriff der Masse von der Schwere vollkommen unabhängig.

Ein bequemes Mittel, die Massen der Körper zu vergleichen, liefert uns aber doch erst die Schwere, da die Massen zweier Körper stets in demselben Verhältniss zu einander stehen wie ihre Gewichte, oder mit andern Worten, da die Massen zweier Körper ihren Gewichten (an demselben Orte) proportional sind.

Dieser Zusammenhang zwischen Masse und Gewicht wird uns überall durch den Versuch nachgewiesen, obgleich er dem Begriffe nach nicht durchaus nothwendig ist; d. h. es wäre denkbar, dass die Schwerkraft auf zwei aus verschiedenen Stoffen bestehende Körper, welche irgend einer und derselben beschleunigenden Kraft vermöge ihrer Trägheit gleichen Widerstand entgegensetzen, doch mit ungleicher Intensität wirkte. Es wäre z. B. denkbar, dass eine Bleikugel nur deshalb schwerer wäre als eine gleich grosse Kugel von Holz, weil eben die Schwere auf die Theilchen des Bleies stärker wirkte, ohne dass deshalb das Beharrungsvermögen der Bleikugel grösser wäre als das der Holzkugel.

Nun aber fällt die Bleikugel nicht schneller als die Holzkugel (wenigstens im leeren Raume), und daraus geht hervor, dass die 12mal grössere Kraft, welche die Bleikugel zur Erde zieht, auch eine 12mal so grosse träge Masse in Bewegung zu setzen hat, dass also die träge Masse der Bleikugel 12mal so gross ist als die Masse der Holzkugel.

Da nun, wie wir bald sehen werden, die Fallgeschwindigkeit für alle Körper dieselbe ist (im leeren Raum), so schliessen wir auf dieselbe Weise, dass die Masse eines Körpers stets seinem Gewichte proportional sei, dass also das Gewicht eines Körpers ein Maass für seine Masse ist; es ist also

$$M = n . P \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots \qquad 1)$$

wenn M die Masse, P das Gewicht des Körpers und n einen constanten Factor bezeichnet, dessen Grösse davon abhängt, welche Einheiten man für M und P wählt. Wir werden auf die Bestimmung des Factors n über lebendige Kraft zurückkommen.

Die Masse eines Körpers ist eine unveränderliche Grösse, während sein Gewicht mit dem Ort veränderlich ist. Für dieselbe Bleikugel würde man auf dem Aequator an der Federwage ein etwas geringeres Gewicht finden als in der Nähe der Erdpole. Mit derselben Federwage gewogen würde dieselbe Bleikugel auf der Oberfläche des Mondes 6mal weniger wiegen als auf der Erdoberfläche. Während aber die Schwerkraft auf der Mondoberfläche 6mal schwächer wirkt als auf der Erdoberfläche, ist die Masse irgend eines gegebenen Körpers dieselbe, auf

der Erde wie auf dem Monde; ein gleich starker Stoss wird ihm hier wie dort die gleiche Geschwindigkeit ertheilen. Die gleiche Kugel würde mit der gleichen Pulverladung, aus derselben Kanone geschossen, auf dem Monde das Rohr mit der gleichen Geschwindigkeit verlassen, wie auf der Erde.

Specifisches Gewicht. Das specifische Gewicht eines 11
Körpers ist die Zahl, welche angiebt, wie vielmal ein Körper schwerer ist als ein gleiches Volumen Wasser. Ein Cubikzoll Eisen wiegt 210·6, ein Cubikzoll Gold 520 Gramm, während ein gleiches Volumen Wasser nur 27 Gramm wiegt; also ist $\frac{210{\cdot}6}{27} = 7{\cdot}8$ das specifische Gewicht des Eisens, $\frac{520}{27} = 19{\cdot}26$ das specifische Gewicht des Goldes. Man findet allgemein das specifische Gewicht eines Körpers, wenn man sein absolutes Gewicht durch das Gewicht eines gleichen Volumens Wassers dividirt.

Es lässt sich diese Regel auch durch die Formel

$$S = \frac{P}{p} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 1)$$

ausdrücken, wenn S das specifische und P das absolute Gewicht eines Körpers bezeichnet, während p das Gewicht eines gleichen Volumens Wasser ausdrückt.

Die Data also, welche man durch den Versuch bestimmen muss, um aus denselben das specifische Gewicht eines Körpers zu berechnen, sind das absolute Gewicht desselben und das Gewicht eines gleichen Wasservolumens.

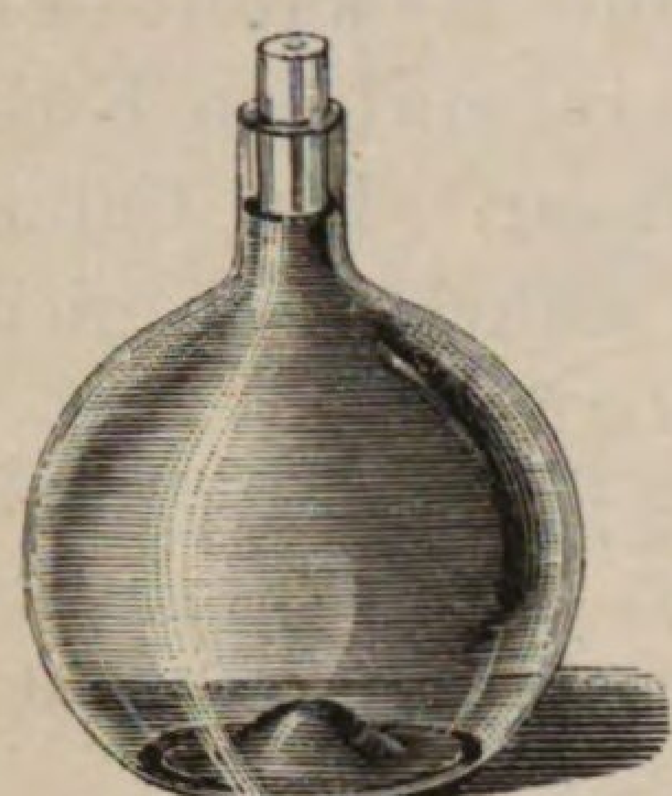
Am leichtesten ist es, diese Data für Flüssigkeiten auszumitteln. Man fülle ein Gefäss, am besten ein solches, welches oben in einen engen Hals mündet, bis zu einer bezeichneten Höhe (bis zu einem am Halse markirten Striche), einmal mit Wasser, dann mit der zu bestimmenden Flüssigkeit, und ermittele jedesmal mit Hülfe der Wage das Gewicht des Flascheninhalts.

Es wiege z. B. das Vitriolöl, welches einen Glaskolben bis zu einer Marke am Halse ausfüllt, 1534 Gramm, während das Wasser, welches dasselbe Gefäss ebenso weit füllt, nur 830 Gramm wiegt, so ist das specifische Gewicht des Vitriolöls $\frac{1534}{830} = 1{,}848$.

Nicht immer stehen uns so grosse Mengen der zu untersuchenden Flüssigkeit zu Gebote, dass man ein Gefäss, wie das eben besprochene, damit füllen kann; ausserdem aber ist es nicht einmal vortheilhaft, solche Mengen anzuwenden, weil solche Lasten für eine gute Wage zu gross sind. Es ist deshalb zweckmässig, kleinere Gefässe anzuwenden. Gläschen, die man zu diesem Zwecke verfertigt und welche man Pykno-

meter nennt, haben in der Regel die Gestalt von Fig. 4, und sind durch einen eingeriebenen Stöpsel von Glas verschlossen. Der cubische Inhalt derselben beträgt 8 bis 20 Cubikcentimeter. Der eingeriebene Glasstöpsel ist von einem Stück einer Thermometerröhre verfertigt, damit bei etwaiger Erwärmung der Flüssigkeit ein Theil derselben durch die feine Oeffnung austreten könne, weil sonst der Stöpsel entweder gehoben oder das Gefäss zersprengt würde.

Fig. 4.



Um das specifische Gewicht fester Substanzen zu bestimmen, kann man aus denselben einen Körper von regulärer Gestalt formen, etwa einen Würfel, eine Kugel u. s. w., so dass es leicht ist, den cubischen Inhalt der zu untersuchenden Stücke zu berechnen. Das absolute Gewicht solcher Körper findet man durch die Wage, das Gewicht eines gleichen Volumens Wasser ist durch das bekannte Volumen der Körper gegeben. Ein Würfel von Marmor z. B. wiege 22·7 Gramm. Wenn nun jede Seite dieses Würfels 2 Centimeter beträgt, so ist der cubische Inhalt desselben 8 Cubikcentimeter; ein gleich grosser Würfel von Wasser wird also 8 Gramm wiegen, folglich ist das specifische Gewicht des Marmors $\frac{22{\cdot}7}{8} = 2{\cdot}84$.

Eine Kugel von trockenem Hainbuchenholz wiege 25·79 Gramm. Wenn der Durchmesser dieser Kugel 4 Centimeter ist, so kann man daraus den cubischen Inhalt berechnen*) und wird ihn gleich 33·49 Cubikcentimeter finden. Eine gleiche Wasserkugel wiegt also 33·49 Gramm, und das specifische Gewicht dieses Holzes ist demnach $\frac{25{\cdot}79}{33{\cdot}49} = 0{\cdot}77$.

Nicht von jeder Substanz hat man solche Massen, um daraus reguläre Körper bilden zu können; ausserdem aber ist es ungemein schwierig, ja fast unmöglich, reguläre Körper genau genug auszuarbeiten. Man muss deshalb nach anderen Methoden sich umsehen, um das specifische Gewicht fester Körper zu bestimmen. Die meisten dieser Methoden beruhen auf hydrostatischen Gesetzen, welche wir erst später werden kennen lernen. Die folgende Methode gründet sich jedoch nicht auf diese Principien; sie wird häufig angewendet, um das specifische Gewicht solcher Körper zu bestimmen, welche in kleinen Stücken vorkommen.

Man bringe zuerst das oben erwähnte Gläschen mit Wasser gefüllt auf der Wage ins Gleichgewicht, lege dann die zu bestimmenden Körnchen daneben und mache ihr absolutes Gewicht ausfindig. Nun nimmt

*) Siehe meine Elemente der ebenen Geometrie und Stereometrie, 3. Aufl. Braunschweig, Friedrich Vieweg und Sohn, 1869, S. 117.

man die Körnchen und das Glas von der Wage weg, wirft die Körnchen in das Glas und setzt den Stöpsel wieder auf; es muss nothwendig Wasser ausfliessen, und zwar gerade so viel, als durch die hineingeworfenen Körnchen verdrängt wurde. Aus einer abermaligen Wägung ergiebt sich, wie viel Wasser ausgeflossen ist, wie viel also eine Wassermenge wiegt, deren Volumen dem Volumen der zu bestimmenden Körner gleich ist.

Es soll z. B. das specifische Gewicht von Platinakörnchen bestimmt werden, wie sie sich in der Natur finden.

Das Glas mit Wasser wiege . .	13·52	Gramm
Die Körnchen	4·056	„
Also beides zusammen . . .	17·576	Gramm.

Nachdem man die Körner in das Glas geworfen, den Stöpsel aufgesetzt und alles ausgeflossene Wasser sorgfältig abgeputzt hat, wägt man wieder. Gesetzt, man fände nun das Gewicht des Gläschens mit Allem, was darin ist, gleich 17·316 Gramm, so ist offenbar das Gewicht des durch die Körnchen verdrängten Wassers 17·576—17·316 = 0·26 Gramm, folglich ist das specifische Gewicht der Platinakörner $\frac{4{\cdot}056}{0{\cdot}26} = 15{\cdot}6$.

Dasselbe Verfahren lässt sich auch bei grösseren Stücken anwenden, wenn man nur ein passendes, etwa ein cylindrisches Gefäss wählt, dessen oberer Rand sorgfältig abgeschliffen ist, so dass man durch Auflegen einer Glasplatte immer genau dasselbe Volumen abgränzt.

Wenn der zu bestimmende Körper in Wasser löslich ist, so füllt man das Glas mit einer anderen Flüssigkeit, in welcher sich der Körper nicht löst, etwa mit Alkohol, Terpentinöl u. s. w. Durch das soeben beschriebene Verfahren findet man nun, wie viel ein Quantum der gewählten Flüssigkeit wiegt, welches mit dem zu bestimmenden Körper gleiches Volumen hat. Wenn aber nun das specifische Gewicht dieser Flüssigkeit schon bekannt ist, so kann man leicht das Gewicht eines gleichen Volumens Wasser berechnen.

Gesetzt, ein Stück eines Salzes, welches in Terpentinöl unlöslich ist, wiege 0·352 Gramm und verdränge, in das Glas geworfen, 0·13 Gramm Terpentinöl. Das specifische Gewicht des Terpentinöls ist 0·872, ein gleiches Volumen Wasser wiegt demnach $\frac{0{\cdot}13}{0{\cdot}872} = 0{\cdot}149$ Gramm, das specifische Gewicht dieses Salzes ist also $\frac{0{\cdot}352}{0{\cdot}149} = 2{\cdot}36$.

Die Tabellen auf den nächstfolgenden Seiten enthalten eine Zusammenstellung von specifischen Gewichten einiger fester Körper, Flüssigkeiten und Gase, welche zu kennen häufig nothwendig oder wenigstens von Interesse ist.

Tabelle der specifischen Gewichte einiger fester Körper (bei 0 Grad).

Platin	gemünzt	22·10
	gewalzt	22·07
	geschmolzen	20·86
Gold	gemünzt	19·32
	geschmolzen	19·25
Iridium		18·60
Wolfram		17·60
Blei, geschmolzen		11·35
Palladium		11·30
Silber		10·47
Wismuth		9·82
Kupfer	gehämmert	8·88
	gegossen	7·79
	zu Draht gezogen	8·78
Kadmium		8·69
Molybdän		8·61
Messing		8·39
Arsenik		8·31
Nickel		8·28
Stahl		7·82
Kobalt		7·81
Eisen	geschmiedet	7·79
	gegossen	7·21
Bleiglanz		7·76
Zinn		7·29
Zink		7·00
Antimon		6·71
Tellur		6·11
Jod		4·95
Schwerspath		4·43
Diamant		3·52
Flintglas		3·78 bis 3·2
Flussspath		3·15
Aluminium		2·67
Bouteillenglas		2·60
Spiegelglas		2·37
Turmalin (grün)		3·15
Marmor		2·84
Smaragd		2·77

Bergkrystall		2·68
Porzellan		2·49 bis 2·14
Gyps (krystallisirt)		2·31
Schwefel (natürlich)		2·03
Elfenbein		1·92
Alabaster		1·87
Graphit		1·8 bis 2·4
Anthracit		1·80
Phosphor		1·77
Magnesium		1·74
Bernstein		1·08
Wachs, weisses		0·97
Natrium		0·97
Kalium		0·86
Lithium		0·59
Ebenholz		1·23
Eichenholz (alt)		1·17
Buxbaum		1·33
Ahornholz	frisch	0·90
	trocken	0·65
Buchenholz	frisch	0·98
	trocken	0·59
Edeltanne	frisch	0·89
	trocken	0·45
Erlenholz	frisch	0·86
	trocken	0·50
Eschenholz	frisch	0·90
	trocken	0·64
Hainbuchenholz	frisch	0·94
	trocken	0·77
Lindenholz	frisch	0·82
	trocken	0·44
Mahagonyholz		1·06
Nussbaumholz		0·68
Cypressenholz		0·60
Cedernholz		0·56
Pappelholz		0·38
Kork		0·24

Specifisches Gewicht einiger Flüssigkeiten
(bei 0 Grad, wo nichts weiter bemerkt ist).

Destillirtes Wasser	1·000	60 Proc. Säure	1·348
Quecksilber	13·595	70 " "	1·398
Brom	2·966	80 " "	1·438
Schwefelsäure (englische)	1·848	90 " "	1·473
Verdünnte Schwefelsäure nach Delezenne bei 15° C.:		100 " "	1·500
		Chloroform	1·480
10 Proc. Säure	1·066	Schwefelkohlenstoff	1·272
20 " "	1·138	Glycerin	1·260
30 " "	1·215	Milch	1·030
40 " "	1·297	Meerwasser	1·026
50 " "	1·387	Wein: Malaga-	1·022
60 " "	1·486	" Rhein-	0·999
70 " "	1·595	Oele: Citronenöl	0·852
80 " "	1·709	" Leinöl	0·953
90 " "	1·805	" Mohnöl	0·929
100 " "	1·840	" Olivenöl	0·915
Verdünnte Salpetersäure:		" Terpentinöl	0·872
10 Proc. Säure	1·054	Benzol $C_{12}H_6$	0·868
20 " "	1·111	Steinöl (Petroleum)	0·836
30 " "	1·171	Alkohol, absoluter	0·793
40 " "	1·234	Schwefeläther	0·715
50 " "	1·295	Valyl (C_8H_9)	0·694

Es mögen hier noch die Zahlenwerthe für das specifische Gewicht einiger Gase Platz finden, obgleich wir die Methoden, nach welchen es bestimmt wird, erst später besprechen können.

Specifisches Gewicht einiger Gase
(bei 0 Grad und 760^{mm} Barometerstand).

Sauerstoff	0·001432	Chlorwasserstoff (Salzsaures Gas)	0·00164
Atmosphärische Luft	0·001293	Stickoxydulgas	0·00197
Stickstoff	0·001267	Kohlensäure	0·00198
Chlor	0·003209		
Wasserstoff	0·0000894		

Der in 1 Liter Wasser enthaltene Sauerstoff nimmt einen Raum von 621 Litern (bei 0° und normalem Druck) ein.

Wenn man die Grössen P und p der Gleichung 1), Seite 11, in einem Maass-System ausdrückt, bei welchem, wie bei dem neueren französischen das Gewicht der Volumeneinheit Wasser zur Gewichtseinheit gewählt ist, so ist p gleich dem Volumen V des Körpers, dessen Gewicht wir mit P bezeichnet haben, es ist also

$$S = \frac{P}{V} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad 2)$$

d. h. man findet das specifische Gewicht eines Körpers, wenn man sein absolutes Gewicht durch sein Volumen dividirt, und daraus folgt weiter

$$V = \frac{P}{S} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad 3)$$

d. h. man findet das Volumen eines Körpers, wenn man das absolute Gewicht desselben durch sein specifisches Gewicht dividirt.

Es wiege z. B. ein Stück Marmor 3600 Gramm, so ist sein Volumen

$$V = \frac{3600}{2{\cdot}84} = 1268 \text{ Cubikcentimeter.}$$

Ferner ist

$$P = VS \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad 4)$$

d. h. man erhält das absolute Gewicht eines Körpers, wenn man sein Volumen mit seinem specifischen Gewicht multiplicirt.

Man findet häufig mit dem Namen Dichtigkeit dasselbe bezeichnet, wofür wir den Ausdruck „specifisches Gewicht" gebraucht haben. Man sollte, wie mir scheint, den Ausdruck „Dichtigkeit" in dieser Bedeutung vermeiden, nicht allein weil er eine Hypothese über die Natur der Atome involvirt, sondern auch, weil diese Hypothese entschieden falsch ist. Nach der obigen Tabelle ist das specifische Gewicht des Aluminiums 2·67, das des Silbers 10·47, also nahe 4mal so gross. Wenn man nun sagt, die Dichtigkeit des Silbers ist 4mal so gross als die des Aluminiums, so setzt dieser Ausdruck voraus, dass ein Atom Silber ebenso schwer sei, wie ein Atom Aluminium, dass aber in einem Stück Silber auf denselben Raum 4mal so viel Atome zusammengedrängt seien als in einem gleich grossen Stück Aluminium. Da dies nun nach dem gegenwärtigen Stand der Atomenlehre durchaus nicht der Fall ist, so kann der Ausdruck Dichtigkeit in der oben bezeichneten Bedeutung nur zu Missverständnissen Anlass geben, er ist deshalb besser ganz zu vermeiden.

12 **Theilbarkeit.** So weit unsere Erfahrung reicht, sind alle Körper theilbar, d. h. man kann sie in kleinere und immer kleinere Partikelchen zerlegen.

Alle Flüssigkeiten sind in so kleine Theilchen theilbar, dass sie weit jenseits der Gränze dessen liegen, was wir in unserem Tastsinn fühlen und mit unseren Augen sehen können, denn man sieht auf ihrer

Oberfläche keine Unebenheit, und wenn man die Hand in ihre Masse eintaucht, so kann das Gefühl die Theilchen nicht unterscheiden, wie wir etwa Sandkörnchen durch das Gefühl unterscheiden können.

Bei festen Körpern lässt sich die Theilbarkeit gleichfalls so weit verfolgen, bis die Theilchen nicht mehr sinnlich wahrnehmbar sind. Polirter Stahl, polirte Edelsteine haben Oberflächen, an welchen unsere Sinne keine Unebenheiten wahrnehmen können, und doch sind diese Flächen durch Polirmittel hervorgebracht, die ja aus lauter feinen Körnchen bestehen, und jedes Körnchen macht Ritzen in die Oberfläche, welche seiner Grösse proportional sind.

Eine nicht gar empfindliche Hand kann noch sehr wohl einen einfachen Faden von Wolle oder Seide fühlen; diese Fäden haben ungefähr folgende Dimensionen:

Gewöhnliche Wolle	$0{\cdot}05^{mm}$
Merino	$0{\cdot}02$
Seide	$0{\cdot}01$.

Diese so feinen Fäden sind jedoch noch sehr zusammengesetzte Körper; jeder hat seine besondere Structur, welche wir nur durch den Sinn des Gesichts wahrnehmen können, jeder ist noch aus Theilchen verschiedener Elemente zusammengesetzt, welche uns die Chemie zu trennen lehrt.

Viele Dinge, welche dem Sinne des Gefühls entgehen, sind noch durch das Auge wahrnehmbar. Man sieht auf dem Probirstein noch die Goldtheilchen, welche die empfindlichste Hand nicht mehr zu fühlen im Stande ist. Durch Loupen und Mikroskope aber ist der Gesichtssinn nicht nur ausnehmend geschärft, sondern auch die Möglichkeit gegeben, solche kleine Grössen genau zu messen.

Es ist bekannt, dass man in der Technik Fäden von Kupfer, Eisen und Silber anwendet, welche ebenso fein sind wie ein Haar; ja Wollaston hat Platindraht dargestellt, welcher nur $^1/_{1200}$ Millimeter dick war. Man müsste 140 solcher Drähte zusammenlegen, um nur die Dicke eines einzelnen Coconfadens zu erhalten, und obgleich das Platin der schwerste aller bekannten Stoffe ist, so würde ein solcher Draht von 1000 Meter Länge kaum 0·07 Gramm wiegen. Um einen solchen Draht zu erhalten, welcher wohl das Feinste sein möchte, was man darzustellen vermag, nahm Wollaston einen Platindraht, dessen Durchmesser $0{\cdot}25^{mm}$ betrug, befestigte ihn in der Axe einer cylindrischen Form von 5^{mm} Durchmesser, goss diese Form mit geschmolzenem Silber aus und erhielt so einen Cylinder von Silber, dessen Axe aus Platin bestand. Diesen Cylinder liess er nun durch einen Drahtzug gehen; beide Metalle verlängerten sich dabei gleichmässig. Nachdem nun der zusammengesetzte Faden bis zur äusserst möglichen Feinheit ausgezogen worden war, kochte er ihn in Salpetersäure, welche das Silber auflöst und den freien Kern vom Platin blosslegt.

Mit Hülfe des Mikroskops erkannte man, dass das Blut nicht, wie es auf den ersten Anblick scheint, eine gleichförmige Flüssigkeit ist, sondern dass es aus einer Menge kleiner Kügelchen besteht, welche in einer Flüssigkeit schwimmen, die man Serum nennt. Ihre Grösse schwankt, je nach den verschiedenen Thiergattungen, zwischen 0·01 und 0·04 Millimeter.

Endlich giebt es Thierchen, welche nicht grösser sind als diese Blutkügelchen, und obgleich wir hier an der Gränze der sinnlichen Wahrnehmung stehen, so können wir doch noch schliessen, dass sie wohl organisirte Körper sind, weil sie Leben und Bewegung haben; sie müssen Gelenke und Glieder haben, welche ihre Bewegung möglich machen, im Innern ihres Körpers müssen Organe zur Ernährung und Canäle vorhanden sein, in denen sich die Säfte bewegen.

Wie weit aber geht diese Theilbarkeit? Kommen wir bei fortgesetzter Verkleinerung wohl zu Theilchen, die noch sinnlich wahrnehmbar, aber doch nicht weiter theilbar sind? So weit unsere Erfahrung reicht, geht die Theilbarkeit stets über die Gränzen der sinnlichen Wahrnehmung hinaus. Als Beispiele ausserordentlicher Theilbarkeit führt man gewöhnlich den Moschus an, welcher Jahre lang ein ganzes Zimmer mit einem intensiven Geruche erfüllen kann, ohne merklich an Gewicht abzunehmen.

Am besten beweisen uns alle chemisch zusammengesetzten Körper, dass die Theilbarkeit über die Gränzen der sinnlichen Wahrnehmung hinausgeht. Der Zinnober z. B. ist aus Quecksilber und Schwefel zusammengesetzt, und man kann ihn leicht in diese beiden Bestandtheile zerlegen; man ist aber nicht im Stande, die kleinen Theilchen von Schwefel und Quecksilber einzeln für sich zu unterscheiden; selbst durch das beste Mikroskop betrachtet, erscheint der Zinnober doch immer noch als eine vollkommen homogene (gleichartige) Masse.

Obgleich nun die Theilbarkeit weit über die Gränzen der sinnlichen Unterscheidung hinausgeht, so können wir uns doch nicht wohl vorstellen, dass sie über alle Gränzen hinausgeht. Vielmehr führt uns die Betrachtung der physikalischen sowohl wie auch namentlich der chemischen Erscheinungen zu der Annahme, dass die Körper aus kleinen nicht weiter veränderlichen und untheilbaren Urtheilchen zusammengesetzt sind, welche man Atome nennt.

Diese Grundansicht von der Constitution der Körper, ohne welche man sich weder von den verschiedenen Aggregatzuständen, unter welchen uns derselbe Körper erscheinen kann (z. B. Eis, Wasser, Dampf), noch von dem Wesen chemischer Verbindungen eine klare Vorstellung machen kann, ist unter dem Namen der atomistischen Theorie jetzt von allen Physikern und Chemikern angenommen.

13 **Veränderlichkeit des Volumens.** Eine weitere allgemeine Eigenschaft ist die Veränderlichkeit des Volumens. Ein und derselbe

Körper nimmt nicht immer genau denselben Raum ein; er kann durch Druck und Erkaltung verkleinert, durch Spannung und Erwärmung vergrössert werden.

Die Luft dehnt sich durch Erwärmung sehr stark aus, wie sich mittelst des Apparates Fig. 5 leicht zeigen lässt. In den Kork, welcher das zum Theil mit dunkel gefärbtem Wasser gefüllte Glasgefäss *A* schliesst, ist eine im Lichten 1 bis $1^1/_2$ Millimeter weite Glasröhre eingesteckt, welche unten in das Wasser eintaucht, oben aber mit dem ringsum verschlossenen Glasgefäss *B* endigt. — Wenn man *B* mit der warmen Hand berührt, so dehnt sich die eingeschlossene Luft aus und entweicht zum Theil in Form von Luftblasen durch das Wasser. Lässt man nun das Gefäss *B* wieder bis zur Temperatur der Umgebung erkalten, so steigt die Flüssigkeit im Rohr bis zu einer bestimmten

Fig. 5.

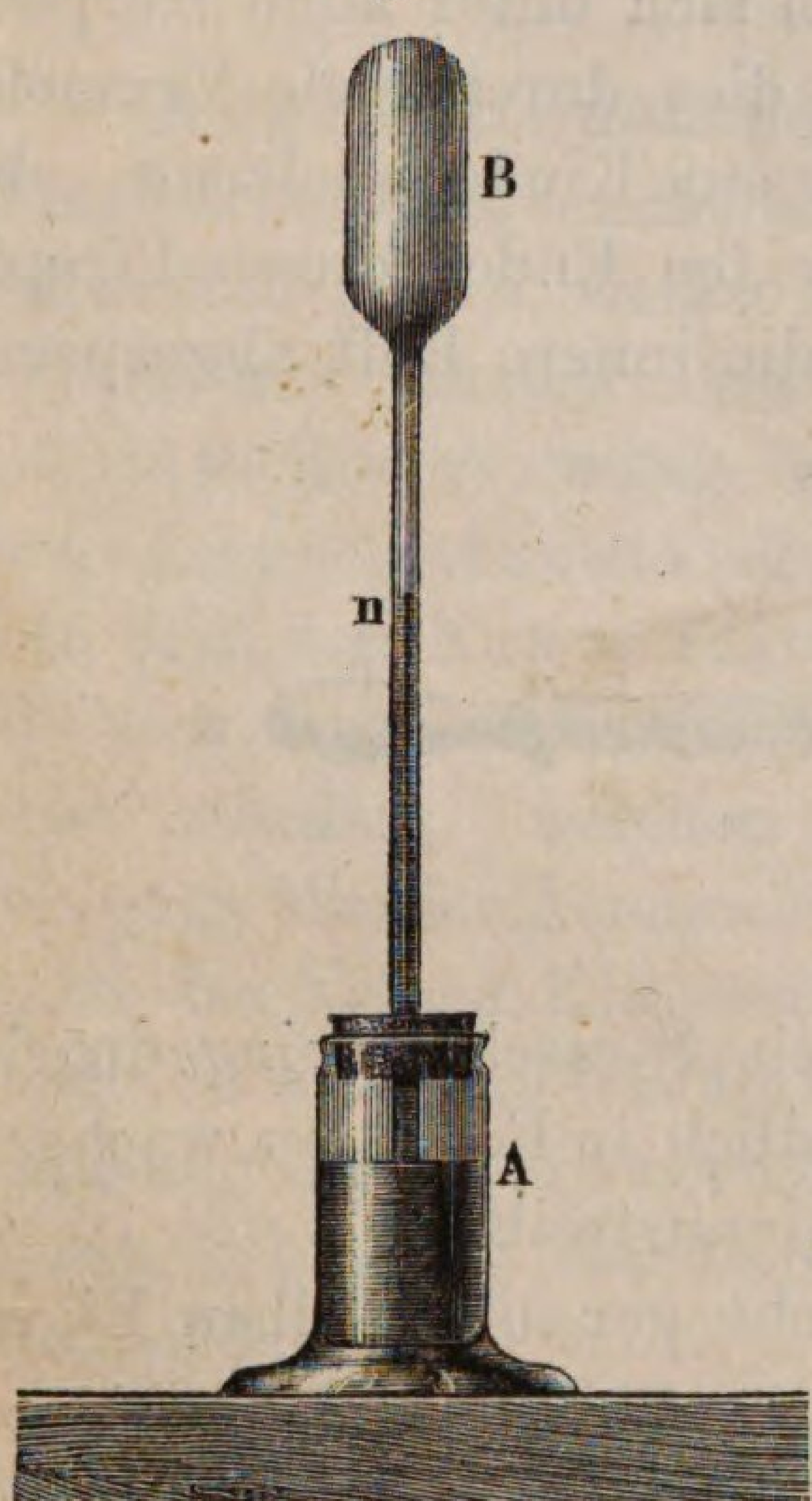
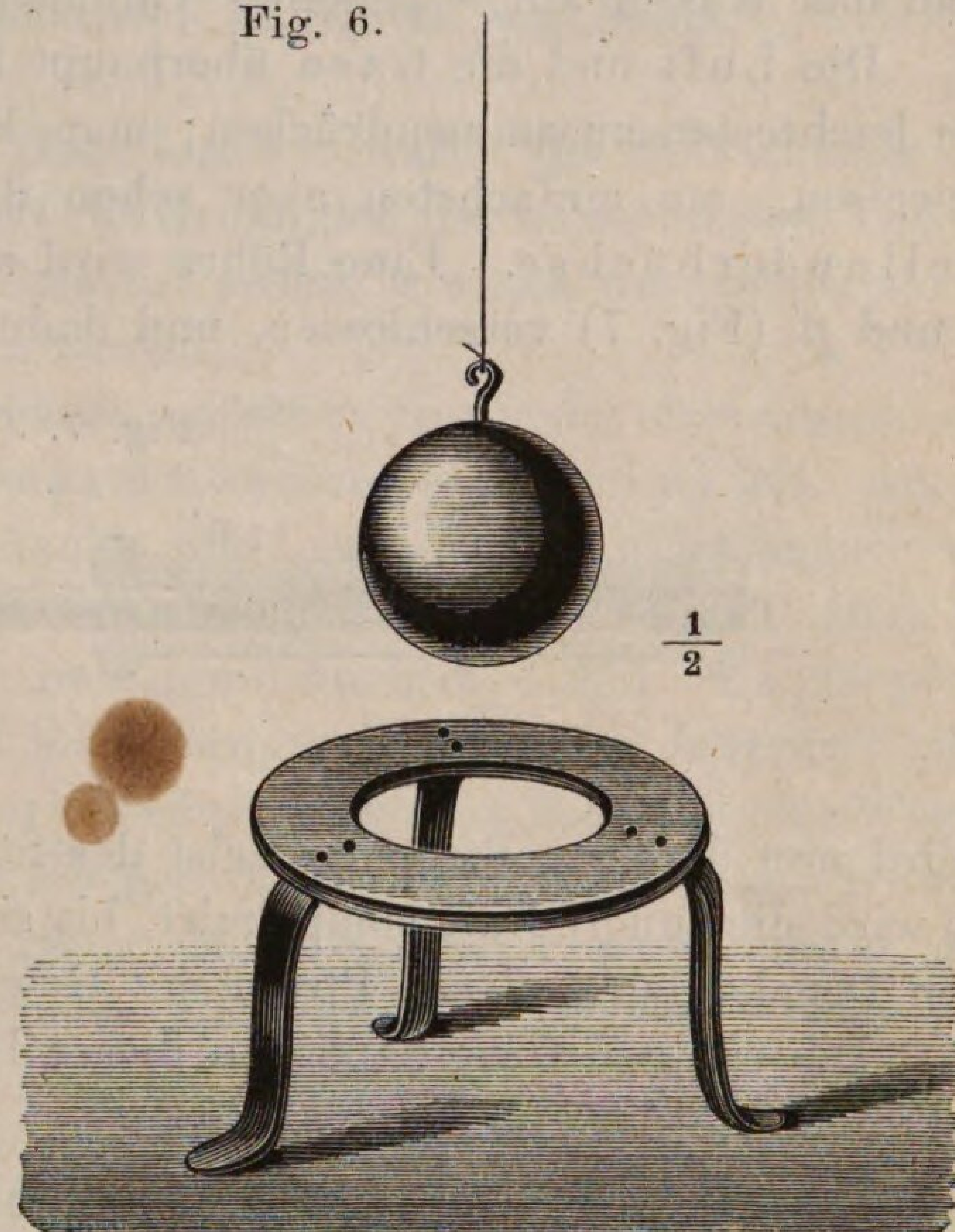


Fig. 6.



Höhe, etwa bis *n*. An dem so vorgerichteten Apparat wird nun die geringste Erwärmung ein Niederdrücken, jede fernere Erkaltung aber ein Steigen der Flüssigkeitssäule in der Röhre bewirken.

Die Ausdehnung der Flüssigkeiten durch die Wärme lässt sich an dem gewöhnlichen Thermometer zeigen.

Dass auch feste Körper durch Erwärmung ausgedehnt werden, lässt sich durch folgenden von S'Gravesande herrührenden Versuch anschaulich machen:

Eine Metallkugel, an einem Metalldraht hängend, passt kalt ganz genau in den Metallring Fig. 6, so dass sie eben hindurchgeht, was nicht mehr der Fall ist, wenn man sie über einer Spiritusflamme stark erwärmt hat.

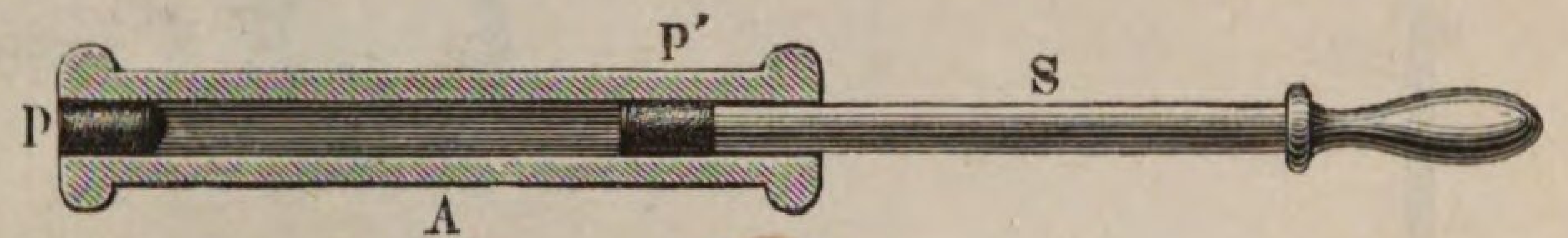
Die Gesetze der Ausdehnbarkeit werden wir in der Lehre von der Wärme näher kennen lernen.

So wie die Körper nicht gleiche Ausdehnbarkeit besitzen, so sind sie auch nicht gleich zusammendrückbar.

Münzen und Medaillen erhalten ihr Gepräge durch einen heftigen Stoss des Stempels. Die Gewalt des Stosses ist so gross, dass sich die Buchstaben und das Bild des Stempels dem Metall aufprägen, wie man weichem Wachs durch den Druck der Hand beliebige Formen aufdrücken kann. Was aber hier das Wichtigste ist, das Volumen des gemünzten Stückes ist kleiner als es vorher war. Flüssigkeiten sind im Allgemeinen weit weniger compressibel als feste Körper. Wenn man Wasser in einen Kanonenlauf einschliesst, dessen Wände 3 Zoll dick sind, so wird bei Ausübung eines starken Druckes das Metall eher bersten, als man das Wasser auf $^{19}/_{20}$ seines Volumens zusammenpresst.

Die Luft und die Gase überhaupt lassen sich unter allen Körpern am leichtesten zusammendrücken; man kann dies durch viele Versuche beweisen, am einfachsten aber schon durch ein Kinderspielzeug, die Hollunderbüchse. Eine Röhre wird an beiden Enden durch Pfropfe p und p' (Fig. 7) verschlossen, und dadurch die innere Luft abgesperrt.

Fig. 7.



Wird nun der eine Pfropf mittelst des Stempels S rasch hineingedrückt, so wird die innere Luft comprimirt, bis sie endlich in Folge des wachsenden Drucks den anderen Pfropf mit Gewalt hinaustreibt.

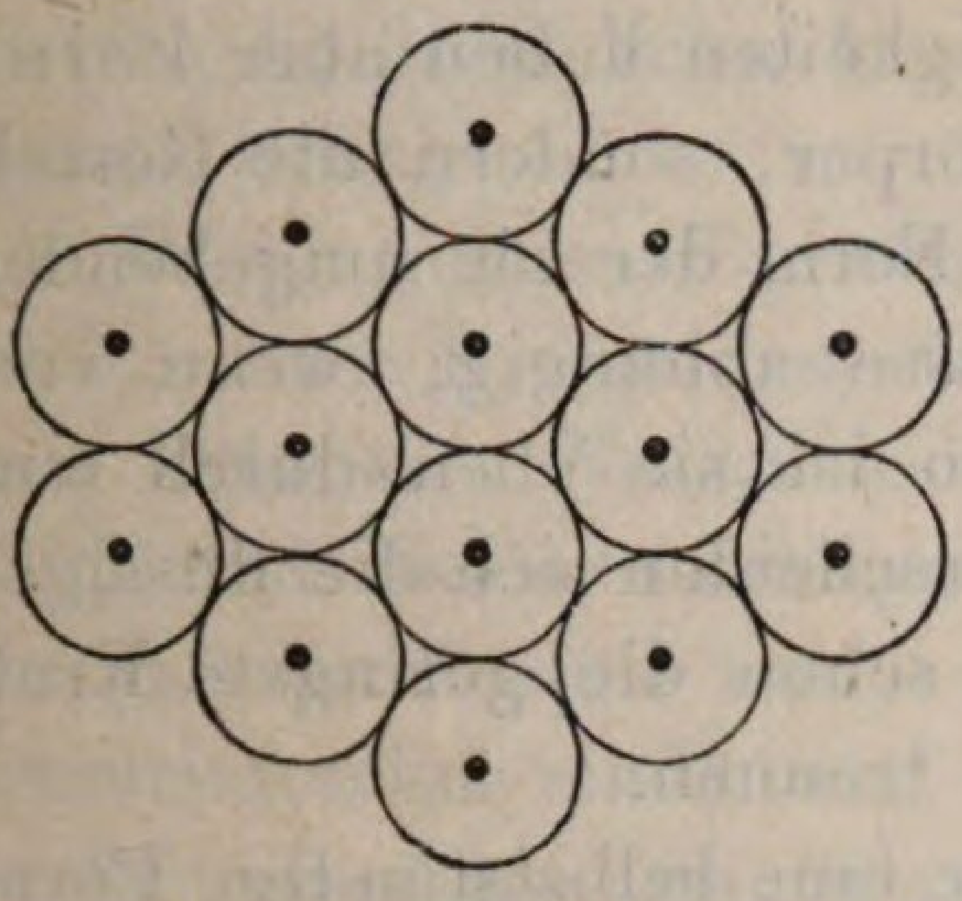
Die übrigen Gase haben in dieser Hinsicht genau dieselben Eigenschaften wie die atmosphärische Luft.

Die Ausdehnbarkeit und Zusammendrückbarkeit gehören also zu den allgemeinen Eigenschaften der Körper. Nimmt man aber nun an, dass die Atome ein für alle mal unveränderlich sind, so lässt sich die eben besprochene Veränderlichkeit des Volumens nur durch die Annahme erklären, dass die Atome nicht in unmittelbarer Berührung stehen, sondern dass sie durch Zwischenräume getrennt sind, durch deren Vergrösserung oder Verkleinerung das Volumen der Körper zu- oder abnimmt.

Aus Gründen, welche erst weiter unten entwickelt werden können, darf man aber nicht annehmen, dass die Zwischenräume zwischen den Körperatomen absolut leer seien, man ist vielmehr zu der Annahme genöthigt, dass es ausser den eigentlichen Körperatomen noch einen, später ausführlicher zu besprechenden, alle Himmelsräume und die Zwischenräume zwischen den Körperatomen ausfüllenden, imponderabeln Stoff

gebe, welchen man den Aether genannt hat. Jedes Körperatom hat man sich demnach also gleichsam als mit einer Aetheratmosphäre umhüllt zu denken, wie dies durch Fig. 8 anschaulich gemacht werden soll, in welcher die schwarzen Punkte die Körperatome, die um sie gezogenen Kreise aber die Aetherhüllen repräsentiren. Redtenbacher nennt ein mit seiner Aetherhülle umgebenes Körperatom eine Dynamide; wir wollen dafür nach Hofmann den Namen Molekül gebrauchen, während man gewöhnlich mit diesem Worte überhaupt nur kleine Körpertheilchen, Massentheilchen, bezeichnet, ohne damit einen scharf definirten Begriff zu verbinden.

Fig. 8.



Aggregatzustände. Nachdem wir durch die Betrachtung der Theilbarkeit und Ausdehnbarkeit die Grundidee der atomistischen Theorie entwickelt haben, wollen wir zunächst sehen, wie sich die verschiedenen Körper aus Atomen construiren lassen. 14

Alle Körper, welche wir kennen, gehören einem der drei verschiedenen Aggregatzustände (Zusammenhangs-Formen) an, welche wir mit den Namen fest, flüssig und gasförmig bezeichnen, und die sich am besten am Wasser anschaulich machen lassen. Derselbe Stoff nämlich, welchen wir im gewöhnlichen Leben als tropfbar flüssiges Wasser kennen, wird bei niedriger Temperatur fest und führt dann den Namen Eis, bei höherer Temperatur aber lässt sich das Wasser leicht in einen luftförmigen Körper verwandeln, welchen wir Dampf nennen. Durch Erwärmung kann das Eis wieder geschmolzen und durch Erkaltung der Dampf wieder zu tropfbar flüssigem Wasser verdichtet werden.

Einem dieser drei Zustände, welche wir soeben beim Wasser kennen lernten, gehört nun jeder Körper an; er ist entweder fest, flüssig oder gasförmig. Die meisten Körper lassen sich aber auch wie das Wasser durch Temperaturveränderungen aus einem Zustande in den anderen überführen.

Die festen Körper haben, die geringen Veränderungen abgerechnet, welche durch Wärme und Druck hervorgebracht werden, ein unveränderliches Volumen und eine selbstständige Gestalt; es gehört auch eine mehr oder weniger bedeutende Kraft dazu, um einen festen Körper zu zertheilen. Es ist z. B. unmöglich, ein Stück Eisen auf die Hälfte, auf den dritten Theil seines Volumens zusammenzupressen, oder zu machen, dass es den doppelten, dreifachen Raum einnimmt; nur mit grosser Gewalt sind wir im Stande, seine Gestalt zu ändern oder es zu theilen.

Die Flüssigkeiten haben in demselben Sinne wie die festen Körper ein unveränderliches Volumen, d. h. wenn wir sie durch einen starken

Druck auch ein klein wenig zusammendrücken können, wenn sie sich auch durch Erwärmung etwas ausdehnen, so sind diese Volumenveränderungen doch immer nur sehr unbedeutend; wir können das Wasser, welches eine Literflasche ausfüllt, nicht in eine Halbliterflasche hineinpressen, und wenn wir es in eine Zweiliterflasche hineingiessen, so füllt es diese nur zur Hälfte aus. Die Flüssigkeiten haben aber keine selbstständige Gestalt, wie die festen Körper, sondern die Gestalt des Raumes, den sie einnehmen, ist von der Form der sie umgebenden festen Körper, also von der Form der Gefässe abhängig; wenn eine Flüssigkeit ein Gefäss nicht ganz ausfüllt, so ist sie oben durch eine horizontale Oberfläche begränzt. Endlich unterscheiden sich die flüssigen Körper von den festen noch dadurch, dass schon die geringste Kraft hinreicht, um ihre Theilchen von einander zu trennen.

Die gasförmigen Körper haben weder eine selbstständige Form, noch ein bestimmtes Volumen; der Raum, den sie einnehmen, hängt nur von dem äusseren Drucke ab. Man kann eine Luftmasse leicht auf $^1/_2$, $^1/_4$. . . $^1/_{10}$ ihres Volumens zusammenpressen; und umgekehrt, wenn man sie in einen 2, 4 . . . 10mal grösseren leeren Raum bringt, so füllt sie auch diesen vollständig aus, wie wir später noch ausführlicher sehen werden; Gase haben also ein Bestreben, sich so viel wie möglich auszudehnen. Die leichte Theilbarkeit haben die Gase mit den Flüssigkeiten gemein.

Diese Unterschiede können nach unserer Ansicht von der Constitution der Körper nur darauf beruhen, dass bei den festen Körpern die Moleküle nicht allein in einer bestimmten Entfernung, sondern auch in einer bestimmten gegenseitigen Lage bleiben, während die Moleküle der Flüssigkeiten zwar auch in einer bestimmten Entfernung bleiben, aber doch sehr leicht sich an einander verschieben lassen; bei den gasförmigen Körpern endlich finden wir ein Bestreben der Atome, sich möglichst weit von einander zu entfernen.

15 **Verschiedenheit der Atome.** Vergleichen wir verschiedene Körper, so gewahren wir alsbald Unterschiede, welche sich nicht auf eine verschiedene Anordnung der Theilchen zurückführen lassen. So sind z. B. der Schwefel und das Blei feste Körper, aber feste Körper, welche mit sehr verschiedenen Eigenschaften begabt sind. Man mag den Schwefel behandeln wie man will, man kann ihn nie in Blei, und umgekehrt kann man das Blei durch keinerlei Operationen in Schwefel umwandeln; wir sehen uns daher zu der Annahme genöthigt, dass die Atome, aus welchen das Bleistück besteht, von denen des Schwefels wesentlich verschieden sind.

Wasser, Quecksilber, Kohlensäure, Schwefel, Zink u. s. w. kennen wir in allen drei Aggregatzuständen, aber die Eigenschaften eines jeden der genannten Körper sind bei gleichem Aggregatzustande doch wesentlich verschieden von denen aller übrigen.

Dies führt auf die Annahme, dass es verschiedenartige Körperatome geben müsse. Die Atome des Schwefels sind anderer Art als die des Bleies, der Kohle u. s. w.

Die meisten Körper sind nicht aus gleichartigen, sondern aus verschiedenartigen Atomen zusammengesetzt, obgleich das äussere Ansehen keine Ungleichartigkeit der kleinsten Partikelchen erkennen lässt.

Durch gewisse Operationen, welche die Chemie näher kennen lehrt, kann man z. B. aus dem Zinnober Schwefel und Quecksilber abscheiden, man kann das Wasser in Sauerstoff und Wasserstoff, das Kochsalz in Chlor und Natrium zerlegen.

Solche Körper nun, welche aus Atomen verschiedener Natur zusammengesetzt sind, und welche sich in verschiedene Stoffe zerlegen lassen, nennt man chemisch zusammengesetzte Körper, im Gegensatz zu denen, welche sich nicht in verschiedenartige Bestandtheile zerlegen lassen, und welche man deshalb einfache Körper, Grundstoffe oder Elemente nennt.

Solcher Stoffe, welche man bis jetzt wenigstens nicht weiter in verschiedenartige Bestandtheile zerlegen kann, zählt man jetzt 65. Die wichtigsten und bekanntesten dieser Elemente sind:

Sauerstoff,	Antimon,	Nickel,
Schwefel,	Silicium,	Eisen,
Stickstoff,	Gold,	Zink,
Chlor,	Platin,	Wasserstoff,
Jod,	Silber,	Mangan,
Brom,	Quecksilber,	Aluminium,
Phosphor,	Kupfer,	Magnesium,
Arsen,	Wismuth,	Calcium,
Kohlenstoff,	Zinn,	Barium,
Chrom,	Blei,	Natrium,
Molydbän,	Kobalt,	Kalium.

Die nähere Betrachtung dieser Elemente, die Art und Weise, wie sie sich unter einander zu verschiedenen zusammengesetzten Körpern verbinden, die Mittel, welche man anzuwenden hat, um chemisch zusammengesetzte Körper in ihre Bestandtheile zu zerlegen, gehört der Chemie an; dessen ungeachtet müssen wir auch hier die Grundgesetze der chemischen Verbindungen wenigstens kurz besprechen, weil sie mit einer Reihe von physikalischen Gesetzen in der innigsten Beziehung stehen.

Chemische Aequivalente. Wenn zwei einfache Stoffe eine 16
chemische Verbindung mit einander eingehen, so entsteht ein neuer Körper, welcher ganz andere Eigenschaften besitzt als jeder der Bestandtheile, und sich wesentlich von einem Gemenge derselben unterscheidet. Wenn man fein vertheilten Schwefel noch so lange mit Kohlenpulver

zusammenreibt, so erhält man doch nur ein Gemenge, in welchem man mit Hülfe des Mikroskops immer noch die einzelnen Schwefel- und Kohlentheilchen unterscheiden kann.

Ein ganz anderes Resultat erhält man, wenn Schwefeldämpfe über Kohlen geleitet werden, welche in einem eisernen Rohre glühend gemacht sind. Durch Verdichtung der aus dem Rohre austretenden Dämpfe erhält man eine wasserhelle, knoblauchartig riechende Flüssigkeit, den Schwefelkohlenstoff, die chemische Verbindung von Schwefel und Kohlenstoff, welche wesentlich verschieden von ihren Bestandtheilen ist und in welcher sich in keinerlei Weise die Partikelchen des Schwefels von denen der Kohle unterscheiden lassen.

Die chemische Verbindung des Schwefels und des Quecksilbers ist der durch seine schöne rothe Farbe bekannte Zinnober.

Unser gewöhnliches Kochsalz ist eine Verbindung des gasförmigen Chlors mit einem metallischen Körper, welcher Natrium genannt wird. Das Chlornatrium, ein in Wasser lösliches Salz, ist aber in allen seinen Eigenschaften wesentlich vom Chlor sowohl wie auch vom Natrium verschieden.

Während man verschiedene einfache Stoffe in den verschiedensten Verhältnissen zusammenmengen kann, so treten sie doch nur in bestimmten Verhältnissen zu chemischen Verbindungen zusammen. Der Zinnober enthält z. B. auf 16 Gewichtstheile Schwefel stets 100 Gewichtstheile Quecksilber. Schmilzt man Schwefel und Quecksilber in anderen Verhältnissen zusammen, so bleibt ausser dem gebildeten Zinnober noch ein Ueberschuss von Schwefel oder Quecksilber übrig, welcher nicht in die Verbindung eingeht, je nachdem man von dem einen oder anderen dieser Stoffe zuviel genommen hat.

Es ist nun höchst wichtig, genau die Gewichtsverhältnisse zu kennen, in welchen die einfachen Stoffe zu chemischen Verbindungen zusammentreten. Die Untersuchungen der Chemiker haben in dieser Beziehung zu folgenden Hauptresultaten geführt.

Es verbinden sich 8 Gewichtstheile Sauerstoff (O) mit

16	Gew.-Thln.	Schwefel . . .	S	103·5	Gew.-Thln.	Blei	Pb
14	„	Stickstoff . . .	N	28	„	Eisen	Fe
35·5	„	Chlor	Cl	32·6	„	Zink	Zn
31	„	Phosphor . . .	P	1	„	Wasserstoff .	H
14	„	Silicium . . .	Si	27·5	„	Mangan . . .	Mn
6	„	Kohlenstoff . .	C	13·7	„	Aluminium .	Al
108	„	Silber	Ag	20	„	Calcium . . .	Ca
100	„	Quecksilber . .	Hg	23	„	Natrium . . .	Na
31·7	„	Kupfer	Cu	39·1	„	Kalium . . .	K

Die oben mitgetheilten Zahlen geben aber nicht allein an, in welchen Verhältnissen sich die genannten Körper mit Sauerstoff, sondern auch, in welchen Verhältnissen sie sich unter einander verbinden. So verbinden

sich 16 Gew.-Thle. Schwefel mit 100 Gew.-Thln. Quecksilber zu Schwefelquecksilber (Zinnober), und 16 Gew.-Thle. Schwefel mit 1 Gew.-Thl. Wasserstoff zu Schwefelwasserstoffgas. Ferner vereinigen sich 35·5 Gew.-Thle. Chlor mit 31·7 Gew.-Thln. Kupfer zu Chlorkupfer, mit 32·6 Gew.-Thln. Zink zu Chlorzink, mit 23 Gew.-Thln. Natrium zu Chlornatrium etc.

Diese Zahlen, welche also zunächst angeben, in welchen Gewichtsverhältnissen je zwei einfache Stoffe zu chemischen Verbindungen zusammentreten können, werden chemische Aequivalente genannt und durch die in obiger Tabelle beigefügten Buchstaben bezeichnet. So bezeichnet H ein Aequivalent Wasserstoff, Cl ein Aequivalent Chlor, Hg ein Aequivalent Quecksilber u. s. w.

Ein zusammengesetzter Körper wird durch die Zusammenstellung der Zeichen seiner Bestandtheile bezeichnet; so ist z. B. HO das Zeichen des Wassers, d. h. der Verbindung von 1 Aeq. Wasserstoff mit 1 Aeq. Sauerstoff; Hg S ist das chemische Zeichen für Zinnober, Zn Cl das für Chlorzink u. s. w. Das Aequivalent eines zusammengesetzten Körpers ist stets die Summe der Aequivalente seiner Bestandtheile; so ist z. B. das Aequivalent für

Kali	KO = 47·1	Zinkoxyd . . .	ZnO = 40·6
Natron	NaO = 31·1	Schwefelzink .	ZnS = 48·6 u. s. w.

Es kommt häufig vor, dass zwei einfache Stoffe sich in mehreren bestimmten Verhältnissen verbinden, alsdann aber sind die Mischungsgewichte der in solchen Verbindungen enthaltenen Bestandtheile einfache Multipla der einfachen Aequivalente. So verbinden sich z. B. 16 Gew.-Thle. Schwefel mit 16 Gew.-Thln. Sauerstoff zu schwefliger Säure und mit 24 Gew.-Thln. Sauerstoff zu Schwefelsäure.

Die schweflige Säure besteht also aus 1 Aeq. Schwefel und 2 Aeq. Sauerstoff, die Schwefelsäure aus 1 Aeq. Schwefel und 3 Aeq. Sauerstoff. Es ist demnach das chemische Zeichen für schweflige Säure SO_2, für Schwefelsäure SO_3, indem man mit O_2 und O_3 zwei und drei Aequivalente Sauerstoff bezeichnet. Das chemische Aequivalent der schwefligen Säure ist 32, das der Schwefelsäure 40.

Ebenso giebt es mehrere Verbindungen von Kohlenstoff und Sauerstoff, nämlich

Kohlenoxydgas	$CO = 14$
Kohlensäure	$CO_2 = 22$;

ferner giebt es mehrere Verbindungen von Stickstoff und Sauerstoff, nämlich

Stickstoffoxydul	$NO = 22$
Stickstoffoxyd	$NO_2 = 30$
Salpetrige Säure . . .	$NO_3 = 38$
Untersalpetersäure . . .	$NO_4 = 46$
Salpetersäure	$NO_5 = 54$.

In der Salpetersäure sind also auf jedes Aequivalent Stickstoff 5 Aeq. Sauerstoff enthalten, oder mit anderen Worten, die Salpetersäure besteht aus 14 Gew.-Thln. Stickstoff und 40 Gew.-Thln. Sauerstoff.

Der oben erwähnte Schwefelkohlenstoff ist CS_2, also eine Verbindung, welche auf 6 Gew.-Thle. Kohlenstoff 32 Gew.-Thle. Schwefel enthält.

Die meisten Verbindungen des Sauerstoffs mit den nicht metallischen Elementen sind Säuren; die Verbindungen des Sauerstoffs mit Metallen werden dagegen Oxyde genannt; sie gehören meist einer Classe von Verbindungen an, welche die Chemiker Basen nennen, deren Eigenschaften aber hier nicht weiter besprochen werden können.

Die binären, d. h. die aus zwei Elementen zusammengesetzten Körper gehen unter einander weitere Verbindungen ein; so verbinden sich z. B. die Säuren und Basen zu Salzen, und auch diese Verbindungen stehen unter dem Gesetz der Aequivalente. Das chemische Aequivalent jedes zusammengesetzten Körpers ist stets die Summe der Aequivalente seiner Bestandtheile.

So ist z. B.

Salpetersaures Kali . .	$NO_5 + KO$	$= 101{\cdot}1$
Salpetersaures Natron .	$NO_5 + NaO$	$= 85{\cdot}1$
Salpetersaures Zinkoxyd	$NO_5 + ZnO$	$= 94{\cdot}6$.

Statt die chemische Formel für Säure und Basis durch + zu verbinden, setzt man auch ein Komma zwischen beide, es ist also $NO_5 + KO = NO_5, KO$. Demnach ist

Schwefelsaures Natron	SO_3, NaO	$= 71{\cdot}1$
Kohlensaures Natron	CO_2, NaO	$= 53{\cdot}1$.

Das schwefelsaure Natron verbindet sich mit 10 Aeq. Wasser zu krystallisirtem Glaubersalz; es ist also

$$\text{Glaubersalz} = SO_3, NaO + 10\,HO = 71{\cdot}1 + 90 = 161{\cdot}1.$$

In 161 Gew.-Thln. Glaubersalz sind also auf 112 Gew.-Thle. (14 Aeq.) Sauerstoff, 10 Gew.-Thle. (10 Aeq.) Wasserstoff, 16 Gew.-Thle. (1 Aeq.) Schwefel und 23 Gew.-Thle. (1 Aeq.) Natrium enthalten.

Diese Beispiele mögen genügen, um das Gesetz der chemischen Aequivalente zu erläutern.

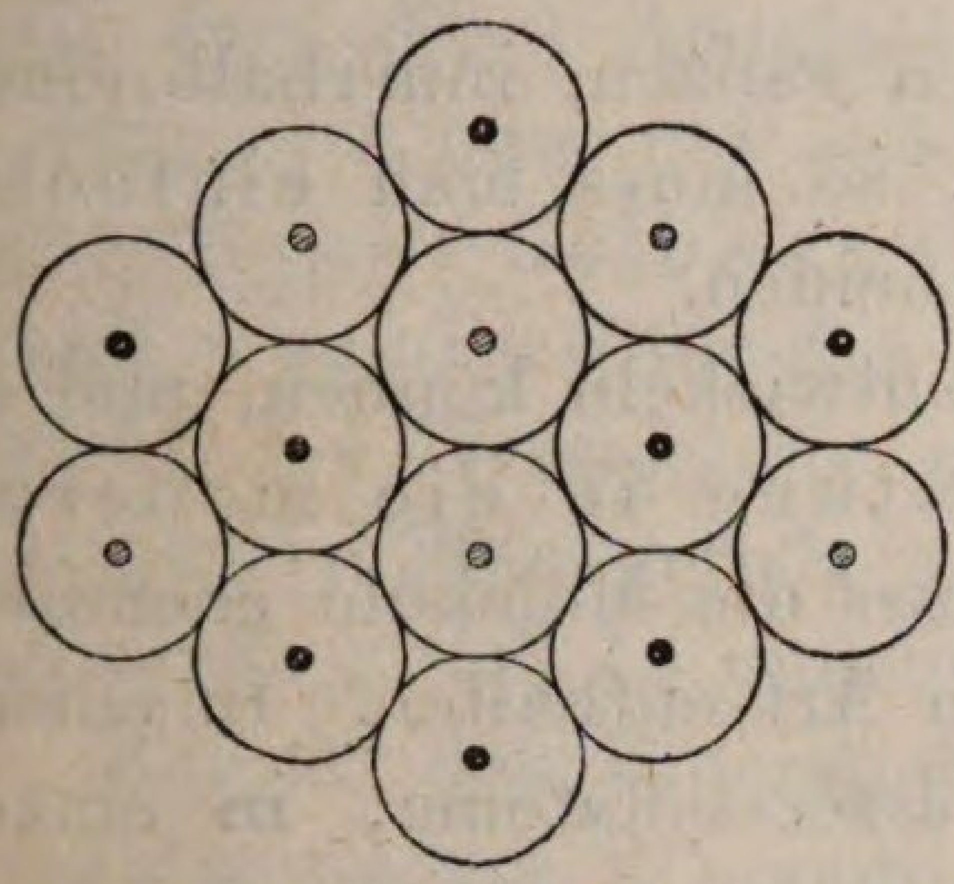
Es ist klar, dass es bei Feststellung der chemischen Aequivalente nur auf das Verhältniss, nicht auf den absoluten Zahlenwerth derselben ankommt; der absolute Zahlenwerth ändert sich nämlich, wenn man eine andere Einheit zu Grunde legt. Setzt man das Aequivalent des Sauerstoffs gleich 100, so ist:

$H = 12{\cdot}5$	$Cl = 443$
$N = 175$	$Zn = 407$
$S = 200$	$K = 489$ u. s. w.

Atomgewichte. Unsere nächste Aufgabe ist es nun, zu unter- 17
suchen, wie die im vorigen Paragraphen besprochene Thatsache der chemischen Aequivalente durch die atomistische Theorie zu erklären ist.

Wenn die ponderabeln Atome zweier Grundstoffe mit ihren Aetherhüllen in der Weise zusammentreten, dass jedes derselben seine Aetherhülle völlig unverändert beibehält, wie dies durch Figur 9 veranschaulicht werden soll (in welcher die schwarzen Kerne die Körperatome des einen, die schraffirten aber die des anderen Grundstoffes bezeichnen sollen), so ist kein Grund vorhanden, warum die Verbindung nur nach bestimmten Verhältnissen stattfinden sollte, denn es könnte jedes Molekül des einen Stoffes durch ein Molekül des andern ersetzt werden. Ein Zusammentreten verschiedenartiger Atome in der durch Fig. 9 repräsentirten Weise kann also nur ein mechanisches Gemenge zweier Grundstoffe, aber keineswegs ihre chemische Verbindung darstellen.

Fig. 9.



Eine innigere Verbindung der Atome heterogener Stoffe, eine Verbindung nach bestimmten Verhältnissen lässt sich nur durch die Annahme erklären, dass die ponderabeln Atome innerhalb einer und derselben Aetherhülle zusammentreten, wie dies durch die Figuren 10 bis 12 anschaulich gemacht werden soll, welche verschiedene chemische Verbindungen zweier Grundstoffe darstellen.

Fig. 10.

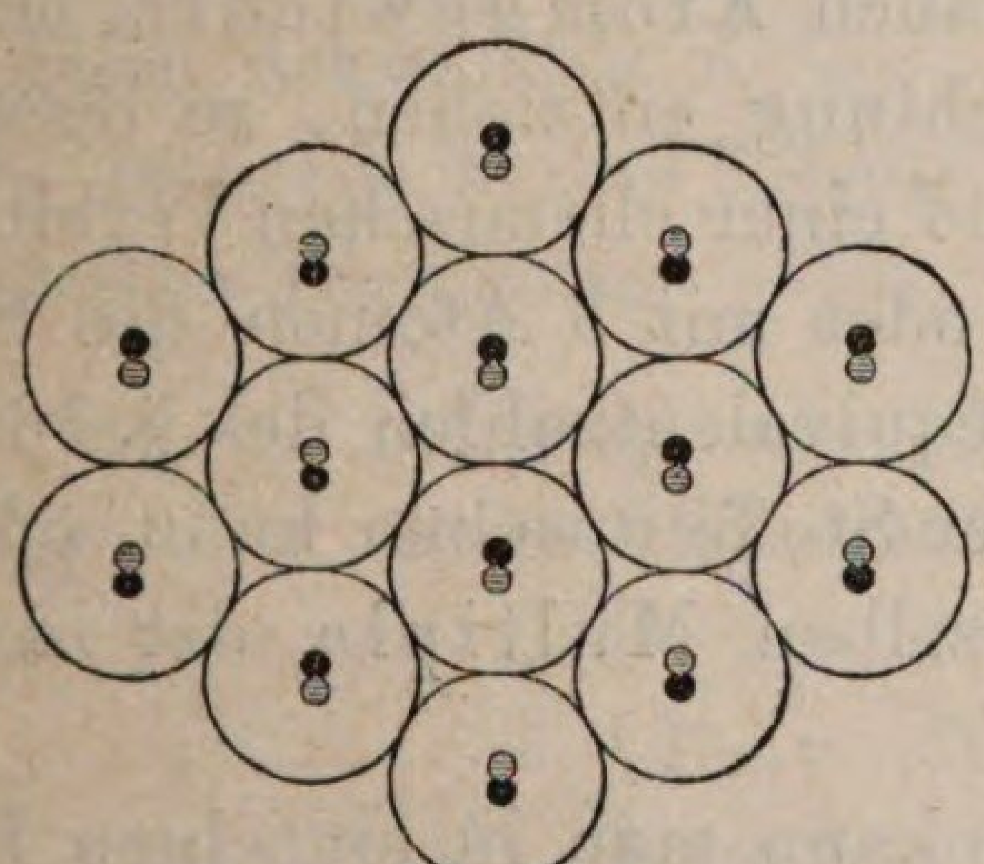


Fig. 11.

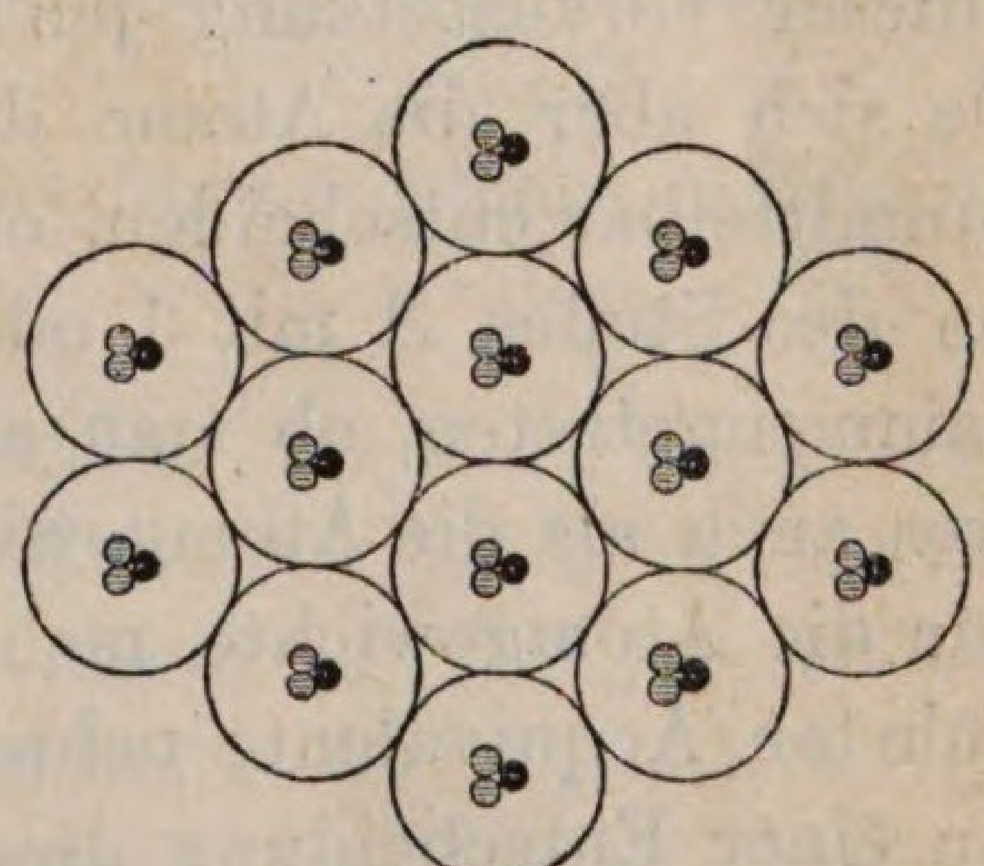
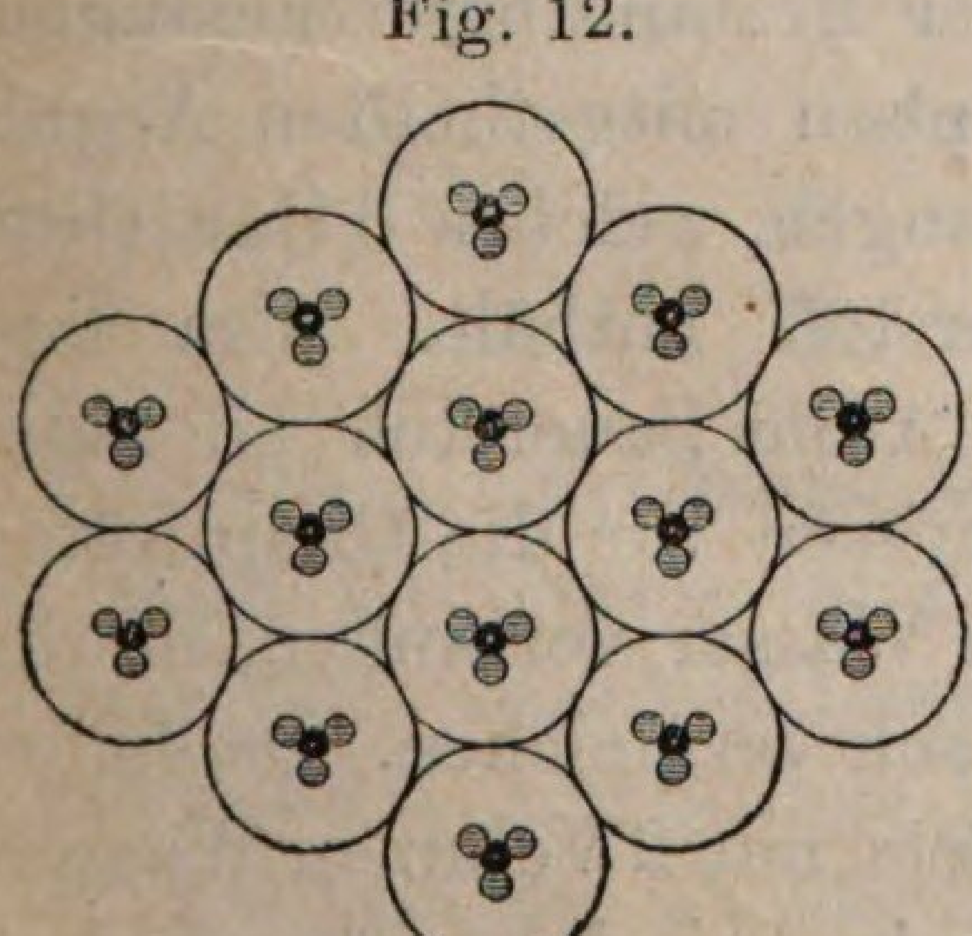


Fig. 12.



Hier ist also der Kern einer Dynamide nicht mehr ein einzelnes Körperatom, sondern er ist zusammengesetzt aus 1 Atom des einen und 1 Atom des andern Stoffs, wie in Fig. 10, oder aus 1 Atom des einen und 2 Atomen des andern Stoffs, wie in Fig. 11, oder ferner aus 1 Atom des einen und 3 Atomen des andern, wie in Fig. 12. Es könnte Fig. 10 etwa

die unterschweflige Säure, Fig. 11 die schweflige Säure und Fig. 12 die Schwefelsäure repräsentiren.

Aus der Annahme, dass bei chemischen Verbindungen immer eine bestimmte Anzahl heterogener ponderabeler Atome in derselben Aetherhülle zusammentreten, erklärt sich also vollkommen, dass solche Verbindungen immer nur in bestimmten Verhältnissen vor sich gehen können, es erklärt sich daraus ferner, wie es kommt, dass die Eigenschaften einer chemischen Verbindung zweier Grundstoffe so ganz verschieden sind von denen der componirenden Bestandtheile.

Wenn man mit dem Namen Molekül den ganzen, innerhalb einer Aetherhülle befindlichen Complex bezeichnet, so muss man einfache und zusammengesetzte Moleküle unterscheiden.

Aus Gründen, die wir hier nicht näher entwickeln können, und in Betreff deren wir auf Hofmann's „Einleitung in die moderne Chemie" verweisen, muss man annehmen, dass die Moleküle chemisch einfacher Gase jeweils zwei Atome derselben Art enthalten. In einem Wasserstoffmolekül wären demnach zwei Wasserstoffatome, in einem Sauerstoffmolekül wären zwei Sauerstoffatome von einer gemeinsamen Aetherhülle umschlossen.

Wenn man annehmen könnte, dass in einer chemischen Verbindung, welche aus 1 Aequivalent des Stoffes A und 1 Aequivalent des Stoffes B besteht, jeweils 1 Atom von A und 1 Atom von B in gemeinschaftlicher Aetherhülle zusammengetreten seien, so würden die im vorigen Paragraphen aufgeführten Aequivalentzahlen auch das Gewichtsverhältniss der Atome der verschiedenen Grundstoffe angeben, und man könnte unter dieser Voraussetzung jene Zahlen auch Atomgewichte nennen.

Da sich aber die Atome der Beobachtung entziehen, so lässt sich nicht unmittelbar entscheiden, ob in irgend einer chemischen Verbindung 1 Atom des Stoffes A mit 1 oder mit 2 oder mit 3 Atomen des Stoffes B zusammengetreten, ob man also die Aequivalentzahlen des §. 16 ohne Weiteres auch als die Atomgewichte dieser Stoffe ansehen kann, oder ob man für die Atomgewichte mehrerer derselben Multipla der in §. 16 aufgeführten Aequivalente nehmen muss.

Zu einer Entscheidung dieser Frage kann man in einzelnen Fällen nur durch Untersuchung der physikalischen und chemischen Eigenschaften der chemischen Verbindung und ihrer Bestandtheile gelangen.

Bei Aufstellung der im vorigen Paragraphen mitgetheilten Aequivalente ist man zunächst vom Wasser ausgegangen, welches 8 Gewichtstheile Sauerstoff auf 1 Gewichtstheil Wasserstoff enthält. Um nun darüber zu entscheiden, ob im Wasser auf 1 Atom Sauerstoff ein oder mehrere Atome Wasserstoff enthalten sind, müssen wir die Quantitäten Wasserstoff- und Sauerstoffgas, welche sich zu Wasser verbinden, nicht dem Gewichte, sondern dem Volumen nach vergleichen. Da findet man aber, dass 1 Volumen Sauerstoffgas sich stets mit 2 Volumen Wasserstoffgas zu Wasser verbindet, wie denn auch bei der galvanischen

Zersetzung des Wassers auf 1 Volumen Sauerstoffgas stets 2 Volumina Wasserstoffgas ausgeschieden werden.

Nun aber deuten verschiedene Umstände (gleiche Ausdehnbarkeit durch die Wärme, gleiche Compressibilität, gleiche specifische Wärme gleicher Volumina verschiedener einfacher Gase) darauf hin, dass gleiche Volumina verschiedener einfacher Gase gleichviel Atome enthalten; in 2 Raumtheilen Wasserstoffgas sind demnach doppelt so viel Atome enthalten, als in 1 Raumtheil Sauerstoffgas, woraus sich dann ergiebt, dass das Wasser auf 1 Atom Sauerstoff 2 Atome Wasserstoff enthält, dass also 1 Aequivalent Wasserstoff gleich 2 Atomen Wasserstoff zu setzen ist, oder mit anderen Worten, dass das Atomgewicht des Wasserstoffs halb so gross zu nehmen ist als sein Aequivalent. Nimmt man also 8 für das Atomgewicht des Sauerstoffs, so ist das Atomgewicht des Wasserstoffs gleich 0·5; nimmt man dagegen das Atomgewicht des Wasserstoffs gleich 1, so muss man das Atomgewicht des Sauerstoffs gleich 16 annehmen.

Wie für den Sauerstoff, so muss man auch aus ähnlichen Gründen für einige andere Elemente (Schwefel, Kohlenstoff, Calcium u. s. w.) das Aequivalent verdoppeln, um ihre Atomgewichte zu erhalten, wenn man 1 für das Atomgewicht des Wasserstoffs annimmt, während für andere Elemente (Chlor, Phosphor, Natrium u. s. w.) das Aequivalentgewicht auch für das Atomgewicht genommen werden muss.

Die Atomgewichte, welche in dem eben besprochenen Sinne durch Verdoppelung der Aequivalentgewichte erhalten werden, unterscheidet man von den übrigen durch einen im entsprechenden Buchstaben angebrachten horizontalen Strich. So bedeutet z. B. Ɵ ein Atom Sauerstoff, S̵ ein Atom Schwefel u. s. w.

Die folgende kleine Tabelle enthält die Atomgewichte für einige der bekanntesten Elemente.

Aluminium . . .	A̵l =	27·4	Phosphor.	P =	31
Blei	P̵b =	207	Quecksilber	H̵g =	200
Calcium.	C̵a =	40	Sauerstoff	Ɵ =	16
Chlor	Cl =	35·5	Schwefel	S̵ =	32
Eisen	F̵e =	56	Silber	Ag =	108
Kalium	K =	39·1	Silicium	Si =	28
Kohlenstoff. . . .	C̵ =	12	Stickstoff	N =	14
Kupfer	C̵u =	63·4	Wasserstoff	H =	1
Mangan.	M̵n =	55	Zink	Z̵n =	65·2
Natrium	Na =	23			

In der Ungleichheit der Atomgewichte verschiedener Körper liegt nun auch der Beweis für die Richtigkeit der in §. 11 ausgesprochenen Behauptung, dass die Begriffe des specifischen Gewichts und der Dichtigkeit keineswegs identisch sind, denn wenn das specifische Gewicht nur von der Dichtigkeit, d. h. von der Anzahl der in einem gege-

benen Volumen vorhandenen Atome abhängig wäre, so müsste das Atomgewicht für alle Stoffe gleich sein. — Das specifische Gewicht des Silbers ist (nahezu) 4mal so gross als das des Aluminiums. Wenn dies nun einfach daher rührte, dass in einem Stück Silber (nahezu) 4mal so viel Atome vorhanden wären, als in einem Stück Aluminium von gleichem Volumen, so würde daraus folgen, dass ein Aluminiumatom gleiches Gewicht mit einem Silberatom haben müsse, was in der That nicht der Fall ist.

18 **Das Aequivalentvolum.** Dividirt man die Aequivalentgewichte der einfachen Stoffe durch ihre specifischen Gewichte, so muss man nach Gleichung 3 auf Seite 18 die Volumina der Aequivalente, d. h. die Zahlen erhalten, welche angeben, nach welchen Raumverhältnissen die chemischen Elemente in den chemischen Verbindungen zusammentreten. Für die bereits auf Seite 25 angeführten einfachen Stoffe ergeben sich auf diese Weise folgende Werthe der Aequivalentvolumina:

Sauerstoff . . .	5586	Kupfer	4·06
Stickstoff . . .	11050	Blei	9·13
Chlor	11050	Eisen	3·81
Wasserstoff . .	11044	Zink	4·65
Schwefel . . .	7·88	Mangan	3·44
Phosphor . . .	17·88	Aluminium	5·12
Silber	10·32	Natrium	23·87
Quecksilber . .	7·35	Kalium	45·03

Es verbinden sich also 7·89 Volumtheile krystallisirten Schwefels mit 7·35 Volumtheilen Quecksilber zu Zinnober, mit 45·03 Volumtheilen Kalium zu Schwefelkalium u. s. w.

Der Begriff des Aequivalentvolumens ist von Kopp in die Wissenschaft eingeführt worden, welcher demselben aber den Namen specifisches Volumen beilegte.

Setzt man in der Gleichung $V = \frac{P}{S}$ für P statt des Aequivalentgewichts eines Körpers das Atomgewicht desselben, so erhält man sein Atomvolumen. Das Atomvolumen steht zu dem Aequivalentvolumen in derselben Beziehung, wie Atomgewicht zu Aequivalentgewicht.

Die in der letzten Tabelle angeführten Werthe der Aequivalentvolumina für Stickstoff, Chlor und Wasserstoff sind fast gleich, und in der That wissen wir ja, dass sich gleiche Volumina Chlor und Wasserstoff zu Salzsäure u. s. w. verbinden; dagegen ist das Aequivalentvolumen des Sauerstoffs nur halb so gross als das der genannten Gase, es verbinden sich also, wie wir bereits wissen, 1 Volumen Sauerstoffgas mit 2 Volumina Wasserstoffgas zu Wasser.

Das Atomvolumen des Sauerstoffs ist doppelt so gross, als der oben angeführte Werth seines Aequivalentvolumens, es ergiebt sich also, dass

die Atomvolumina aller einfachen gasförmigen Körper einander gleich sein müssen.

Für Körper von ähnlichem chemischen Verhalten sind die Aequivalentvolumina nahezu gleich, wie z. B. für Eisen, Nickel und Mangan, oder ihre Aequivalentvolumina stehen nahezu in einem einfachen Verhältniss. So ist z. B. das Aequivalentvolumen des Kaliums fast doppelt so gross als das des Natriums.

Die Aequivalentvolumina der Körper können nicht in der Weise unveränderlich sein wie die Aequivalentgewichte, da sie sich mit dem specifischen Gewicht, also auch mit der Temperatur ändern. Für Körper, welche man in verschiedenen Aggregatzuständen kennt, muss man natürlich auch ganz verschiedene Aequivalentvolumina erhalten, je nachdem man bei ihrer Berechnung das specifische Gewicht des einen oder des anderen Zustandes zu Grunde legt. Das Aequivalentvolumen des festen Schwefels ist 7·88, das des Schwefeldampfes 2374.

Für das Aequivalentvolumen des Kohlenstoffs erhält man 1·704 oder 3, je nachdem man das specifische Gewicht des Diamants oder des Graphits in Rechnung bringt.

Das Aequivalentgewicht einer chemischen Verbindung ist die Summe der Aequivalentgewichte seiner Bestandtheile; in Beziehung auf die Aequivalentvolumina ist dies nur selten der Fall. Das Aequivalentvolumen des Schwefels ist 7·89, das des Bleies ist 9·13; das Aequivalentvolumen des Bleiglanzes ist aber nicht $7{\cdot}89 + 9{\cdot}13 = 17{\cdot}02$, sondern $\frac{119{\cdot}6}{7{\cdot}76} = 15{\cdot}36$; das Aequivalentvolumen der Verbindung ist hier kleiner als die Summe der Aequivalentvolumina der Bestandtheile, es hat also eine Verdichtung stattgefunden.

Eine solche Verdichtung findet nun in den meisten Fällen statt; am auffallendsten zeigt sie sich, wenn ein Gas sich mit einem festen Element zu einem festen Körper verbindet, wie bei den Metalloxyden. So ist z. B. das Aequivalentgewicht des Zinkoxyds (ZnO) gleich $32{\cdot}6 + 8 = 40{\cdot}6$, das specifische Gewicht desselben 5·43, mithin ist das Aequivalentvolumen des Zinkoxyds $\frac{40{\cdot}56}{5{\cdot}43} = 7{\cdot}44$, also bei weitem kleiner als die Summe der Aequivalentvolumina des Zinks und des gasförmigen Sauerstoffs.

Nimmt man an, dass das Zink im Zinkoxyd mit seinem ursprünglichen Aequivalentvolumen enthalten sei, so bleibt für den im Zinkoxyd enthaltenen Sauerstoff das Aequivalentvolumen 2·79 übrig, der Sauerstoff ist also im Zinkoxyd vom Aequivalentvolumen 5586 auf das Aequivalentvolumen 2·79, also fast auf $\frac{1}{2000}$ verdichtet.

Zieht man das Aequivalentvolumen eines Metalls von dem Aequivalentvolumen seines Oxydes ab, so bleibt nahezu immer derselbe Rest,

es ist deshalb, wie Schröder wahrscheinlich machte, in allen Oxyden das Metall mit unverändertem Atomvolumen, der Sauerstoff mit dem Atomvolumen 2·79 enthalten (Pogg. Annal. Bd. L, S. 553).

Bis jetzt ist es noch nicht gelungen, allgemeine Gesetze nachzuweisen, nach welchen die Verdichtungen bei chemischen Verbindungen vor sich gehen.

19 **Kräfte und Imponderabilien.** Alle Erscheinungen, welche wir in der Natur wahrnehmen, beweisen uns, dass eine beständige Wechselwirkung sowohl zwischen den verschiedenen Körpern als auch zwischen den einzelnen Theilchen eines und desselben Körpers stattfindet.

Die unsichtbaren Ursachen dieser Wechselwirkung nennen wir Kräfte.

Die Kräfte, mit welchen wir uns die Körperatome begabt denken, welche wir als Attribute der Körperatome annehmen, können nie Gegenstand einer unmittelbaren Wahrnehmung sein. Die Vorstellungen, die wir uns von diesen Kräften machen, sind immer nur Hypothesen, die wir so construiren und modificiren, wie wir sie eben zur Erklärung der Thatsachen bedürfen.

Im Allgemeinen ist in der Physik von Kräften zweierlei Art die Rede, von solchen nämlich, welche in die Ferne wirken, wie die Schwere, die magnetischen und elektrischen Anziehungs- und Abstossungskräfte etc., und dann von solchen, welche nur in die kleinsten Entfernungen wirken, also nur bei fast unmittelbarer Berührung der Körpertheilchen in Thätigkeit treten, und welche deshalb den Namen der Molekularkräfte führen. Diese Kräfte sind es, welchen wir die Erhaltung der verschiedenen Aggregatzustände und der chemischen Verbindungen zuschreiben.

Unter den Molekularkräften unterscheiden wir zunächst solche, welche sich durch eine gegenseitige Anziehung der Atome geltend machen und welche vorzugsweise den Zusammenhang der Theilchen fester Körper, die Cohäsion, bedingen, und deshalb als Cohäsionskräfte bezeichnet werden, im Gegensatz zu den Expansionskräften, welche die Körperatome von einander zu entfernen streben. In den festen und flüssigen Körpern wirken die Expansionskräfte jeder Compression entgegen, sie verhindern also, dass die einzelnen Atome derselben nicht über eine gewisse Gränze genähert werden können, bei Gasen bewirken die Expansionskräfte das beständige Streben nach grösserer Ausdehnung, welchem nur durch äussere Kräfte das Gleichgewicht gehalten werden kann.

Gerade der Umstand, dass Anziehung und Abstossung gewissermaassen von denselben Mittelpunkten ausgehen, hat zu der bereits in §. 13 erwähnten Vorstellung über die Constitution der Materie geführt, nach welcher man sich die Körperatome durch Aetheratmosphären eingehüllt denkt. Die Körperatome nimmt man als Träger des attractiven, die Aetherhüllen dagegen als Träger des repulsiven Princips an.

Die Molekularanziehung der Atome macht sich nur auf die kleinsten Entfernungen hin, hier aber auch mit grosser Energie geltend. Bei der gegenseitigen Entfernung der Atome, welche dem gasförmigen Zustande entspricht, ist die molekulare Anziehung der Kerne bereits verschwindend klein, so dass hier nur noch die Expansionskraft der Hüllen zur Wirkung kommt.

Während die allgemeine Schwere von der stofflichen Verschiedenheit der einander aus der Ferne anziehenden Atome völlig unabhängig ist, ist die Molekularanziehung zwischen den Kernen benachbarter Moleküle wesentlich durch die materielle Beschaffenheit dieser Kerne bedingt.

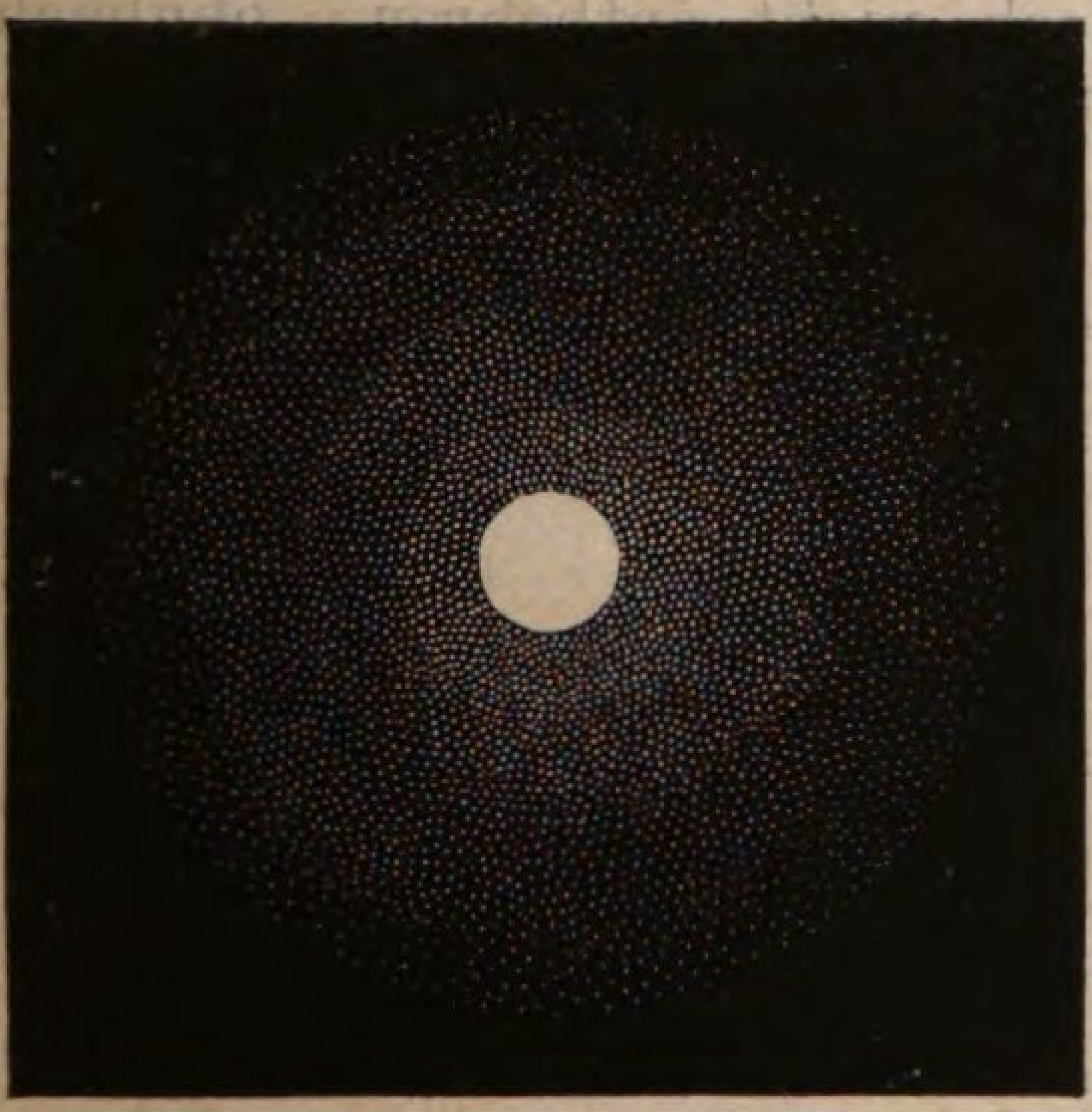
In Betreff der in nächster Nähe stattfindenden Anziehung der Körperatome sind folgende Fälle zu unterscheiden:

1) Wenn die benachbarten Moleküle gleichartig sind, so wird durch die gegenseitige Anziehung ihrer Kerne, mögen sie nun einfach oder zusammengesetzt sein, die Cohäsion der festen und flüssigen Körper bedingt. So zieht z. B. der Kern eines Eisenmoleküls die benachbarten Kerne desselben Eisenstücks so stark an, dass es eines namhaften Kraftaufwandes bedarf, um sie zu trennen. In einem Stück Steinsalz besteht der Kern eines jeden Moleküls aus 1 Atom Chlor und 1 Atom Natrium, und dieser Chlornatriumkern wirkt anziehend auf die Chlornatriumkerne der benachbarten Steinsalzmoleküle. Die Intensität, mit welcher zwei Eisenmoleküle sich anziehen, ist aber eine ganz andere als diejenige, mit welcher zwei Steinsalzmoleküle auf einander wirken.

2) Die Kerne benachbarter Moleküle sind ungleichartig, wie es der Fall ist, wenn zwei heterogene Körper in hinlängliche Nähe gebracht werden. Es kann alsdann entweder

a) die gegenseitige Anziehung zwischen den ungleichartigen Molekülen von ähnlicher Wirkung sein, wie die Anziehung gleichartiger Moleküle, in welchem Falle dann die Erscheinungen der Adhäsion eintreten, oder

Fig. 13.



b) die Anziehung zwischen den ungleichartigen Kernen benachbarter Moleküle kann je nach der chemischen Beschaffenheit dieser Kerne stark genug wirken, um eine veränderte Gruppirung der Atome, also die Bildung neuer chemischer Verbindungen zu veranlassen.

Die kräftige Anziehung, welche zwischen den zu einem zusammengesetzten Kern zusammengetretenen heterogenen Atomen stattfindet, bedingt die Beständigkeit der chemischen Verbindung.

Gehen wir nun zur näheren Betrachtung der *Aetherhüllen* über. Die Aetherhüllen müssen wir uns aus einzelnen *Aetheratomen* zusammengesetzt denken, welche im Vergleich zu den Körperatomen von verschwindender Kleinheit sind, so dass etwa Fig. 13 (a. v. S.) ein mit seiner Aetherhülle umgebenes Körperatom versinnlichen kann.

Auf kleine Entfernungen hin werden die Aetheratome *von den Körperatomen angezogen*, und daher kommt es, dass die Körperatome mit Aetherhüllen umgeben sind; da aber die Anziehung zwischen Körper- und Aetheratomen auf etwas grössere Entfernungen hin vollständig verschwindet, so ist der Aether der allgemeinen Schwere nicht unterworfen, er ist *imponderabel*.

Unter einander selbst stossen sich die Aetheratome ab; daher kommt es, dass der Aether gleichförmig durch alle Himmelsräume verbreitet ist, während die Zwischenräume zwischen den Körperatomen mit *verdichtetem* Aether erfüllt sind.

Durch Vibrationsbewegungen der Aetheratome werden die Erscheinungen des *Lichts* und der *strahlenden Wärme* erklärt, während die fühlbare Wärme gegenwärtig als ein Bewegungsphänomen der Körperatome aufgefasst wird. Wir werden auf diesen Gegenstand später ausführlicher zurückkommen.

Die mechanische Erklärung der Wärmephänomene ist neueren Ursprungs; früher erklärte man sie durch die *ruhende Gegenwart eines imponderabeln Fluidums*, welches, die Körperatome einhüllend, das repulsive Princip in ähnlicher Weise darstellte, wie man es jetzt von dem Aether annimmt. Die Erwärmung eines Körpers wurde nach dieser Anschauung als eine Vermehrung, die Erkaltung als eine Verminderung des in ihm enthaltenen Wärmefluidums betrachtet.

In ähnlicher Weise nahm man auch die Existenz besonderer *imponderabeler Fluida* zur Erklärung der magnetischen und elektrischen Erscheinungen an, und auf diesem Felde lässt sich bis jetzt wenigstens eine solche Hypothese noch nicht entbehren, obgleich es keinem Zweifel unterliegt, dass es über kurz oder lang gelingen wird, auch die Erklärung der Elektricität und des Magnetismus auf mechanische Principien zurückzuführen.

ERSTES BUCH.

DIE MECHANIK.

Erstes Capitel.

Statik, oder die Lehre vom Gleichgewicht fester Körper.

Parallelogramm der Kräfte. Sobald auf irgend einen Körper 20
eine beschleunigende Kraft einwirkt, so wird durch dieselbe nothwendig sein Bewegungszustand verändert, wenn nicht gleichzeitig andere Kräfte vorhanden sind, welche den Effect dieser ersteren aufheben. Ist also ein Körper in Ruhe, so wird jede beschleunigende Kraft, die auf ihn wirkt, ihn auch in Bewegung setzen, es sei denn, dass andere auf denselben Körper einwirkende Kräfte diese Bewegung hindern und also den Körper in Ruhe erhalten. In diesem letzteren Falle sagt man, dass die verschiedenen auf den Körper einwirkenden Kräfte sich einander das Gleichgewicht halten.

Hängt man z. B. eine Bleikugel an einem Faden auf, so wird die Wirkung der Schwerkraft, unter deren alleinigen Einfluss die Kugel fallen würde, durch den Widerstand des Fadens aufgehoben.

Die Statik beschäftigt sich damit, die Bedingungen des Gleichgewichts auszumitteln; die Dynamik dagegen untersucht die Gesetze der Bewegungen, welche entstehen, wenn den Bedingungen des Gleichgewichts nicht genügt ist.

Zwei Kräfte sind einander gleich, wenn sie in gleicher Weise, gleiche Zeit hindurch auf zwei gleiche ruhende Massen wirkend, denselben gleiche Geschwindigkeit ertheilen.

Eine Kraft A ist 2mal, 3mal, nmal so gross als eine Kraft B, wenn sie in gleicher Weise gleich lang auf denselben trägen Körper wirkend, demselben eine 2mal, 3mal, nmal so grosse Geschwindigkeit mittheilt.

Zwei Kräfte sind ferner gleich, wenn sie nach entgegengesetzten Richtungen auf einen Punkt wirkend sich das Gleichgewicht halten. Zwei

gleiche Kräfte, die nach derselben Richtung wirken, sind der doppelten Kraft gleichzusetzen. Man würde eine dreifache Kraft haben, wenn man drei gleiche Kräfte nach derselben Richtung wirken liesse u. s. w.

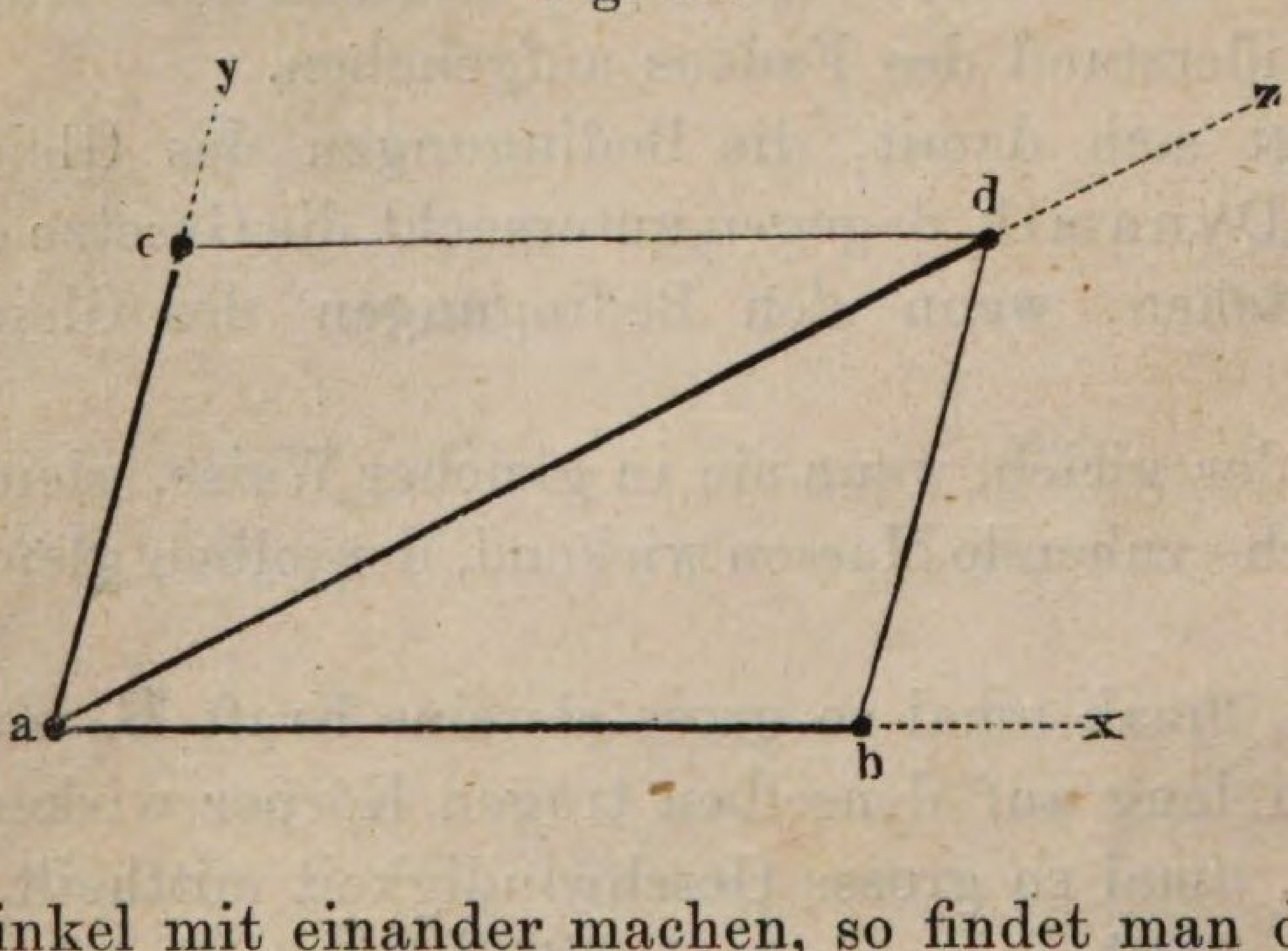
Wie viele Kräfte auch auf einen materiellen Punkt wirken mögen, welches auch ihre Richtung sein mag, so werden sie demselben doch nur eine Bewegung in einer bestimmten Richtung mittheilen. Es lässt sich demnach eine Kraft denken, welche für sich allein dieselbe Wirkung hervorzubringen im Stande ist, welche also das ganze System jener Kräfte ersetzen kann. Sie führt den Namen der Resultirenden. Wenn z. B. ein Schiff durch die gleichzeitige Wirkung des Stromes, der Ruder und des Windes getrieben wird, so bewegt es sich nach einer bestimmten Richtung; wenn die Wirkungen des Stromes, der Ruder und des Windes aufhörten, so könnte man doch offenbar dem Schiffe dieselbe Bewegung dadurch wieder ertheilen, dass man an einem Seil, welches am Schiffe befestigt ist, eine bestimmte Kraft nach jener Richtung anbringt, nach welcher es sich unter gleichzeitiger Einwirkung der drei Kräfte bewegte. Dies ist die Resultirende der drei Kräfte.

Die Gesammtheit von Kräften, welche auf einen Punkt zusammenwirken, nennt man ein System von Kräften. In Beziehung auf die Resultirende nennt man die Kräfte eines solchen Systems auch die Seitenkräfte oder Componenten. Es ist klar, wenn man einem System von Kräften eine neue Kraft hinzufügt, welche der Resultirenden des Systems gleich und entgegengesetzt ist, sich alsdann alle zusammenwirkenden Kräfte das Gleichgewicht halten müssen.

Hätte man z. B., um bei dem oben angeführten Beispiele stehen zu bleiben, an einem am Schiff befestigten Seile eine Kraft wirken lassen, welche der Resultirenden des Stromes, des Windes und der Ruder gleich, aber entgegengesetzt ist, so würde diese neu angebrachte Kraft Gleichgewicht hervorbringen; das Schiff würde stillstehen müssen.

Wenn zwei oder mehrere Kräfte nach derselben Richtung hin wirken, so ist ihre Resultirende gleich der Summe der einzelnen Kräfte. — Wenn zwei Kräfte gerade in entgegengesetzter Richtung auf einen Punkt einwirken, so ist die Resultirende gleich der Differenz der beiden und sie wirkt in der Richtung der grösseren.

Fig. 14.

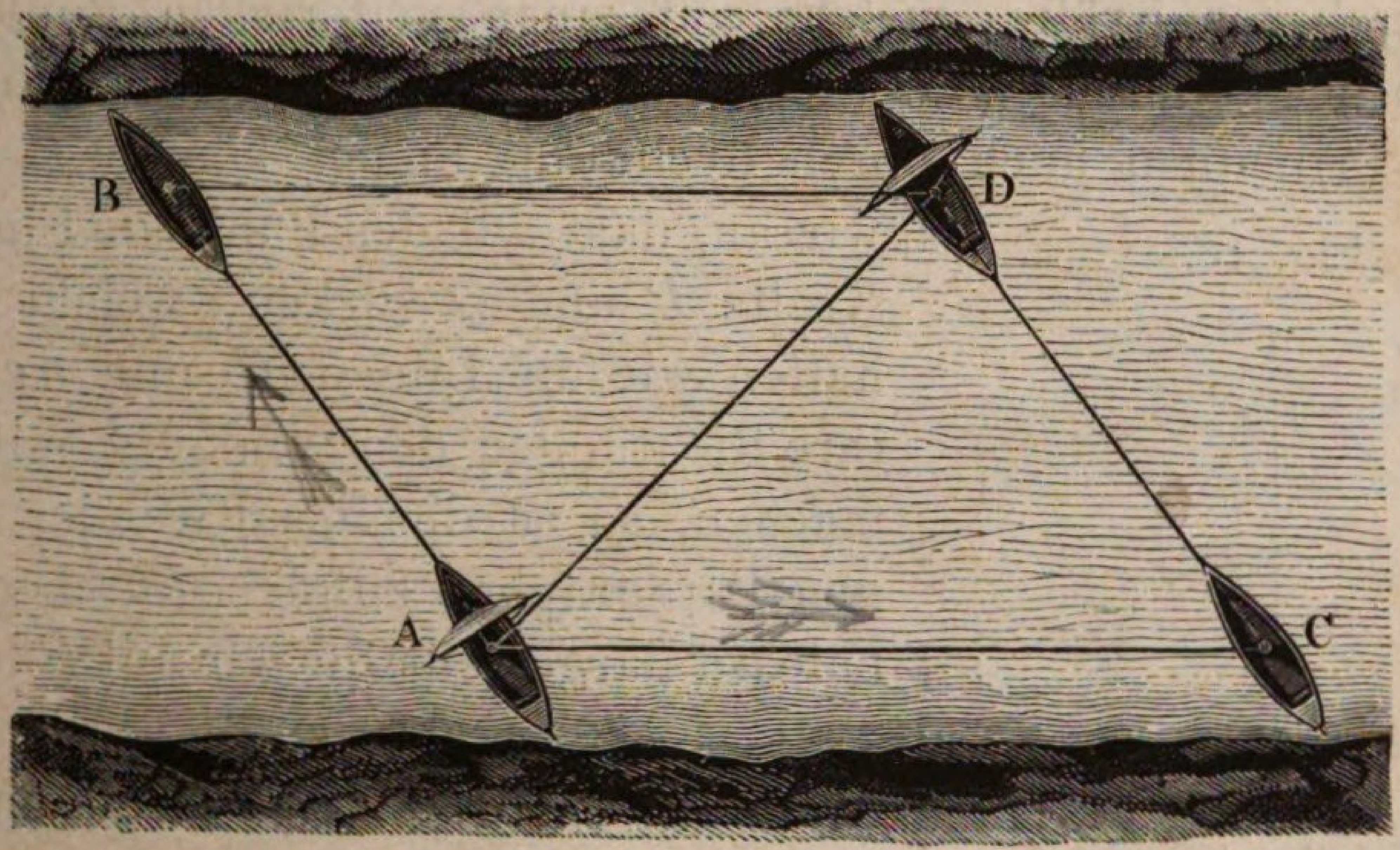


Wenn die Richtungen zweier Kräfte, welche auf einen materiellen Punkt wirken, einen Winkel mit einander machen, so findet man die Resultirende nach einem Gesetze, welches unter dem Namen des Parallelogramms der Kräfte

bekannt ist. Man gelangt zu diesem Gesetz durch folgende einfache Betrachtung. Auf den Punkt *a*, Fig. 14, sollen zwei Kräfte gleichzeitig einwirken, die eine nach der Richtung *ax*, die andere nach der Richtung *ay*. Die eine Kraft mag von der Art sein, dass sie für sich allein in einem bestimmten Zeittheilchen, etwa einer Secunde, den Punkt von *a* nach *b* bewegen würde, während die andere für sich allein in einer gleichen Zeit ihn von *a* nach *c* treibt. Wenn nun der Punkt eine Secunde lang der gleichzeitigen Einwirkung beider Kräfte ausgesetzt ist, so ist die Wirkung offenbar dieselbe, als ob eine Secunde lang der Punkt nur der Einwirkung der einen, in der folgenden Secunde aber nur der Einwirkung der anderen Kraft unterworfen wäre. Die eine Kraft allein treibt den Punkt in einer Secunde von *a* nach *b*. Hörte nun in dem Moment, in welchem er in *b* ankommt, jede von dieser Kraft herstammende Bewegung auf, während der Punkt von nun an nur der Einwirkung der zweiten Kraft folgt, so würde er am Ende der folgenden Secunde in *d* anlangen. In demselben Punkte *d* muss also auch der Punkt *a* nach einer Secunde ankommen, wenn beide Kräfte gleichzeitig wirken.

Ein Beispiel wird dies anschaulicher machen. Von dem Punkte *A*, Fig. 15, an dem Ufer eines Flusses fährt ein Schiff ab, auf welches

Fig. 15.



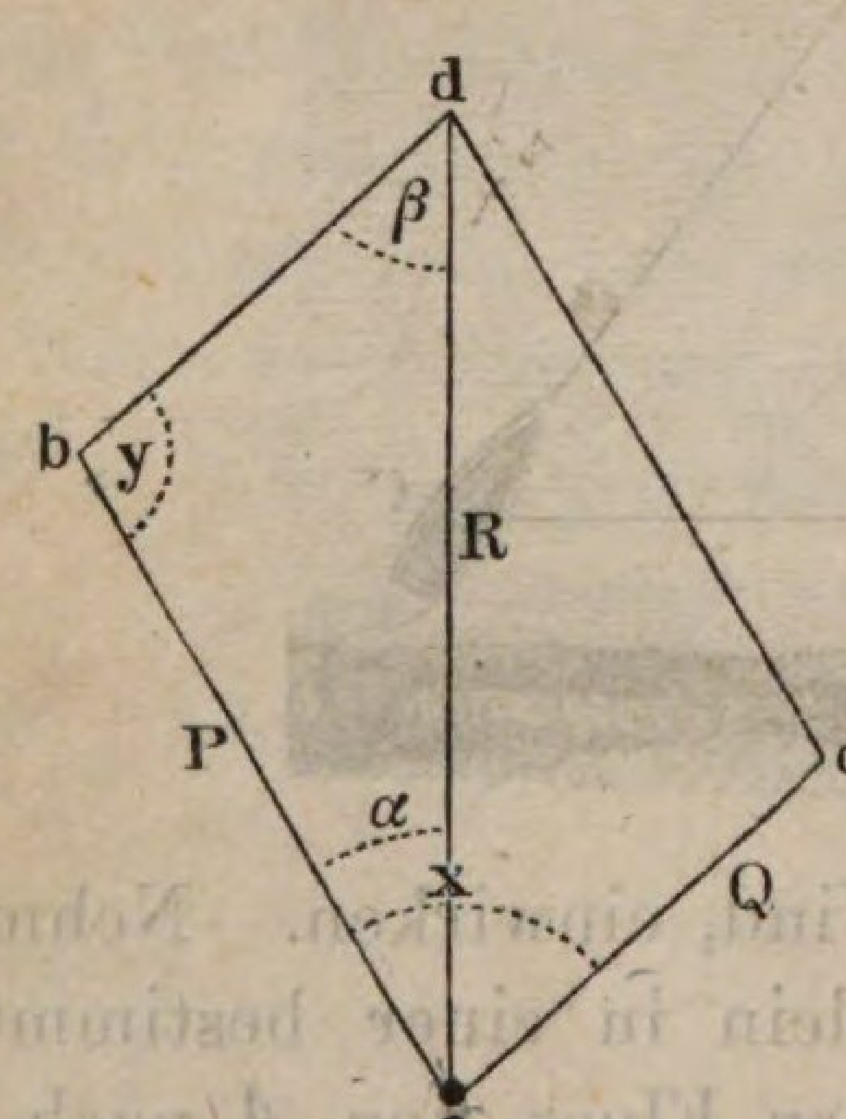
gleichzeitig zwei Kräfte, der Strom und der Wind, einwirken. Nehmen wir an, das Schiff werde durch den Wind allein in einer bestimmten Zeit, etwa in einer Viertelstunde, quer über den Fluss, von *A* nach *B*, getrieben; durch den Strom allein aber würde es, wenn gar kein Wind ginge, in derselben Zeit von *A* nach *C* gelangen, so muss es, wenn Strom und Wind gleichzeitig wirken, in einer Viertelstunde den Weg von *A* bis *D* zurücklegen, d. h. es muss nach einer Viertelstunde unter gleichzeitiger Wirkung beider Kräfte in demselben Punkte *D* ankommen, als ob eine Viertelstunde lang der Wind allein wirkend das Schiff von *A* bis *B* getrieben hätte, und es alsdann in der folgenden Viertelstunde durch den Strom allein von *B* bis *D* geführt worden wäre.

Die Linie *ad*, Fig. 14, ist die Diagonale des Parallelogramms *abdc*; das durch unsere Betrachtung gefundene Gesetz kann demnach folgendermaassen ausgedrückt werden: „Die Resultirende zweier Kräfte, welche gleichzeitig unter irgend einem Winkel auf einen materiellen Punkt einwirken, ist von der Art, dass sie den Punkt durch die Diagonale des Parallelogramms zu bewegen strebt, welches man aus den Bahnen construiren kann, die jeder der Seitenkräfte entsprechen.“

Da die Bahn, welche ein Körper in einer gegebenen Zeit durchläuft, unter sonst gleichen Umständen der Kraft proportional ist, welche ihn treibt, da es sich ferner bei Bestimmung der Resultirenden nur darum handelt, ihre Richtung und ihr Grössenverhältniss zu den beiden Seitenkräften zu finden, so lässt sich das Gesetz auch so ausdrücken: „Wenn man sich durch den Angriffspunkt zweier Kräfte zwei Linien in der Richtung derselben gezogen und ihre Länge den resp. Kräften proportional gemacht denkt, so stellt die Diagonale des Parallelogramms, welches durch diese beiden Linien bestimmt ist, sowohl der Grösse als auch der Richtung nach, die Resultirende der beiden Kräfte dar.“

21 **Berechnung der Resultirenden.** Da man die Resultirende zweier gegebener Kräfte, welche auf einen materiellen Punkt wirken, durch eine geometrische Construction finden kann, so muss man sie nach denselben Principien auch durch Rechnung finden können. — Nehmen wir an, dass auf den Punkt a, Fig. 16, zwei Kräfte P und Q wirken, welche sich verhalten wie die Linien ab und ac, während ihre Richtungen den Winkel x mit einander machen, so ist die Resultirende, dem vorigen Paragraphen zufolge, durch die Diagonale ad dargestellt, die wir mit R bezeichnen wollen. ad ist aber eine Seite des Dreiecks abd, einem bekannten trigonometrischen Satz zufolge ist also

Fig. 16.



$$ad^2 = ab^2 + bd^2 - 2ab \,.\, bd \,.\, cos.\, y$$

oder

$$R^2 = P^2 + Q^2 - 2P \,.\, Q\; cos.\, y,$$

wenn man mit y den Winkel dba bezeichnet. Nun aber ist $y = 180^0 - x$, also $cos.\, y = - cos.\, x$, folglich

$$R^2 = P^2 + Q^2 + 2PQ\; cos.\, x \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad 1)$$

Es sei z. B. $P = 3$, $Q = 2$ und der Winkel x gleich 75^0, so ergiebt sich

$$R^2 = 9 + 4 + 2 \,.\, 3 \,.\, 2 \,.\, cos.\; 75^0$$

$$R^2 = 13 + 12 \,.\, 0{\cdot}259 = 16{\cdot}1,$$

mithin

$$R = 4{\cdot}0 \ldots$$

Ist einmal die Grösse der Resultirenden mit Hülfe der Gleichung 1) ermittelt, so kann man leicht auch die Winkel berechnen, welche die Resultirende mit den Seitenkräften macht. Bezeichnen wir den Winkel *bad* mit α, so ergiebt sich aus dem Dreieck *abd*

$$R : Q = sin.\, y : sin.\, \alpha,$$

also

$$sin.\, \alpha = \frac{Q\, sin.\, y}{R}$$

oder

$$sin.\, \alpha = \frac{Q\, sin.\, x}{R},$$

da $sin.\, x = sin.\, (180 - x)$ ist. Für unser obiges Beispiel ergäbe sich also

$$sin.\, \alpha = \frac{2\, sin.\, 75^0}{4} = 0\text{·}5\ .\ 0\text{·}966 = 0\text{·}483,$$

mithin

$$\alpha = 28^0\ 53'.$$

Bezeichnen wir mit β den Winkel, welchen Q mit R macht, so ist

$$\beta = x - \alpha,$$

also in unserem Falle

$$\beta = 75^0 - 28^0\ 53' = 46^0\ 7'.$$

Experimentelle Prüfung des Satzes vom Parallelogramm der Kräfte. 22 Das in den beiden letzten Paragraphen besprochene Gesetz ist aus theoretischen Betrachtungen entwickelt worden, es bleibt uns also noch übrig, die Richtigkeit desselben durch Versuche zu prüfen.

Wenn auf einen materiellen Punkt zwei Kräfte nach verschiedenen Richtungen einwirken, so muss man den Zustand des Gleichgewichts dadurch herstellen können, dass man an demselben Punkte eine dritte Kraft anbringt, welche der Resultirenden der beiden ersten gleich und entgegengesetzt ist.

Wenn also auf einen Punkt drei Kräfte einwirken, so muss Gleichgewicht stattfinden, wenn jede der Resultirenden der beiden anderen gleich und entgegengesetzt ist.

Mit Hülfe dieses Satzes ist es nun leicht, die Richtigkeit der eben vorgetragenen Beziehungen zwischen den Seitenkräften und ihrer Resultirenden durch einen der Statik selbst angehörigen Versuch zu prüfen, und zwar kann man dazu den in Fig. 17 (a. f. S.) dargestellten Apparat anwenden.

An einem Tischblatt sind zwei verticale Stäbe angeschraubt, an jedem Stab aber ist eine Hülse verschiebbar, welche eine um ihre Axe in verticaler Ebene leicht bewegliche Rolle trägt; die Stäbe müssen so angeschraubt sein, dass die Verticalebenen beider Rollen zusammenfallen. Schlingt man eine Schnur über die Rollen, hängt man an dem einen Ende ein Gewicht P, am anderen Ende ein Gewicht Q, zwischen den

Rollen ein Gewicht R an, so wird sich bei irgend einer bestimmten Lage

Fig. 17.

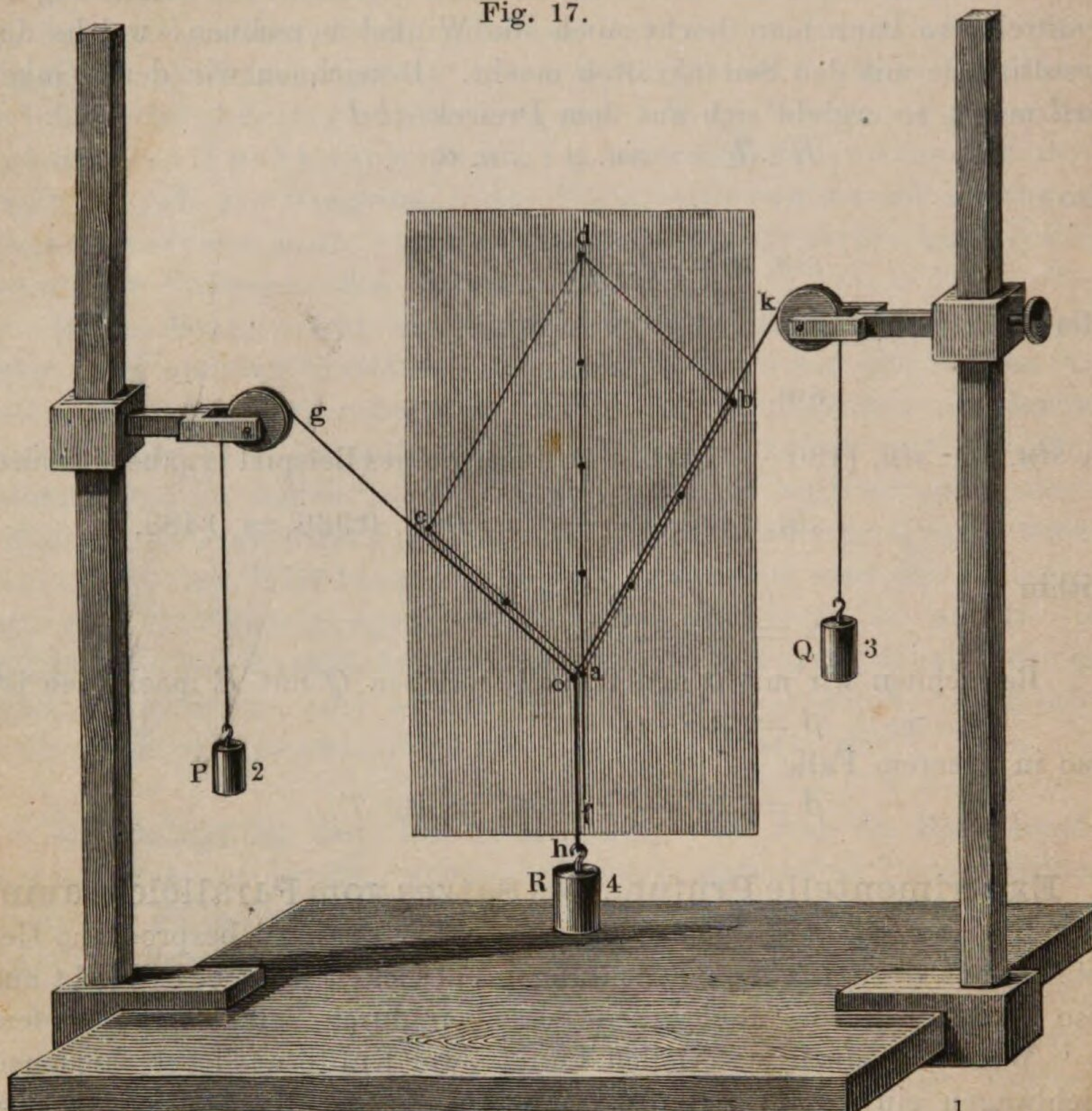
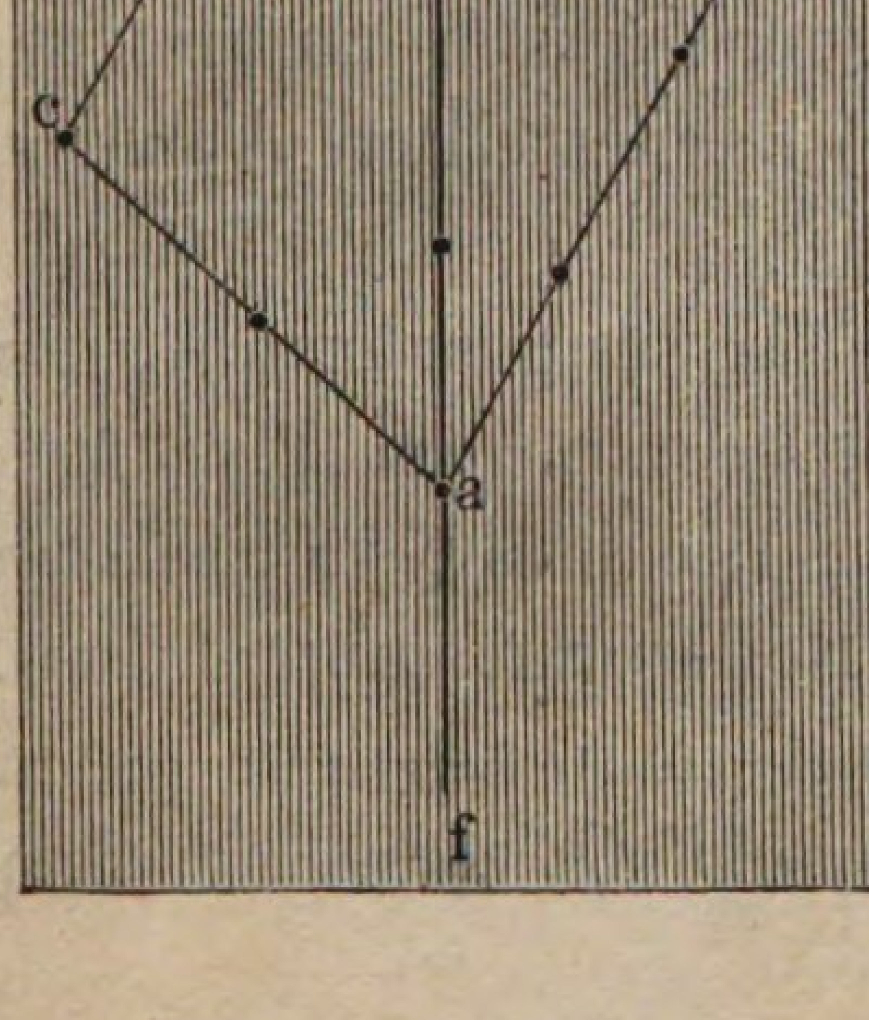


Fig. 18.



der Fäden Alles ins Gleichgewicht stellen; man hat nun drei auf den Punkt o nach der Richtung og, ok und oh wirkende Kräfte, und es ist leicht zu prüfen, ob zwischen der Grösse und Richtung derselben diejenigen Beziehungen wirklich stattfinden, wie sie das Gesetz des Parallelogramms der Kräfte verlangt.

Es sei z. B. $P = 2$ Loth, $Q = 3$ Loth und $R = 4$ Loth, so construire man ein Parallelogramm $abcd$, Fig. 18, in welchem die Seite ac 2 Decimeter, die Seite ab 3 Decimeter und die Diagonale ad 4 Decimeter lang ist, und verlängere noch die Diagonale da nach f hin. Wenn nun das Gesetz des Parallelogramms der Kräfte richtig ist, so muss der Winkel cab dieses Parallelogramms dem Winkel gleich sein,

welchen unter den gegebenen Umständen die Schnüre *og* und *ok* mit einander machen; dass dies in der That der Fall ist, davon kann man sich leicht überzeugen, wenn man die Constructionsfigur so hinter die Schnüre hält, dass der Punkt *a* hinter *o* und *af* hinter *oh* fällt, wie dies in Fig. 17 angedeutet ist.

Einen auf denselben Grundsätzen beruhenden, ebenfalls sehr zweckmässigen Apparat zur experimentellen Bestätigung der Lehre vom Parallelogramm der Kräfte beschreibt Crahay im 60. Bande von Poggendorff's Annalen (Frick's physikalische Technik, 4. Aufl. S. 70).

Wenn die beiden Seitenkräfte gleich sind, so theilt die Resultirende den Winkel, den sie mit einander machen, in zwei gleiche Theile.

Wenn die beiden Seitenkräfte ungleich sind, so theilt die Resultirende ihren Winkel nicht in gleiche Theile, sie liegt dann immer der grösseren von beiden näher.

Da man die Resultirende zweier Kräfte finden kann, die auf einen Punkt wirken, so findet man auch leicht die Resultirende einer beliebigen Anzahl von Kräften; man sucht nämlich nur die Resultirende der beiden ersten Kräfte, alsdann sucht man die Resultirende der eben gefundenen mit der dritten Kraft, verbindet diese Resultirende wieder mit der vierten Kraft u. s. w.

Da je zwei Seitenkräfte durch eine einzige Resultirende ersetzt werden können, so kann man für jede nach Grösse und Richtung gegebene Kraft auch zwei Seitenkräfte substituiren, oder mit andern Worten, man kann jede gegebene Kraft in zwei Seitenkräfte zerlegen.

Da unendlich viele Parallelogramme dieselbe Diagonale haben können, so kann man auch jede nach Grösse und Richtung gegebene Kraft auf die mannigfaltigste Weise in Seitenkräfte zerlegen. Die Aufgabe wird erst eine bestimmte, wenn die zur Construction des Parallelogramms nöthigen Bestimmungsstücke gegeben sind, wenn also ausser der zu zerlegenden Kraft gegeben ist:

1. Grösse und Richtung der einen Seitenkraft, oder
2. die Richtung der beiden Seitenkräfte, oder
3. die Grösse der beiden Seitenkräfte.

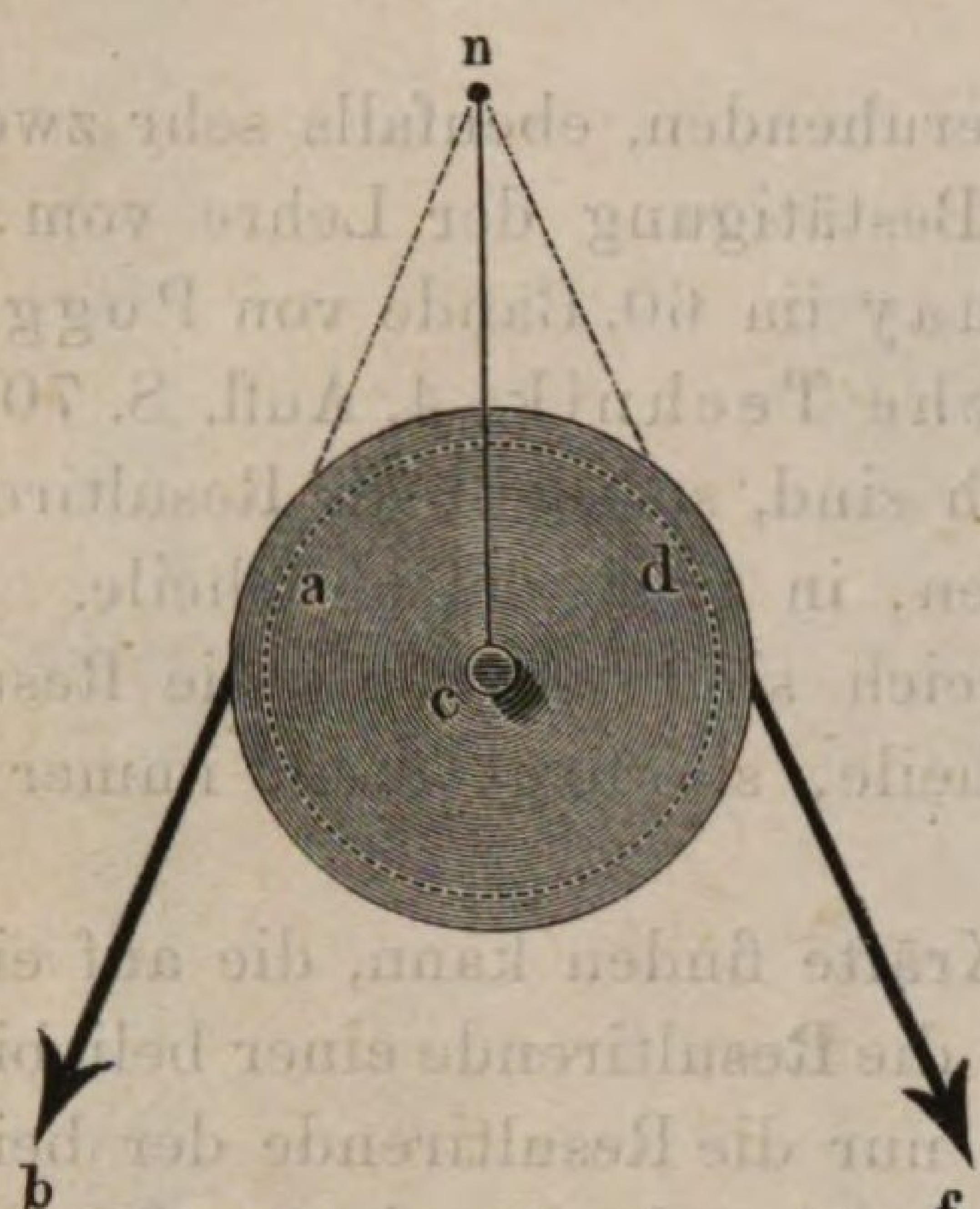
Aus dem Satze vom Parallelogramm der Kräfte lassen sich die Gesetze des Gleichgewichts an allen sogenannten einfachen Maschinen ableiten, die wir jetzt der Reihe nach betrachten wollen.

Rolle und Flaschenzug. Die Rolle ist eine runde, am Rande 23
mit einer ringförmigen Rinne versehene Scheibe, welche um eine durch ihren Mittelpunkt gehende, auf ihrer Ebene rechtwinklig stehende Axe drehbar ist; diese Axe ist gewöhnlich durch eine Scheere getragen, deren Arme zu beiden Seiten der Rolle bis etwas über ihre Mitte reichen, wie man dies Fig. 20 (a. f. S.) sieht.

Man unterscheidet feste und bewegliche Rollen. Feste Rollen sind solche, deren Axe unbeweglich ist wie die Axe der Rolle *A*, Fig. 20 (a. f. S.),

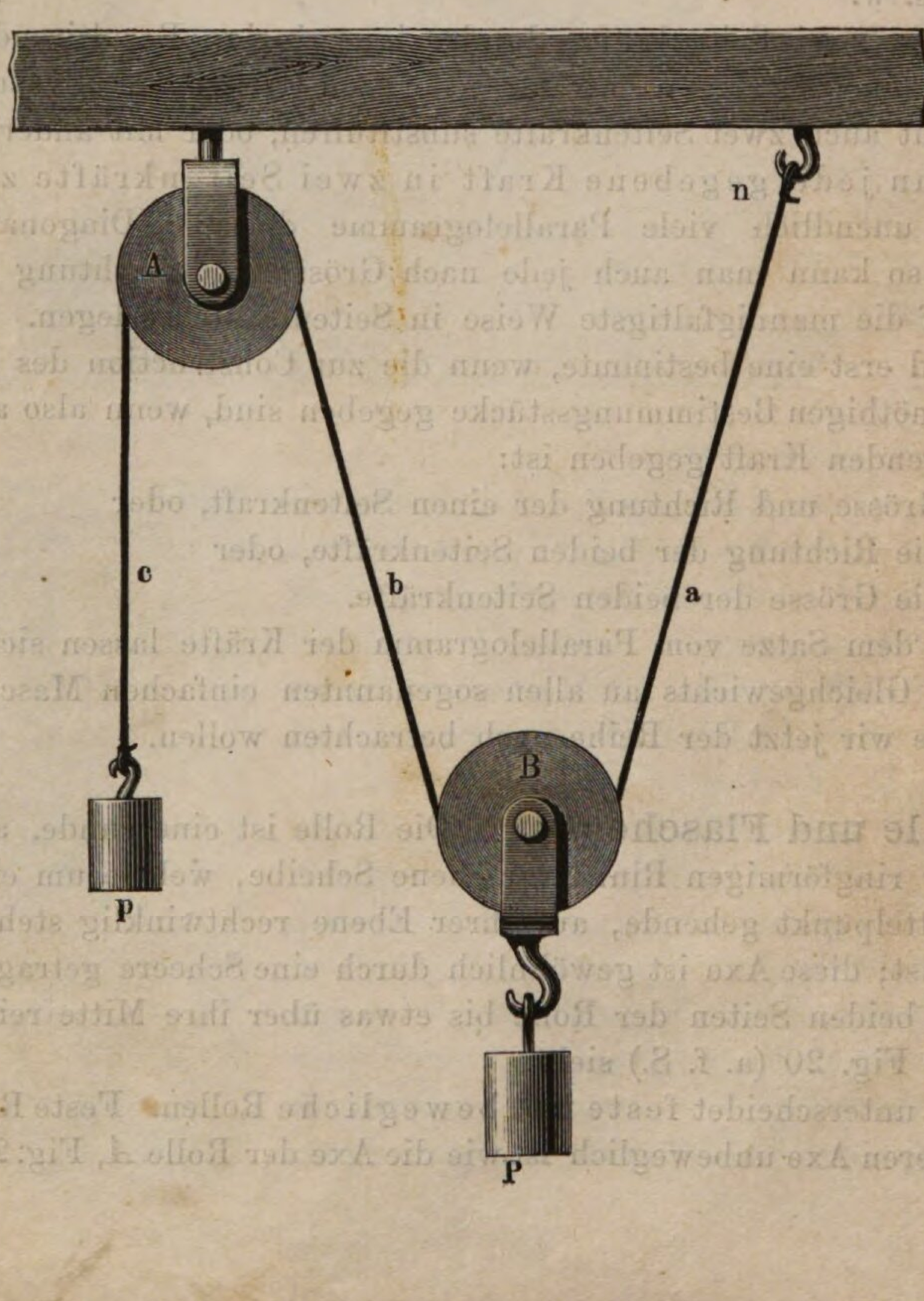
so dass keine Verrückung derselben, sondern nur eine Drehung um dieselbe möglich ist, während bei den beweglichen Rollen wie bei *B*, Fig. 20, auch eine Ortsveränderung der Axe möglich ist.

Fig. 19.



Wenn um einen Theil des Umfangs einer festen Rolle eine Schnur oder ein Seil gelegt ist, und an beiden Enden desselben Kräfte wirken, so findet nur dann Gleichgewicht Statt, wenn die Kraft, welche das Seil auf der einen Seite spannt, der auf der andern Seite wirkenden Kraft gleich ist. Es lässt sich dies leicht von vornherein einsehen, wenn man bedenkt, dass die beiden Kräfte unter sonst ganz gleichen Umständen die Rolle nach entgegengesetzten Richtungen zu drehen streben: man konnte deshalb beim Apparat Fig. 17 schon

Fig. 20.



die Rolle in Anwendung bringen, ohne dass es nöthig gewesen wäre, eine Betrachtung über das Gleichgewicht der Kräfte an der Rolle vorauszuschicken. Uebrigens lässt sich das Gleichgewicht der Kräfte an der Rolle auch vom Parallelogramm der Kräfte ableiten, und von diesem Gesichtspunkte aus wollen wir die Rolle hier näher betrachten. Fig. 19 stellt eine um ihren festen Mittelpunkt c drehbare Rolle dar; das um dieselbe geschlungene Seil sei durch Kräfte gespannt, welche nach den Richtungen ab und df wirken. Denken wir uns die Linien df und ab bis zu ihrem Durchschnittspunkte n verlängert, so ist klar, dass, wenn n ein mit der Rolle fest verbundener Punkt wäre, man, ohne in der Wirkung etwas zu ändern, die Angriffspunkte der beiden Kräfte von a und d nach n verlegen könnte, und so hätte man dann zwei in einem Punkte n angreifende Kräfte, die nur dann im Gleichgewicht sein können, wenn ihrer Resultirenden das Gleichgewicht gehalten wird. Wenn die beiden in n angreifenden, nach den Richtungen nb und nf wirkenden Kräfte gleich sind, so wird ihre Resultirende den Winkel bnf halbiren, die Richtung dieser Resultirenden geht alsdann durch den festen Mittelpunkt c, und mithin findet Gleichgewicht Statt. Wäre eine der beiden Kräfte grösser als die andere, so würde die Resultirende nicht mehr durch diesen festen Punkt gehen, es könnte also auch kein Gleichgewicht mehr stattfinden.

Der Druck, den die Axe der Rolle auszuhalten hat, ist offenbar der Resultirenden der beiden Kräfte gleich, und wenn die Richtungen der beiden Kräfte parallel sind, so ist der Druck auf die Axe gleich der Summe der beiden Kräfte (wozu noch das Gewicht der Rolle selbst zu rechnen ist).

Auch an einer beweglichen Rolle kann nur dann Gleichgewicht stattfinden, wenn die beiden Stücke a und b, Fig. 20, des um die Rolle geschlungenen Seiles gleich stark gespannt sind, denn nur in diesem Falle geht ihre Resultirende durch den Mittelpunkt der Scheibe; die Wirkung dieser Resultirenden wird aber hier nicht dadurch aufgehoben, dass der Mittelpunkt der Rolle fest ist, sondern dadurch, dass in diesem Mittelpunkte eine dritte Kraft P wirkt, welche an einem Haken der Scheere hängt.

Wenn die beiden Enden des um die bewegliche Rolle geschlungenen Seils einander parallel sind, so ist klar, dass die Kraft, mit welcher jedes Seilende gespannt wird, halb so gross ist als die Last, welche an der Scheere hängt.

Wenn zwei oder mehrere Rollen in einem Gehäuse sich befinden, wenn sie also gleichsam eine gemeinschaftliche Scheere haben, so nennt man eine solche Zusammensetzung eine Flasche. Wenn zwei Flaschen, von denen die eine fest, die andere beweglich ist, durch ein Seil so verbunden werden, dass es abwechselnd von einer festen auf eine bewegliche Rolle geht, so erhält man einen Flaschenzug.

Fig. 21 (a. f. S.) stellt einen Flaschenzug dar, welcher aus zwei festen und zwei beweglichen Rollen besteht. Die Last Q, welche an der

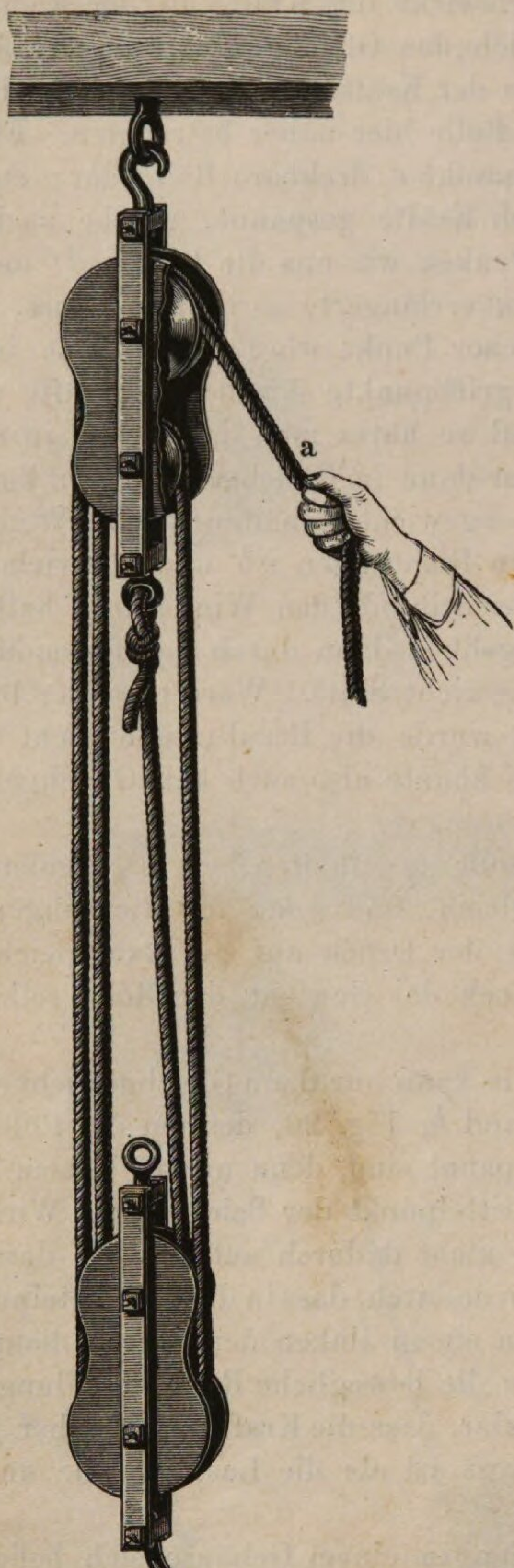


Fig. 21.

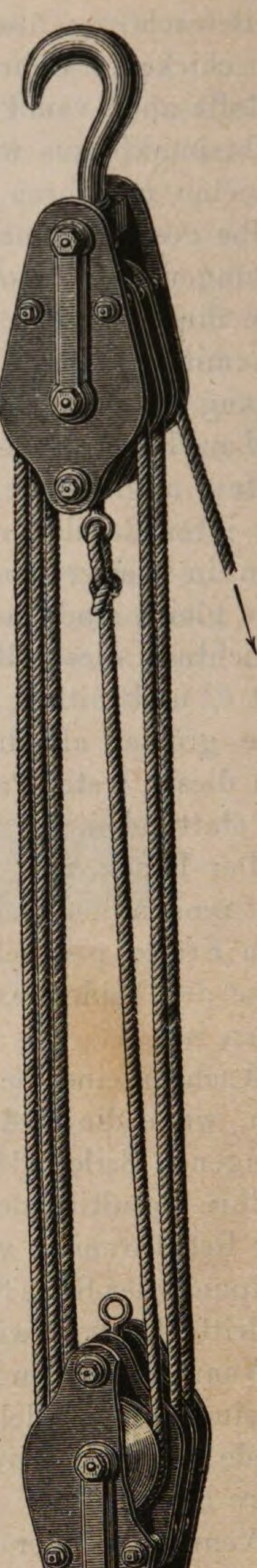


Fig. 22.

gemeinschaftlichen Scheere der beweglichen Flasche hängt, wird offenbar durch die vier Seilstücke getragen, welche die oberen und unteren Rollen mit einander verbinden, die Last vertheilt sich also gleichmässig auf vier Seilstücke, folglich ist jedes durch $^1/_4$ der Last Q gespannt; wäre z. B. eine Last von 100 Pfund angehängt, so würde jedes der vier Seilstücke durch eine Kraft von 25 Pfund gespannt sein.

Betrachten wir nun das Seilstück, welches über die oberste feste Rolle geschlungen ist und welches auf der rechten Seite derselben frei ausgeht. Soll Gleichgewicht stattfinden, so muss das Seilstück auf der linken und auf der rechten Seite der obersten Rolle gleich stark gespannt sein; das Seilstück links ist aber, wie wir gesehen haben, durch $^1/_4\ Q$ gespannt; folglich muss, um das Gleichgewicht zu erhalten, an dem Seilende (ausser der Kraft, welche dem Gewicht der beweglichen Flasche das Gleichgewicht hält), mit einer Kraft gezogen werden, welche gleich $^1/_4\ Q$ ist.

Bei dem Flaschenzug Fig. 22 sind alle Rollen gleich gross und die zu einer Flasche vereinigten Rollen sind auf einer Axe nebeneinander gestellt.

Das Verhältniss zwischen Kraft und Last am Flaschenzuge ist ganz allgemein ausgedrückt durch die Gleichung:

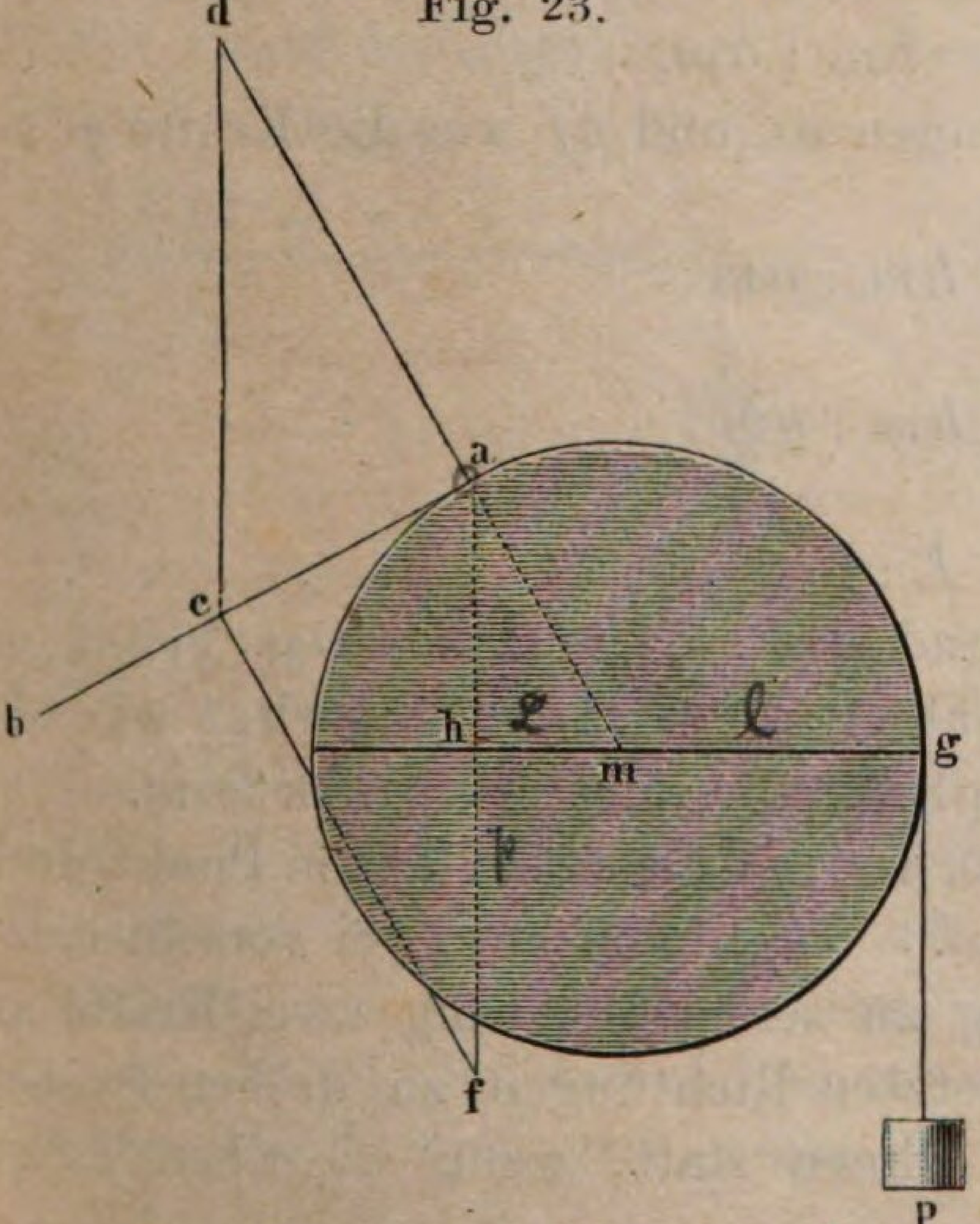
$$P = \frac{Q}{n},$$

in welcher P die Kraft, Q die Last und n die Zahl der Rollen, also auch die Zahl der Seile bezeichnet, an welchen die Last hängt. Für den Flaschenzug Fig. 22 ist also

$$P = \frac{Q}{6}.$$

Der Hebel. Um eine Rolle, Fig. 23, sei eine Schnur geschlungen, 24

Fig. 23.



und an das eine Ende derselben ein Gewicht p gehängt, während auf der andern Seite die Schnur in der Richtung ab mit einer dem Gewichte p gleichen Kraft gespannt ist. Nun kann man die in a angreifende, in der Richtung ab wirkende Kraft nach der Lehre vom Parallelogramm der Kräfte in zwei Seitenkräfte zerlegen, von denen die eine in der Richtung von a nach d, also in der Verlängerung des Halbmessers ma wirkt, während die Richtung af der anderen Seitenkraft parallel mit gp ist.

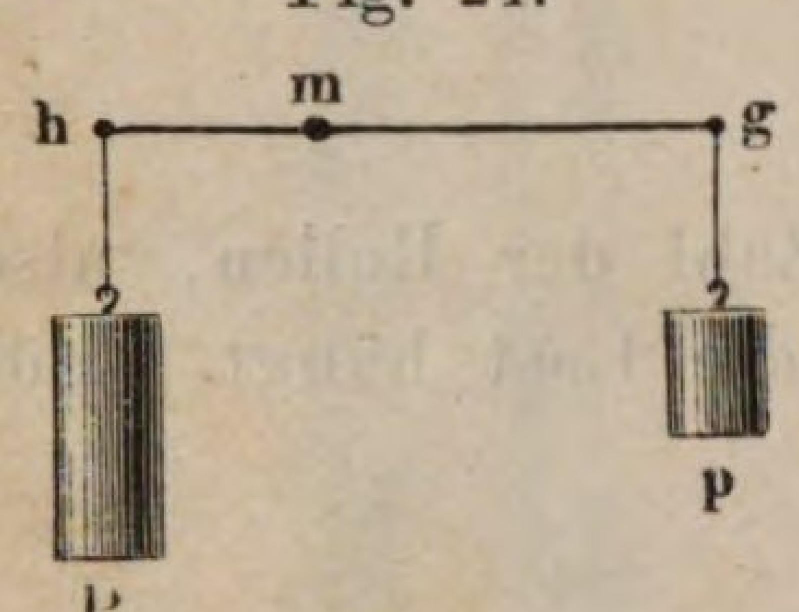
Wenn die Rolle eine feste ist,

wie wir hier voraussetzen, so wird die Wirkung der Kraft ad durch den Widerstand des festen Mittelpunktes m aufgehoben, man kann also die nach ad wirkende Seitenkraft ganz weglassen, ohne das Gleichgewicht zu stören; man kann ohne Weiteres die nach ab wirkende Kraft durch ihre nach af wirkende Seitenkraft ersetzen.

Stellen wir durch die Länge ac die nach ab wirkende Kraft p dar, so stellt uns die Linie af die Grösse der Seitenkraft P vor, und ohne vor der Hand das Grössenverhältniss zwischen ac und af oder p und P genauer zu ermitteln, sieht man doch leicht ein, dass P grösser sein muss als p. Wir können also die in der Richtung ab wirkende Kraft p durch eine andere ebenfalls in a angreifende, aber in verticaler Richtung wirkende grössere Kraft P ersetzen, ohne das Gleichgewicht zu stören.

Anstatt die Kraft P in a angreifen zu lassen, kann man, ohne das Gleichgewicht zu stören, ihren Angriffspunkt in jeden beliebigen Punkt der Linie af verlegen; wir können also auch die Kraft P im Punkte h angreifen lassen, welcher auf dem Durchschnitt der Linie af und der Verlängerung des Halbmessers gm liegt; und somit haben wir zwei an den Enden einer um m, Fig. 24, drehbaren geraden Linie hg wirkende, rechtwinklig zu hg angreifende Kräfte, p und P, welche sich das Gleichgewicht halten. Diese beiden Kräfte sind ungleich, ihre Angriffspunkte h und g liegen aber auch in ungleichen Entfernungen vom Drehpunkte m.

Fig. 24.



Es ist jetzt zu ermitteln, welches Verhältniss zwischen den Grössen der Kräfte p und P und den Längen hm und gm besteht.

Die Dreiecke caf und ahm, Fig. 23, sind einander ähnlich, und daraus folgt

$$ac : af = hm : am.$$

Nun aber verhalten sich ja die Längen ac und af wie die Kräfte p und P, wir haben also

$$p : P = hm : am$$

und, da $am = gm$,

$$p : P = hm : gm$$

oder

$$p : P = L : l \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad 1)$$

wenn wir die Länge $hm = L$ und $gm = l$ setzen. Das heisst mit Worten, die Kräfte P und p verhalten sich umgekehrt wie die Entfernungen ihrer Angriffspunkte vom Drehpunkte m.

Eine gerade unbiegsame Linie, welche um einen festen Punkt drehbar ist, wird ein Hebel genannt. Wenn nun in zwei verschiedenen Punkten eines Hebels rechtwinklig zu seiner Richtung zwei Kräfte angreifen, die ihn nach entgegengesetzten Richtungen zu drehen streben, so findet Gleichgewicht zwischen ihnen statt, wenn die eben ausge-

sprochene Bedingung erfüllt ist. Die Entfernung des Angriffspunktes einer Kraft von dem Drehpunkte (dem Hypomochlion) wird der Hebelarm der Kraft genannt; wir können demnach die Bedingung des Gleichgewichts am Hebel auch so ausdrücken: Zwei Kräfte, welche den Hebel nach entgegengesetzten Seiten zu drehen streben, halten sich das Gleichgewicht, wenn sie den entsprechenden Hebelarmen umgekehrt proportional sind.

Wäre z. B. der Hebelarm hm in Fig. 24 halb so gross als gm, so müsste P doppelt so gross sein als p. Eine Kraft p kann an einem Hebel einer 100fachen Kraft P das Gleichgewicht halten, wenn nur ihr Hebelarm mg auch 100mal so gross ist als der Hebelarm hm.

Aus der Proportion bei 1) folgt

$$PL = pl \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \qquad 2)$$

d. h. wenn sich zwei Kräfte an einem Hebel das Gleichgewicht halten sollen, so muss das Product, welches man erhält, wenn man die Kraft mit ihrem Hebelarm multiplicirt, für die beiden Kräfte gleich sein.

Das Product, welches man erhält, wenn man eine an einem Hebel wirkende Kraft mit ihrem Hebelarm multiplicirt, wird das statische Moment der Kraft genannt. Man könnte auch sagen, das statische Moment einer Kraft ist diejenige Kraft, welche man statt ihrer an dem Hebelarm 1 anbringen muss, wenn durch diese Vertauschung der Gleichgewichtszustand nicht gestört werden soll.

In Fig. 25 sei die Kraft rechts = 6, ihr Hebelarm = 5, so ist das statische Moment dieser Kraft gleich 5 × 6 = 30; ihr hält die auf der anderen Seite am Hebelarm 3 wirkende Kraft 10 das Gleichgewicht, denn 3 × 10 ist auch gleich 30.

Wenn auf jeder Seite des Drehpunktes nicht eine, sondern mehrere Kräfte wirken, so findet Gleichgewicht statt, wenn die Summe der statischen Momente auf der einen gleich ist der Summe der statischen Momente auf der anderen Seite. Es sei z. B. in Fig. 26 m der Drehpunkt.

Fig. 25.

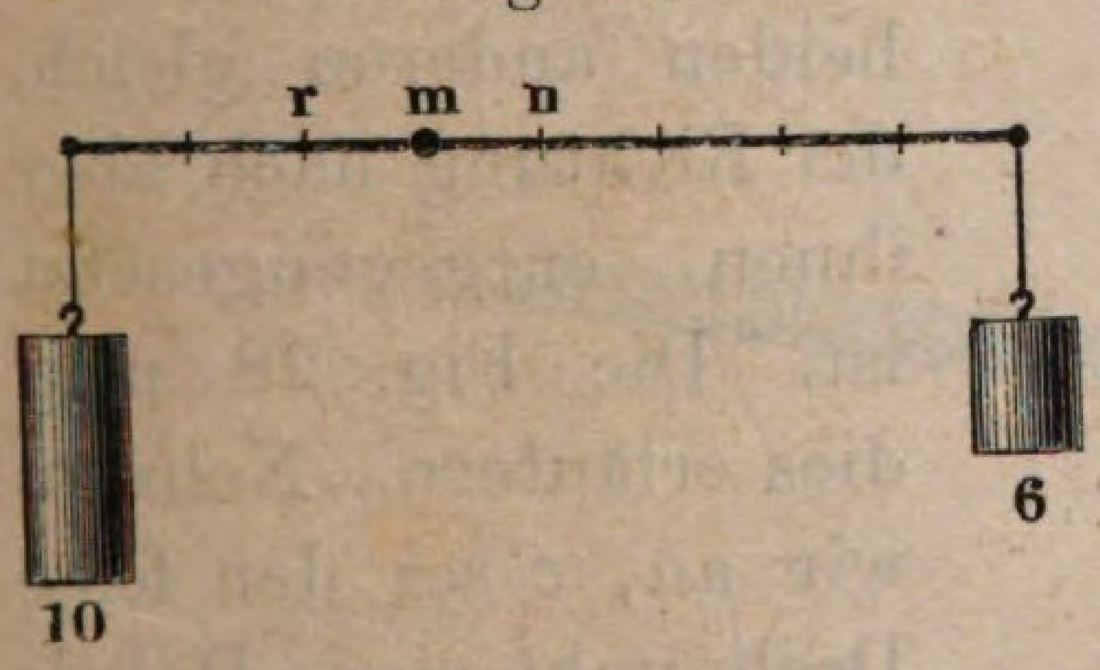
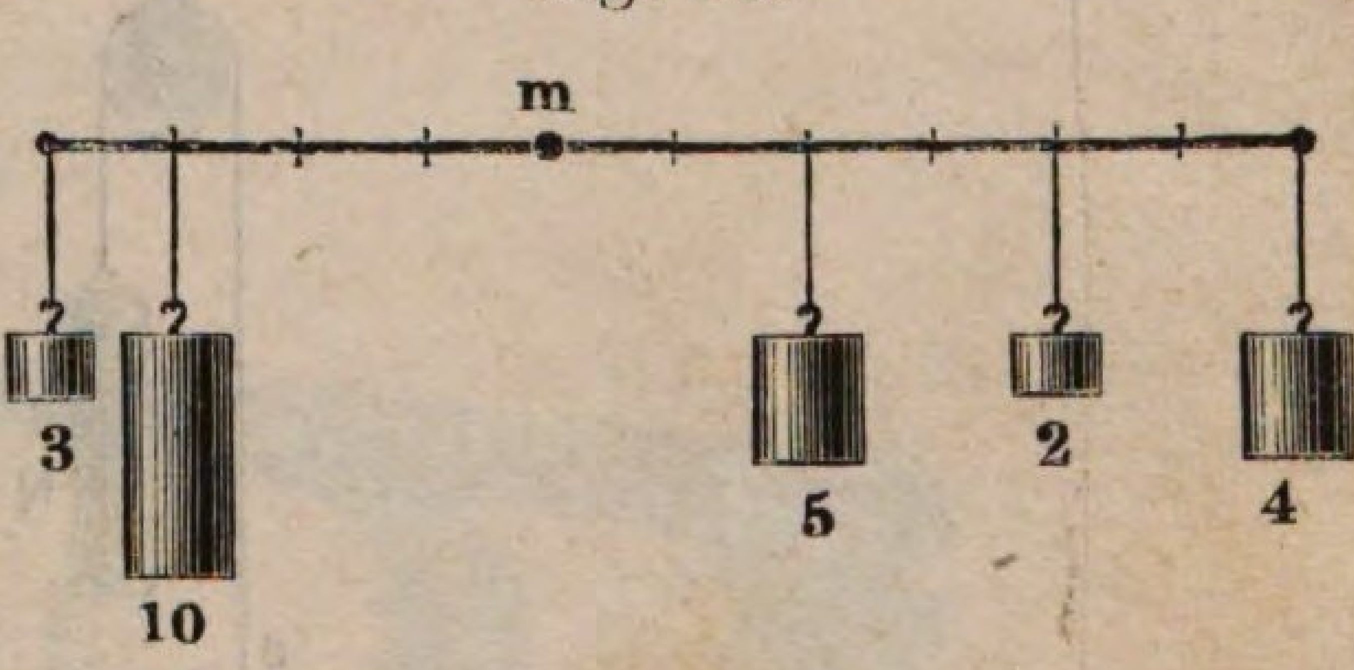


Fig. 26.

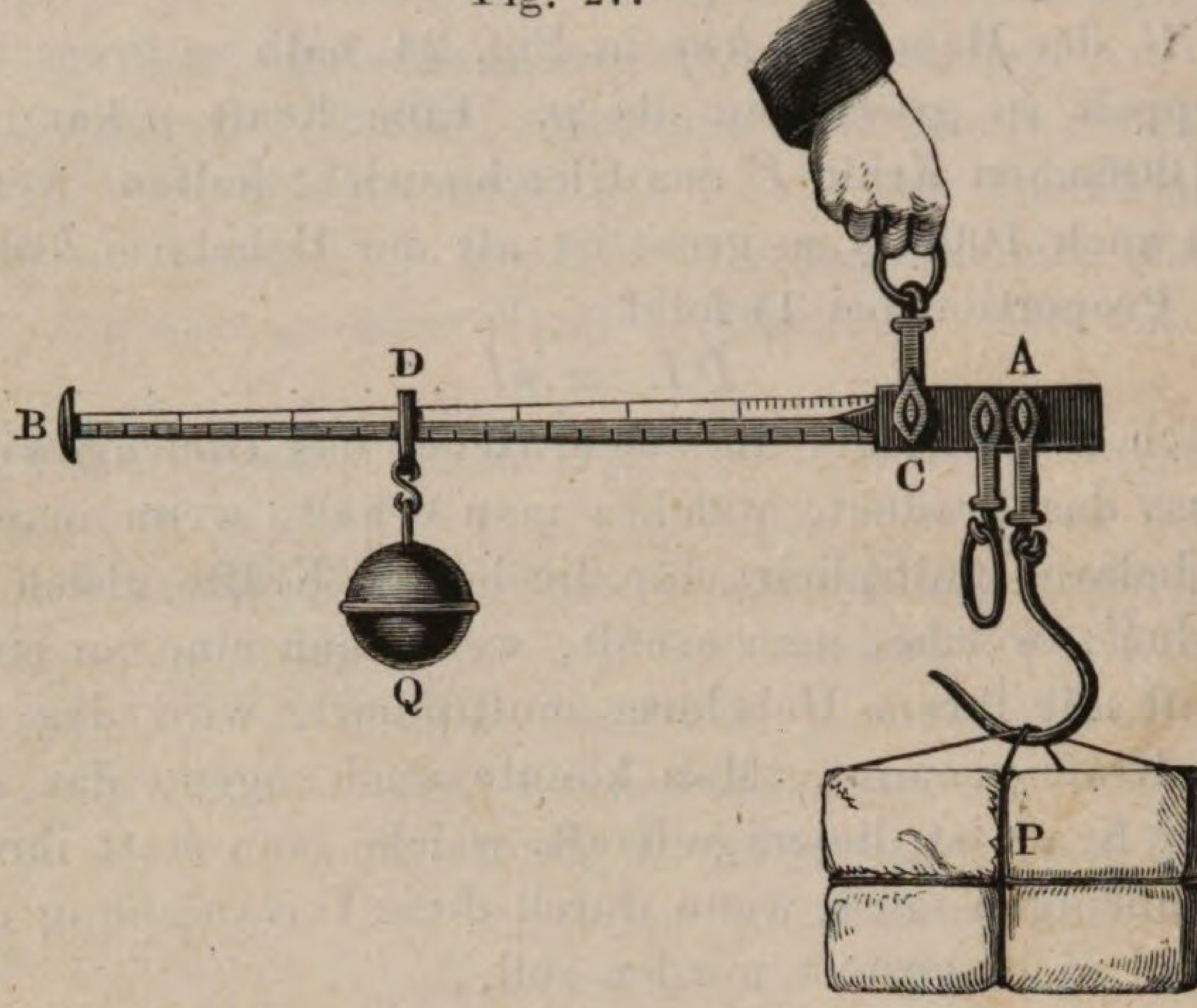


Auf der einen Seite wirke an dem Hebelarm 2 die Kraft 5, am Hebelarm 4 die Kraft 2, am Hebelarm 6 die Kraft 4, auf der anderen Seite aber die Kräfte 10 und 3 an den Hebelarmen 3 und 4, so wird zwischen allen diesen Kräften Gleichgewicht stattfinden, denn die Summe der statischen Momente ist auf beiden Seiten gleich, nämlich gleich 42.

Im alltäglichen Leben kommen zahlreiche Anwendungen des zweiarmigen Hebels vor; eine solche ist z. B. die gewöhnliche Schnell-

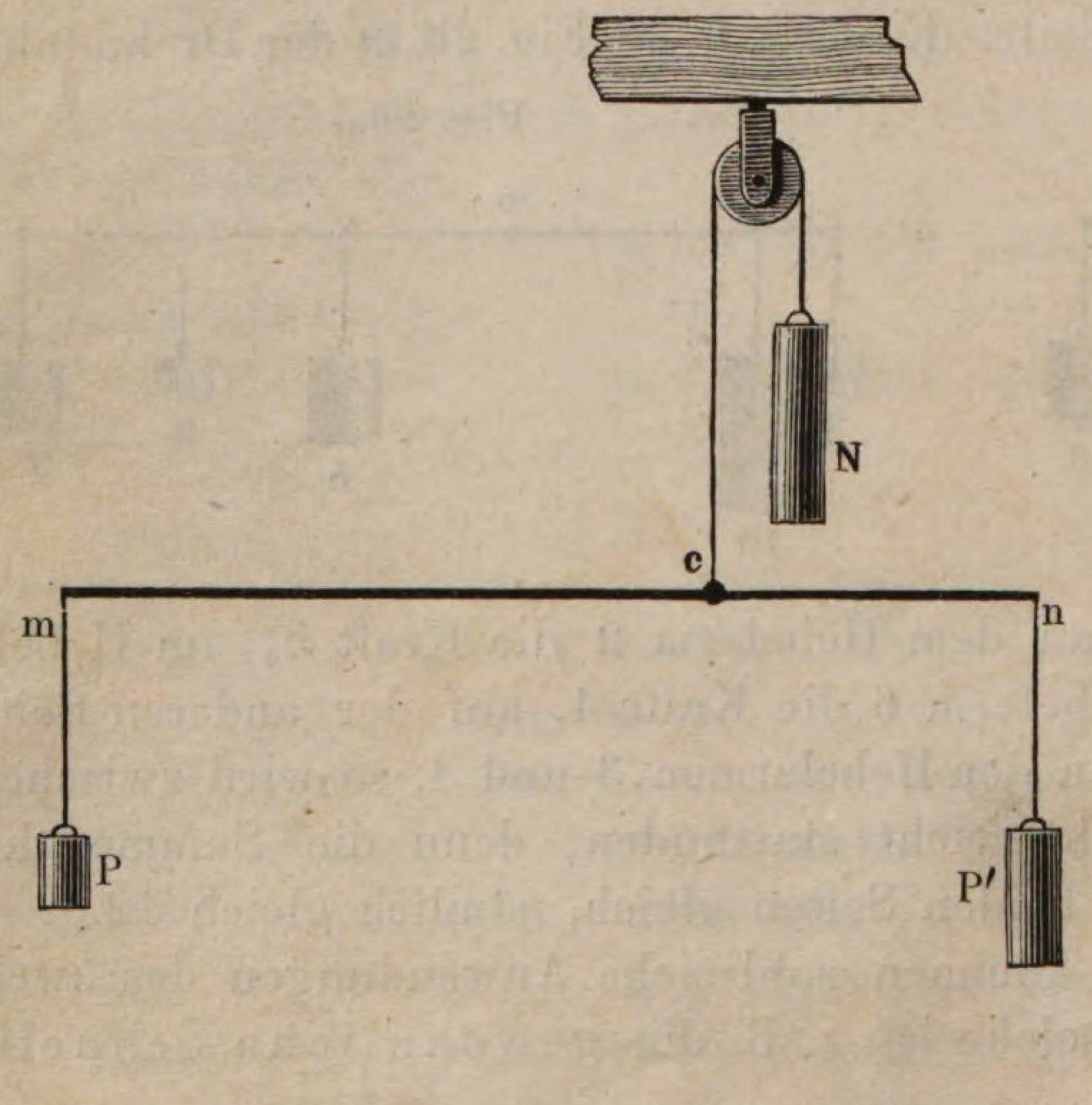
wage, Fig. 27. Der zweiarmige Hebel ist bei C drehbar, bei A ist eine Wagschale oder ein Haken angehängt, welcher die Last P trägt, die also an dem Hebelarm AC wirkt; dieser Last nun wird durch ein am anderen Arm des Hebels angehängtes Laufgewicht Q das Gleichgewicht gehalten. Je grösser die Last wird, desto mehr muss man das Laufgewicht Q vom Drehpunkte C entfernen.

Fig. 27.



25 **Der einarmige Hebel.** An einem solchen Hebel, wie wir ihn bisher betrachtet haben, hat der feste Drehpunkt einen Druck auszuhalten, welcher der Summe der an beiden Seiten wirkenden Kräfte gleich ist; ein solcher Hebel kann aber auch im Gleichgewicht sein, wenn dieser mittlere Punkt nicht fest ist, sondern wenn in ihm eine Kraft wirkt, welche der Summe der beiden anderen gleich, der Richtung nach aber ihnen entgegengesetzt ist. Die Fig. 28 mag dies erläutern. Nehmen wir an, c sei der feste Drehpunkt eines Hebels mn, an dessen Enden die Kräfte P und P' angreifen und sich einander das Gleichgewicht halten. Dieses Gleichgewicht wird nun nicht gestört, wenn der Punkt c

Fig. 28.



aufhört fest zu sein, wenn in ihm aber eine Kraft N angebracht wird, welche der Summe von P und P' gleich ist, die aber nach oben wirkt, während die Kräfte P und P' nach unten ziehen.

Ohne das Gleichgewicht zu stören, kann man jeden der drei Punkte m, c und n als fest betrachten; wenn nun einer der beiden äusseren Punkte, etwa n, fest ist, so haben wir einen einarmigen Hebel, d. h. einen solchen, bei welchem die Angriffspunkte der beiden sich das Gleichgewicht haltenden Kräfte N und P auf derselben Seite des festen Drehpunktes n liegen. Die beiden Kräfte haben in diesem Falle entgegengesetzte Richtung, und der Druck auf den Unterstützungspunkt ist dem Unterschiede der beiden Kräfte P und N gleich. Der Hebelarm der Kraft P ist $l + l'$, wenn man mit l die Länge mc, mit l' die Länge nc bezeichnet; der Hebelarm der Kraft N ist aber l'. Wäre c der feste Drehpunkt gewesen, so hätte man nach Paragraph 24 als Bedingung des Gleichgewichts

$$P' : P = l : l',$$

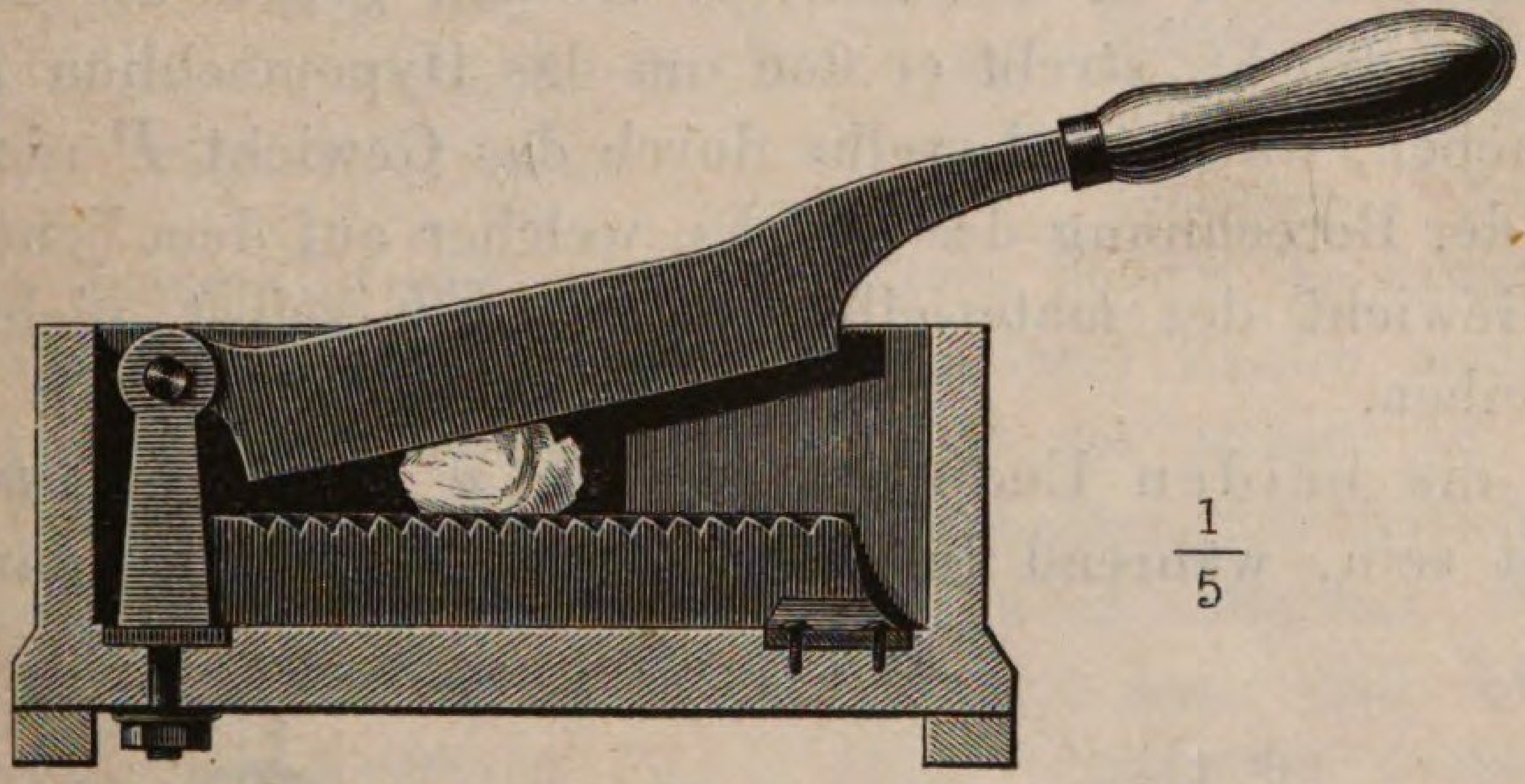
und daraus folgt

$$P' + P : P = l + l' : l',$$

oder

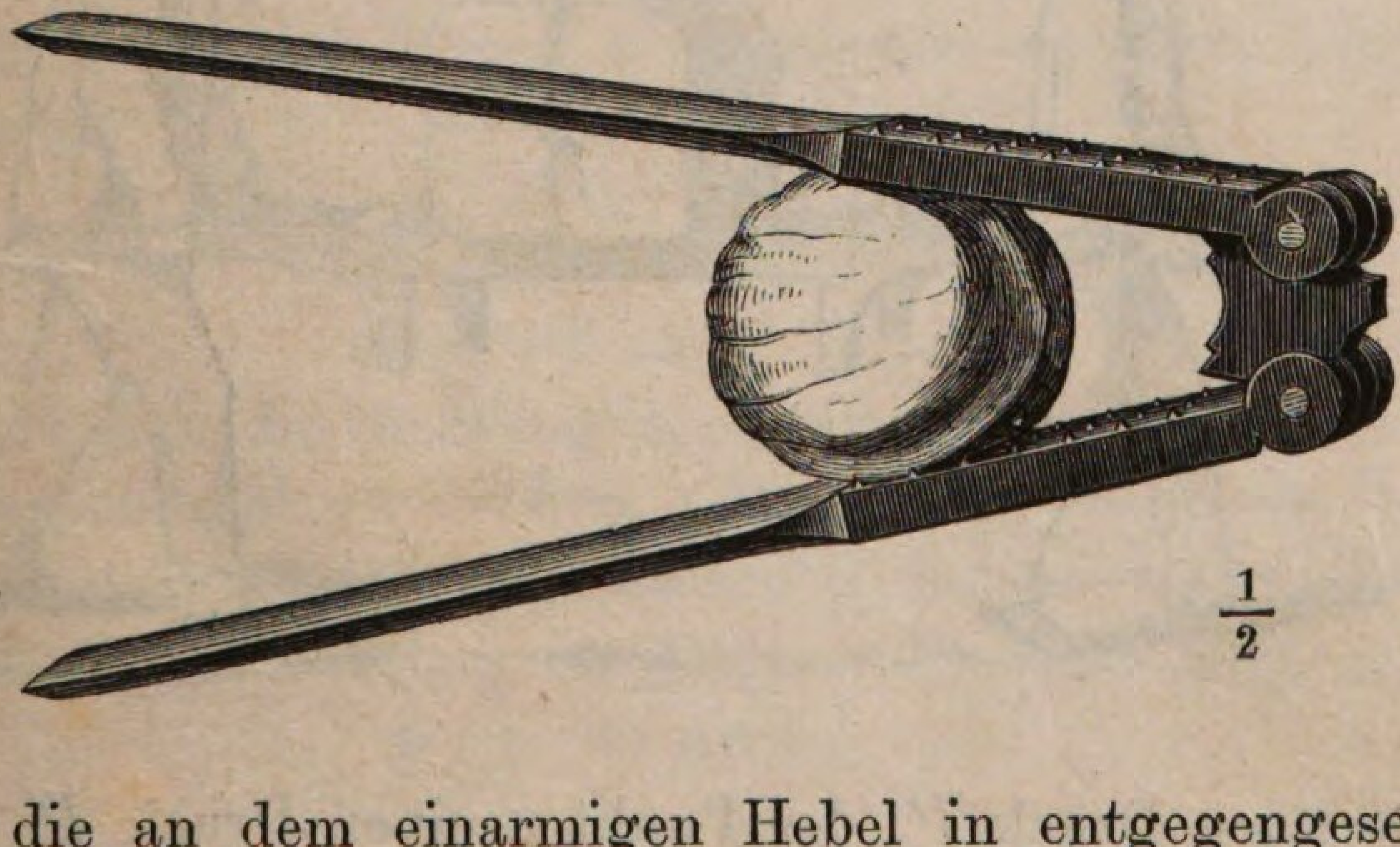
$$N : P = l + l' : l'.$$

Fig. 29.



$\frac{1}{5}$

Fig. 30.



$\frac{1}{2}$

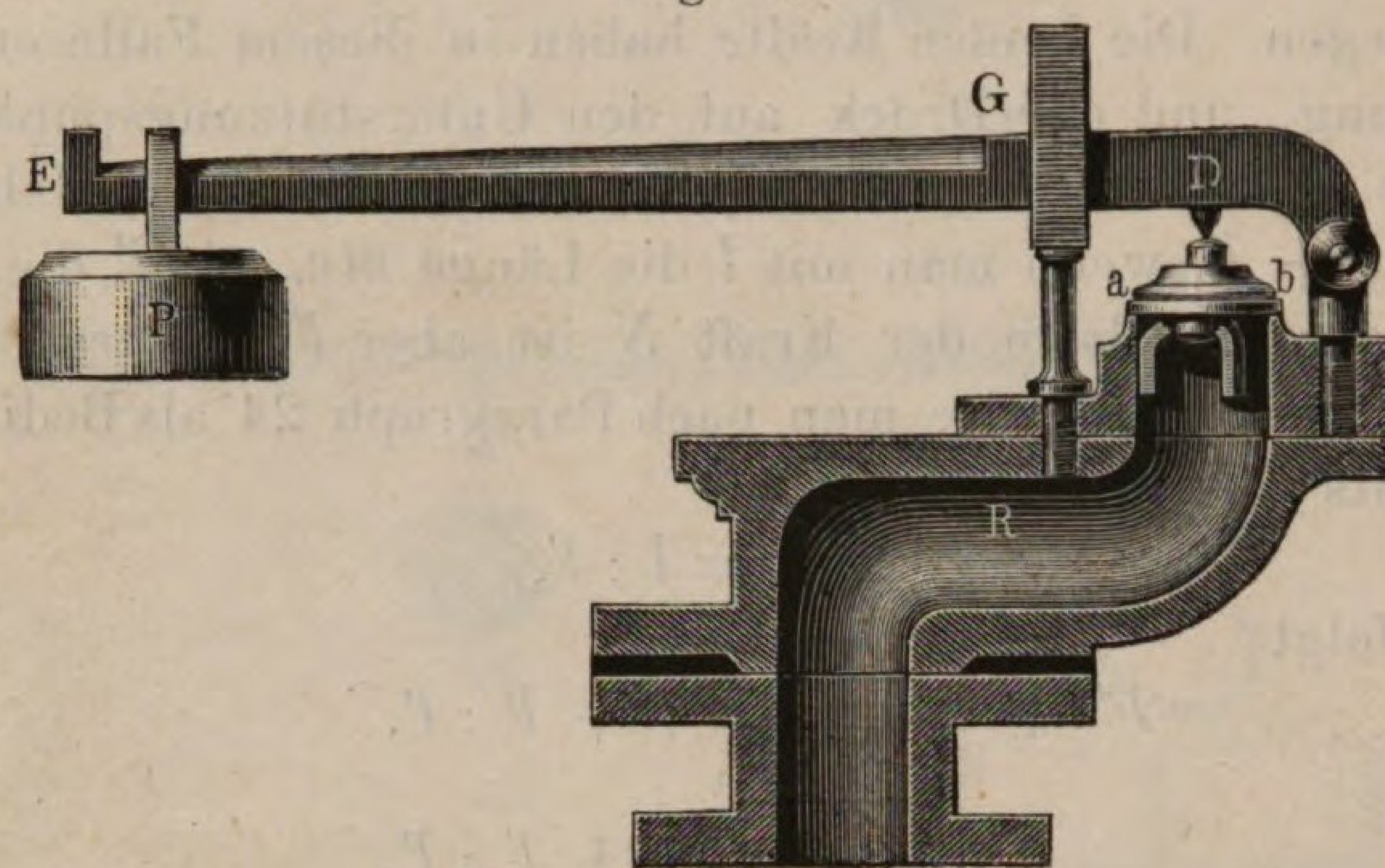
Wenn also die an dem einarmigen Hebel in entgegengesetzten Richtungen wirkenden Kräfte N und P sich das Gleichgewicht halten

sollen, so müssen sie sich ebenfalls umgekehrt verhalten wie ihre Hebelarme.

Die Figuren 29 und 30 (a. v. S.) sind zwei bekannte Formen der Anwendung des einarmigen Hebels, welche wohl keiner weiteren Erläuterung bedürfen.

Bei dem Sicherheitsventil unserer Dampfkessel (Fig. 31) kommt der einarmige Hebel gleichfalls in Anwendung. Indem der Dampf

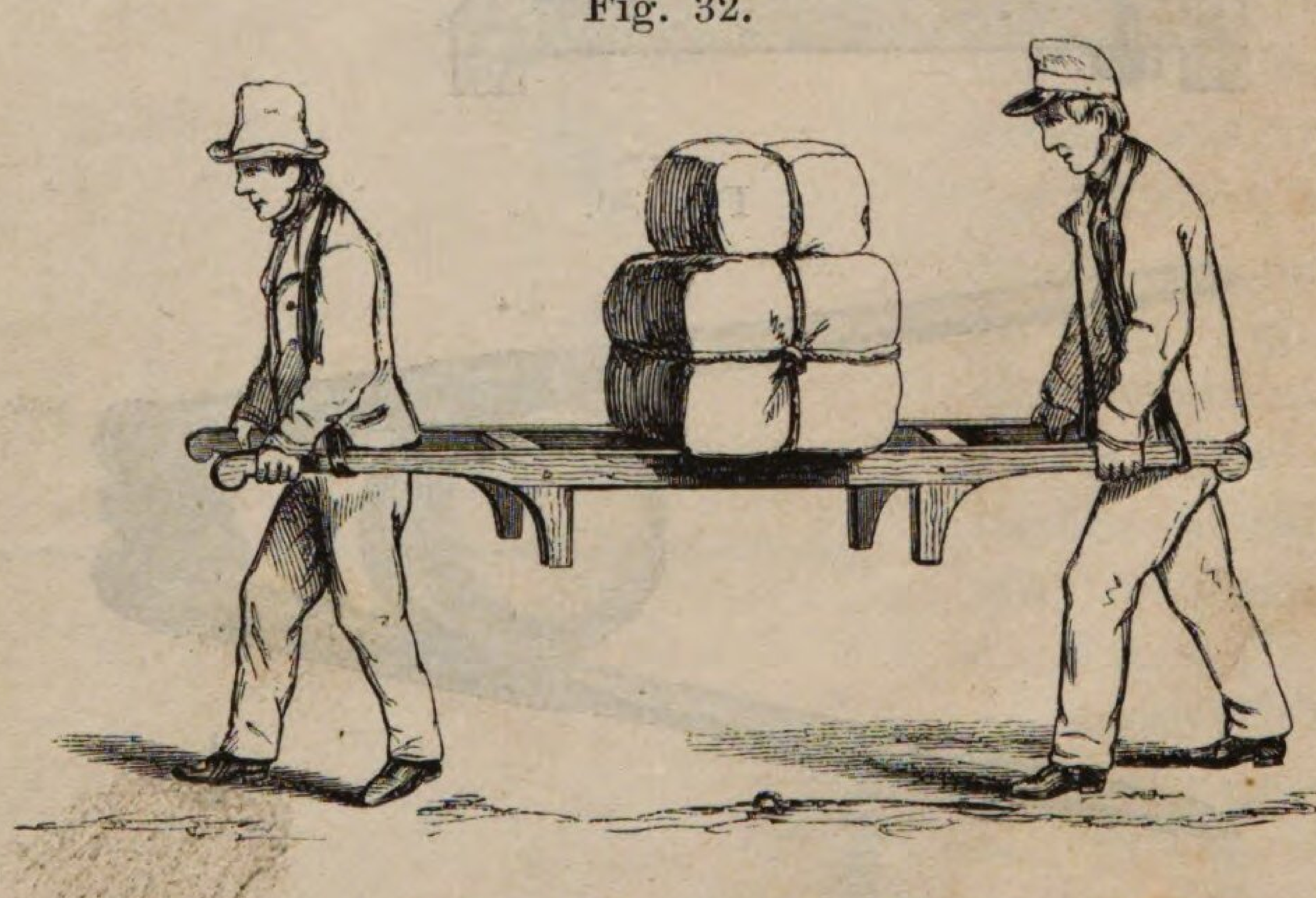
Fig. 31.



aus dem Dampfkessel in das Rohr R tretend gegen die untere Fläche der Platte ab drückt, strebt er den um das Hypomochlion F drehbaren Hebel zu heben, während derselbe durch das Gewicht P niedergedrückt wird. Bei der Berechnung des Drucks, welcher auf dem Ventil ab lastet, darf das Gewicht des materiellen Hebels FE selbst nicht unberücksichtigt bleiben.

Auch die beiden Endpunkte m und n der Stange mn, Fig. 28, können fest sein, während in c eine Kraft N wirkt; alsdann aber hat

Fig. 32.

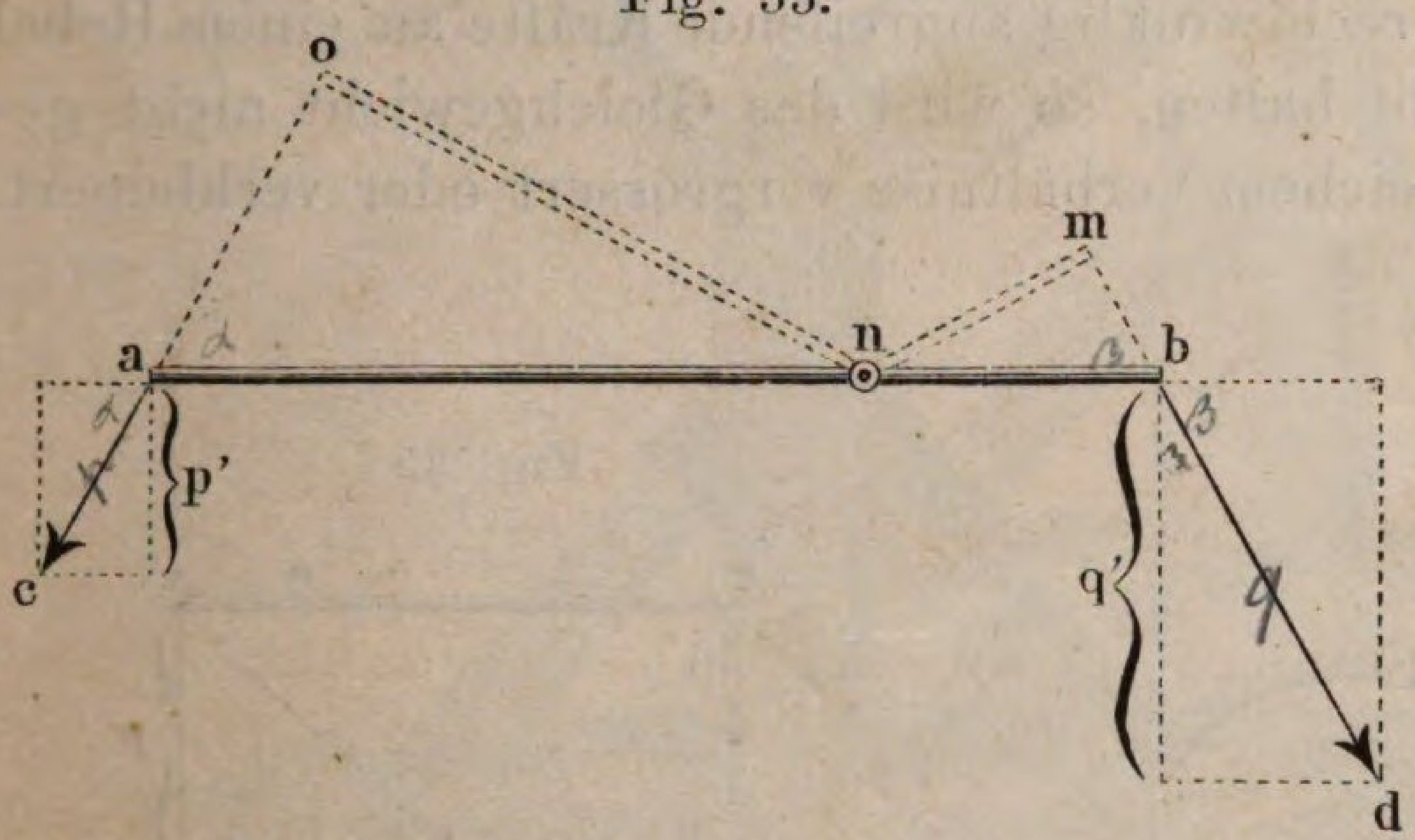


der Punkt m einen Druck P, der Punkt n einen Druck P' auszuhalten. Wenn die auf einer Tragbahre liegende Last, Fig. 32, durch zwei Leute

getragen werden soll, so vertheilt sie sich auf die beiden Träger; im Falle sie gerade auf der Mitte der Bahre liegt, kommt auf jeden Träger die Hälfte der Last; wird sie aber dem einen näher gerückt, wie Fig. 32 andeutet, so hat dieser einen grösseren Theil zu tragen. Gesetzt, die aufgelegte Last betrage 100 Pfund, die ganze Bahre sei 5 Fuss lang, und der Schwerpunkt der Last liege 2 Fuss von dem einen, 3 Fuss vom anderen Ende, so haben die Schultern des einen Trägers einen Druck von 60 Pfund, die des anderen einen Druck von 40 Pfund auszuhalten.

Gleichgewicht am Hebel bei schiefwinklig angreifenden Kräften. 26 Wir haben bisher nur den Fall betrachtet, dass die Kräfte rechtwinklig gegen den Hebel wirkten; es kann aber auch Gleichgewicht stattfinden, ohne dass dies der Fall ist. In Fig. 33 sei n der Stützpunkt des Hebels ab, in a wirke eine Kraft p nach der Richtung ac, in b eine andere q nach der Richtung bd. Die Kräfte p und q sollen sich verhalten wie die Linien ac und bd. Nach dem Satze vom Parallelogramm der Kräfte lässt sich p in zwei Kräfte zerlegen, von denen die eine p' rechtwinklig auf ab, die andere in der Richtung von ab wirkt. Ebenso kann man die Kraft q in zwei Kräfte zerlegen, von denen die eine q' rechtwinklig auf ab und die andere in der Richtung dieser Linie wirkt. Die Wirkung der beiden Seitenkräfte, welche in die Richtung der Linie ab fallen, wird offenbar durch den Widerstand des festen Punktes n völlig aufgehoben, und somit bleibt nur die Wirkung der Kräfte p' und q' übrig. Statt der ursprünglichen Kräfte p und q kann man also ohne Weiteres ihre rechtwinklig angreifenden Seitenkräfte p' und q' setzen. Gleichgewicht wird aber stattfinden müssen, wenn sich p' und q' umgekehrt verhalten wie ihre Hebelarme, d. h. wenn

Fig. 33.



$$p' : q' = nb : na,$$

oder wenn

$$q' \times nb = p' \times na.$$

Verlängert man die Richtung der Kraft p, um auf ihre Verlängerung von n das Perpendikel $no = l$ zu fällen, so entsteht ein Dreieck aon, welches demjenigen ähnlich ist, dessen Hypotenuse p und dessen eine Kathete p' ist; aus der Aehnlichkeit dieser Dreiecke folgt:

$$p : p' = an : l,$$

und daraus

$$p \times l = p' \times an.$$

Die an den Hebelarm an schief angreifende Kraft p wirkt also gerade so wie ihre in demselben Punkte a rechtwinklig angreifende Seitenkraft p' und auch so, als ob die Kraft p selbst rechtwinklig an einem kleineren Hebelarm no wirkte, welchen man findet, wenn man vom Drehpunkt n ein Perpendikel auf die Richtung der Kraft p fällt.

Das Moment einer schräg angreifenden Kraft findet man also, indem man die Kraft multiplicirt mit dem vom Drehpunkt auf die Richtung der Kraft gefällten Perpendikel.

Demnach wirkt die schief angreifende Kraft q gerade so, als ob sie rechtwinklig am Hebelarm nm angriffe, und die beiden Kräfte p und q halten sich das Gleichgewicht, wenn $p \times on = q \times mn$.

Auf die eben entwickelte Weise findet man auch die Momente der Kräfte, wenn der Hebelarm nicht mehr eine gerade Linie ist, Fig. 34.

Wenn zwei parallele rechtwinklig angreifende Kräfte an einem Hebel einander das Gleichgewicht halten, so wird das Gleichgewicht nicht gestört, wenn man sie in gleichem Verhältniss vergrössert oder verkleinert.

Fig. 34.

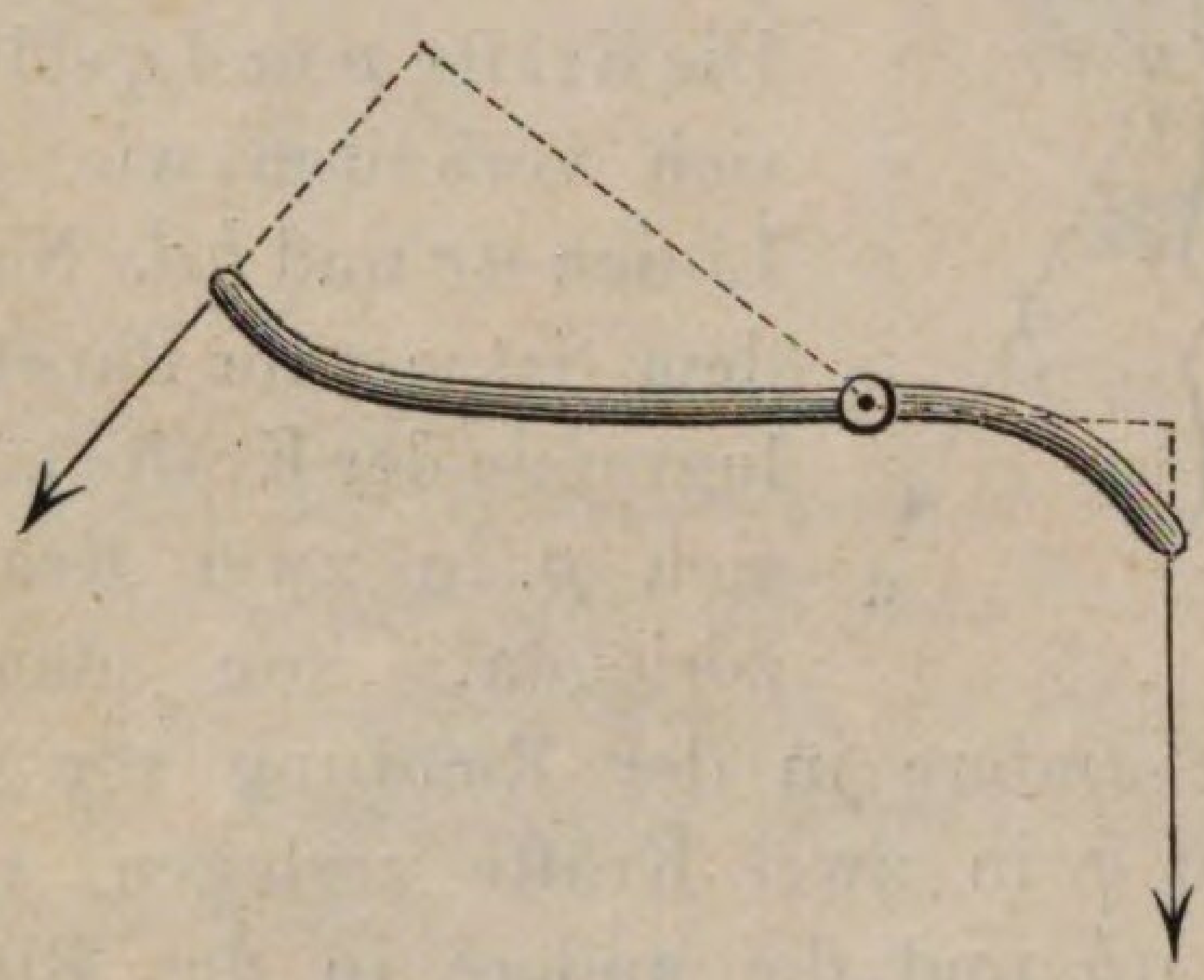
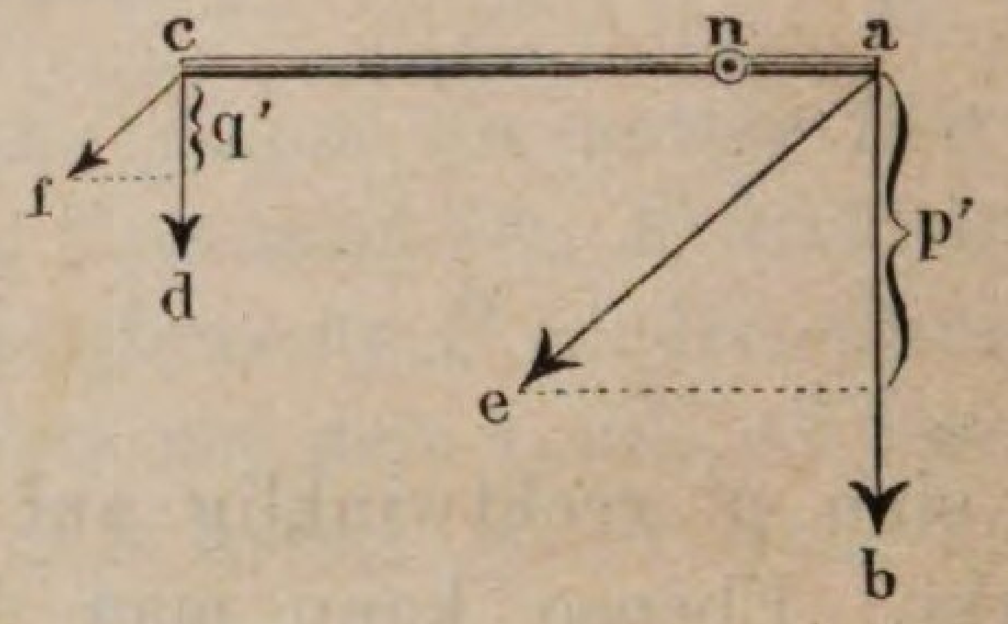


Fig. 35.



Eben so wenig wird aber auch das Gleichgewicht gestört, wenn beide Kräfte ihre Richtung so ändern, dass sie unter sich parallel bleiben. Wenn z. B. die Kräfte $ab = p$ und $cd = q$ an dem Hebel ac, Fig. 35, sich das Gleichgewicht halten, so besteht dasselbe auch noch, wenn man dieselben Kräfte nach den einander parallelen Richtungen ae und cf wirken lässt; denn die schräg wirkende Kraft p wirkt wie ihre rechtwinklige Seitenkraft p' und die schräg wirkende q wie die rechtwinklig angreifende q'; p' und q' halten sich aber gewiss das Gleichgewicht, wenn es zwischen den Kräften p und q bei rechtwinkligem Angriff bestand.

27 **Haspel, Winde und Räderwerke.** Wenn irgend ein fester Körper um eine feste Axe drehbar ist, so wirken die Kräfte, welche ihn um diese Axe umzudrehen streben, ganz nach den Gesetzen des Hebels. Deshalb finden diese Gesetze bei den vielen Maschinen eine Anwendung, welche sich in ein mehr oder weniger complicirtes System von Hebeln zerlegen lassen. Beim Haspel z. B., Fig. 36, verhält sich die Kraft P, welche am Hebelarm CF angreift, zur Last Q, welche an dem um die

Welle BB geschlungenen Seile hängt, wie der Radius r des Wellbaumes zur Länge R des Hebelarmes CF, d. h. es ist

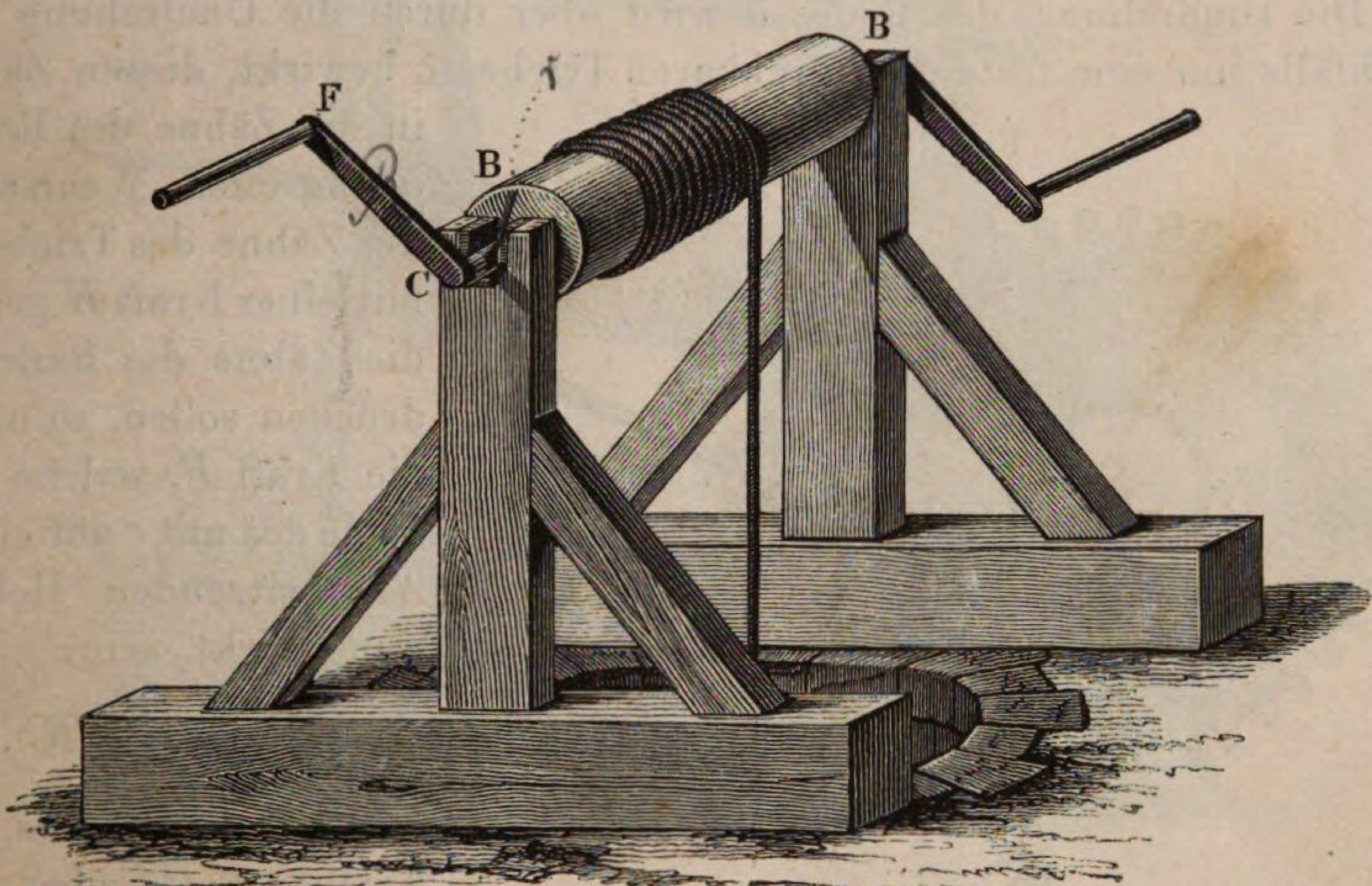
$$P : Q = r : R$$

oder

$$P = \frac{r}{R} Q \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 1)$$

Wenn $R = 4r$, wie es bei solchen Haspeln meistens der Fall ist, so haben wir also $P = \frac{1}{4} Q$. Mit einer Kraft von 25 Pfund an der Kurbel angreifend kann man also eine Last von 100 Pfund heben.

Fig. 36.



Das Verhältniss zwischen der an der Maschine angreifenden Kraft und der Last, welche man mit der Maschine heben kann, wird häufig mit dem Namen der Uebersetzung bezeichnet. Die Uebersetzung am Haspel liesse sich nun dadurch steigern, dass man einerseits den Radius r des Wellbaumes verkleinerte oder andererseits die Länge R des Hebelarmes CF vergrösserte. In der Praxis aber darf man r nicht zu sehr verkleinern, weil dadurch die Tragkraft der Welle vermindert wird, andererseits aber ist eine Vergrösserung von R über gewisse Gränzen hinaus wegen der Körperdimensionen des Arbeiters unmöglich.

Um eine stärkere Uebersetzung zu erhalten, als man sie mit dem einfachen Haspel erreichen kann, werden zusammengesetzte Räderwerke angewandt, d. h. statt die Last direct an der durch die Kraft P umgedrehten Welle anzuhängen, überträgt man die Bewegung dieser Welle auf den Umfang eines grösseren Rades, an dessen Welle erst die Last hängt.

Die Uebertragung der Bewegung von einer Umdrehungsaxe auf eine andere geschieht durch Zahnräder, in manchen Fällen auch durch Riemen oder Seile.

In dem Fig. 37 dargestellten Räderwerke wird die Uebertragung der Bewegung von einer Axe auf die andere durch Zahnräder vermittelt.

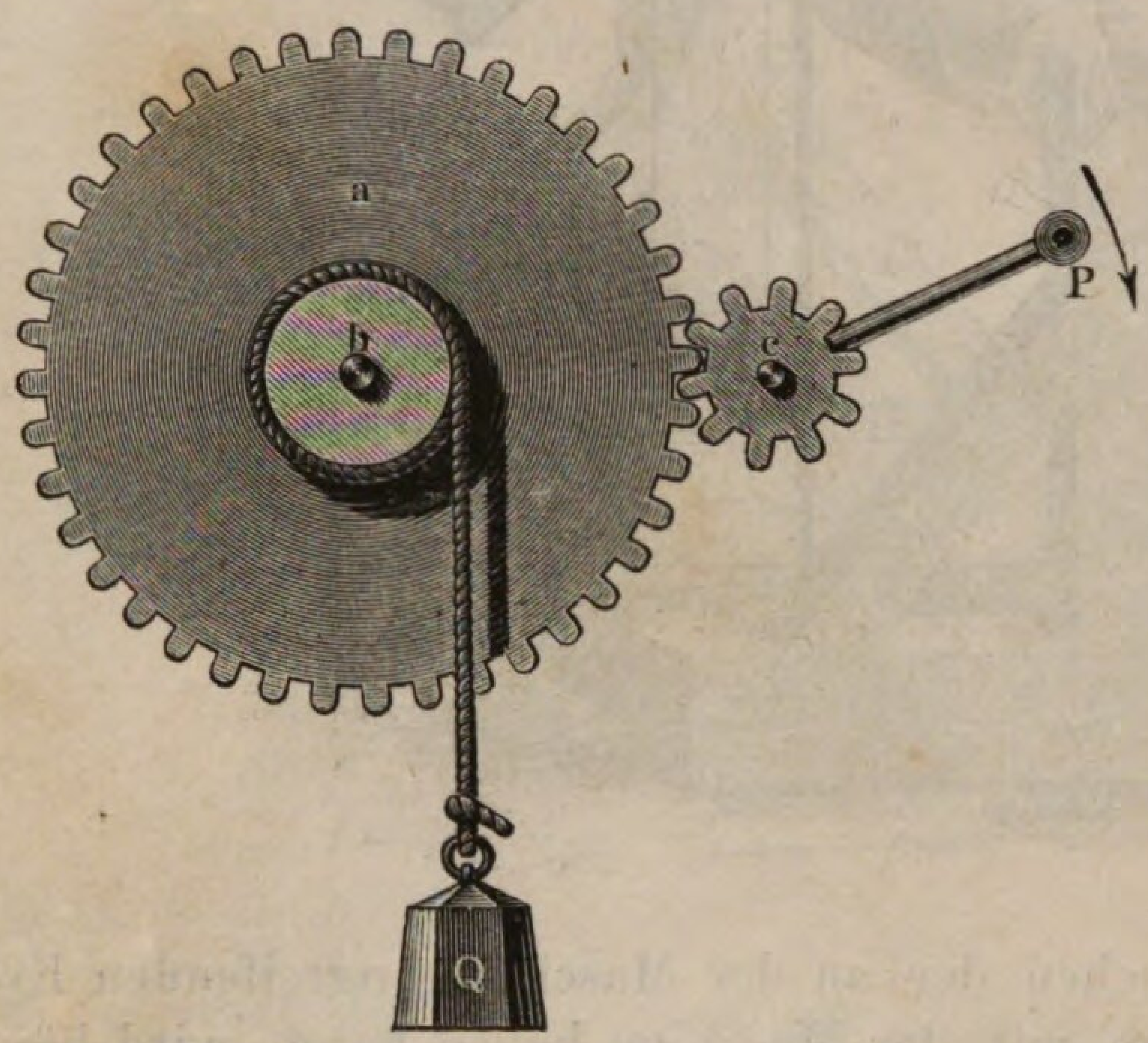
Um die Last Q zu heben, welche an der um eine feste Axe drehbaren Welle b hängt, muss an dem Umfang des auf derselben Axe sitzenden gezahnten Rades a eine Kraft K angebracht werden, deren Werth

$$K = \frac{r}{R} Q \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 2)$$

ist, wenn r der Radius des Wellbaumes b, R aber der Radius des gezahnten Rades a ist.

Die Umdrehung des Rades a wird aber durch die Umdrehung des gleichfalls um eine feste Axe drehbaren Triebes c bewirkt, dessen Zähne in die Zähne des Rades a eingreifen. Wenn aber die Zähne des Triebes c mit einer Kraft K gegen die Zähne des Rades a drücken sollen, so muss die Kraft P, welche am Ende des mit c auf einer Axe sitzenden Hebelarms wirkt, sein:

Fig. 37.



$$P = \frac{r'}{R'} K \quad . \quad 3)$$

wenn r' den Radius des Triebes c, R' aber die Länge des Hebelarmes bezeichnet, an dessen Ende P wirkt.

Setzt man den Werth von K aus 2) in 3), so kommt:

$$P = \frac{r}{R} \cdot \frac{r'}{R'} Q.$$

Der Radius r' des Triebes c verhält sich zum Radius R des Rades a wie der Umfang des Triebes zum Umfang des Rades; die Umfänge aber verhalten sich wie die Anzahl der Zähne, welche sie tragen.

An der Vorrichtung Fig. 38 sei z. B. der Radius der Kurbel, an welcher der Arbeiter angreift, also $R' = 0{\cdot}5$ Meter, der Radius der Welle D aber, an welcher die Last hängt, also $r = 0{\cdot}12$ Meter; ferner habe der auf der Kurbelaxe sitzende Trieb 12, das Rad H aber 72 Zähne, so haben wir:

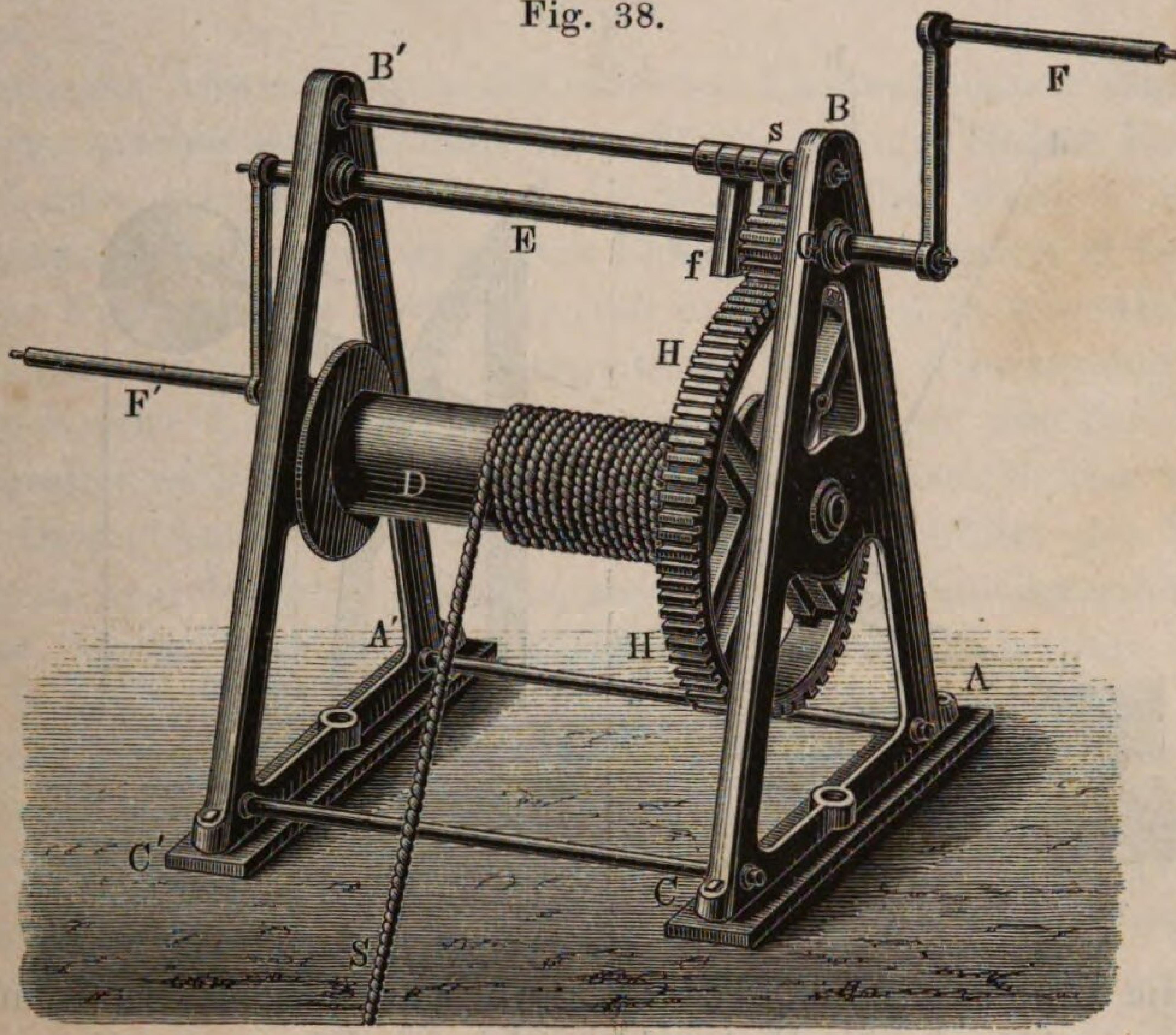
$$P = \frac{0{\cdot}12}{72} \cdot \frac{12}{0{\cdot}5} Q = 0{\cdot}04\, Q.$$

Bei dem Räderwerk Fig. 38 muss die Kurbelaxe 6 Umdrehungen machen, um 1 Umdrehung der Welle D zu bewirken.

Räderwerke werden nicht allein benutzt, um grosse Lasten mit kleinen Kräften zu heben, wie dies z. B. bei Krahnen der Fall ist, sondern auch um die Umdrehung einer Axe in eine schnellere oder langsamere zu verwandeln.

Ein Mühlstein muss mit ziemlich grosser Geschwindigkeit umgedreht werden, während das Wasserrad sich sehr langsam umdreht; durch

Fig. 38.



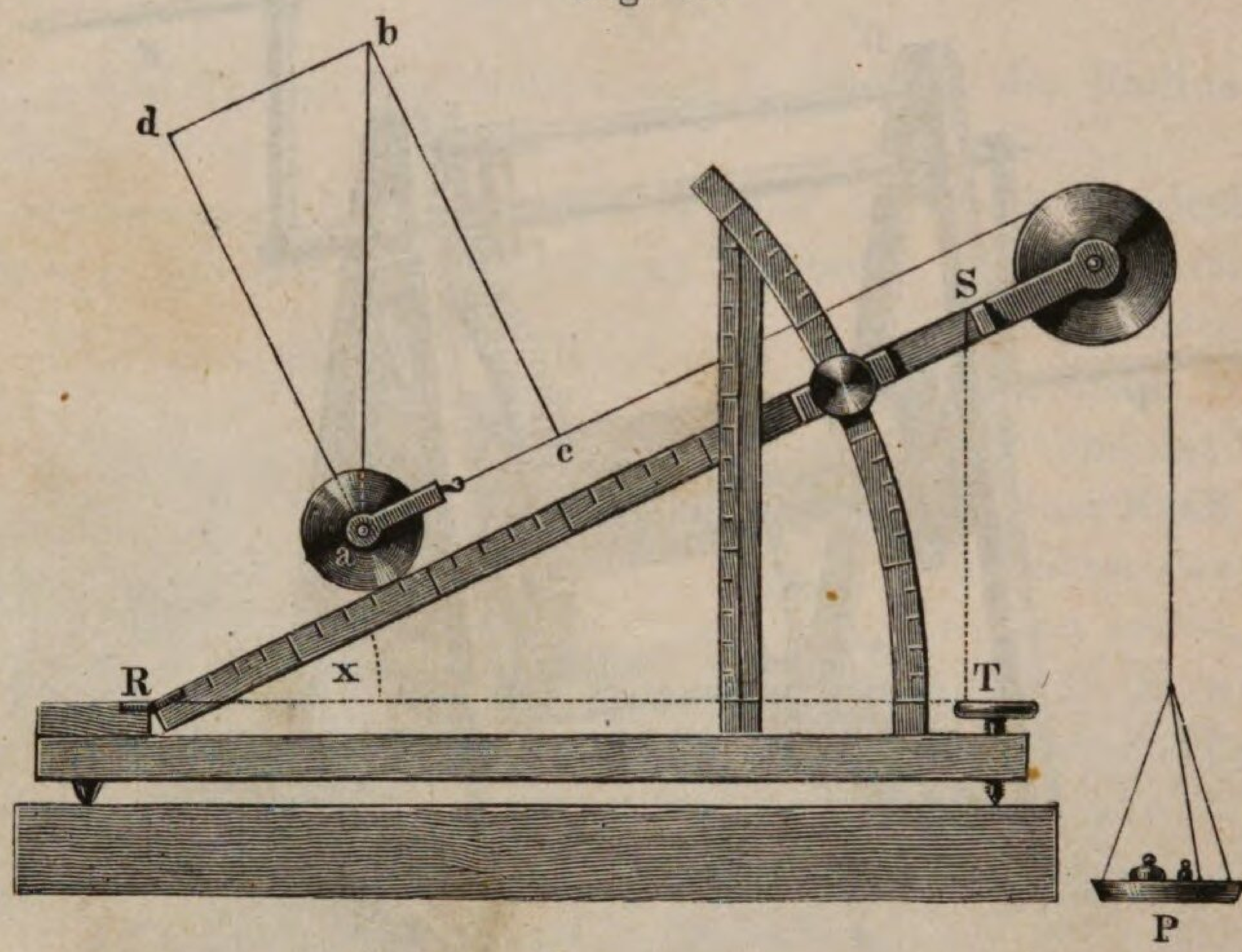
Vermittelung eines Räderwerkes wird die langsame Umdrehung des Wasserrades in eine rasche Umdrehung des Mühlsteins verwandelt. — Das Umgekehrte findet bei Uhren statt.

Die schiefe Ebene bietet uns ein praktisches Beispiel von der 28
Zerlegung der Kräfte dar. Wenn eine Last auf einer Ebene RS sich befindet, welche mit der Horizontalen einen Winkel x bildet, Fig. 39 (a. f. S.), so ist die nach der Richtung ab wirkende Schwere der Last nicht mehr rechtwinklig gegen RS gerichtet, die Ebene RS hat also auch nicht den vollen Druck der Last auszuhalten. In der That lässt sich die Schwere der Last in zwei andere Kräfte zerlegen, von denen die eine rechtwinklig gegen die Ebene RS als Druck wirkt, während die andere, parallel mit der schiefen Ebene wirkend, den Körper herabtreibt. Die Grösse dieser beiden Kräfte lässt sich leicht durch Construction ermitteln. Wenn ab die Grösse und Richtung der Schwerkraft darstellt, so haben wir durch a nur eine Linie rechtwinklig zu der schiefen Ebene und eine andere parallel mit derselben zu ziehen, und sodann von b aus die Perpendikel bd und bc auf diese Linie zu fällen. Die Linie ad stellt uns die Grösse des Drucks dar, welchen die Ebene auszuhalten hat, ac aber

die Grösse der Kraft, welche die Last zur schiefen Ebene heruntertreibt, oder mit anderen Worten, der Druck auf die Ebene und die Kraft, welche die Last parallel der schiefen Ebene zu bewegen strebt, verhalten sich zum Gewicht derselben, wie die Linien ad und ac zu ab.

Nun aber ist das Dreieck abc dem Dreieck RST ähnlich, und zwar verhält sich $ab : ac = RS : ST$, und daraus folgt, dass die Kraft,

Fig. 39.



welche die Last zur schiefen Ebene heruntertreibt, sich zu seinem Gewicht verhält, wie die Höhe der schiefen Ebene zu ihrer Länge.

Bezeichnet man mit x den Winkel, welchen die schiefe Ebene mit der Horizontalen macht, so ist offenbar $ac = ab \,.\, sin x$ und $bc = ab \,.\, cos x$. Bezeichnen wir mit P das Gewicht der Last, so ist

$$D = P \,.\, cos\, x$$

der Druck, welchen die schiefe Ebene auszuhalten hat und

$$K = P \,.\, sin\, x$$

die Kraft, welche sie zur schiefen Ebene heruntertreibt.

Ein Versuch mag dies noch anschaulicher machen und es bestätigen. Eine auf die schiefe Ebene gelegte Walze wird alsbald herabrollen, und um dies Herabrollen zu verhindern, kann man an einer an der Axe der Walze angebrachten Scheere eine Schnur befestigen, welche um eine Rolle geschlungen ist und an deren Ende ein Gewicht P hängt, Fig. 39.

Gesetzt, die Walze sammt der Scheere wiege 1000 Gramm, und der Winkel x sei 30^0. Für diesen Fall ist $ST = \frac{1}{2}\, RS$, also auch $ac = \frac{1}{2}\, ab$; d. h. die Kraft, welche die Walze heruntertreibt, ist der Hälfte ihres Gewichtes gleich, man wird also das Herabrollen verhindern können, wenn man das Gewicht $P = 500$ Gramm macht.

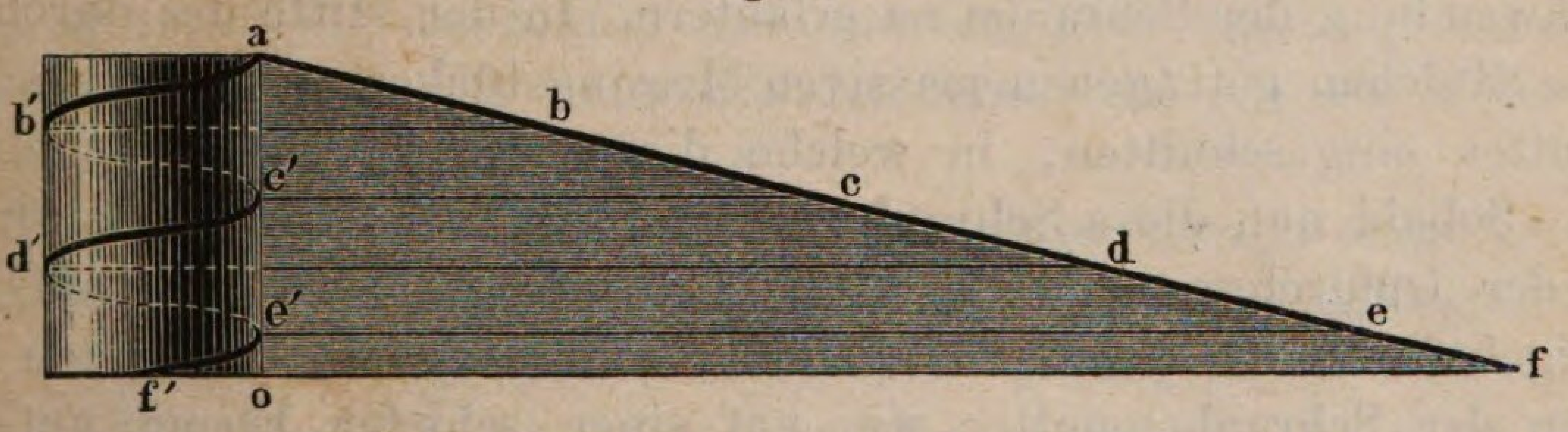
Wäre der Winkel $x = 19^0\,30'$, so würde $ST = \frac{1}{3}\,RS$ sein, und man dürfte das Gewicht P nur $\frac{1000}{3} = 333$ Gramm machen, um das Herabrollen der Walze zu verhindern.

Da $sin\,14^0\,30'$ sehr nahe gleich $\frac{1}{4}$ ist, so ist $ST = \frac{1}{4}\,RS$, wenn der Winkel $x = 14^0\,30'$, man hat also für diesen Fall $P = \frac{1000}{4} = 250$ Grm. zu setzen.

Praktische Anwendungen der schiefen Ebene kommen täglich vor. Jeder Weg, welcher eine Anhöhe hinaufführt, ist eine schiefe Ebene, auf welcher Lasten von dem Thal auf die Höhe gehoben werden; um z. B. einen Lastwagen auf einer geneigten Chaussee aufwärts zu ziehen, muss ausser der Kraft, welche nöthig ist, um die Reibung zu überwinden, die gerade ebenso auch bei ganz horizontalen Wegen überwunden werden muss, noch eine Kraft angewandt werden, um dem mit der schiefen Ebene parallel wirkenden Antheil der Schwerkraft das Gleichgewicht zu halten. Dieser Antheil ist aber um so grösser, je steiler der Weg ist. Aus diesem Grunde führt man an steilen Bergen die Chausseen nicht geradeaus, sondern man zieht vor, grosse Umwege zu machen und den Weg in Windungen, die weniger steil sind, auf den Gipfel zu führen. Bei Bauten aller Art kommt es häufig vor, dass die Materialien auf schiefen Ebenen in die Höhe geschafft werden, ja häufig werden solche schiefe Ebenen auf besonders zu diesem Zwecke aufgeschlagenen Gerüsten (Laufbrücken) angelegt. Diese Anwendung der schiefen Ebene war schon im grauen Alterthum bekannt, denn höchst wahrscheinlich bedienten sich ihrer die Aegyptier, um die ungeheuren Steinblöcke in die Höhe zu schaffen, welche sie zu ihren Pyramiden verwendeten.

Die Schraube ist eine um einen Cylinder herumgewundene schiefe 29
Ebene. Es sei aof, Fig. 40, ein rechtwinkliges Stück Papier, dessen

Fig. 40.



verticale Kathete an einem Cylinder befestigt ist. Wird nun das Papier um den Cylinder herumgewickelt, so bildet die Hypotenuse af auf dem Cylinder eine Schraubenlinie, deren Lauf man in der Figur leicht verfolgen kann.

Ist cc' gleich dem Umfange des Cylinders, so wird beim Umwickeln c nach c', also vertical unter a kommen. Der Punkt b kommt nach b', d nach d' u. s. w. Die auf die hintere Seite des Cylinders fallenden Stücke

der Schraubenlinie sind punktirt. Die Höhe von a bis c', von b' bis d' u. s. w. ist die Höhe eines Schraubenganges.

Denken wir uns längs der Schraubenlinie um den Cylinder ein Dreieck fortgeführt, welches die Höhe eines Schraubenganges hat, so entsteht ein sogenanntes scharfes Schraubengewinde, wie ein solches in Fig. 41 dargestellt ist; denkt man sich aber ein Viereck, dessen Höhe gewöhnlich halb so gross ist als die Höhe eines Schraubenganges, auf dieselbe Weise um den Cylinder geführt, so entsteht ein flaches Schraubengewinde; ein solches ist in Fig. 42 dargestellt.

Wir haben eben nur solche Schraubengewinde betrachtet, welche um einen soliden Cylinder herumgelegt sind; Schrauben, welche auf diese Weise gebildet sind, werden Schraubenspindeln genannt; werden aber die Gewinde auf dieselbe Weise im Innern eines hohlen Cylinders herumgeführt, so entsteht eine Schraubenmutter.

Eine Schraubenspindel ist für sich allein zur Hervorbringung mechanischer Effecte, wie zum Heben einer Last, zur Ausübung eines starken Druckes u. s. w. nicht zu gebrauchen; sie muss mit einer Schraubenmutter so verbunden sein, dass die Erhabenheiten der einen genau in die

Fig. 41.

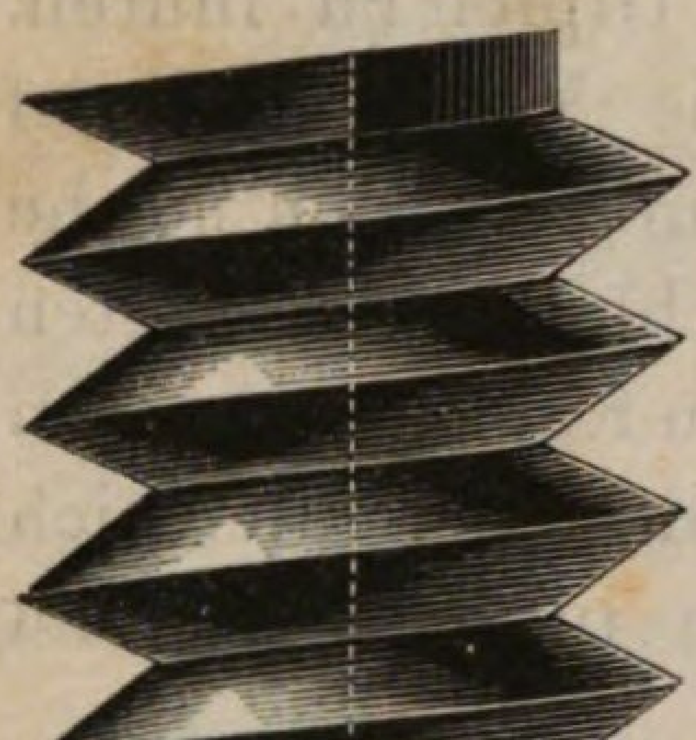
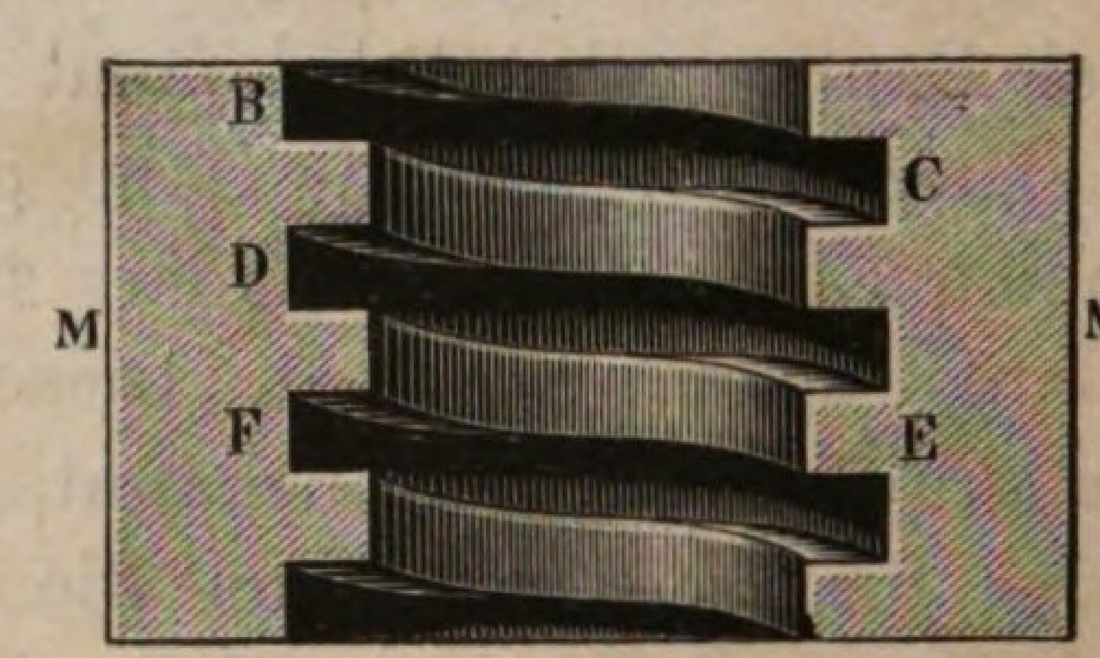


Fig. 42.



Fig. 43.



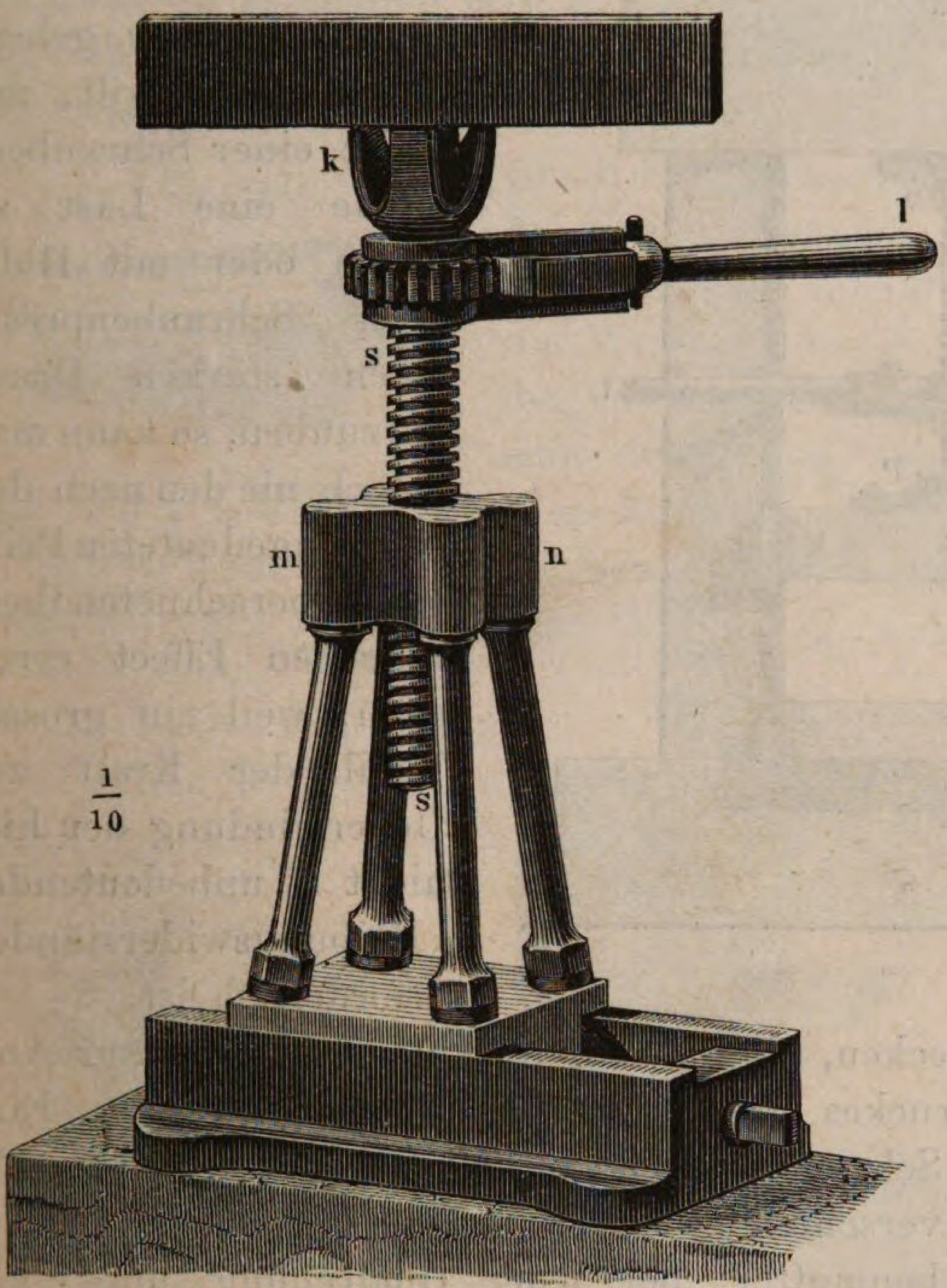
Vertiefungen der anderen passen. Fig. 43 stellt eine Schraubenmutter dar, welche zu der Schraubenspindel Fig. 42 passt.

Die Schraubenwinde, Fig. 44, ist ganz besonders geeignet, um die Anwendung der Schraube zu erläutern. In der Mitte des durch vier eiserne Säulchen getragenen massiven Messingstückes mn ist die Schraubenmutter eingeschnitten, in welche die eiserne Schraubenspindel ss passt. Sobald nun diese Schraubenspindel umgedreht wird, so wird sie bei jeder Umdrehung um die Höhe eines Schraubenganges auf- oder niedergehen, indem die Windungen der Schraubenspindel auf den Windungen der Schraubenmutter wie auf einer schiefen Ebene auf- und niedergleiten.

Wenn nun auf den Kopf k, mit welchem die Schraubenspindel oben endigt, irgend eine Last aufgelegt wird, so muss diese Last dadurch gehoben werden, dass die Schraubenspindel in der entsprechenden Richtung umgedreht wird, und es ist klar, dass hier dieselben Principien zur Anwendung kommen, als ob die Last auf einer schiefen Ebene hinaufgezogen werden sollte, welche eben so stark gegen die Horizontale geneigt

ist wie die Windungen der Schraube; es wird sich also die (am Umfange der Schraubenspindel angebrachte) Kraft für den Fall des Gleichgewichts an der Schraube zur Last verhalten, wie die Höhe eines Schraubenganges zum Umfange der Spindel, da man bei der geringen Steigung solcher Schrauben die Länge eines Schraubenganges ohne merklichen Fehler dem Schraubenumfang gleichsetzen kann.

Fig. 44.

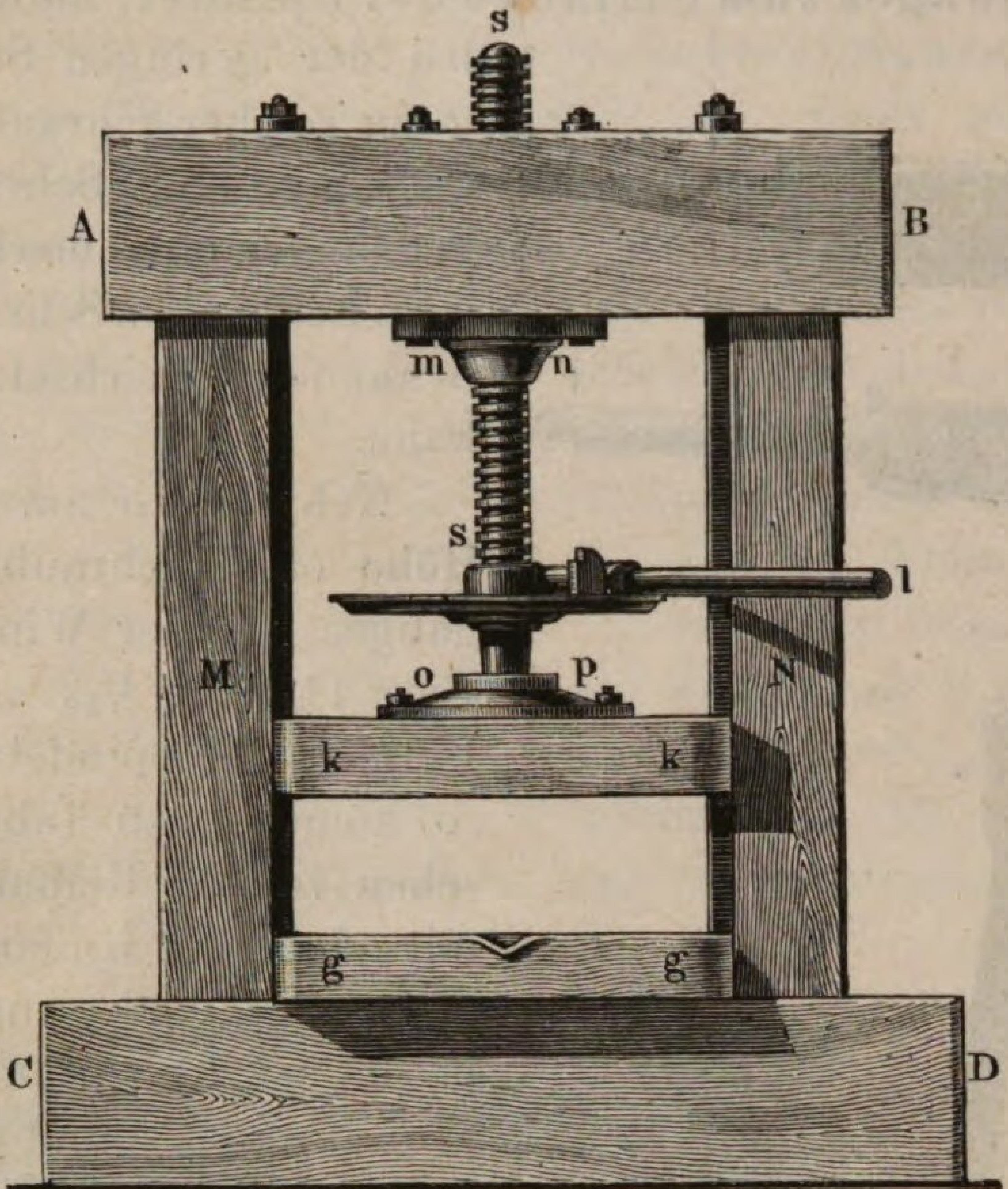


Nehmen wir an, die Höhe eines Schraubenganges an der Winde, Fig. 44, sei $^1/_{10}$ vom Umfange der Spindel *ss*, so könnte man (abgesehen von der Reibung) mit einer am Umfange dieser Spindel angebrachten Kraft von 1 Pfund eine auf der Schraube liegende Last von 10 Pfund heben. Um aber mit der Schraube einen grösseren Effect zu erreichen, wird die Kraft nicht direct am Umfange der Spindel, sondern am Ende eines Hebelarmes *l*, Fig. 44, angebracht. Nehmen wir an, die Länge dieses Hebelarmes sei 10mal so gross als der Radius der Spindel, so bestände also zwischen der am Ende des Hebels *l* angreifenden Kraft und der auf *k* liegenden Last das Verhältniss von 1 zu 100.

So gut, wie man mit Hülfe einer Schraube eine Last zu heben im Stande ist, kann man sie auch anwenden, um einen grossen Druck auszuüben, und darauf gründet sich ihre Anwendung in der Schraubenpresse, Fig. 45 (a. f. S.). Die Schraubenspindel *SS* passt in die metallene Schraubenmutter *mn*, welche in dem starken horizontalen Balken *AB* befestigt ist. *AB* ist mit *CD* durch zwei starke verticale Balken *M* und *N* verbunden. Die Drehung der Schraube wird mittelst des Hebels *l* bewerkstelligt. — Der auf- und niedergehenden Bewegung der Schraube *SS* folgt die Pressplatte *kk*, ohne jedoch an der Drehung der Spindel Theil zu nehmen. Das untere Ende der Schraubenspindel steckt nämlich mittelst eines Kugelgelenkes Fig. 46 (a. f. S.) in der auf der Pressplatte befestigten

Metallplatte *op*, so dass sich also die Spindel ohne die Pressplatte drehen kann, welch letztere durch die Seitenpfosten *M* und *N* an einer Drehung gehindert wird. Der zu pressende Körper wird zwischen die Pressplatte *kk* und zwischen die Bodenplatte *gg* gelegt.

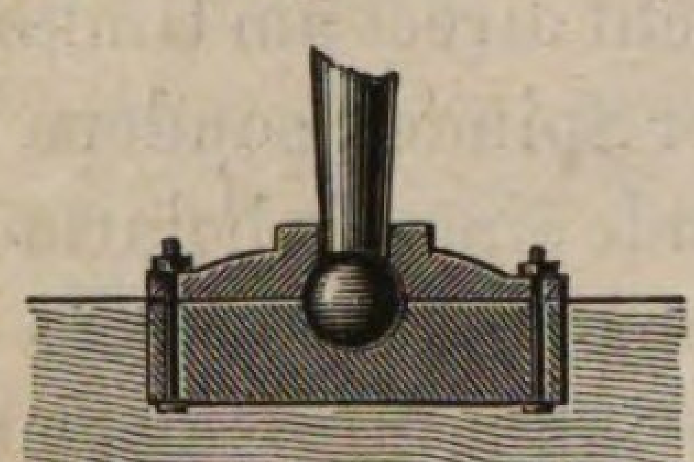
Fig. 45.



Wenn es gilt, mit Hülfe einer Schraubenwinde eine Last zu heben oder mit Hülfe einer Schraubenpresse einen starken Druck auszuüben, so kann man jedoch nie den nach den oben angedeuteten Principien berechneten theoretischen Effect erreichen, weil ein grosser Theil der Kraft zur Ueberwindung der hier nicht unbedeutenden Reibungswiderstände erforderlich ist.

Auch zu anderen Zwecken, als zur Hebung einer Last oder zur Ausübung eines grossen Druckes wird die Schraube angewandt. Eine Schraube, welche in ihrer Längenrichtung nicht verschiebbar ist, wird eine bewegliche Schraubenmutter bei jeder Umdrehung um einen Schraubengang voranschieben; bei gleichförmiger Umdrehung der Schraube wird also auch die Mutter mit gleichmässiger Geschwindigkeit fortgeschoben, und zwar um so langsamer, je feiner das Gewinde ist. Darauf beruht unter anderen das gleichförmige Fortschieben des Supports an Drehbänken.

Fig. 46.

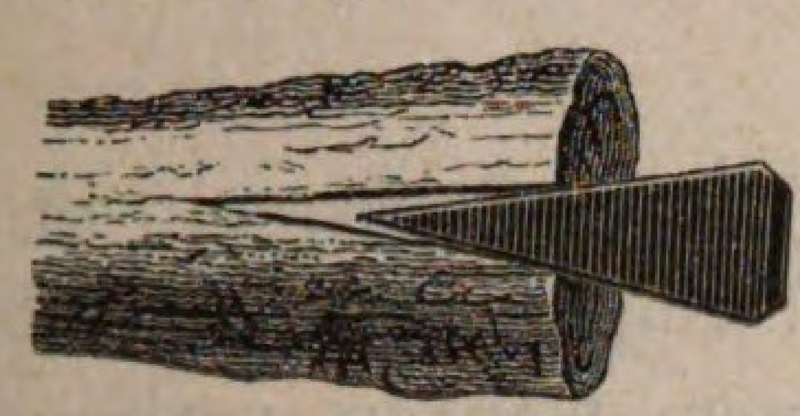


Da bei einigermaassen feinen Schraubengängen selbst einer ganzen Umdrehung des Schraubenkopfes nur ein sehr geringes Fortschieben entspricht, so benutzt man bei Messinstrumenten eine feine Schraube zur genaueren Einstellung. — Da man ferner, wenn der Schraubenkopf einigermaassen gross und in Grade eingetheilt ist, noch den 360sten Theil einer ganzen Umdrehung messen kann, so ist man auch im Stande, vermittelst einer solchen Schraube noch ein Fortschieben um den 360sten Theil der ohnehin schon geringen Höhe eines Schraubenganges zu messen; eine feine Schraube kann also als Mikrometerschraube zur Hervorbringung und Messung sehr kleiner Längenverschiebungen ange-

wendet werden. In dieser Weise benutzt man die Mikrometerschraube bei Mikroskopen zur Messung kleiner Gegenstände.

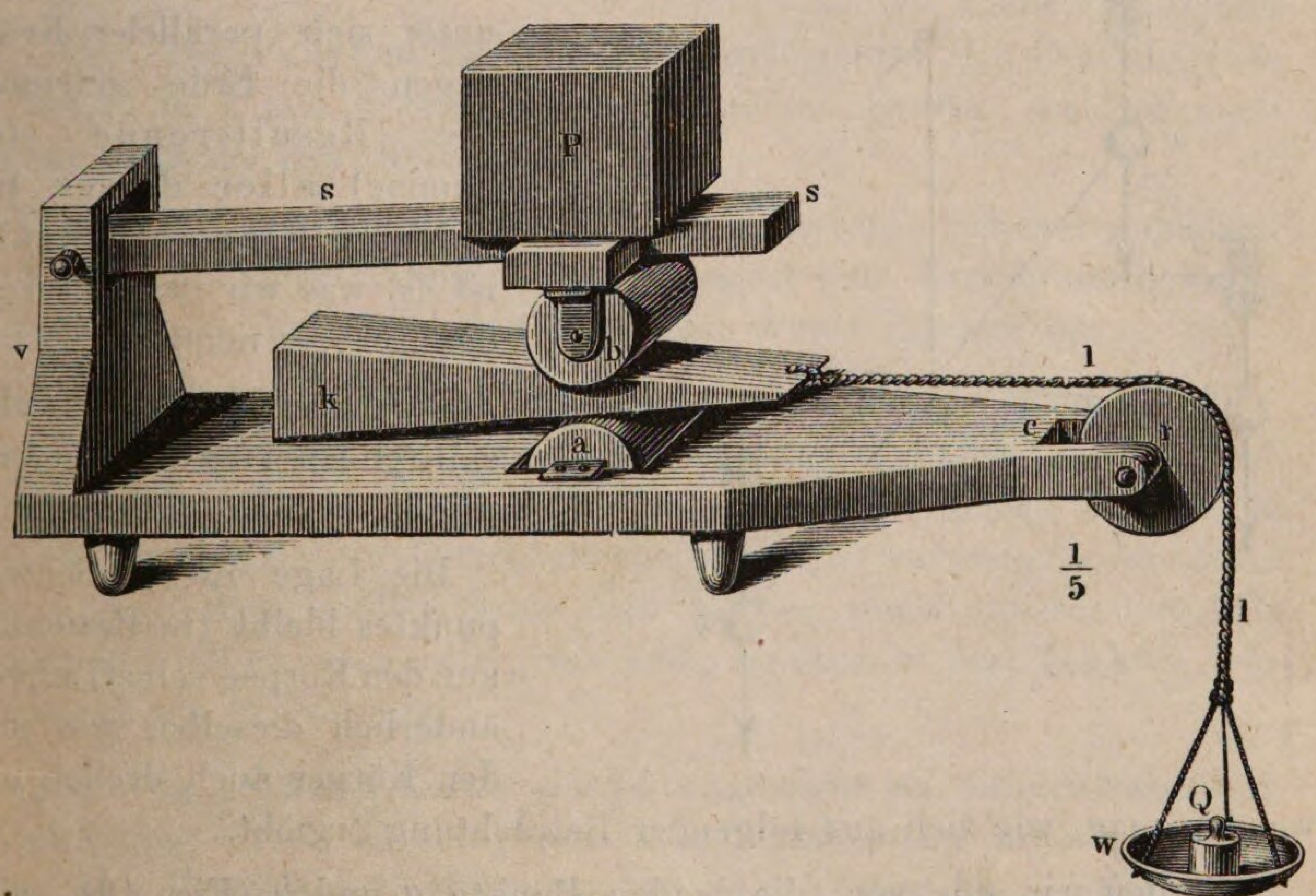
Der Keil. Eine andere Form, in welcher die schiefe Ebene zur 30
Anwendung kommt, ist der Keil; er wird gebraucht, um Holz- und Steinmassen zu spalten, Fig. 47; dadurch, dass man Keile unter die Kiele der Schiffe treibt, werden sie auf den Werften gehoben; das Auspressen des Oels aus dem zerriebenen Samen wird gewöhnlich durch Eintreiben von Keilen bewerkstelligt u. s. w. Alle unsere Schneidewerkzeuge, Messer, Scheeren, Meissel u. s. w., sind nichts anderes als Keile. Dass die Wirkung des Keils sich wirklich auf die der schiefen Ebene zurückführen lässt, kann man durch den Apparat, Fig. 48, erläutern.

Fig. 47.



Der Keil k soll zwischen den Rollen a und b hindurchgezogen werden. a ist fest, b an dem beweglichen Brett s befestigt. Auf s liegt ein Gewicht P. Mit einem kleinen Gewicht Q, welches in der Wagschale w

Fig. 48.



liegend den Keil nach der Rechten zieht, kann man eine verhältnissmässig grosse Last P heben, und zwar eine um so grössere, je schmäler der Rücken des Keils im Vergleich zu seiner Länge ist.

Aus der Theorie der schiefen Ebene lässt sich leicht ableiten, dass zwischen der Kraft Q und der Last P am Keil Gleichgewicht stattfindet, wenn

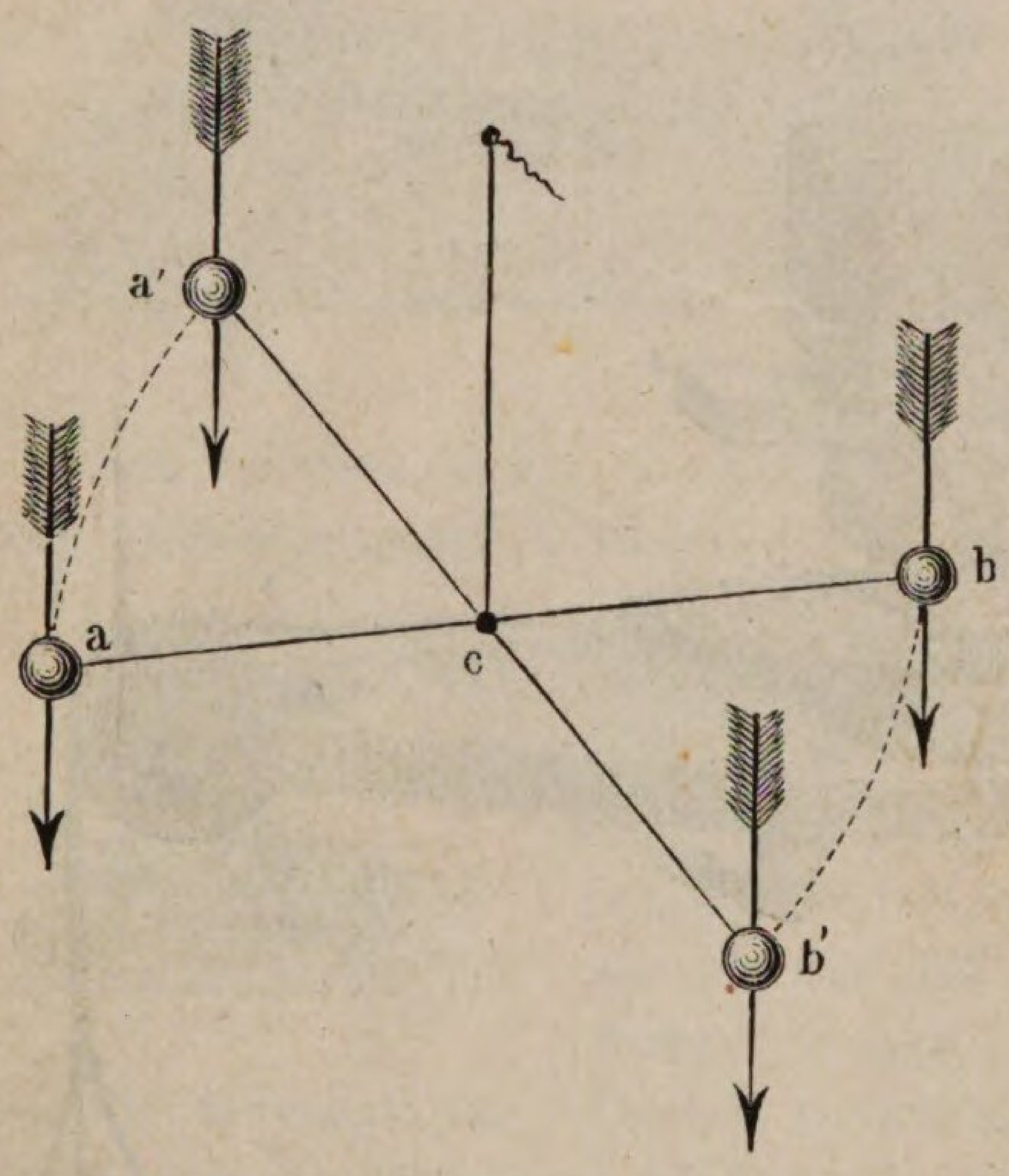
$$Q = P \, . \, sin \, \alpha,$$

vorausgesetzt, dass die Last P rechtwinklig auf die Seitenfläche, die Kraft Q rechtwinklig gegen den Rücken wirkt und dass mit α der Winkel der Schneide bezeichnet wird.

Wenn der Winkel α nicht zu gross ist, lässt sich das Gesetz des Gleichgewichts am Keil in Worten auch so ausdrücken: Eine Kraft Q, welche rechtwinklig gegen den Rücken des Keils wirkt, hält einem rechtwinklig gegen die Seite des Keils wirkenden Druck P das Gleichgewicht, wenn sich Q zu P verhält, wie die Breite des Keilrückens zur Länge des Keils.

31 **Schwerpunkt.** Jeder feste Körper, z. B. ein Stein, ein Stück Holz u. s. w., besteht aus einer gewissen Anzahl von Molekülen, welche in einer bestimmten gegenseitigen Lage zu einem Ganzen verbunden sind. Auf jedes dieser Moleküle wirkt die Schwere und treibt es mit einer gewissen Kraft gegen den Mittelpunkt der Erde hin. Die Richtung der Schwerkraft ist für alle Moleküle des Körpers dieselbe, er wird also durch eine Reihe unter sich paralleler Kräfte gegen die Erde getrieben. Die Resultirende (die Summe) aller dieser parallelen Elementarkräfte ist es, was wir das Gewicht des Körpers nennen.

Fig. 49.



Der Angriffspunkt dieser Resultirenden wird der Schwerpunkt des Körpers genannt.

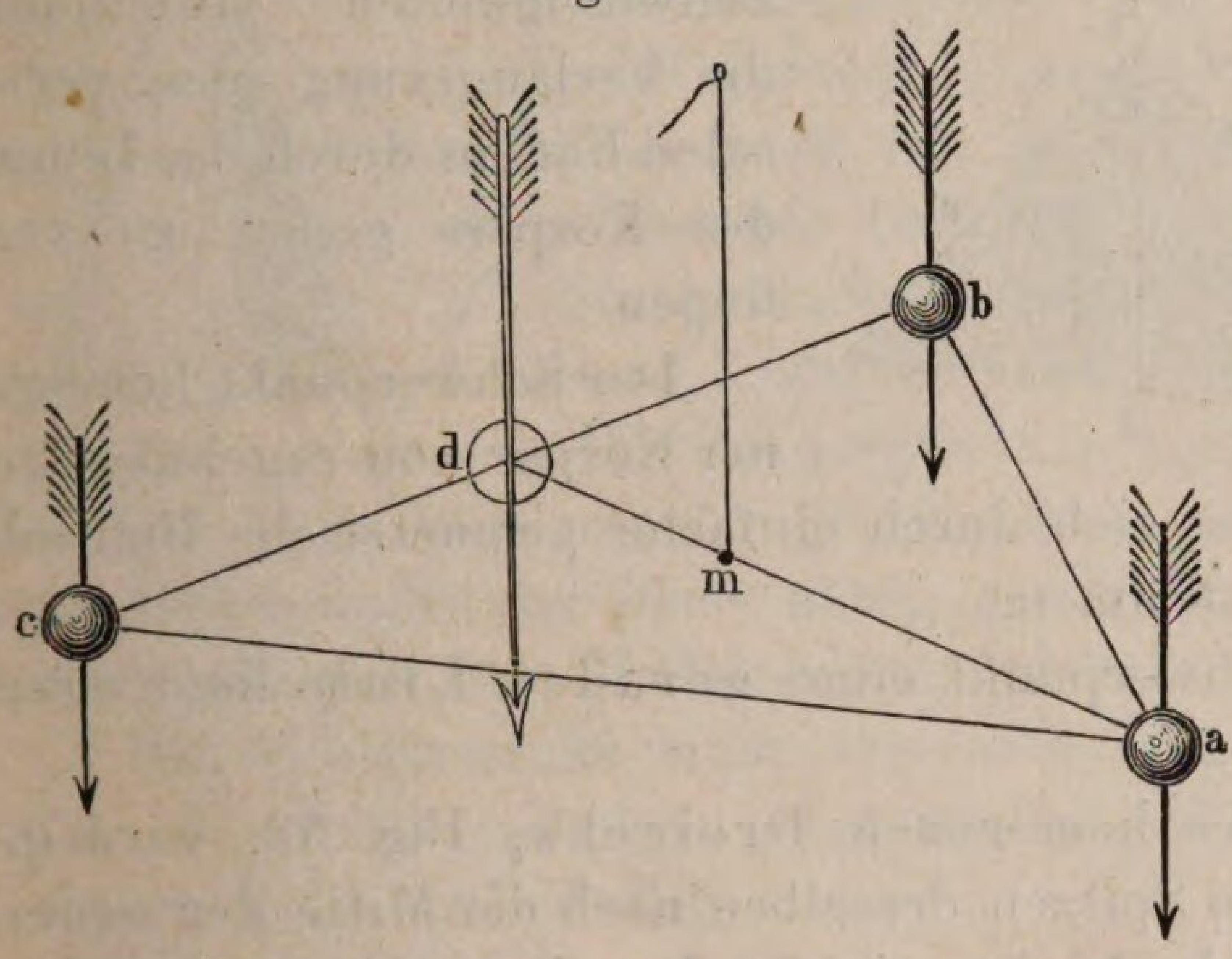
Die Lage dieses Schwerpunktes bleibt (in Beziehung auf den Körper selbst) unveränderlich dieselbe, wie man den Körper auch drehen und wenden mag, wie sich aus folgender Betrachtung ergiebt.

Stellen wir uns vor, die beiden Punkte a und b (Fig. 49), seien zwei gleich schwere, durch die gerade, feste, gewichtslose Linie ab verbundene Moleküle, so folgt aus den Hebelgesetzen, dass Gleichgewicht stattfinden muss, sobald nur der in der Mitte zwischen a und b liegende Punkt c unterstützt ist, welches auch der Winkel sein mag, welchen die Linie ab mit der Horizontalen macht. Findet also Gleichgewicht statt, wenn der Hebel die Lage ab hat, so bleibt es auch noch bestehen, wenn man ihn in die Lage $a'b'$ bringt. Der Punkt c ist der Schwerpunkt des aus den beiden schweren Molekülen a und b bestehenden Körpers.

Ohne das Gleichgewicht zu stören, kann man die Wirkungen der Schwerkraft der beiden Moleküle im Schwerpunkte *c* vereinigt denken.

In jedem der drei Eckpunkte eines starren, gewichtlosen Dreiecks *abc*, Fig. 50, befinde sich ein Molekül, welches durch die Schwere mit einer Kraft *p* herabgezogen wird. Ohne das Gleichgewicht zu stören, können nun aber die beiden in *c* und *b* angreifenden Kräfte durch eine Kraft $2p$ ersetzt werden, welche in dem zwischen *c* und *b* in der Mitte liegenden Punkte *d* angreift. Die Resultirende der in *d* angreifenden Kraft $2p$ und der in *a* eingreifenden Kraft *p* geht aber jedenfalls durch den Punkt *m*, welcher die gerade Linie *da* so theilt, dass $ma = 2 . dm$. Der Punkt *m* ist also der Angriffspunkt der Resultirenden der drei in *a*, *b* und *c* angreifenden parallelen Kräfte, welches auch übrigens die Lage des Dreiecks sein mag.

Fig. 50.



Denken wir uns, *a*, *b* und *c* seien drei in unveränderlicher gegenseitiger Lage verbundene schwere Moleküle, so ist klar, dass *m* der Schwerpunkt dieses aus drei Molekülen gebildeten festen Körpers ist.

Gerade so aber, wie sich zeigen lässt, dass ein aus 2 und 3 Molekülen gebildeter fester Körper einen Schwerpunkt haben müsse, lässt sich dieser Beweis auch auf feste Körper ausdehnen, welche durch 4, 5, 6 u. s. w. in gegenseitig unveränderlicher Lage verbundene Moleküle gebildet sind, dass endlich jeder feste Körper einen unveränderlichen Schwerpunkt haben muss, wie gross auch die Anzahl der Moleküle sein mag, aus denen er besteht.

Damit ein schwerer Körper im Gleichgewicht sei, braucht also nur die Bedingung erfüllt zu sein, dass sein Schwerpunkt unterstützt ist. Ist nur diese Bedingung erfüllt, so wird der Körper im Gleichgewicht sein, wie man ihn übrigens auch drehen und wenden mag.

Aus diesen Betrachtungen lässt sich eine Methode ableiten, den Schwerpunkt der Körper durch den Versuch zu finden. Man hänge den Körper an einem Punkte *a* auf, Fig. 51 (a. f. S.), so wird die Verlängerung des den Körper tragenden Fadens in einem Punkte *c* aus dem Körper austreten. Auf der Linie *ac* muss nothwendig der Schwerpunkt liegen. Hängt man den Körper in einem zweiten Punkte *b*, Fig. 52 (a. f. S.), auf, so muss der Schwerpunkt abermals auf der Verlängerung

des Fadens, also auf der Linie *bd*, liegen; der Schwerpunkt liegt also auf dem Durchschnittspunkte der Linien *bd* und *ac*. Der Schwerpunkt

Fig. 51.

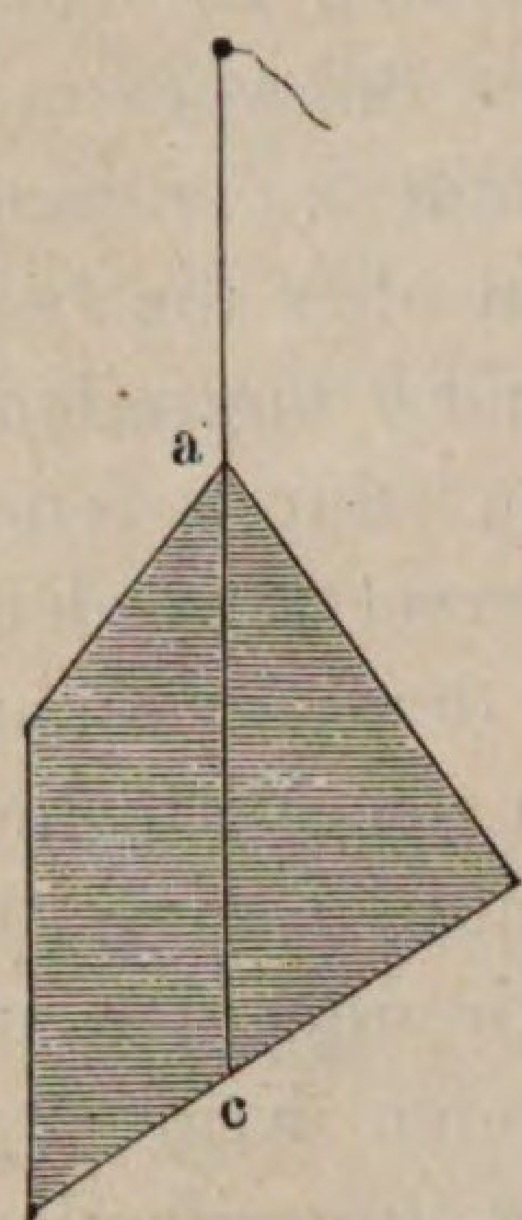
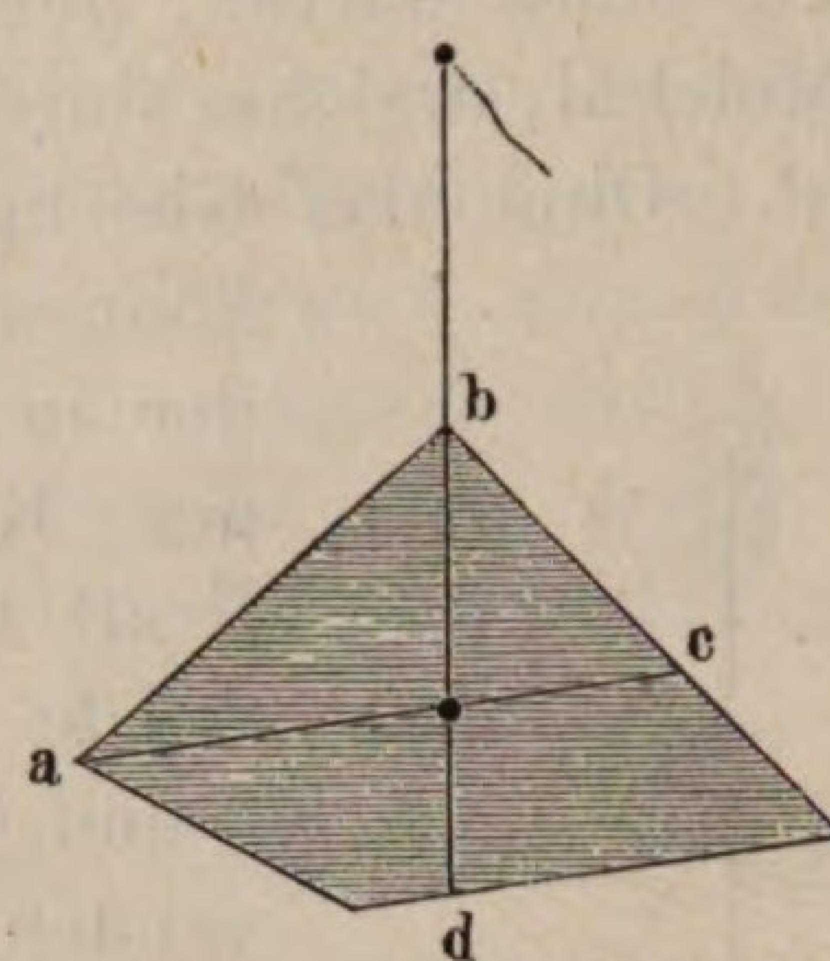


Fig. 52.



von homogenen ebenen Scheiben ist nach dieser Methode leicht zu bestimmen; bei anderen Körpern ist es jedoch mit Schwierigkeiten verbunden, die Verlängerung des verticalen Fadens durch das Innere des Körpers genau zu verfolgen.

Der Schwerpunkt homogener Körper von regelmässiger Gestalt lässt sich durch einfache geometrische Betrachtungen bestimmen.

Der Schwerpunkt einer geraden Linie liegt offenbar in der Mitte ihrer Länge.

Der Schwerpunkt eines homogenen Dreiecks, Fig. 53, wird gefunden, indem man von zwei Spitzen desselben nach der Mitte der gegenüberstehenden Seiten gerade Linien zieht. Der Durchschnittspunkt g dieser beiden Linien ist der gesuchte Schwerpunkt. Die Wahrheit dieser

Fig. 53.

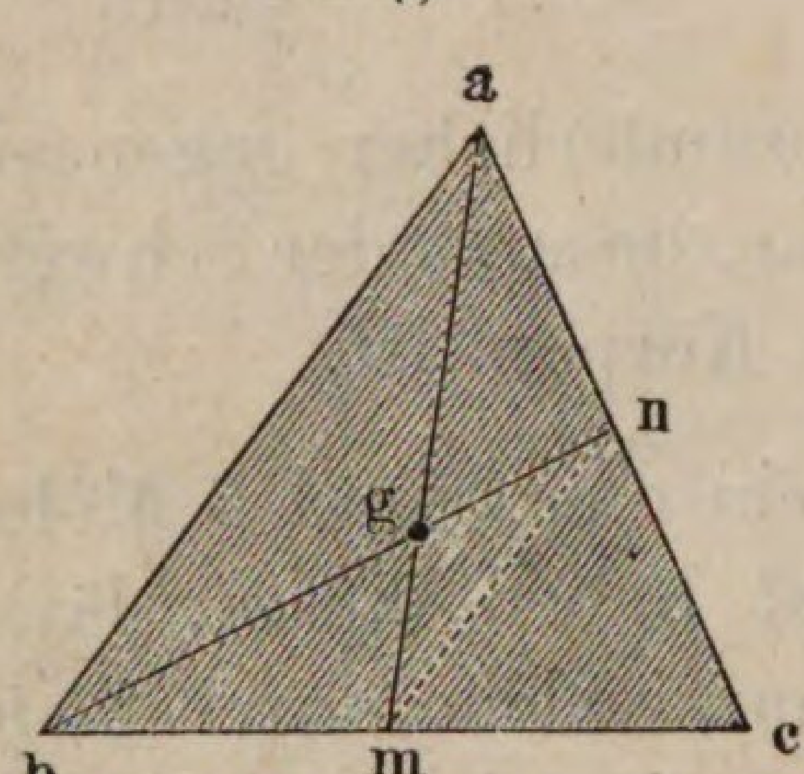


Fig. 54.

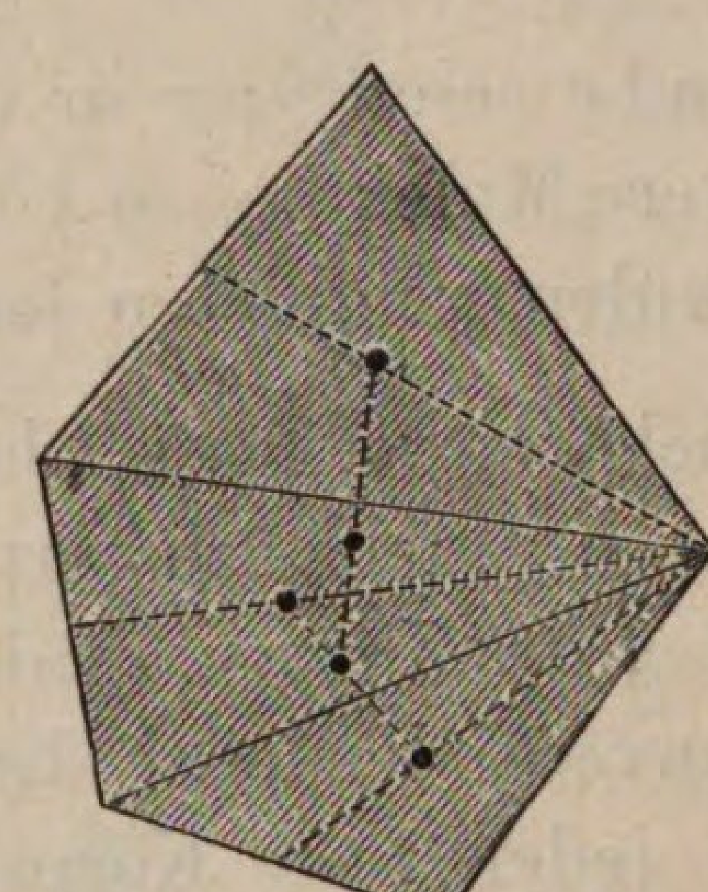
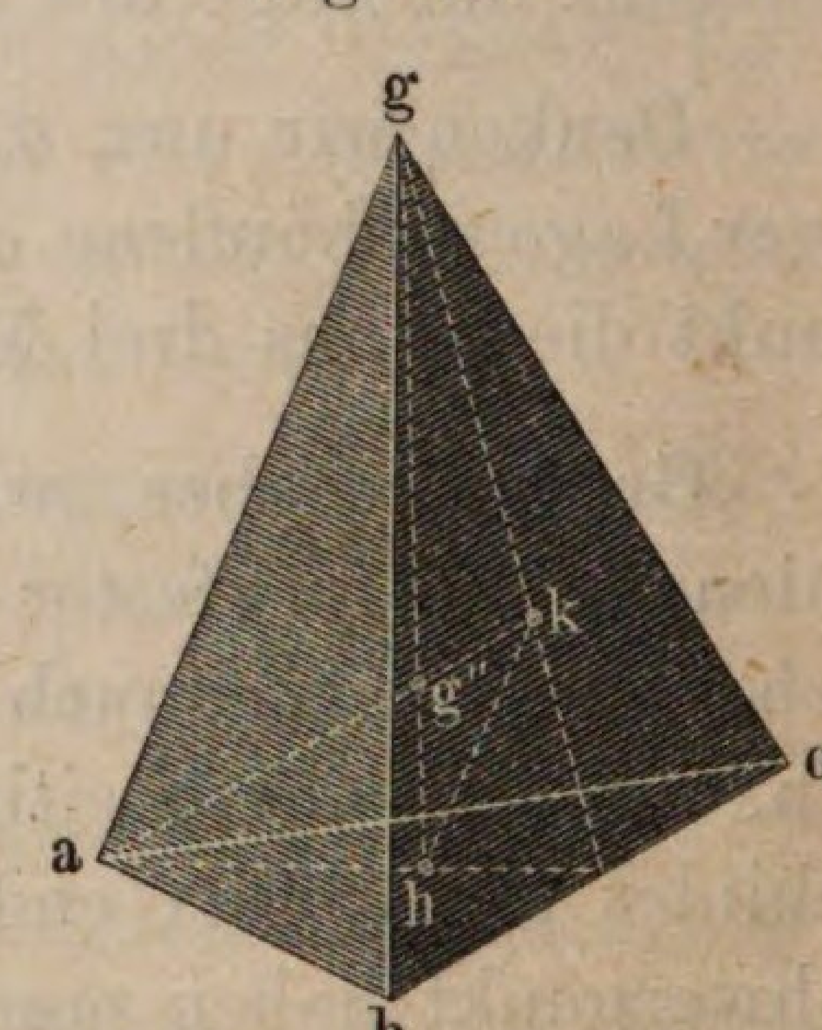


Fig. 55.

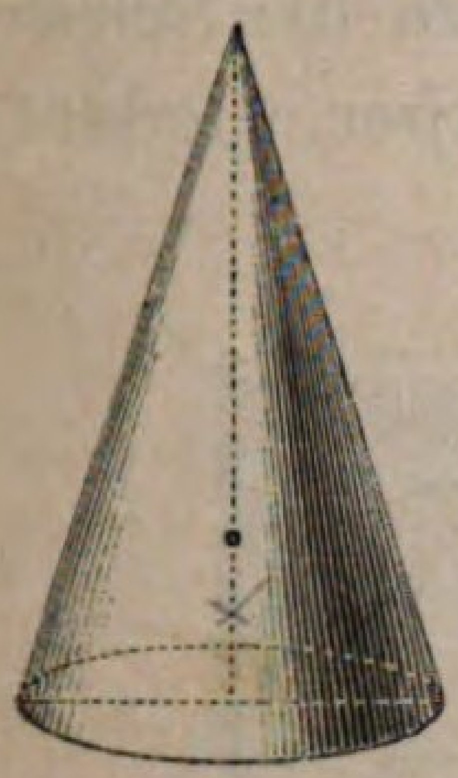


Behauptung ist leicht einzusehen. Der Punkt m ist der Schwerpunkt der geraden Linie bc; denkt man sich nun im Dreieck irgend eine gerade Linie parallel mit bc gezogen, so wird sie offenbar durch die Linie am halbirt; auf der Linie am liegen also die Schwerpunkte aller im Dreieck parallel mit bc gezogenen Linien; am ist also so zu sagen eine Schwerlinie des Dreiecks, und offenbar muss der Schwerpunkt des Dreiecks auf am liegen. Dieselbe Schlussweise zeigt aber auch, dass der Schwerpunkt auf der Linie nb liegen müsse.

Der Punkt g liegt so, dass $gm = \frac{1}{3}\ am$ und $gn = \frac{1}{3}\ bn$ ist. Dies zu zeigen, ziehe man die Linie mn, so ist offenbar $mn = \frac{1}{2}\ ba$. Die Dreiecke gmn und gab sind aber ähnlich, und daraus folgt, dass $gm : ga = mn : ba$, dass also $gm = \frac{1}{2}\ ag$.

Der Schwerpunkt eines Polygons, Fig. 54, wird gefunden, wenn man es in Dreiecke zerlegt und den Schwerpunkt eines jeden bestimmt. Da nun die in dem Schwerpunkte dieser Dreiecke angreifenden Kräfte dem Flächeninhalte der Dreiecke proportional sind, so hat man nur noch nach den bekannten Regeln die Resultirende dieser Kräfte zu suchen.

Fig. 56.



Der Schwerpunkt einer dreiseitigen Pyramide, Fig. 55, wird gefunden, wenn man von den Spitzen g und a Linien nach den Schwerpunkten h und k der gegenüberstehenden Dreiecke zieht. Der Durchschnittspunkt g'' dieser beiden Linien ist der Schwerpunkt. Es ist leicht zu beweisen, dass $g''h = {}^1/_4 hg$ ist.

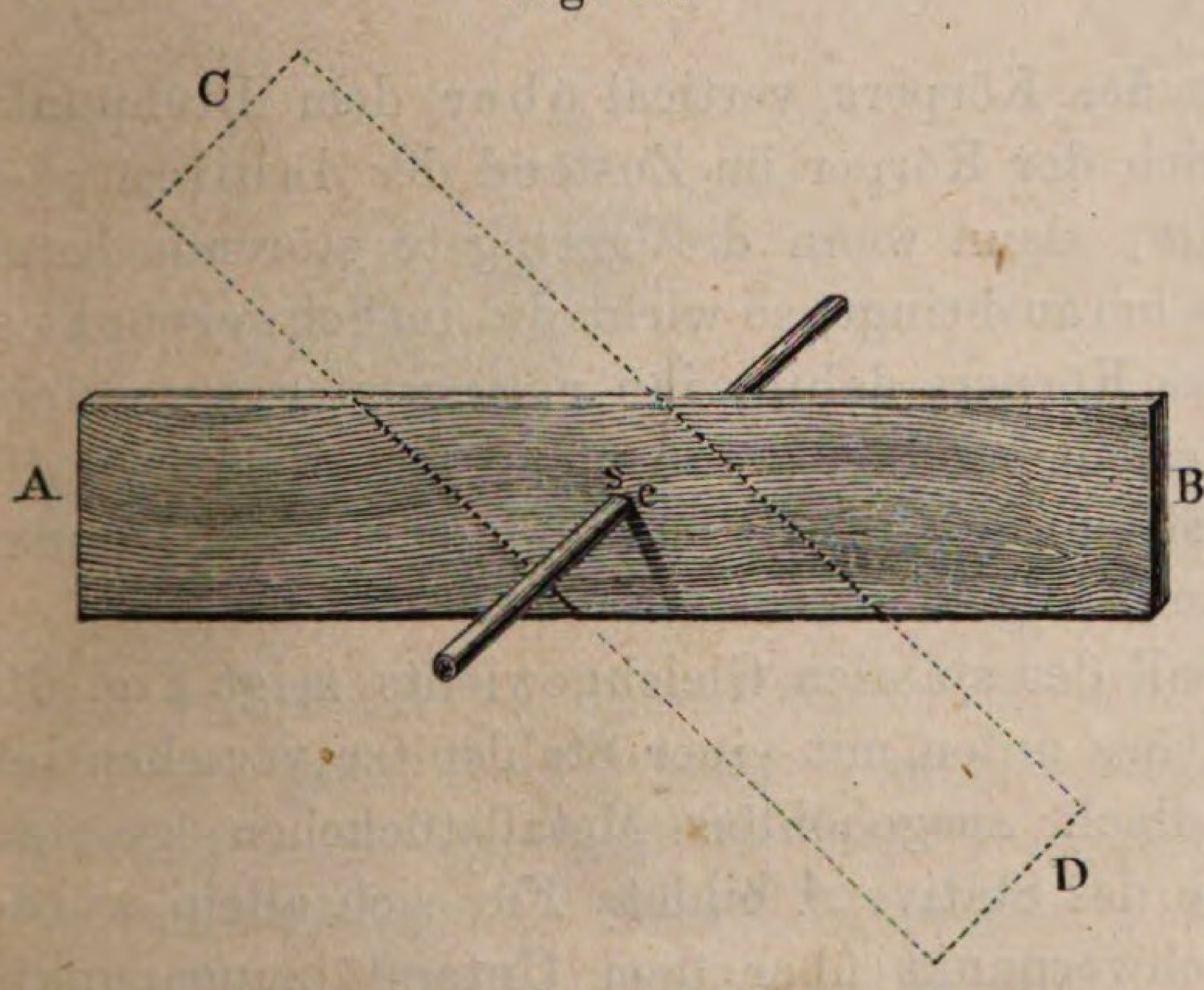
Der Schwerpunkt eines **Kegels**, Fig. 56, von kreisförmiger Basis liegt auf der geraden Linie, welche von der Spitze nach dem Mittelpunkte der Basis gezogen werden kann, und zwar ist seine Entfernung von dem Mittelpunkte der Basis $^1/_4$ dieser ganzen Höhe.

Der Schwerpunkt einer regelmässigen Ecksäule, eines Cylinders, einer Kugel fällt mit dem geometrischen Mittelpunkte zusammen (siehe Supplementband, 3. Aufl.).

Vom Gleichgewicht fester Körper. Wir haben schon gesehen, dass die einzige Gleichgewichtsbedingung fester Körper die ist, 32
dass ihr Schwerpunkt unterstützt sei. Diese Bedingung aber kann auf verschiedene Weise erfüllt sein, je nachdem die Körper in festen Punkten aufgehängt sind oder auf Unterlagen ruhen.

Betrachten wir zunächst einen Körper, der an einem festen Punkte gleichsam aufgehängt ist, um welchen er sich frei drehen kann, so ist er nur dann im Gleichgewicht, wenn sein Schwerpunkt s mit jenem festen Drehpunkt c in einer Verticallinie liegt. Was die gegenseitige Lage dieser Punkte betrifft, so sind folgende drei Fälle möglich:

Fig. 57.



1) Der feste Punkt c (die feste Drehungsaxe) geht durch den Schwerpunkt des Körpers selbst hindurch, wie dies z. B. Fig. 57 darstellt. In diesem Falle liegen s und c jedenfalls in einer Verticalen, welche Lage man übrigens auch dem Körper giebt; es findet also Gleichgewicht statt, wie er auch

gestellt sein mag, für die Stellung AB also ebenso gut wie für die Stellung CD.

Es ist dies der Fall des indifferenten Gleichgewichts.

2) Der Schwerpunkt s liegt vertical unter dem Drehpunkt c, Fig. 58. Dreht man den Körper aus dieser Lage heraus, so dass etwa der Schwerpunkt nach s' kommt, so führt die Schwerkraft den Körper wieder in

Fig. 58.

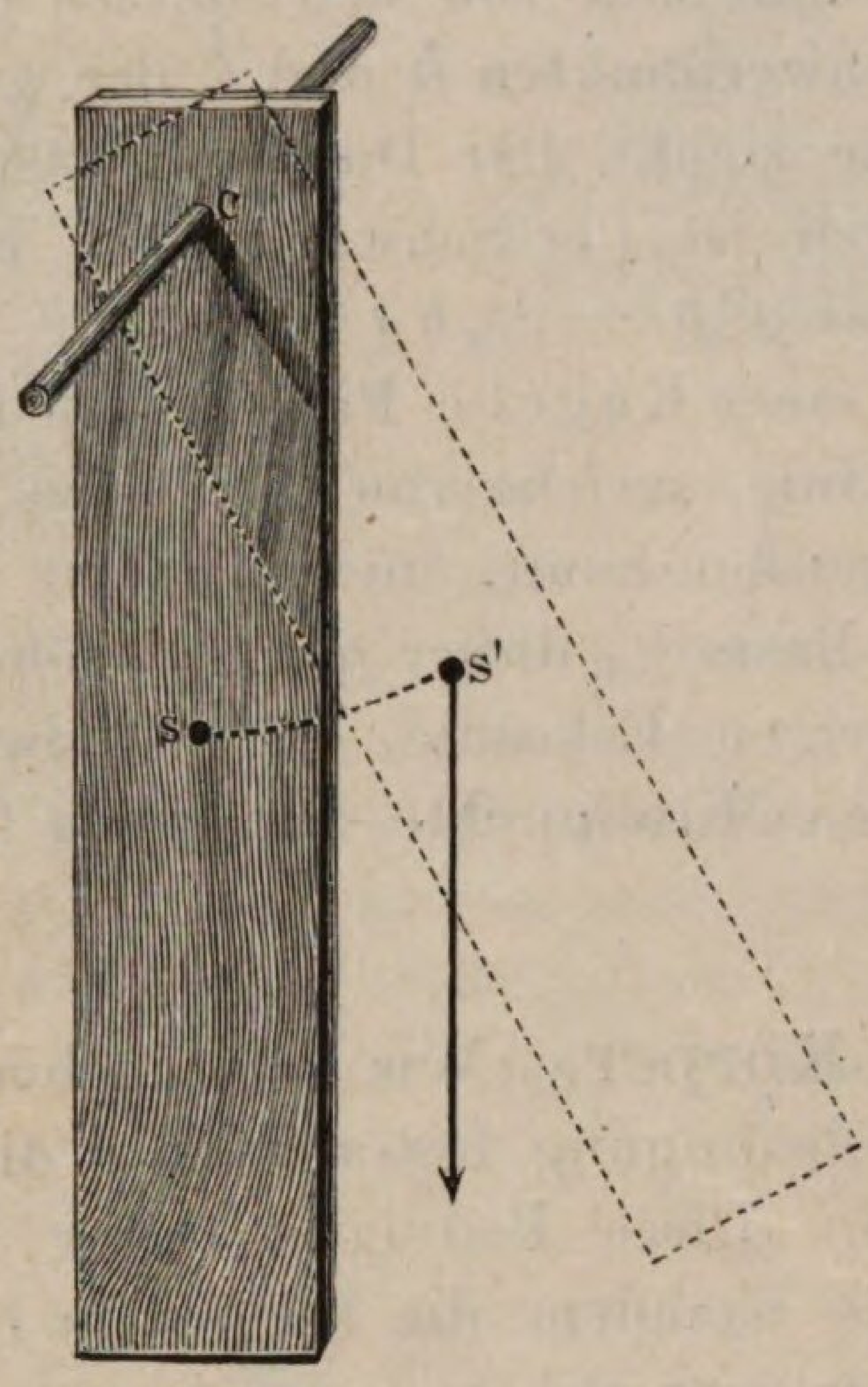
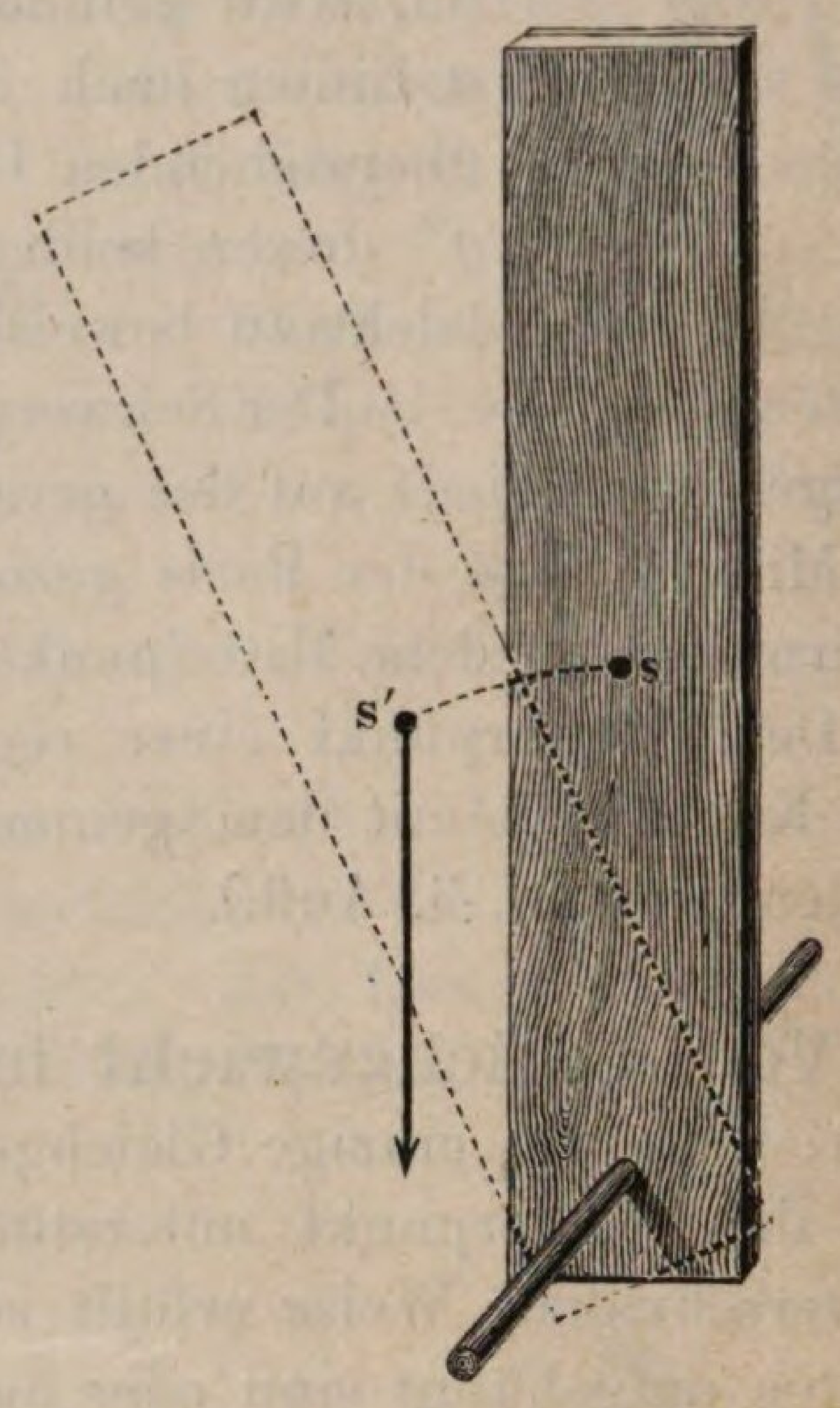


Fig. 59.



die Gleichgewichtslage zurück, sobald die störende Kraft zu wirken aufhört. Ein solches Gleichgewicht wird ein festes oder stabiles genannt. Liegt endlich

3) der Schwerpunkt s des Körpers vertical über dem Drehpunkt wie Fig. 59, so befindet sich der Körper im Zustand des labilen oder unsicheren Gleichgewichts; denn wenn die geringste störende Kraft den Körper aus dieser Lage herausbringt, so wirkt die im Schwerpunkt s' angreifende Schwerkraft des Körpers dahin, ihn noch weiter von seiner Gleichgewichtslage zu entfernen, und er kann nicht eher wieder in die Ruhe kommen, als bis nach einer halben Umdrehung der Schwerpunkt vertical unter dem Drehpunkt angekommen ist.

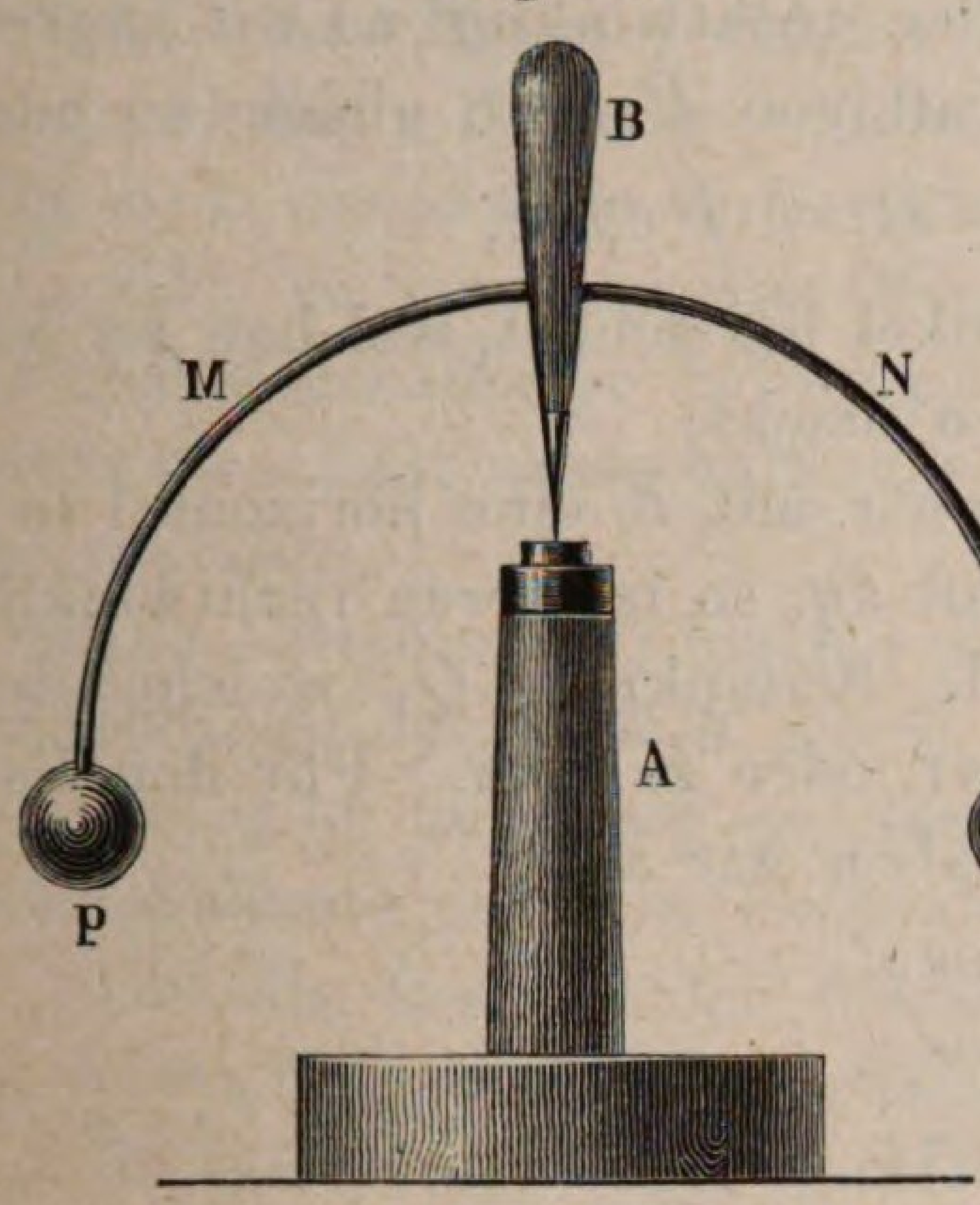
Einen interessanten Fall des stabilen Gleichgewichts zeigt Fig. 60.

Ein Holzstück B, welches unten mit einer Stahlspitze versehen ist, wird mit dieser auf ein flach ausgehöhltes Metallstückchen gesetzt, welches die obere Endfläche des Stativs A bildet. Für sich allein würde es umfallen, weil sein Schwerpunkt über dem Unterstützungspunkte liegt. Wenn aber durch B ein Drahtbogen MN gezogen wird, welcher an beiden Enden die Bleikugeln pp trägt, so dass durch dieselben der gemeinschaftliche Schwerpunkt des Holzstückes B und der Bleikugeln

unter die Stahlspitze fällt, so findet nun ein stabiles Gleichgewicht statt, *B* fällt nicht mehr um; der Körper ist jetzt eigentlich aufgehängt.

Wenn ein Körper mit mehr oder weniger breiter Basis auf dem Boden steht, so muss die durch seinen Schwerpunkt gezogene Verticale noch die Basis selbst treffen, wenn Gleichgewicht stattfinden soll. Demnach muss der schiefe Cylinder, Fig. 61, im Gleichgewicht sein, wenn er nur die in der Figur schattirte Länge hat; er würde umfallen müssen, wenn er die durch punktirte Linien angedeutete Höhe hätte.

Fig. 60.



Wenn ein auf irgend einer vieleckigen Basis stehender Körper umgeworfen werden soll, so muss er zunächst um eine seiner Grundkanten gedreht werden, bis sein Schwerpunkt vertical über dieser Umdrehungskante steht. Sollte z. B. der in Fig. 62 dargestellte Klotz umgeworfen werden, und dabei die Kante *a* die Rolle der Umdrehungskante spielen, so hätte man zunächst den Klotz so weit zu drehen, bis der Schwerpunkt *s* in die

Fig. 61.

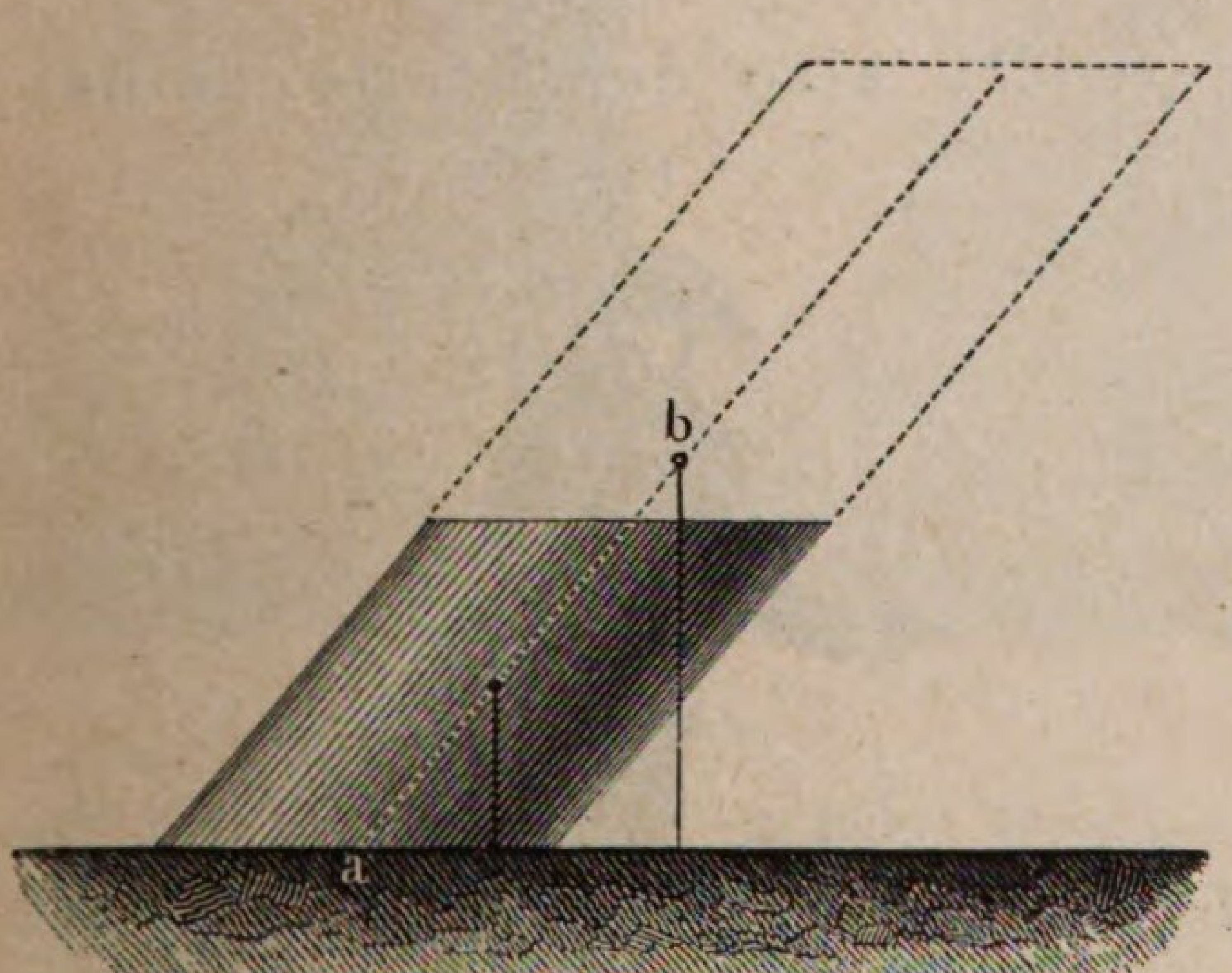
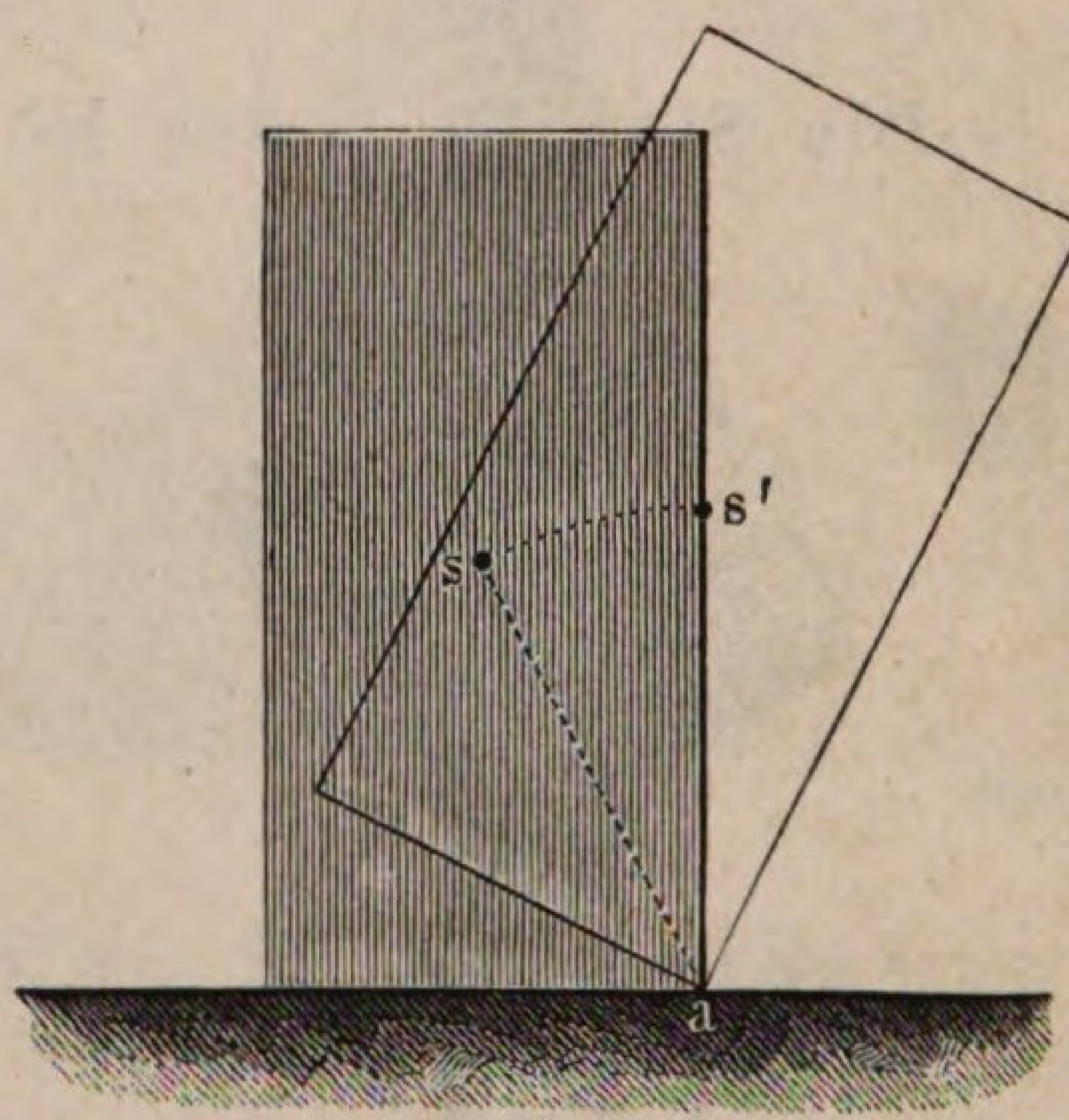


Fig. 62.

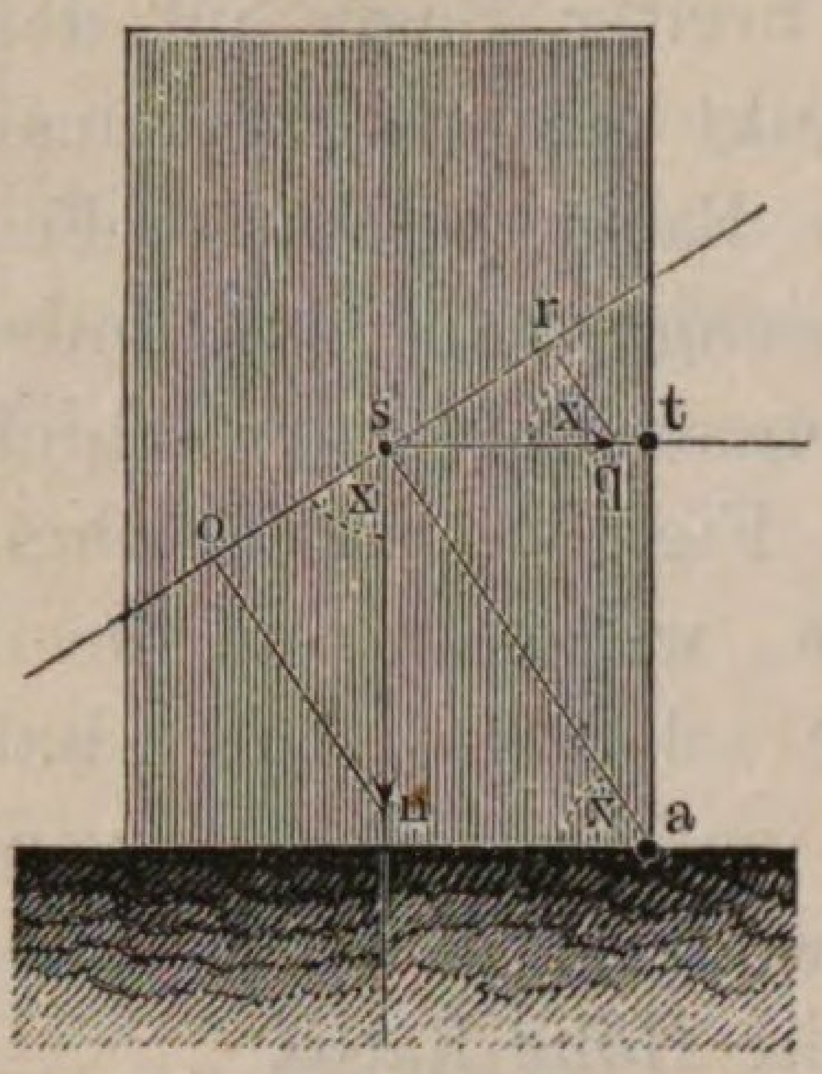


Lage von *s'* kommt; liesse die Kraft, welche das Umwerfen bewirken soll, eher nach, als der Schwerpunkt in *s'* angekommen ist, so wird der Klotz in seine ursprüngliche Lage zurückfallen müssen; hat man aber den Schwerpunkt nur im Mindesten über *s'* hinausgebracht, so wird nun der Körper von selbst ganz umfallen.

Ein Körper wird um so fester stehen, d. h. seine Stabilität (Standfestigkeit) ist um so grösser, je grösser die Kraft ist, welche man anwenden muss, um ihn aus seiner Gleichgewichtslage herauszubringen.

In Fig. 63 sei s der Schwerpunkt des Körpers, welcher um a umgekantet werden soll. Ist sein durch die Linie sn repräsentirtes Gewicht gleich P, so ist das statische Moment R, mit welchem die Schwerkraft des Körpers einer Drehung um a entgegenwirkt, gleich der rechtwinklig zu sa angreifenden Seitenkraft von P, also gleich so oder

Fig. 63.



$$R = P \cos x,$$

wenn x den Winkel bezeichnet, welchen sa mit der Horizontalen macht.

Bezeichnen wir mit K eine horizontal in s angreifende Kraft sq, so ist deren rechtwinklig zu sa wirkende Seitenkraft Q, welche den Körper um a zu drehen strebt, gleich sr oder $K \sin x$. Für den Fall des Gleichgewichts zwischen K und P haben wir also

$$K \sin x = P \cos x$$

$$K = P \frac{\cos x}{\sin x} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad 1)$$

Nun aber haben wir $\cos x : \sin x = st : ta$ oder $\cos x : \sin x = b : h$, wenn wir die Höhe des Schwerpunktes über der Basis mit h, die Länge st oder die halbe Breite der Basis mit b bezeichnen. Die Gleichung 1) geht also über in

$$K = P \frac{b}{h} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad 2)$$

Die Stabilität des Körpers ist also der Breite seiner

Fig. 64.



Fig. 65.



Basis direct, und der Höhe des Schwerpunktes über der Basis umgekehrt proportional.

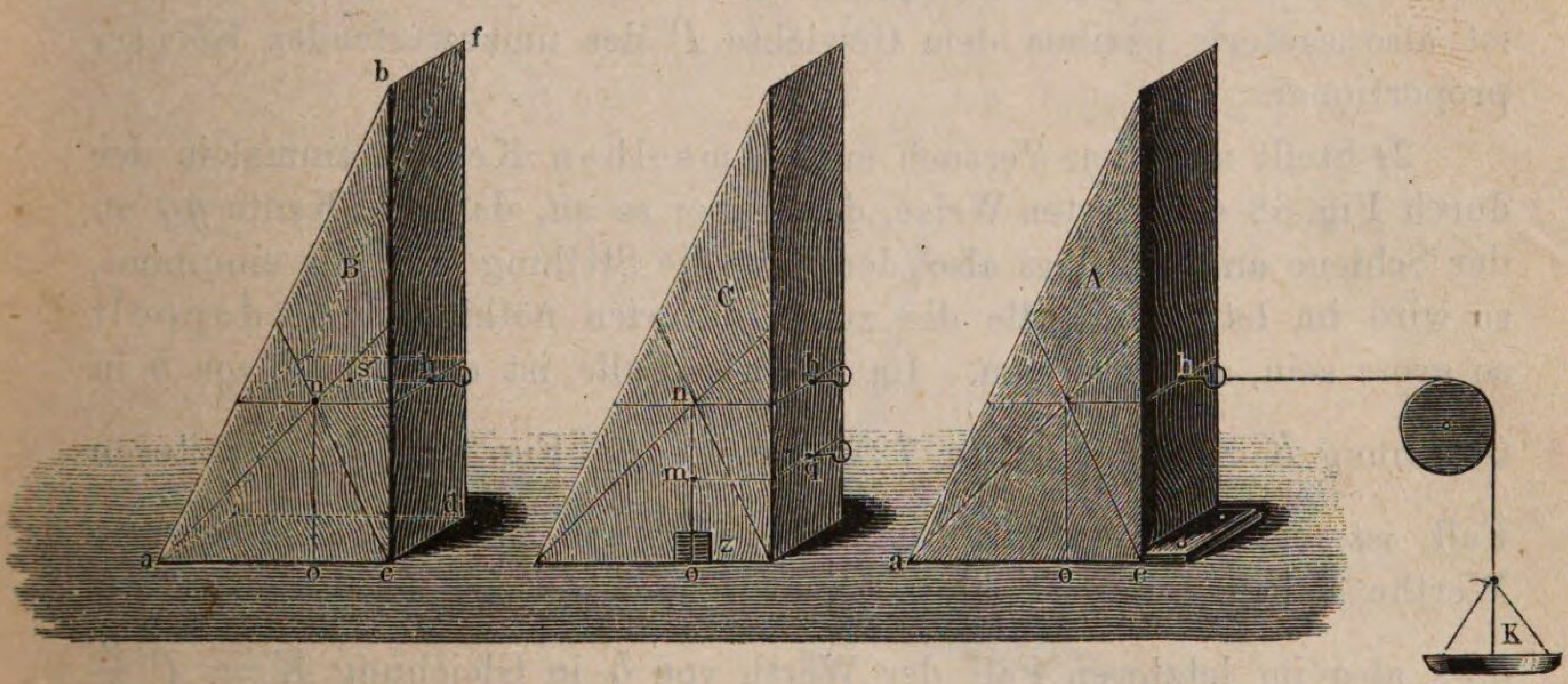
Ein Körper steht also um so fester, je breiter seine Basis ist und je weniger hoch sein Schwerpunkt über dieser Basis

liegt. Ein vierfüssiges Thier steht fest, wenn der Schwerpunkt seines ganzen Körpers über dem Viereck liegt, welches auf dem Boden durch seine vier Füsse bezeichnet ist. Wenn ein Mensch seinen Arm aufhebt, so wird der Schwerpunkt seines Körpers verschoben; wenn ein Vogel seinen Hals ausstreckt, so wird sein Schwerpunkt bedeutend nach vorn gerückt. Ein Mensch, welcher Lasten trägt, muss, je nach der Art des Tragens, seine Haltung ändern. Trägt er die Last auf dem Rücken (Fig. 64), so muss er sich vorbeugen, trägt er sie in der linken Hand (Fig. 65), so muss er den Oberkörper rechts neigen, denn sonst fiele der gemeinschaftliche Schwerpunkt des menschlichen Körpers und der getragenen Last ausserhalb der Verbindungslinie der Füsse, er müsste also umfallen.

Die Gleichung 2) bezieht sich ausdrücklich nur auf den Fall, dass die Richtung der Kraft K durch den Schwerpunkt des umzuwerfenden Körpers geht und dass sie rechtwinklig steht auf der durch die Umdrehungskante gelegten Verticalebene.

Um die Gesetze der Stabilität durch den Versuch zu bestätigen, hat Steinhauser drei gleiche keilförmige Körper construirt, welche in Fig. 66 bis 68 in $^1/_5$ der natürlichen Grösse dargestellt sind (die Länge

Fig. 66. Fig. 67. Fig. 68.



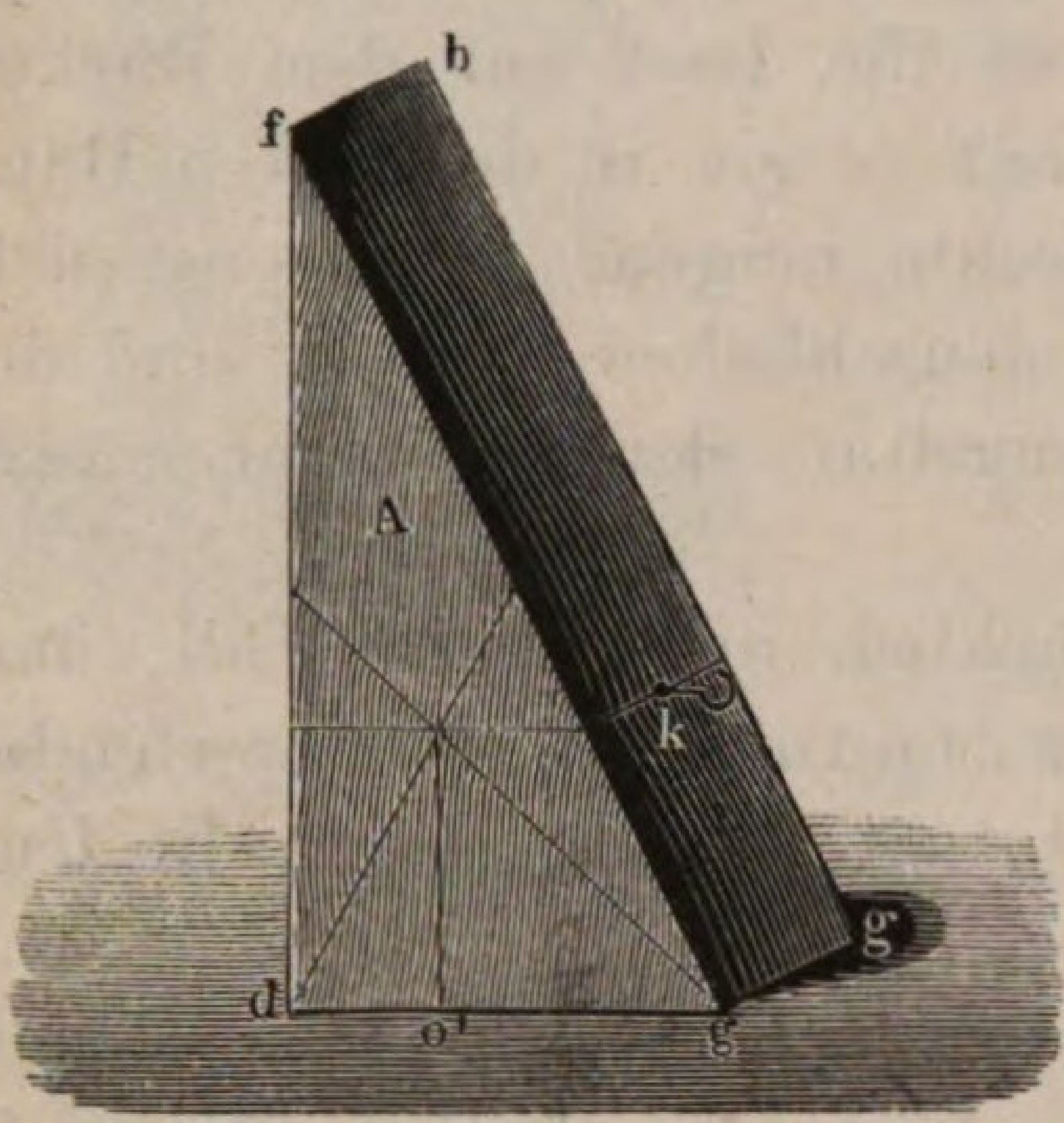
der Kante cd oder bf beträgt 6 cm). A, Fig. 68, ist aus schwerem, hartem Holze, etwa aus Hainbuchenholz, B und C, Fig. 66 und 67, sind aus leichtem, weichem Holze, etwa aus Linden- und Pappelholz, ausgeführt.

Auf der vorderen Dreiecksfläche abc ist durch Construction die Lage ihres Schwerpunktes n bestimmt. Denken wir uns durch n eine Linie parallel der Kante cd gelegt und auf derselben einen Punkt s bestimmt, welcher um $^1/_2$ cd von n entfernt ist, so ist s der Schwerpunkt des Holzkeils. Denken wir uns ferner von s ein Perpendikel auf die Fläche $cdbf$ gefällt, so wird dieselbe in einem Punkte h getroffen, in welchem ein als Angriffspunkt der Kraft K dienender

Haken eingeschraubt ist. Die Verlängerung von *hs* trifft die schräge Keilfläche in *k*, Fig. 69, wo gleichfalls ein Haken eingeschraubt ist.

Um mit einem dieser Körper den Versuch anzustellen, wird er mit der Kante, um welche er umgeworfen werden soll, an eine auf dem Tisch befestigte Schiene angelegt, wie Fig. 68 zeigt, und in *h* eine Schnur eingehängt, welche in entsprechender Richtung über eine Rolle hinweggeführt ist und welche an ihrem Ende eine zur Aufnahme von Gewichten bestimmte leichte Wagschale trägt.

Fig. 69.



1) Stellt man den Versuch einmal mit dem aus schwerem, das andere mal mit dem aus leichtem Holz verfertigten Keil, Fig. 68 und 66, in der durch Fig. 68 erläuterten Weise an, so verhalten sich in beiden Fällen die zum Umwerfen nöthigen Kräfte (die an die Schnur anzuhängenden Gewichte) wie die Gewichte der beiden Holzkeile. Der Werth von K in Gleichung 1 ist also caeteris paribus dem Gewichte P des umzuwerfenden Körpers proportional.

2) Stellt man den Versuch mit demselben Keil A einmal in der durch Fig. 68 erläuterten Weise, dann aber so an, dass die Kante gg an der Schiene anliegt, dass also der Keil die Stellung Fig. 69 einnimmt, so wird im letzteren Falle die zum Umwerfen nöthige Kraft doppelt so gross sein, als im ersten. Im ersteren Falle ist der Werth von b in Gleichung $K = P\frac{b}{h}$ (Seite 72) gleich oc, Fig. 68, im letzteren Fall ist er gleich ao, während P und h in beiden Fällen gleiche Werthe haben. Es ist aber leicht nachzuweisen, dass $ao = 2oc$, dass also im letzteren Fall der Werth von b in Gleichung $K = P\frac{b}{h}$ doppelt so gross ist als im ersteren.

3) Um den Einfluss der Höhe h des Schwerpunktes über der Basis nachzuweisen, ist in der Basis eines aus leichtem Holz verfertigten Keils C, Fig. 67, senkrecht unter dessen Schwerpunkt und parallel mit der Umdrehungskante ein Langwürfel z von Blei eingelassen, dessen Dimensionen so bestimmt sind, dass das Gewicht von C gerade gleich ist dem Gewichte des aus hartem Holz verfertigten Keils A. Durch das Bleistück z wird der Schwerpunkt des ganzen Keils etwa bis zur Höhe eines Punktes m herunter gerückt. Bringt man nun in gleicher Höhe mit m bei q ein Häkchen an, wie Fig. 67 zeigt, so bedarf es zum Umkanten des Keils C einer in q angebrachten horizontalen Kraft K', welche grösser ist als die Kraft K,

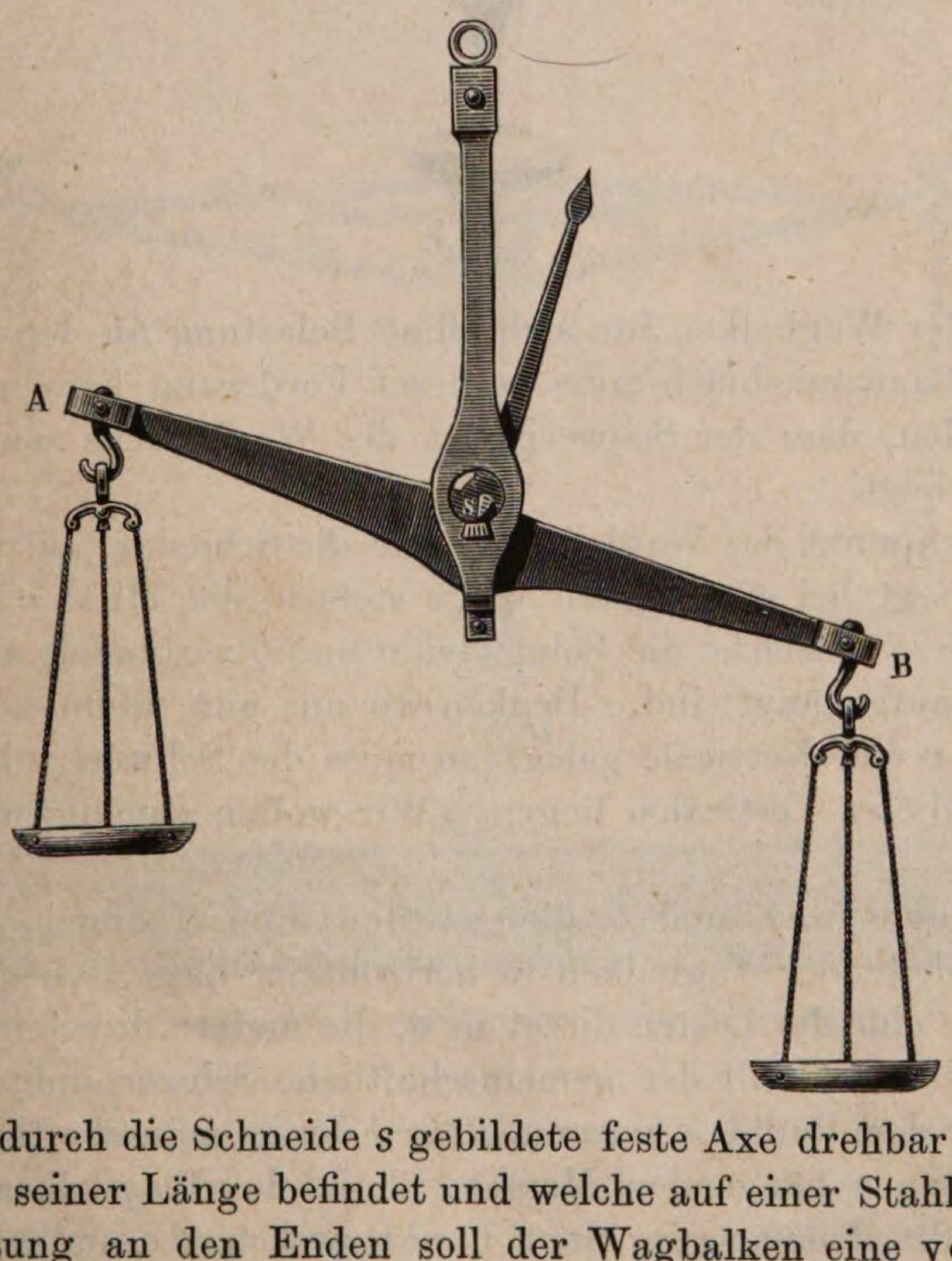
welche man bei *h*, Fig. 68, anbringen muss, um den Keil *A* umzuwerfen und zwar verhält sich *K* zu *K'* wie *mo* zu *no*.

Wäre die horizontale Kraft, welche den Keil *C*, Fig. 67, umwerfen soll, nicht in *q*, sondern in *h*, also in gleicher Höhe angebracht, wie *h* am Keil *A*, Fig. 68, so würden in beiden Fällen gleich grosse Kräfte zum Umwerfen erforderlich sein.

Wenn der Angriffspunkt *h* der in horizontaler Richtung wirkenden Kraft *K* ungeändert bleibt, so wird für den Fall des Gleichgewichts der Werth von *K* offenbar nicht geändert, wenn der Schwerpunkt des Körpers in der Verticallinie von *s*, Fig. 66, auf- und niedergeschoben wird. Bei gleicher Höhe des Angriffspunktes *h* hat also die Höhe des Schwerpunktes über dem Boden keinen Einfluss auf die Grösse der zum Umkanten nöthigen Kraft *K*. Bei gleichbleibendem Werthe von *K* wächst aber der Winkel, um welchen der umzukantende Körper gedreht werden muss, um seinen Schwerpunkt vertical über die Umdrehungskante zu bringen. Einer momentan wirkenden Kraft gegenüber wird also der Körper doch um so fester stehen, je tiefer sein Schwerpunkt liegt.

Die Wage. Die gewöhnliche Wage, Fig. 70, besteht im Wesentlichen aus einem Stabe, einem Balken *AB*, Fig. 70, welcher um eine 33

Fig. 70.

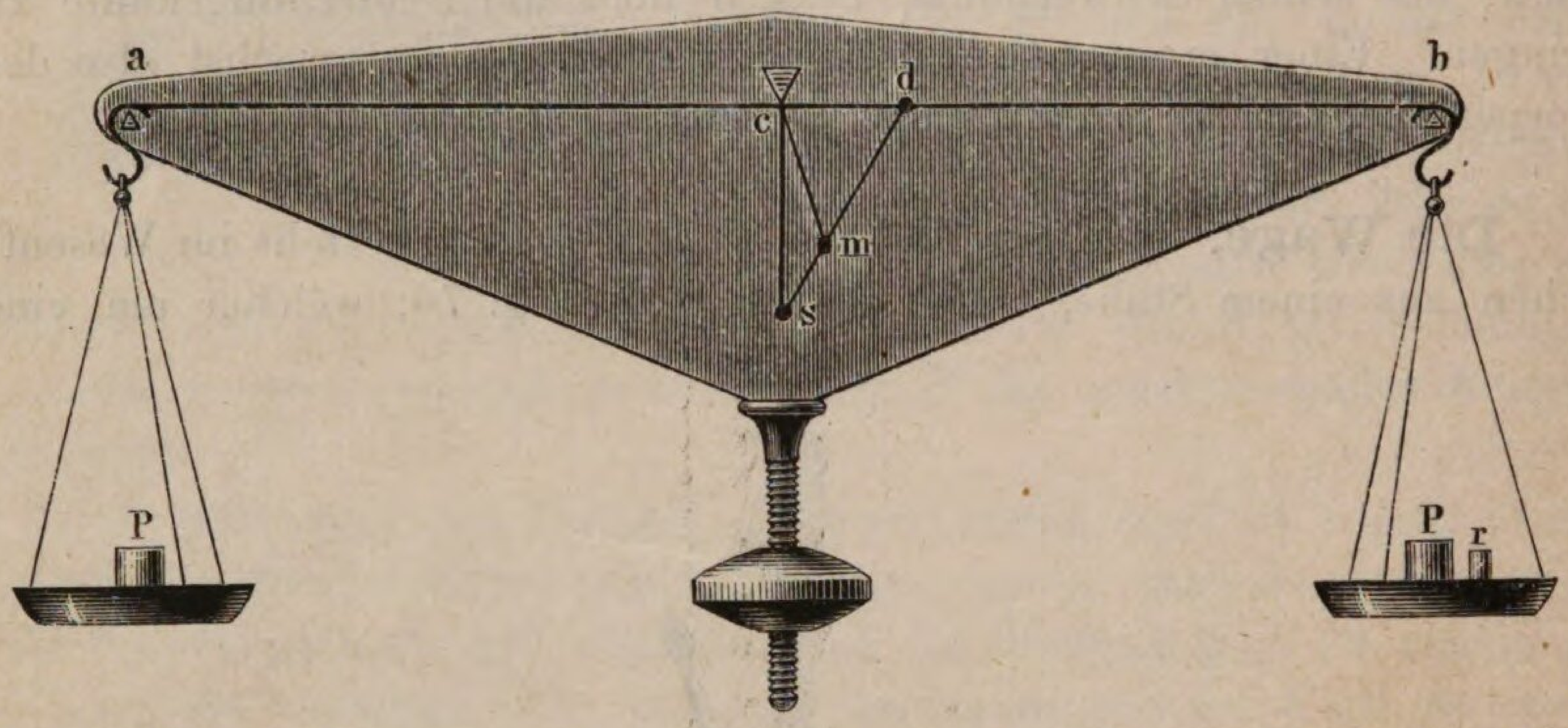


wagerechte durch die Schneide *s* gebildete feste Axe drehbar ist, die sich in der Mitte seiner Länge befindet und welche auf einer Stahlpfanne ruht. Ohne Belastung an den Enden soll der Wagbalken eine vollkommen

horizontale Lage annehmen. Auf beiden Seiten des Wagbalkens hängen Wagschalen, welche zur Aufnahme des zu wägenden Körpers und der Gewichte dienen. Bei gleicher Belastung der Wagschalen muss der Wagbalken seine horizontale Stellung beibehalten; bringt man jedoch in die eine Schale ein Uebergewicht, so muss sich der Wagbalken nach dieser Seite senken, wie es die Figur zeigt.

Wir wollen nun untersuchen, durch welche Einrichtung den eben ausgesprochenen Forderungen Genüge geleistet werden kann. Denken wir uns vorerst die Wagschalen noch weg, und nehmen wir an, die Schneide *s* ginge durch den Schwerpunkt des Wagbalkens, so haben wir den Fall eines indifferenten Gleichgewichts, der Wagbalken wird bei jeder beliebigen Neigung gegen die Horizontale im Gleichgewicht sein. Eine solche Vorrichtung erfüllt also die erste Forderung

Fig. 71.



nicht, dass der Wagbalken für sich, ohne Belastung an den Enden, eine horizontale Lage annehmen muss. Dieser Forderung kann nur dadurch genügt werden, dass der Schwerpunkt des Wagbalkens unter seinem Drehpunkte liegt.

Der Drehpunkt des Wagbalkens, also die Schneide, auf welcher derselbe ruht, liegt bei einer guten Wage stets in der Mitte *c* der geraden Linie *ab* Fig. 71, welche die Schneiden *a* und *b* verbindet, an denen die Wagschalen aufgehängt sind. Denken wir uns nun, wenn *ab* wagerecht steht, durch *c* eine Verticale gelegt, so muss der Schwerpunkt des Wagbalkens auf dieser Verticalen liegen. Wir wollen annehmen, er befinde sich in *s*.

Wenn nun in *a* und *b* gleiche Gewichte *P* angehängt werden, Fig. 71, so bleibt der Wagbalken in horizontaler Lage stehen: denn man kann sich die eine der Lasten direct in *a*, die andere direct in *b* wirkend denken, und somit fällt der gemeinschaftliche Schwerpunkt der beiden Lasten *P* mit dem Punkte *c* zusammen, und der gemeinschaftliche Schwerpunkt aller an *c* hängenden Massen, d. h. des Wagbalkens und der Lasten *P*, fällt demnach in einen Punkt zwischen *c* und *s*; dieser ge-

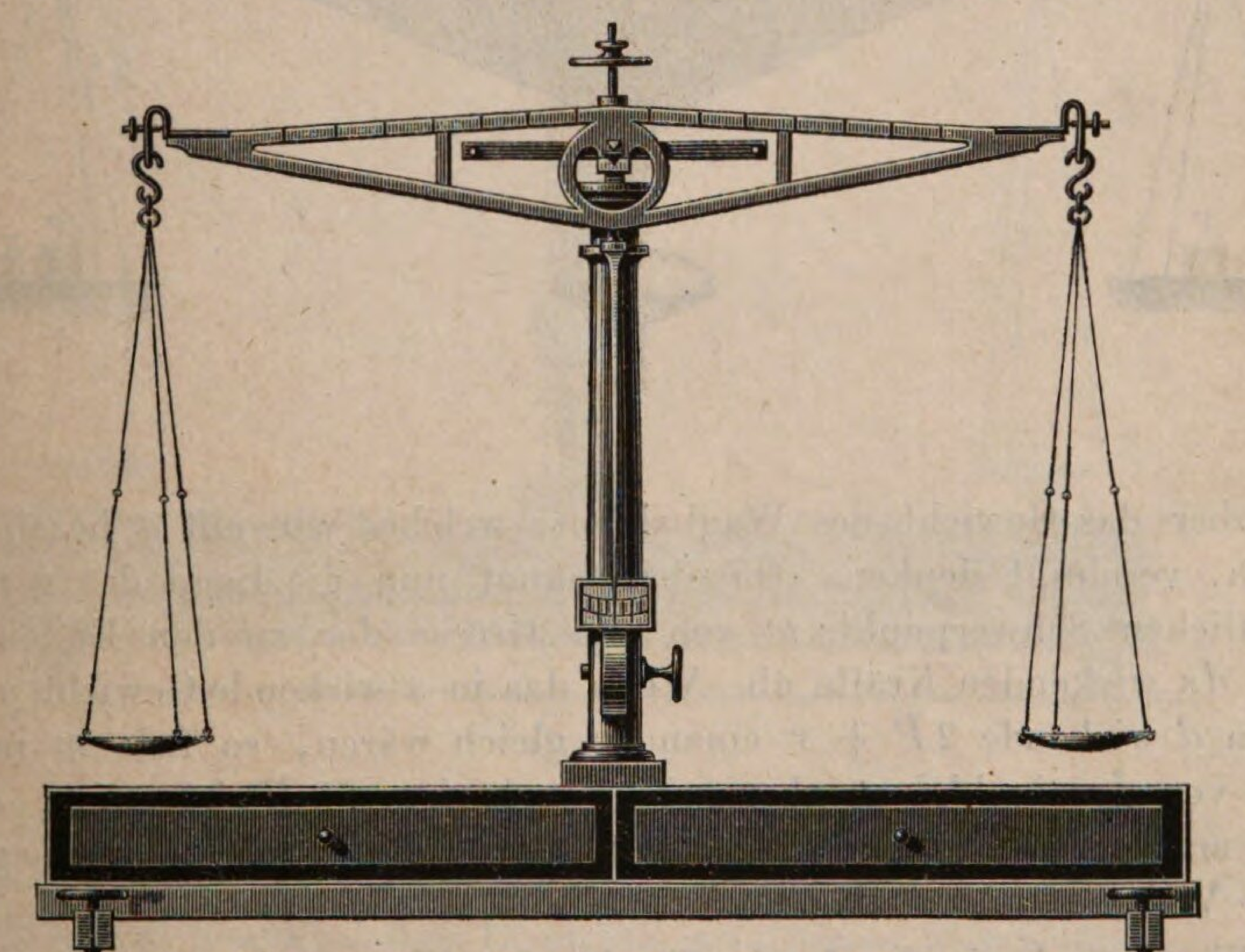
meinschaftliche Schwerpunkt liegt noch vertical unter dem Aufhängepunkte, das Gleichgewicht ist also nicht gestört.

Bringt man auf der einen Seite ein Uebergewicht *r* an, so fällt der Schwerpunkt der angehängten Lasten (die wir uns natürlich in den Punkten *a* und *b* vereinigt denken müssen) nicht mehr mit *c* zusammen, sondern er rückt auf der Linie *ab* nach der Seite des Uebergewichts, etwa nach *d* hin, der gemeinschaftliche Schwerpunkt des Wagbalkens und der Lasten fällt demnach auf irgend einen Punkt *m* der Linie *ds*; da aber bei horizontaler Stellung des Wagbalkens der gemeinschaftliche Schwerpunkt *m* nicht mehr vertical unter dem Aufhängepunkte *c* liegt, so muss sich der ganze Wagbalken um die Axe *c* so weit drehen, bis diese Bedingung erfüllt ist. Dabei wird sich nothwendig der Arm *ca* heben, *cb* aber senken. Der Winkel, welchen der Wagbalken für den Fall des Uebergewichts auf der einen Seite mit der Horizontalen macht, heisst Ausschlagswinkel. Er ist gleich dem Winkel *scm*.

Wir wollen nun untersuchen, wie eine Wage eingerichtet sein muss, damit sie recht empfindlich sei, d. h. damit sie bei einem kleinen Uebergewichte schon einen grossen Ausschlag gebe.

1) Der Schwerpunkt des Wagbalkens muss möglichst nahe unter dem mittleren Aufhängepunkte liegen, denn wenn bei übrigens unveränderten Umständen der Schwerpunkt *s* des Wagbalkens

Fig. 72.



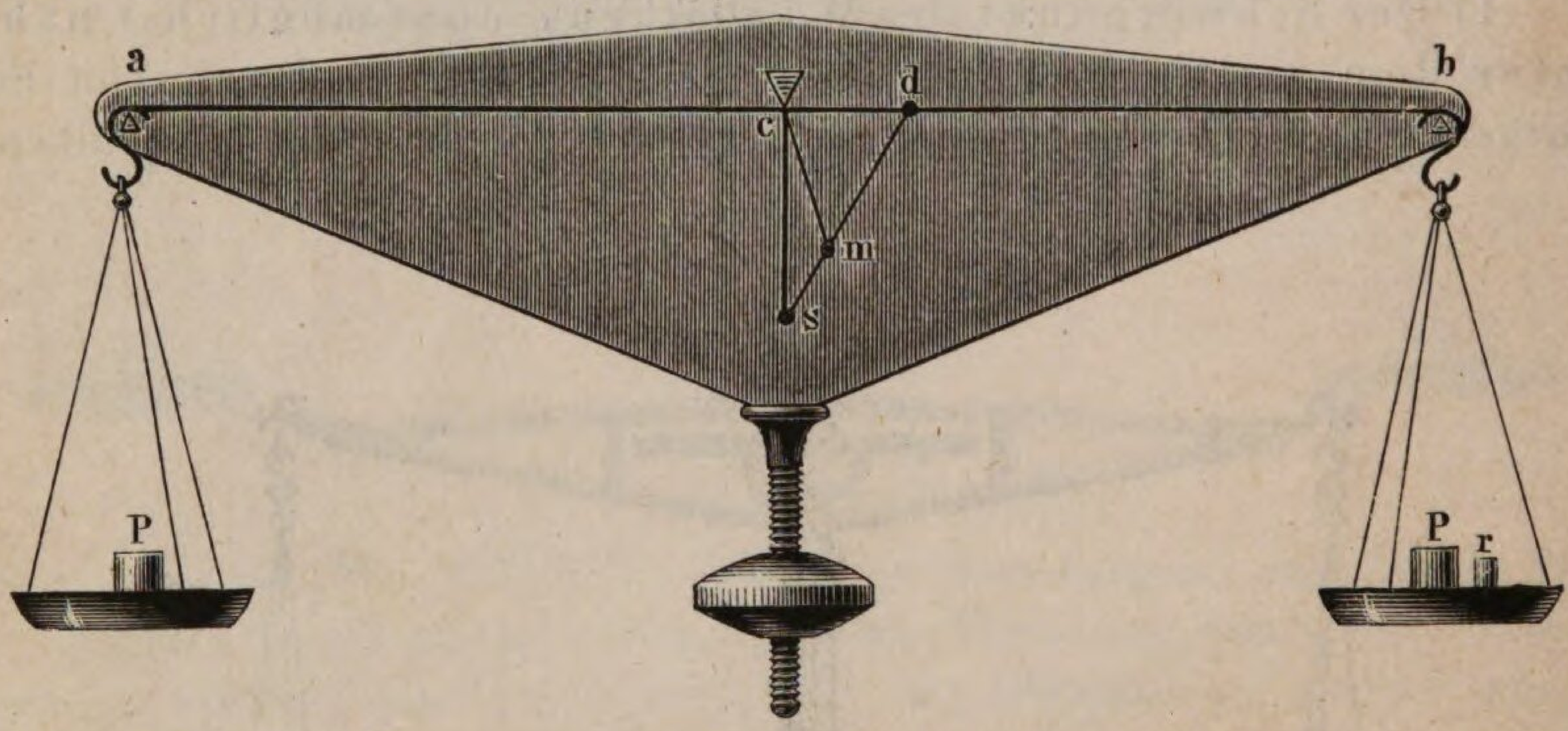
in die Höhe gerückt wird, so rückt auch der Punkt *m* vertical nach oben, was offenbar eine Vergrösserung des Ausschlags zur Folge hat. Bei guten Wagen hat man eine Vorrichtung angebracht, welche eine

Regulirung der Lage des Schwerpunkts möglich macht. In der Verlängerung der Linie cs ist nämlich entweder unterhalb des Wagbalkens, wie dies Fig. 73 andeutet, oder oberhalb desselben, wie bei der chemischen Wage Fig. 74 eine feine Schraube angebracht, an welcher ein den Umständen entsprechendes Gewicht auf- und abgeschraubt werden kann, womit offenbar eine Verrückung des Schwerpunkts verbunden ist.

2) Die Empfindlichkeit nimmt mit der Länge des Wagbalkens zu. Wenn man ohne sonst etwas zu verändern, den Wagbalken verlängern könnte, so würde die Entfernung cd in demselben Verhältnisse grösser werden, und der Punkt m würde also auch nach einer Richtung, die mit ab parallel ist, weiter von der Linie cs weggerückt werden, die Linie cm würde also einen grösseren Winkel mit cs machen, der Ausschlagswinkel scm würde also wachsen.

3) Der Wagbalken muss möglichst leicht sein. In dem Punkte d, Fig. 73, können wir uns das Gewicht der Lasten $2P + r$,

Fig. 73.



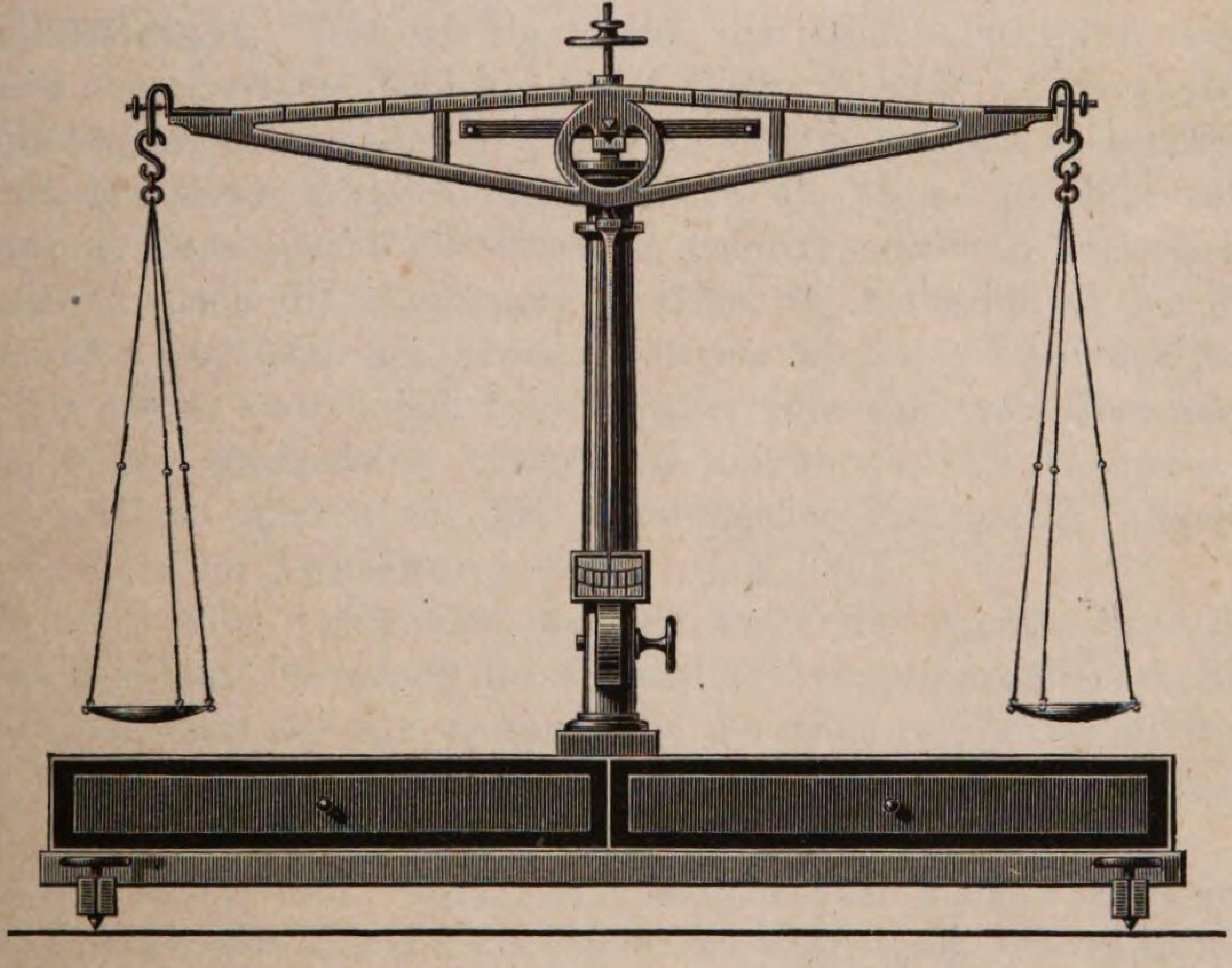
in s aber das Gewicht des Wagbalkens, welches wir mit g bezeichnen wollen, vereinigt denken. Offenbar hängt nun die Lage des gemeinschaftlichen Schwerpunkts m von der Grösse der an den Enden der Linie ds wirkenden Kräfte ab. Wenn das in s wirkende Gewicht g und das in d wirkende $2P + r$ einander gleich wären, so fiele m in die Mitte von ds, je kleiner aber g im Vergleich zu $2P + r$ wird, desto mehr muss m nach d hinrücken, und desto grösser wird dann begreiflicher Weise der Ausschlag.

Was nun die beiden letzten Punkte betrifft, so ist man doch an gewisse Gränzen gebunden, welche man nicht überschreiten darf, ohne dass die Wage wegen der zu grossen Länge der Wagbalken zu unbequem für den Gebrauch würde, oder wegen ihrer Leichtigkeit die nöthige Haltbarkeit verlöre.

Je nachdem man eine Wage zu verschiedenen Zwecken anwenden will, ist auch der Grad der Genauigkeit, welchen man verlangt, sehr verschieden. Am genauesten müssen die Wagen sein, welche zu physikalischen und chemischen Untersuchungen bestimmt sind. Damit bei diesen Wagen der Wagbalken möglichst leicht und doch fest und unbiegsam sei, wird derselbe durchbrochen gemacht, wie man dies Fig. 74 sieht.

Es versteht sich von selbst, dass man bei der Construction einer Wage alle Sorgfalt darauf zu verwenden hat, die Wagbalken gleich lang zu machen. Da jedoch kleine Fehler nicht zu vermeiden sind, so muss man durch die Methode der Wägung einen etwaigen Fehler zu corrigiren suchen. Die zweckmässigste Wägungsmethode möchte in dieser Beziehung wohl folgende sein: Man tarirt den zu wägenden Körper, d. h. man legt ihn auf die eine Wagschale und bringt die Wage durch Sand, Schrotkörnchen oder sonstige Dinge, die man auf die andere Wagschale legt, ins Gleichgewicht. Ist dies geschehen, so nimmt man

Fig. 74.



den zu wägenden Körper weg und substituirt statt seiner so viel Gewichte, bis das Gleichgewicht abermals hergestellt ist. Dieses die Tara äquilibrirende Gewicht ist dem Gewichte des Körpers gleich, für welchen es substituirt wurde, mögen nun die Arme des Wagbalkens gleich lang sein oder nicht.

Ganz besondere Bequemlichkeit beim Wägen gewährt noch die von Berzelius angegebene Einrichtung, Fig. 74. Jede Hälfte des

Wagbalkens ist nämlich durch verticale Theilstriche in zehn gleiche Theile getheilt. Bei den zu diesen Wagen gehörigen Gewichten befinden sich nun Häkchen von feinem Drahte, welche gerade ein Centigramm wiegen, so dass, wenn man sie auf den ersten, zweiten, dritten u. s. w. Theilstrich, von der Mitte an gerechnet, hängt, sie denselben Ausschlag bewirken, als ob man in die entsprechende Wagschale ein Gewicht von 1, 2, 3 u. s. w. Milligramm aufgelegt hätte.

Zweites Capitel.

Gleichgewicht der Theile fester Körper unter einander.

Elasticität. Das Gleichgewicht der Molekularkräfte, welches 34
zwischen den einzelnen Theilchen fester Körper besteht, ist ein stabiles, weil eine mehr oder minder grosse Kraft nöthig ist, um es aufzuheben.

Bei den festen Körpern befinden sich die Atome in einer solchen Entfernung, dass sowohl die zwischen den Körperatomen wirksame Anziehung, als auch die Abstossung, welche die Aetherhüllen der Atome auf einander ausüben, mit grosser Energie wirken. — Mit der Entfernung der Atome ändern sich beide Kräfte, aber nach verschiedenen Gesetzen. — Bei wachsender Entfernung nimmt die Abstossung der Aetherhüllen stärker ab, bei abnehmender Entfernung nimmt sie stärker zu als die Anziehung der Atome.

Werden also durch eine äussere Kraft die Atome eines festen Körpers genähert, so nimmt die Abstossung der Aetherhüllen mehr zu als die Anziehung der Körperatome, die Abstossung wird überwiegend, und daher der Widerstand, welchen die festen Körper einer Compression entgegensetzen.

Wirkt dagegen auf einen festen Körper eine äussere Kraft in der Weise, dass sie den Abstand der Atome zu vergrössern strebt, so nimmt die Abstossung der Aetherhüllen mehr ab als die Anziehung der Körperatome, die Anziehung wird überwiegend, und daher der Widerstand, welchen ein fester Körper der Trennung seiner Theilchen entgegensetzt.

Wenn die Theilchen eines festen Körpers durch eine äussere Kraft wirklich ein wenig aus ihrer gegenseitigen Lage verrückt worden sind, so ist deshalb der frühere Gleichgewichtszustand noch nicht völlig vernichtet; denn die Theilchen kehren in ihre frühere Lage zurück, wenn die störende Kraft zu wirken aufhört. Diese Eigenschaft der Körper,

vermöge deren die Theilchen in ihre frühere Gleichgewichtslage zurückkehren, wenn die durch äussere Kraft veranlasste Verschiebung gewisse Gränzen nicht überschritten hat, nennt man Elasticität. Die Elasticität der festen Körper beweist, dass sich die Theilchen in einem stabilen Gleichgewichtszustande befinden; denn nur für den Fall des stabilen Gleichgewichts kehrt der Körper in seine Ruhelage zurück, wenn die Kräfte, welche ihn daraus entfernten, zu wirken aufhören.

Nicht alle Körper sind gleich elastisch; es giebt Körper, deren Theilchen selbst nach bedeutender Verschiebung doch wieder vollkommen in ihre frühere Lage zurückkehren, und solche Körper, wie z. B. Federharz (Gummi elasticum), Stahl, Elfenbein u. s. w., werden vorzugsweise elastisch genannt; andere hingegen, wie Blei, Glas u. s. w., sind nur in geringem Grade elastisch, sie können keine grosse Verschiebung der Theilchen ertragen, ohne dass der frühere Gleichgewichtszustand aufgehoben wird.

Wenn überhaupt eine grosse Kraft nöthig ist, um eine Verschiebung der Theilchen eines Körpers hervorzubringen, so nennt man ihn hart. Ein Körper kann hart und elastisch sein, wie dies beim Elfenbein, beim Stahl u. s. w. der Fall ist; das Glas dagegen ist hart und wenig elastisch.

Ein Körper, dessen Theilchen schon durch eine geringe Kraft verschoben werden können, wird weich genannt. Auch die weichen Körper können entweder elastisch sein, wie z. B. Federharz, oder nur einen sehr geringen Grad von Elasticität besitzen, wie dies z. B. beim feuchten Thon der Fall ist. Der Aggregatzustand solcher weichen, mehr oder weniger breiartigen Körper kann gewissermaassen als ein Mittelzustand zwischen dem vollkommen festen und dem vollkommen flüssigen betrachtet werden.

Wenn die Theilchen eines Körpers über die Elasticitätsgränze hinaus verschoben werden, so hört entweder der Zusammenhang ganz auf, sie zerbrechen (Glasthränen), oder die Theilchen ordnen sich zu einem neuen stabilen Gleichgewichtszustande. Im ersteren Falle nennt man die Körper spröde, im letzteren dehnbar. Die äussere Gestalt spröder Körper lässt sich durch Druck, durch Stoss u. s. w. nicht bleibend ändern; wenn durch äussere Ursachen ihre Theilchen über eine gewisse Gränze verschoben werden, so erfolgt eine vollständige Trennung; die Gestalt dehnbarer Körper hingegen lässt sich durch mechanische Mittel bleibend verändern, wie dies z. B. das Flachklopfen eines Bleidrahts und das Prägen der Münzen beweist.

Die Verschiebung der Theilchen kann entweder durch Spannung, durch Zusammendrückung oder durch Drehung hervorgebracht werden.

35 **Elasticitätscoëfficient und Elasticitätsmodulus.** Um die Verlängerung zu messen, welche Drähte erfahren, wenn sie durch

Gewichte innerhalb ihrer Elasticitätsgränze gespannt werden, welche also weder Zerreissung noch eine merkliche bleibende Verlängerung erfahren, wandte S'Gravesande folgende Methode an. Der zu prüfende Draht wurde, wie Fig. 75 andeutet, in horizontaler Richtung ausgespannt, an beiden Enden fest eingeklemmt und dann in der Mitte durch Gewichte belastet. Wird die Länge ab gemessen, um welche die Mitte des Drahtes durch das angehängte Gewicht niedergezogen wird, so lässt sich daraus leicht die Verlängerung berechnen, welche der Draht erfahren hat.

Fig. 75.

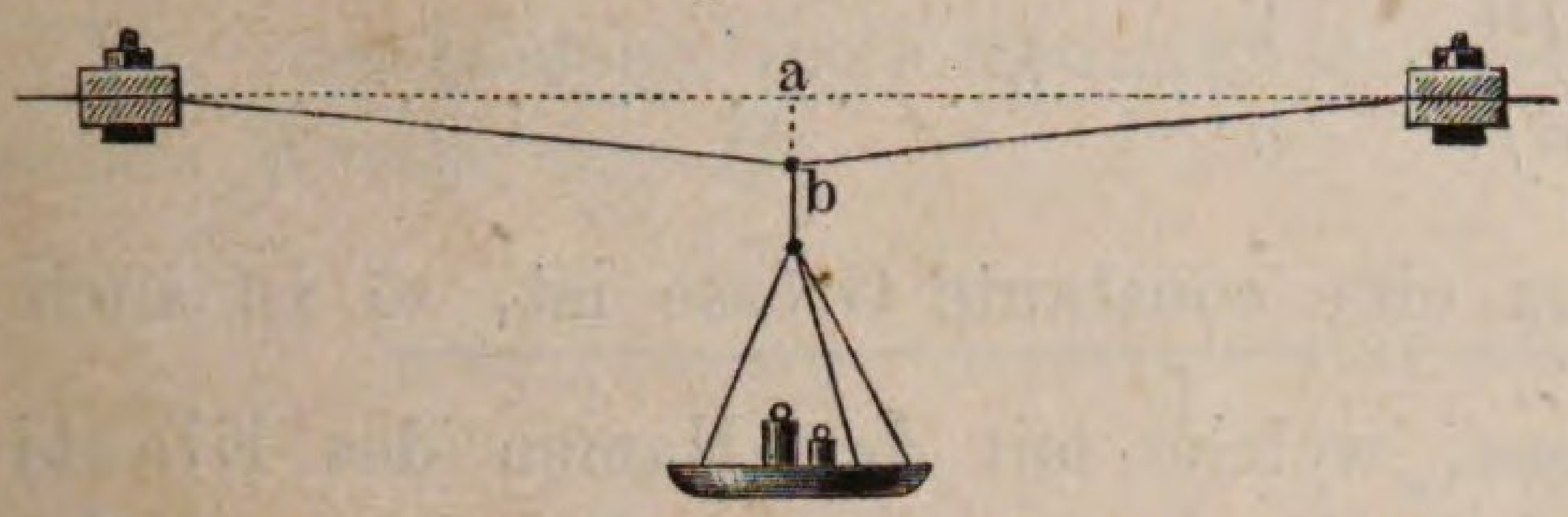
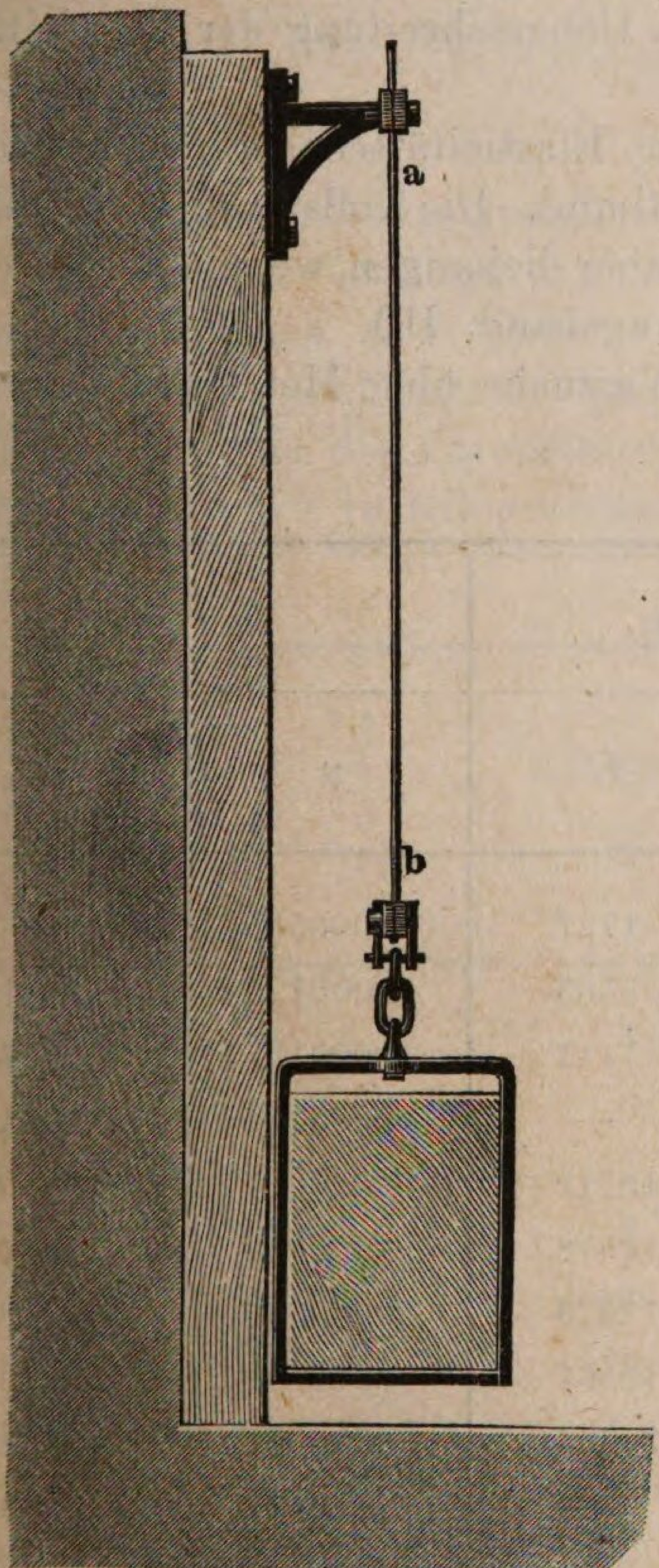


Fig. 76.



Diese Methode ist für dickere Drähte und für Stäbe nicht mehr anwendbar. Wertheim fand es am zweckmässigsten, die Verlängerung direct zu messen, und zwar auf folgende Weise. Der Stab, dessen Verlängerung gemessen werden sollte, war oben in einen eisernen Träger, Fig. 76, eingeklemmt und trug unten einen Haken, an welchen ein zur Aufnahme von Gewichten dienender Kasten angehängt wurde. Auf dem Stabe waren zwei Punkte a und b markirt, deren Abstand vor und während der Belastung durch ein bestimmtes Gewicht mit Hülfe des Kathetometers gemessen wurde.

Aus derartigen Messungen ergab sich nun, dass die elastische Verlängerung proportional ist:

1) dem angehängten Gewicht,
2) der Länge des Stabes,
3) umgekehrt dem Querschnitt des Stabes.

Die Verlängerung d, welche ein Stab von der Länge l und dem Querschnitt f durch ein Gewicht P erleidet, ist also

$$d = n \frac{Pl}{f} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

wenn n einen constanten Factor bezeichnet, welcher für jede Substanz einen besonderen Werth hat und welcher der Elasticitätscoëfficient genannt wird.

Aus Gleichung 1 folgt:

$$\frac{Pl}{df} = \frac{1}{n} = E \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2)$$

Da n für jede Substanz eine constante Grösse ist, so ist auch $\frac{1}{n}$ oder E eine constante Grösse, welche mit dem Namen des Elasticitätsmodulus bezeichnet wird. Denken wir uns in Gleichung (2) $l = 1$, $f = 1$ und $d = 1$ gesetzt, so wird $P = E$; E ist also das Gewicht, welches erforderlich wäre, um einen Stab von dem Querschnitt 1 und der Länge 1 um die Länge 1 auszudehnen, oder, was dasselbe ist, um ihn auf das Doppelte seiner ursprünglichen Länge auszuziehen, vorausgesetzt, dass er eine solche Dehnung ohne Ueberschreitung der Elasticitätsgränze ertragen könnte.

Verschiedene Physiker haben die Elasticitätsconstanten mehrerer Stoffe mit möglichster Genauigkeit bestimmt. Die vollständigsten Untersuchungen über diesen Gegenstand sind aber diejenigen, welche Wertheim angestellt hat. (Pogg. Annal. Ergänzungsband. II.)

Die wichtigsten Resultate seiner Versuche über Metalle sind in folgender Tabelle zusammengestellt.

	Angelassen		Gezogen	
	n	E	n	E
Blei	0·000579	1727	0·000555	1803
Gold	0·000179	5585	0·000123	8131
Silber	0·000140	7141	0·000137	7274
Zink	—	—	0·000114	8734
Kupfer	0·000095	10519	0·000080	12449
Platin	0·000064	15518	0·000058	17044
Stahldraht.	0·000058	17278	0·000053	18809
Gussstahl	0·000051	19561	0·000051	19549
Eisen	0·000048	20794	0·000048	20869
Messing	—	—	0·000117	8543

Unter n findet man, um den wievielten Theil seiner Länge ein Draht des in der ersten Columne genannten Metalls von 1 Quadratmillimeter Querschnitt verlängert wird, wenn er durch ein Gewicht von

1 Kilogramm gespannt wird. Ein 1 Meter langer Silberdraht von 1 Quadratmillimeter Querschnitt wird also durch Anhängen von 1 Kilogramm um 0·14 Millimeter verlängert. — Auch die unter E stehenden Zahlen beziehen sich auf 1 Quadratmillimeter Querschnitt.

Für verschiedene Glassorten erhielten Wertheim und Chevandier folgende Werthe von E:

	n	E
Spiegelglas	0·000142	7015
Fensterglas	0·000126	7917
Krystallglas	0·000145	6890
desgl. bleihaltig . .	0·000182	5477

Als Elasticitätsgränze bezeichnet man das Gewicht, welches eine bleibende Verlängerung von 0·00005 der Stab- oder Drahtlänge bewirkt, welches also einen 1 Meter langen Draht bleibend um 0·05 Millimeter verlängert. Die folgende Tabelle giebt in dem eben angedeuteten Sinne die Elasticitätsgränze für Drähte von 1 Quadratmillimeter Querschnitt in Kilogrammen.

	Elasticitäts-gränze.	Verlängerung bei der Elasticitäts-gränze.	Verlängerungs-maxima.
Blei, ausgezogen	0·25	0·00014	0·243
„ angelassen	0·20	0·00012	0·614
Silber, ausgezogen . . .	11	0·00149	0·0045
„ angelassen	3	0·00036	0·168
Kupfer, ausgezogen . . .	12	0·00093	0·003
„ angelassen . . .	3	0·00027	0·220
Platin, ausgezogen . . .	26	0·00142	—
„ angelassen	14	0·00081	0·0023
Eisen, ausgezogen	32	0·00150	0·026
„ angelassen	5	0·00022	0·109
Stahldraht, ausgezogen .	43	0·00200	—
„ angelassen . .	15	0·00056	0·0044

Ferner finden wir in dieser Tabelle angegeben, um den wievielten Theil seiner Länge ein Draht von 1 Quadratmillimeter Querschnitt höchstens ausgezogen werden darf, wenn keine merkliche Verlängerung zurückbleiben soll; in der letzten Columne endlich findet man angegeben, um den wievielten Theil ihrer Länge Drähte noch ausgezogen werden können, ehe der Bruch erfolgt.

So sehen wir z. B., dass man an einen ausgezogenen Kupferdraht von 1 Meter Länge und 1 Quadratmillimeter Querschnitt bis zu 12 Kilogramm anhängen darf, ohne dass er eine merkliche (über 0·05 Millimeter gehende) bleibende Verlängerung erfährt; dass der fragliche Draht durch 12 Kilogramm um 0·93 Millimeter elastisch verlängert wird, und dass er im Ganzen um 3 Millimeter ausgezogen werden kann, ehe der Bruch erfolgt.

Wertheim und Chevandier (Pogg. Annal. Ergänzungsband II, S. 481) fanden für Holzstäbe in der Richtung der Fasern bei 20 Procent Feuchtigkeit folgende Werthe für die Elasticitätsconstanten (auf 1 Quadratmillimeter Querschnitt bezogen).

	Specifisches Gewicht.	Elasticitäts-coëfficient n	Elasticitäts-modulus E	Elasticitäts-gränze.
Acacie	0·717	0·000792	1262	3·2
Tanne (Pin. abies) . .	0·493	0·000890	1113	2·2
Föhre (Pin. silv.) . . .	0·559	0·001773	564	1·6
Hagebuche.	0·756	0·000921	1086	1·3
Birke	0·812	0·001003	997	1·6
Buche.	0·823	0·001020	980	2·3
Eiche	0·872	0·001085	921	2·3
Ahorn.	0·674	0·000979	1021	2·7
Pappel	0·477	0·001934	517	1·5

Durch akustische Versuche ermittelten Wertheim und Chevandier folgende Werthe für den Elasticitätsmodulus verschiedener Holzarten in der Richtung des Radius und in der Richtung der Tangente:

	In der Richtung	
	des Radius	der Tangente.
Hagebuche	208	103
Ahorn	157	73
Eiche	189	130
Birke	81	155
Buche.	270	159
Pappel	73	39
Tanne.	94	34
Föhre	97	29

Die Proportionalität zwischen der Verlängerung und dem spannenden Gewicht findet auch bei spiralförmig gewundenen Metalldrähten, sogenannten Spiralfedern, statt, nur ist hier eine verhältnissmässig kleine Kraft schon im Stande, bedeutende Verlängerungen zu bewirken, wie sich dies z. B. an Jolly's Federwage (Fig. 77, a. f. S.) zeigen lässt. — Ein spiralförmig gewundener Draht (etwa Claviersaite Nr. 6) ist bei *a* aufgehängt und trägt an seinem unteren Ende zwei kleine Wagschalen *c* und *d*, von denen die letztere stets in Wasser eingetaucht ist. Das Glas, welches das Wasser enthält, steht auf einem Träger *B*, der am Stativ *A* auf- und niedergeschoben werden kann und welcher stets so zu stellen ist, dass *d* frei im Wasser schwebt. Um die Stellung der Marke *m* bequem und sicher ablesen zu können, ist die am Stativ *A* angebrachte Theilung auf einen Spiegelstreifen aufgetragen. Um richtig abzulesen, mit welchem Theilstrich der Scala sich *m* in gleicher Höhe befindet, hat man das Auge in eine solche Stellung zu bringen, dass die Marke *m* mit ihrem Spiegelbild zusammenfällt.

Bei einer Spirale von 36 Windungen der oben bezeichneten Drahtsorte stellt sich z. B. die Marke *m* beim Theilstrich 64 ein, als die Wage nicht weiter belastet war. Als auf die Wagschale *c* das Gewicht von 1 Gramm aufgelegt wurde, musste man den Schieber *B* niedersenken, um die Wagschale *d* im Wasser freischwebend zu erhalten, und nun stellte sich die Marke *m* beim Theilstrich 436 ein. Die Spirale hat also durch die Last von 1 Gramm eine Verlängerung von 436 — 64 = 372 Theilstrichen erfahren. Durch ein Gewicht von 0·5 oder 0·1 Gramm erleidet sie eine Verlängerung von 186 oder 37·2 Theilstrichen. Ein Milligramm verlängert die Spirale um 0·372 Theilstriche.

Das Auflegen eines kleinen Krystalls auf die Wagschale *c* bewirkte eine Verlängerung der Spirale um 211 Theilstriche, das Gewicht dieses Krystalls beträgt also $\frac{211}{372} = 0{\cdot}567$ Grm. Um das specifische Gewicht

des Krystalls zu bestimmen, wird er in die in Wasser eingetauchte Schale *d* gebracht und dann eine abermalige Wägung ausgeführt.

Auf dasselbe Princip hat man auch Federwagen mit stärkerem Stahldraht für den alltäglichen Gebrauch construirt, wie eine solche in Fig. 78, die wohl keiner weiteren Erläuterung bedarf, dargestellt ist.

Fig. 77.

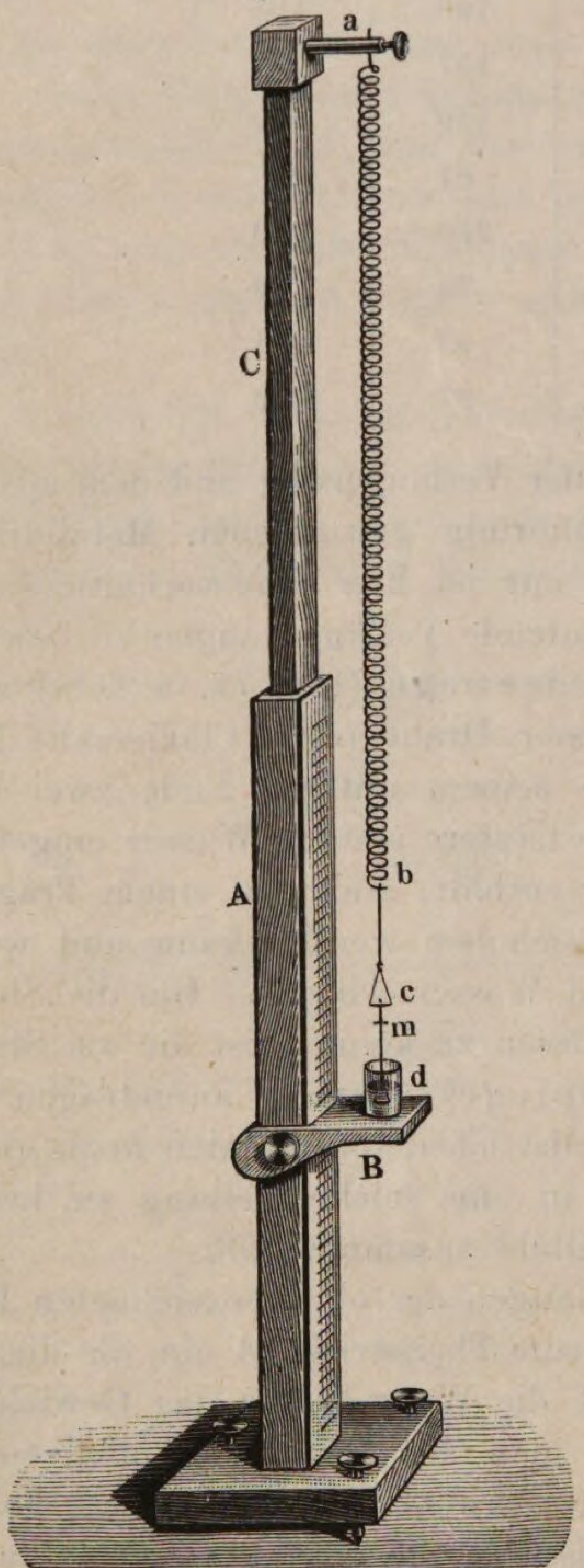
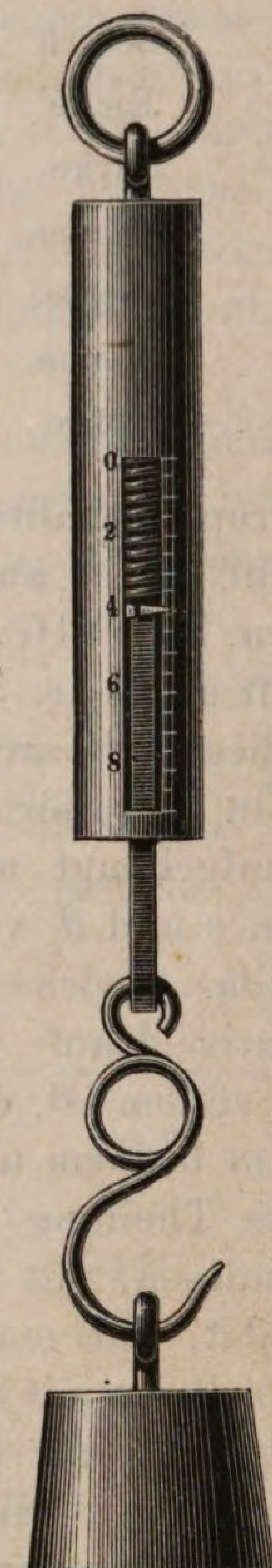


Fig. 78.

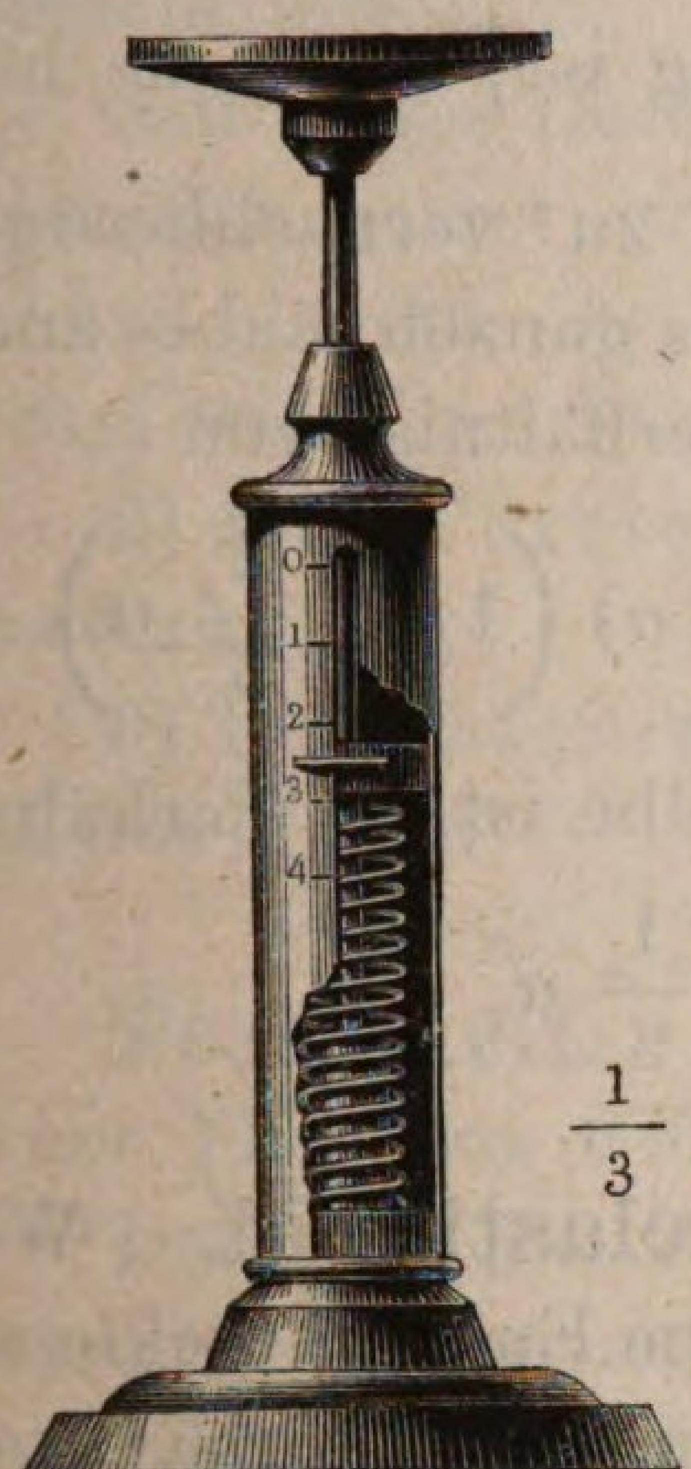


Während bei dieser Federwage die (bis 9 Kilogramm schweren) angehängten Lasten die Spiralfeder verlängern, wird bei der **Briefwage**, Fig. 79, die Sipralfeder durch die aufgelegten Gewichte zusammengedrückt.

Bei der Federwage wirkt das Gewicht des zu wägenden Körpers, welches von der Intensität der Schwerkraft abhängig ist, der von der Intensität der Schwerkraft unabhängigen Elasticität der Federn entgegen, für denselben Körper würden also die Angaben der Federwage

verschieden ausfallen, wenn die Intensität der Schwerkraft sich änderte. Dieselbe Last z. B., welche an den Haken der Federwage, Fig. 78, angehängt, auf der Erde den Zeiger bis zum Theilstrich 6 herunterzieht, würde denselben auf dem Monde nur bis zum Theilstrich 1 herabziehen können. Die Wägungen mit der zweiarmigen Wage (Fig. 74, Seite 79) sind dagegen von der Intensität der Schwerkraft ganz unabhängig, weil etwaige Variationen derselben ganz gleichmässig auf den Inhalt beider Wagschalen wirken.

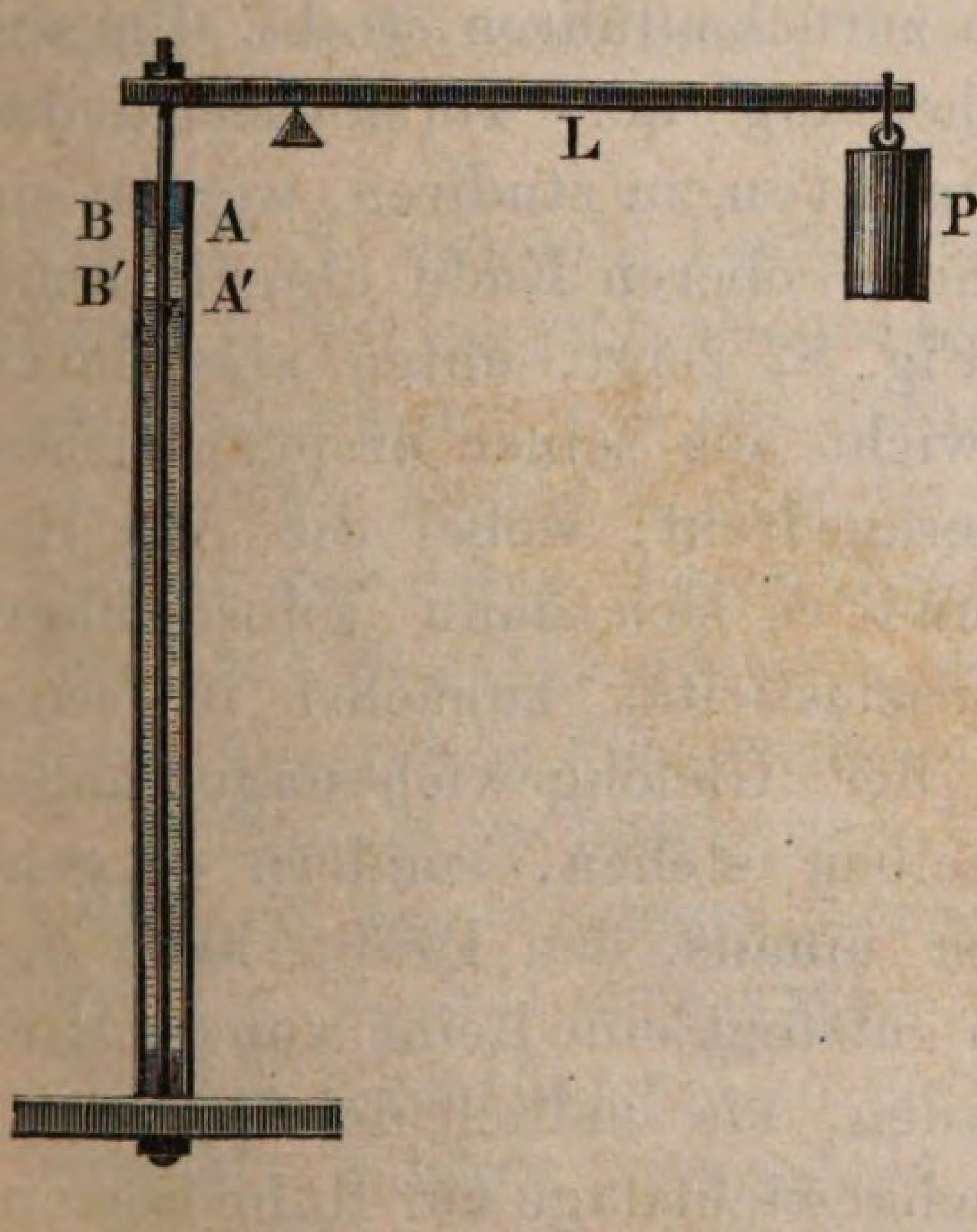
Fig. 79.



Eine Spiralfederwage von entsprechend starkem Stahldraht kann auch als Zugkraftmesser (Dynamometer) gebraucht werden.

Volumveränderung durch Zug. 36
Nach Poisson's theoretischen Entwickelungen wird der Durchmesser eines Stabes im Verhältniss von 1 zu $1 - \frac{a}{4}$ verkleinert, wenn die Länge desselben durch Ziehen im Verhältniss von 1 zu $1 + a$ vermehrt worden ist. Damit stimmen die Resultate der Versuche von Cagniard La Tour überein, welche auf folgende Weise angestellt wurden. Der Metallstab, dessen unteres Ende festgehalten ist, während sein oberes Ende durch eine Hebelvorrichtung aufwärts gezogen wird, wie Fig. 80 anschaulich macht, ist von einer engen mit Wasser gefüllten Glasröhre umgeben. Sobald der Stab, durch Ausziehen verlängert, dünner wird, senkt sich der Spiegel des Wassers in der Röhre, und man braucht nur die Grösse dieser Senkung zu messen, um daraus die Verminderung des Stabdurchmessers berechnen zu können.

Fig. 80.



Wertheim's Versuche stimmen jedoch mit diesen Resultaten nicht überein. Zunächst machte er Versuche mit Kautschukstäben von quadratischem Querschnitt, Fig. 81 (a. f. S.); er fand durch directe Messung, dass wenn diese Stäbe durch angehängte Gewichte im Verhältniss von 1 zu $1 + a$ verlängert werden, die Seite des Querschnitts im Verhältniss von 1 zu $1 - \frac{a}{3}$ abnimmt. — Zu dem gleichen Resultat führten Versuche mit Messingröhren, welche mit Wasser gefüllt,

am oberen Ende mit einem engen Glasröhrchen in Verbindung standen. Durch Ausziehen der Röhre verändert sich der Rauminhalt derselben, wie man aus der Veränderung des Wasserstandes im Glasröhrchen erkennt.

Wenn sich der Durchmesser des Stabes im Verhältniss von 1 zu $1 - \frac{a}{3}$ verkleinert, so nimmt der Flächeninhalt des Querschnittes ab im Verhältniss von 1 zu $1 - \frac{2}{3}\,a$ (da a klein genug ist, um seine höheren Potenzen zu vernachlässigen). Das Volumen des ganzen Stabes ändert sich aber im Verhältniss von

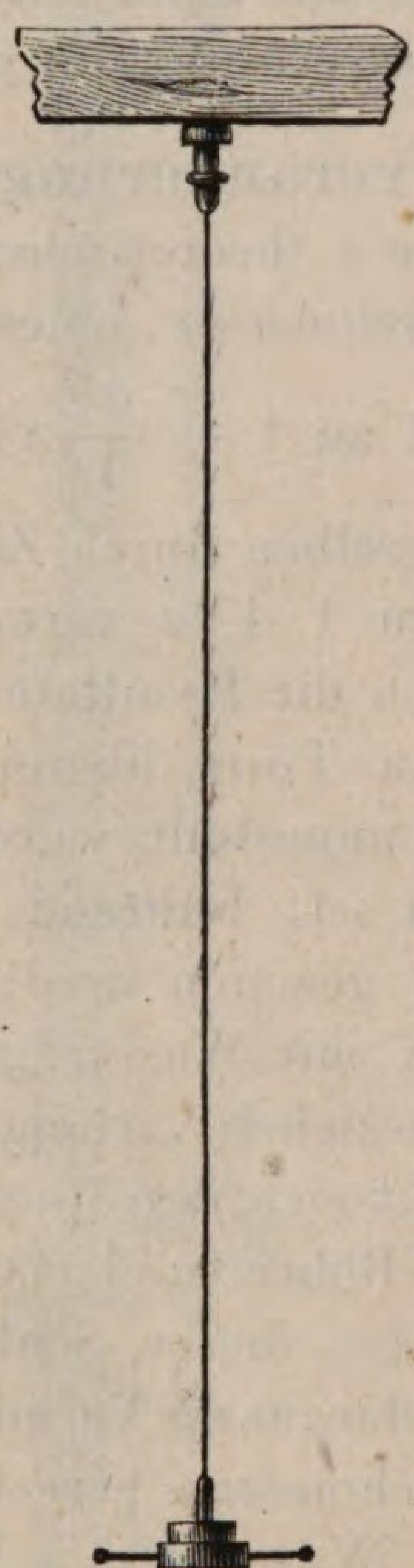
$$1 \text{ zu } (1 + a)\left(1 - \frac{2}{3}\,a\right)$$

oder, was dasselbe ist, im Verhältniss von 1 zu $1 + \frac{1}{3}\,a$.

Fig. 81.



Fig. 82.



37 **Torsionselasticität.** Wenn ein Stab an einem Ende festgeklemmt, an dem anderen Ende durch irgend eine Kraft um seine Axe umgedreht wird, so erleiden die einzelnen Theilchen eine Verschiebung, durch welche eine elastische Kraft hervorgerufen wird, welche die verschobenen Theilchen wieder in ihre ursprüngliche Lage zurückzuführen strebt. Um die Erscheinung der Torsionselasticität an **Drähten** zu studiren, werden sie an ihrem oberen Ende eingeklemmt, wie Fig. 82 zeigt, unten aber durch Gewichte belastet. Wenn man das Gewicht aus seiner ursprünglichen Lage um einen bestimmten Winkel herausdreht, wobei die Axe des Drahtes die Umdrehungsaxe bildet, und es sich dann selbst überlässt, so wird es durch die Torsionselasticität zunächst in seine Gleichgewichtslage zurückgeführt. In der Gleichgewichtslage angekommen, bleibt es aber nicht in derselben stehen, sondern es geht in Folge seiner Trägheit über dieselbe hinaus, den Draht nach der entgegengesetzten Seite windend, und so entsteht eine Reihe von Schwingungen, welche kleiner und kleiner werden, bis endlich der Draht mit dem angehängten Gewichte in seiner Gleichgewichtslage zur Ruhe kommt.

In Beziehung auf die Grösse der Torsionskraft gelten folgende Gesetze:

1) Die Torsionskraft ist dem Drehungswinkel proportional, wenn man also das untere Ende des Drahtes um $2n$, $3n$, $4n$ Grade u. s. w. aus der Gleichgewichtslage herausdreht, so ist die dadurch hervorgerufene Torsionskraft 2, 3, 4 u. s. w. mal so gross, als wenn die Drehung nur n Grade betragen hätte. Dies Gesetz geht daraus hervor, dass die Schwingungsdauer von der Grösse der ursprünglichen Drehung unabhängig ist, vorausgesetzt, dass man die Elasticitätsgränze nicht überschritten hat.

Auf dieses Gesetz hat Coulomb, welcher überhaupt die Torsionselasticität zuerst gründlich studirt hat, seine Drehwage gegründet, welche als ein für die Lehre vom Magnetismus und der Elektricität höchst wichtiges Instrument später besprochen werden soll.

2) Die Torsionskraft ist von der Spannung des Drahtes unabhängig.

3) Die Torsionskraft ist der Länge des Drahtes umgekehrt proportional.

Festigkeit. Die Kraft, mit welcher ein Körper der Trennung 38
seiner Theilchen widersteht, nennt man seine Festigkeit.

Der zwischen den einzelnen Theilchen eines festen Körpers stattfindende Zusammenhang lässt sich durch Zerreissen, durch Zerbrechen, durch Zerwinden (Abdrehen) oder durch Zerdrücken aufheben.

Absolute Festigkeit nennt man die Kraft, mit welcher ein Körper dem Zerreissen widersteht, wenn er der Länge nach gespannt wird. Dieser Widerstand ist dem Querschnitte des zu zerreissenden Körpers proportional, denn es muss ja der Zusammenhang von zwei-, drei-, viermal so viel Theilchen aufgehoben werden, wenn der Querschnitt des Körpers zwei-, drei-, viermal so gross ist. Es ist also

$$P = nk,$$

wenn P die absolute Festigkeit, also die eben zum Zerreissen nöthige Kraft, n den Querschnitt des Körpers und k einen constanten Factor bezeichnet, welcher von der Natur der zu zerreissenden Substanz abhängig ist. Dieser Factor k, also die Kraft, welche eben nöthig ist, um einen Stab zu zerreissen, dessen Querschnitt gleich der Flächeneinheit ist, wird der Festigkeitsmodulus genannt. Der Zahlenwerth von k hängt davon ab, welche Flächeneinheit und welche Gewichtseinheit man wählt.

Schon Muschenbroek hat zahlreiche Versuche über die absolute Festigkeit verschiedener Körper angestellt. Die folgende Tabelle enthält den in Kilogrammen ausgedrückten Festigkeitsmodulus, wenn man das Quadratmillimeter als Flächeneinheit annimmt, also das Gewicht, welches eben nöthig ist, um Drähte von 1 Quadratmillimeter Querschnitt zu zerreissen, wie es Wertheim in der bereits oben citirten Abhandlung angiebt.

	Ausgezogen. Kilogramm.	Angelassen. Kilogramm.
Blei	2·2	1·9
Zinn	2·6	2·4
Gold	26	11
Silber	29	16
Kupfer	40	31
Platin	34	25
Eisen	63	48
Gussstahl	83	65
Messing	60	—

Auf denselben Querschnitt beziehen sich die folgenden von Wertheim und Chevandier ermittelten Werthe für den Festigkeitsmodulus verschiedener Holzsorten:

	In der Richtung		
	der Fasern.	des Radius.	der Tangente.
Acacie	7·93	—	—
Tanne (Pin. abies) . .	4·18	0·22	0·29
Föhre (Pin. silv.) . . .	2·48	0·26	0·20
Hagebuche	2·99	1·00	0·61
Birke	4·30	0·82	1·06
Buche	3·57	0·88	0·75
Eiche	5·66	0·58	0·41
Ahorn	2·71	0·72	0·37
Pappel	1·48	0·15	0·21

Nach anderen Angaben ist die absolute Festigkeit der Holzarten bedeutend grösser, so z. B. für

Eiche	6 bis 8	Kilogramm
Tanne	8 „ 9	„
Buche	8	„

Der Grund dieser Verschiedenheit ist vielleicht im ungleichen Wassergehalt, im verschiedenen Alter der Bäume, verschiedenem Standort u. s. w. zu suchen.

Für Hanfseile ist nach älteren Bestimmungen die absolute Festigkeit für das Quadratmillimeter Querschnitt 3·5 bis 6·2.

Die grosse Verschiedenheit in der Festigkeit der Hanfseile rührt von der ungleichen Beschaffenheit der Materiale her, aus denen sie ver-

fertigt sind. Dünne Seile sind verhältnissmässig stärker als dicke, weil sie aus besserem Hanf gemacht sind. Durch starkes Drehen der einzelnen Fäden wird die Tragkraft der Seile bedeutend vermindert. Nasse Seile haben eine geringere Festigkeit als trockene.

Bei praktischen Anwendungen wird man der Sicherheit wegen wohl thun, bei Metallen nur $^1/_3$, bei Hölzern nur $^1/_4$ der durch die Versuche ermittelten absoluten Festigkeit in Rechnung zu bringen.

Die Kraft, welche ein Körper dem Zerbrechen entgegensetzt, nennt man seine relative, diejenige, welche er dem Zerdrücken entgegensetzt, die rückwirkende Festigkeit. Die relative Festigkeit sowohl wie die rückwirkende steht in einem innigen Verhältniss zur absoluten, was sich auch in mathematischer Form ausdrücken lässt; doch ist hier nicht der Ort, weiter darauf einzugehen.

Adhäsion. Dieselbe Kraft, welche die Theilchen eines festen 39
Körpers zusammenhält, wirkt auch, um die Theilchen zweier vorher getrennter Körper zusammenzuhalten, wenn man nur im Stande ist, sie in eine hinreichend innige Berührung zu bringen. So verbinden sich Spiegelplatten, welche nach der Politur dicht an einander gelegt worden sind, oft so innig mit einander, dass sie nicht mehr getrennt werden können, ohne die Platten zu zerbrechen. Ebenso haften zwei Bleiplatten, die man zusammendrückt, fast so fest auf einander, als ob sie nur eine einzige Bleimasse ausmachten, vorausgesetzt, dass die Flächen, in welchen sich die beiden Bleistücke berühren, vollkommen eben und metallisch sind.

Dieses Aneinanderhaften zweier Körper wird mit dem Namen der Adhäsion bezeichnet.

Die Adhäsion zeigt sich nicht allein zwischen gleichartigen, sondern auch zwischen verschiedenartigen Körpern. Eine Bleiplatte mit einer Zinnplatte oder eine Kupferplatte mit einer Silberplatte durch Glättwalzen gezogen, giebt ein fast untrennbares Ganzes.

Besonders stark zeigt sich die Adhäsion, wenn ein flüssiger Körper mit einem festen Körper in Berührung gebracht und dann durch Erkalten oder durch Verdunstung des Lösungsmittels fest wird; hierauf beruht das Leimen, Kitten und Löthen. Kittet man z. B. vermittelst Siegellack zwei Glasstücke zusammen, so kommt es oft vor, dass sich beim Auseinanderreissen nicht das Glas vom Siegellack trennt, sondern dass Stücke aus dem Glase herausgerissen werden. Wenn man eine Glasplatte mit Leim bestreicht, so haftet dieser oft so fest am Glase, dass Stücke aus demselben (dem Glase) herausgerissen werden, wenn sich der Leim beim Austrocknen zusammenzieht.

Wenn zwei Körper mit ebenen Flächen auf einander liegen, und man den einen über den andern hinausschieben will, so setzt die Adhäsion dieser Bewegung ein Hinderniss entgegen; die Adhäsion hat also einigen Antheil am Reibungswiderstand, der überall da überwunden

werden muss, wo zwei Körper über einander hingleiten, oder wo sich ein Körper über einen anderen hinwälzt. Von der **Reibung** wird noch weiter unten die Rede sein.

40 **Krystallisation.** Wenn ein Körper aus dem flüssigen oder gasförmigen Zustande in den festen übergeht, so ist es die nun stärker als zuvor in Thätigkeit tretende Cohäsionskraft, welche die bis dahin beweglichen Theilchen in einer bestimmten gegenseitigen Lage fixirt. In der ganzen Natur zeigt sich aber bei diesem Uebergange in den festen Zustand ein Bestreben, eine regelmässige Anordnung der Theilchen hervorzubringen. In der unorganischen Natur bewirkt dieses Bestreben die Krystallisation.

Krystalle nennt man solche feste Körper, welche sich in regelmässigen, durch ebene Flächen begränzten Gestalten gebildet haben. In der Natur findet man eine Menge solcher Krystalle; Quarz (Bergkrystall), Kalkspath, Schwerspath, Topas, Granat u. s. w. werden oft sehr schön krystallisirt gefunden.

Wenn ein Körper aus dem flüssigen Zustande in den festen übergeht, so bilden sich fast immer Krystalle. Der Uebergang aus dem flüssigen in den festen Zustand findet entweder durch Erkaltung eines geschmolzenen Körpers oder durch Ausscheidung aus einer Auflösung statt.

Wenn man geschmolzenes Wismuth in eine etwas erwärmte Schale giesst, so bildet sich nach einiger Zeit auf der Oberfläche eine feste Kruste. Wenn man nun diese Kruste durchsticht und das noch flüssige Metall abgiesst, so findet man die Höhlung, welche durch die zuerst erkaltete Kruste gebildet wird, mit würfelförmigen, oft mehrere Linien grossen Krystallen ausgekleidet.

Auf eine ähnliche Weise kann man auch Krystalle aus einer geschmolzenen Schwefelmasse erhalten.

Wenn man mit Aufmerksamkeit im Freien gefrierendes Wasser beobachtet, so sieht man, wie feine Eisnadeln auf der Oberfläche sich bilden, wie sie von einem Augenblicke zum anderen sich ausbreiten und verzweigen. Freilich sieht man hierbei selten so regelmässig krystallinische Gestalten, wie man sie beim Schnee beobachtet, doch sieht man deutlich, dass die Eisbildung eine Krystallbildung ist.

Viele Stoffe lösen sich in Flüssigkeiten, namentlich in Wasser, auf, und zwar lässt sich in einer bestimmten Menge Wasser nur eine bestimmte Menge irgend eines Stoffes auflösen; doch löst sich in warmem Wasser meistens mehr auf als in kaltem. Wenn nun eine Auflösung bei hoher Temperatur gesättigt ist, wenn man z. B. in einer bestimmten Menge warmen Wassers so viel Salpeter aufgelöst hat als möglich, so kann diese Salzmasse nicht mehr ganz aufgelöst bleiben, wenn die Lösung erkaltet, ein Theil des Salzes wird sich wieder ausscheiden, und zwar

schiesst es in regelmässigen Krystallen an. — Auch dann bilden sich Krystalle, wenn das Wasser einer gesättigten Lösung allmälig verdunstet.

Nicht allein aus wässerigen Lösungen scheiden sich Krystalle aus; der Schwefel z. B. löst sich in Schwefelkohlenstoff, in Chlorschwefel, in Terpentinöl auf, und aus diesen Lösungen kann man schöne durchsichtige Krystalle von Schwefel erhalten.

Die Krystalle werden um so grösser und regelmässiger, je langsamer die Erkaltung oder Verdunstung vor sich geht. Bei schneller Krystallisation bilden sich kleine Krystalle, die sich zu unregelmässigen Gruppen zusammenhäufen, an denen man oft kaum ein krystallinisches Gefüge erkennen kann.

Jedem Stoffe kommt eine eigenthümliche Krystallform zu; so ist z. B. die Krystallform des Bergkrystalls eine andere als die des Alauns, und diese wieder eine andere als die des Kupfervitriols.

Die Untersuchung der Symmetriegesetze, welche zwischen den einzelnen Krystallflächen stattfinden, sowie die Beschreibung der Krystallformen überhaupt, ist ein Gegenstand, mit welchem sich die K r y s t a l l o g r a p h i e zu beschäftigen hat; da jedoch die äussere Gestalt der Krystalle in einem innigen Zusammenhange mit den physikalischen Eigenschaften der Körper steht, so müssen wir hier wenigstens die Grundzüge dieser Symmetriegesetze betrachten.

Wenn man zwei Krystalle desselben Stoffes untersucht, so findet man freilich keine absolute Gleichheit oder Aehnlichkeit der Gestalten im geometrischen Sinne. So haben z. B. Quarzkrystalle häufig die vollkommen regelmässige Gestalt Fig. 83, sehr oft kommen sie aber in der Form Fig. 84 vor, und oft weichen sie noch weit mehr von dem normalen Habitus Fig. 83 ab. Wie aber auch die verschiedenen Quarzkrystalle verzerrt erscheinen mögen, so behalten sie doch immer einen selbst dem

Fig. 83.

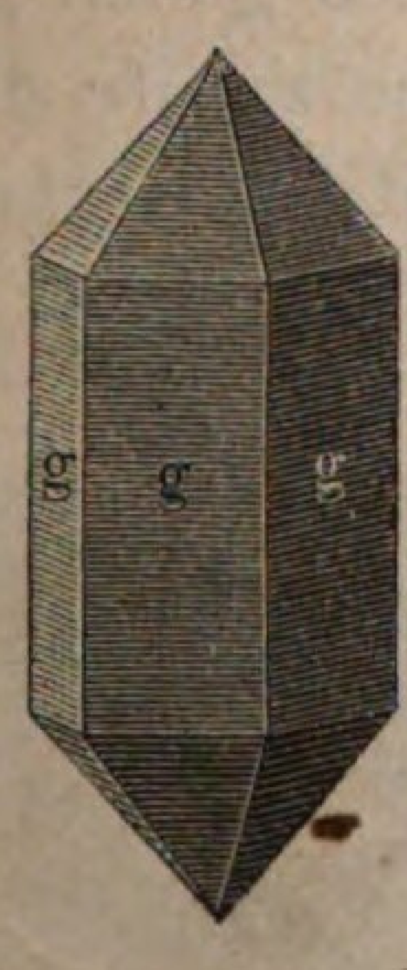


Fig. 84.

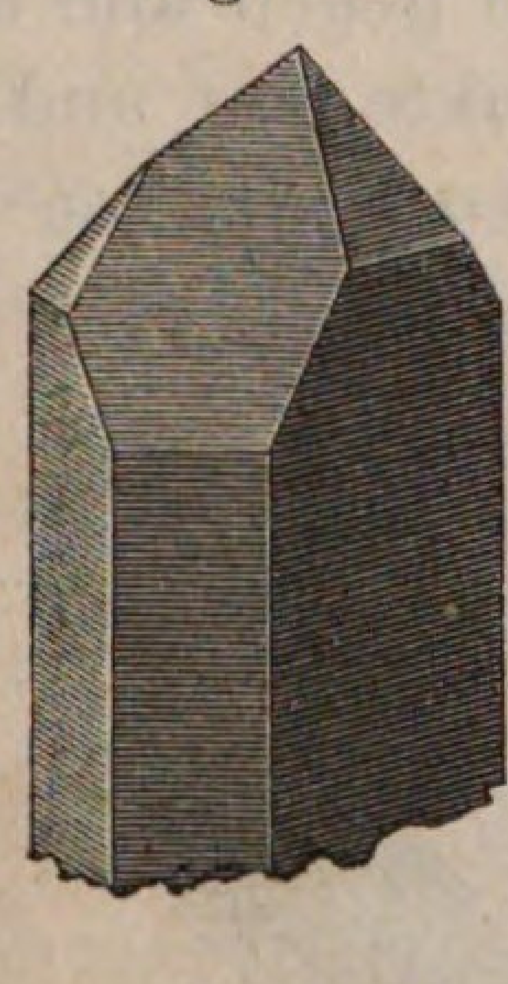
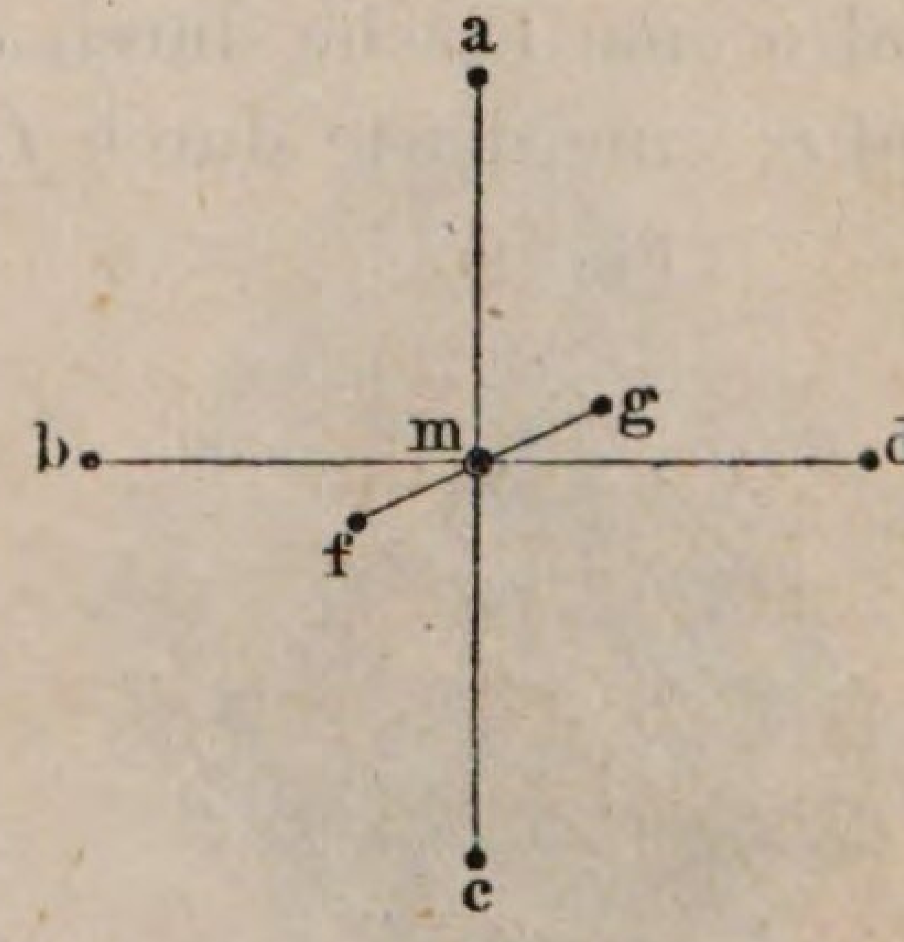


Fig. 85.



weniger Geübten leicht erkennbaren Grundtypus, sie bilden eine durch 6seitige Pyramiden zugespitzte 6seitige Säule; diese Pyramidenflächen erscheinen aber nicht immer ganz gleichmässig ausgebildet, sie liegen nicht immer in gleicher Entfernung vom geometrischen Mittelpunkt des Krystalls; aller dieser Unregelmässigkeiten ungeachtet sind die Winkel der entsprechenden Flächen für alle Krystallindividuen desselben Stoffes

stets dieselben. So ist z. B. der Winkel, den eine Säulenfläche des Bergkrystalls mit der benachbarten macht, stets 120°, der Winkel zweier neben einander liegenden Pyramidenflächen ist stets 133° 44′ u. s. w.

Wenn man die Krystallform eines Körpers beschreibt, wenn man sie zeichnet, so abstrahirt man von allen Zufälligkeiten, man betrachtet alle entsprechenden Flächen als gleich weit vom Mittelpunkte des Krystalles liegend. Wir wollen eine solche Krystallgestalt den idealen Krystall nennen; die folgenden Betrachtungen beziehen sich auf diese idealen Formen.

41 **Krystallsysteme.** In jedem Krystalle kann man gewisse Richtungen unterscheiden, gegen welche die einzelnen Flächen eine symmetrische Lage haben; diese Richtungen sind die Axen. In dem Krystall Fig. 83 ist offenbar die Linie, welche die Spitzen der beiden 6seitigen Pyramiden verbindet, eine solche Axe. Die mit g bezeichneten Säulenflächen sind dieser Axe parallel, alle Pyramidenflächen sind gleich gegen dieselben geneigt.

Die gegenseitige Lage und das Grössenverhältniss dieser Axen ist aber nicht für alle Krystalle dieselbe; man hat in dieser Beziehung 6 verschiedene Krystallsysteme zu unterscheiden.

1) Das reguläre System mit drei zu einander rechtwinkligen und gleichen Axen.

Fig. 85 (a. v. S.) stellt das Axensystem des regulären Systems dar. Die drei Axen schneiden sich in dem Punkte m, und zwar steht jede derselben rechtwinklig auf der Ebene der beiden anderen. Zwei dieser Axen, ac und bd, erscheinen in unserer Figur unverkürzt, dagegen erscheint die dritte, von vorn nach hinten gerichtete Axe fg verkürzt. In der That ist $mf = ma = mb$.

Denken wir uns in jede der 8 körperlichen Ecken des Axenkreuzes, Fig. 85, eine Fläche gelegt, welche gegen alle drei Axen gleich geneigt ist, also eine Fläche durch die Punkte a, f und d; eine zweite durch f, d und c; eine dritte durch f, b und a u. s. w., so entsteht das Octaëder,

Fig. 86.

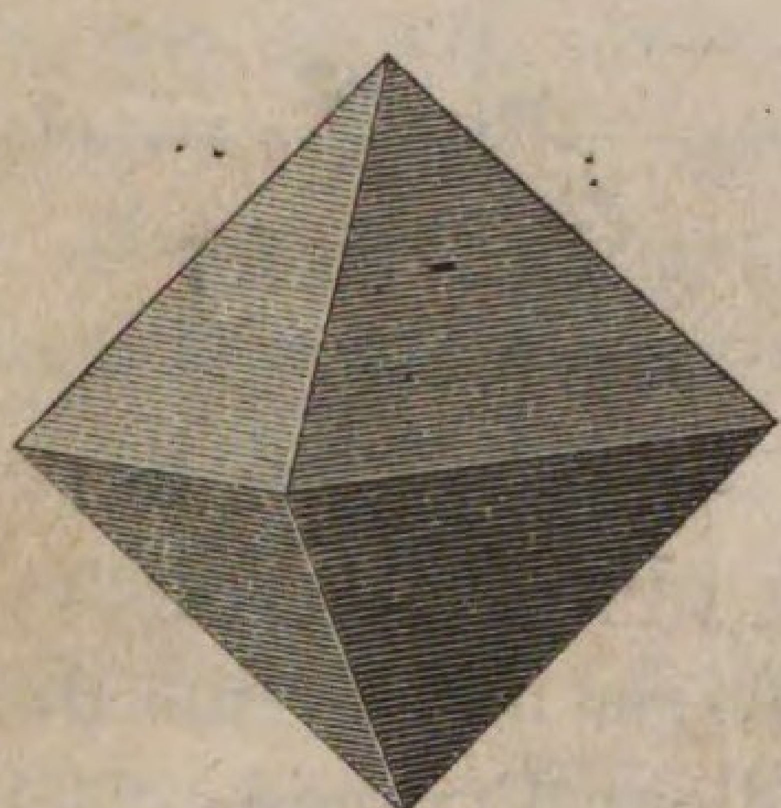


Fig. 87.

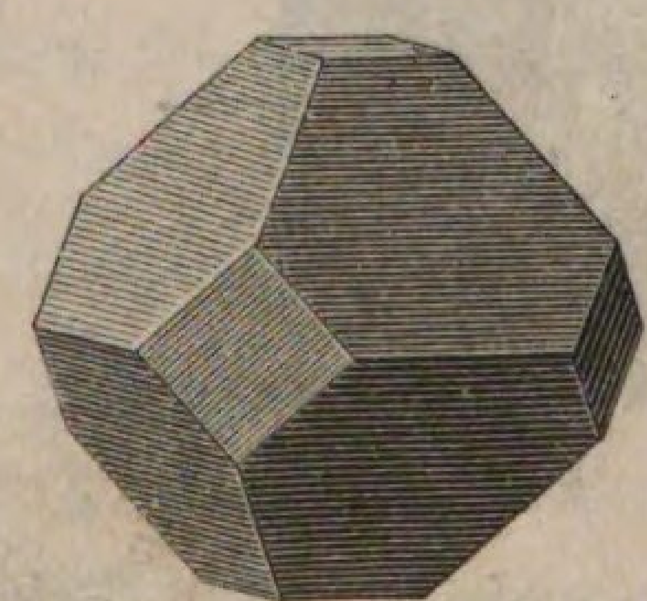


Fig. 88.

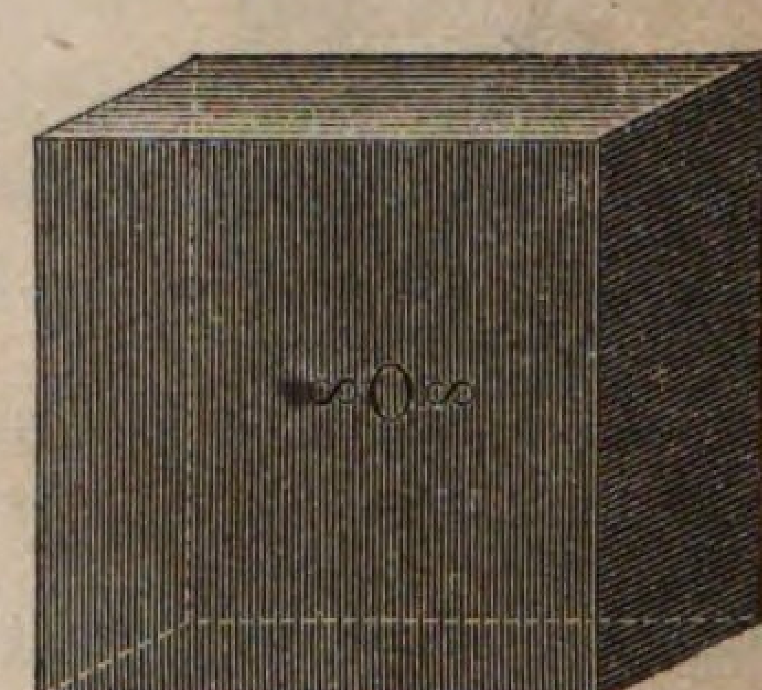


Fig. 86, welches man als die Grundgestalt des regulären Systems betrachtet, weil man von ihm leicht alle anderen Gestalten dieses Systems ableiten kann.

Alle Ecken des regulären Octaëders sind unter einander gleich und jede Modification eines Ecks muss an allen übrigen in derselben Weise stattfinden.

Wird jedes Octaëdereck durch eine Fläche abgestumpft, welche auf der entsprechenden Axe rechtwinklig steht, so entsteht der Körper Fig. 87. Denken wir uns die Abstumpfungsflächen bis zur gegenseitigen Durchschneidung ausgedehnt, so erhält man den Würfel Fig. 88.

An dem Würfel sind wieder alle Ecken unter sich gleich; ebenso sind alle Kanten gleichartig, und jede Modification eines Ecks oder einer Kante findet sich in derselben Weise auch an den übrigen.

Die 12 Kanten des Octaëders sind ebenfalls einander gleich; denken wir uns jede Octaëderkante durch eine Fläche abgestumpft, welche mit der abgestumpften Kante und einer Axe parallel läuft, so entsteht der Körper Fig. 89. Wenn die Abstumpfungsflächen der Octaëderkanten bis zu ihrer gegenseitigen Durchschneidung wachsen, so entsteht das Rhombendodekaëder Fig. 90.

Fig. 89.

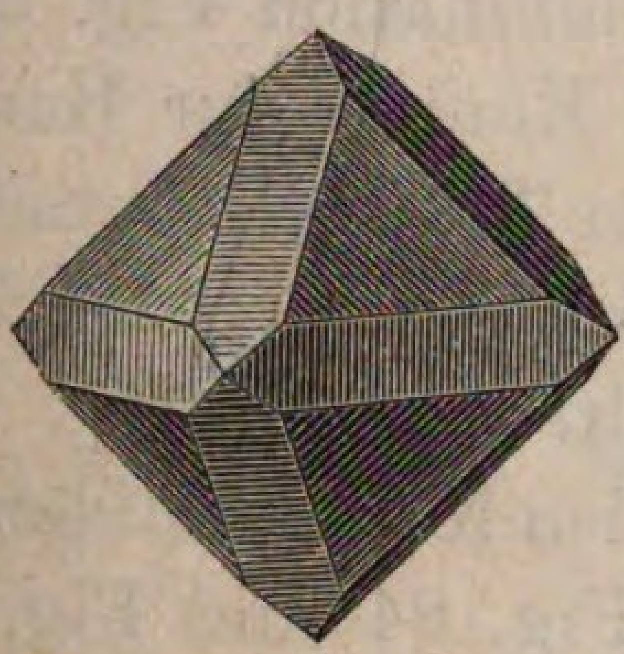
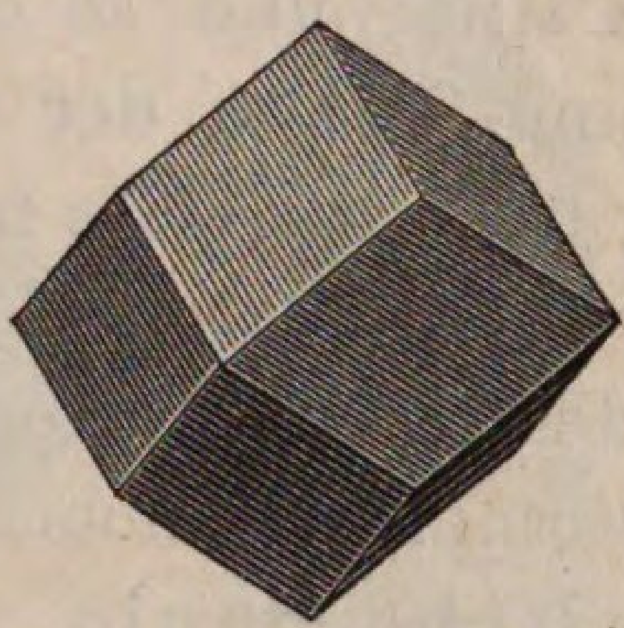


Fig. 90.



Auf dieselbe Weise lassen sich auch die übrigen Formen des regulären Systems ableiten; doch würde es uns hier zu weit führen, wenn wir alle näher betrachten wollten; das Gesagte wird schon hinreichen, um zu zeigen, dass der Charakter des regulären Systems eben darin besteht, dass alle Formen desselben in Beziehung auf die drei Axen vollkommen symmetrisch sind. Im regulären System krystallisiren Alaun, Kochsalz, Granat, Flussspath u. s. w.

Fig. 92.

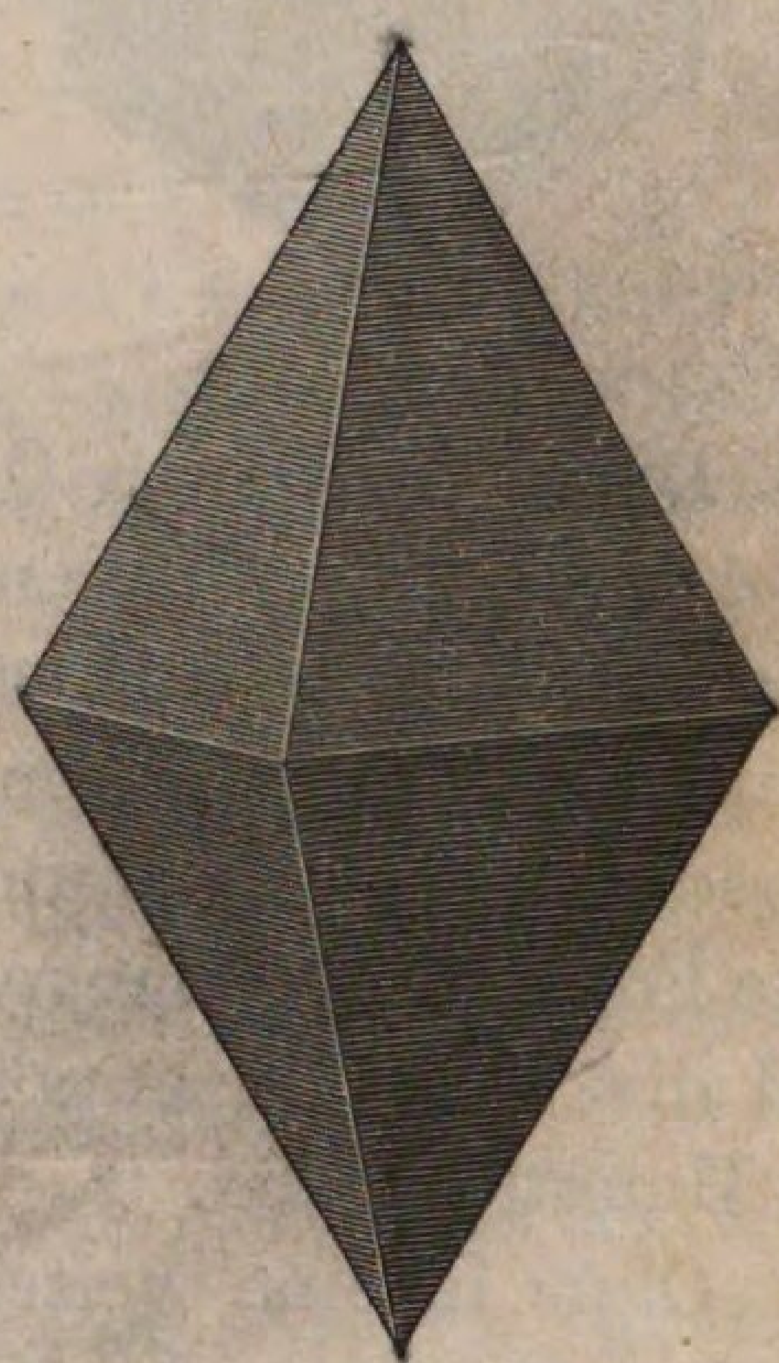


Fig. 91.

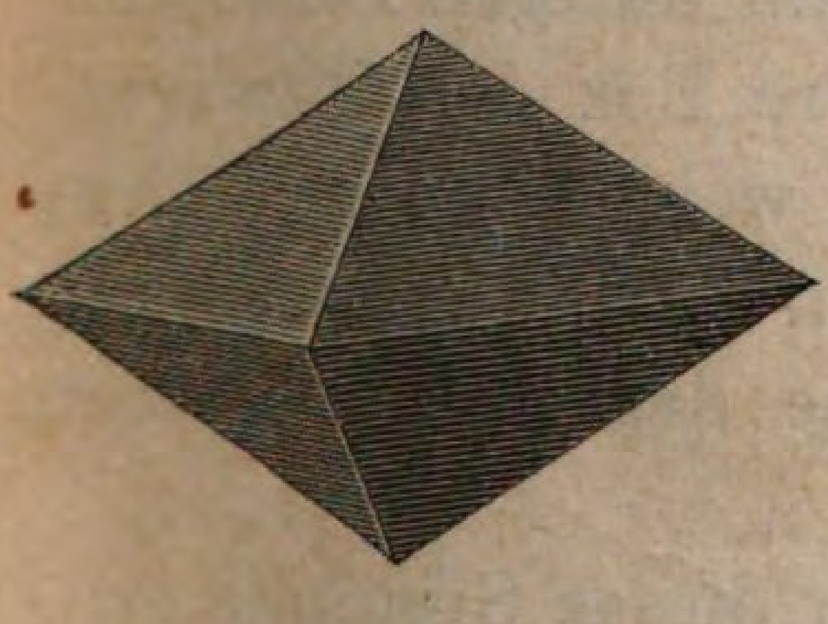
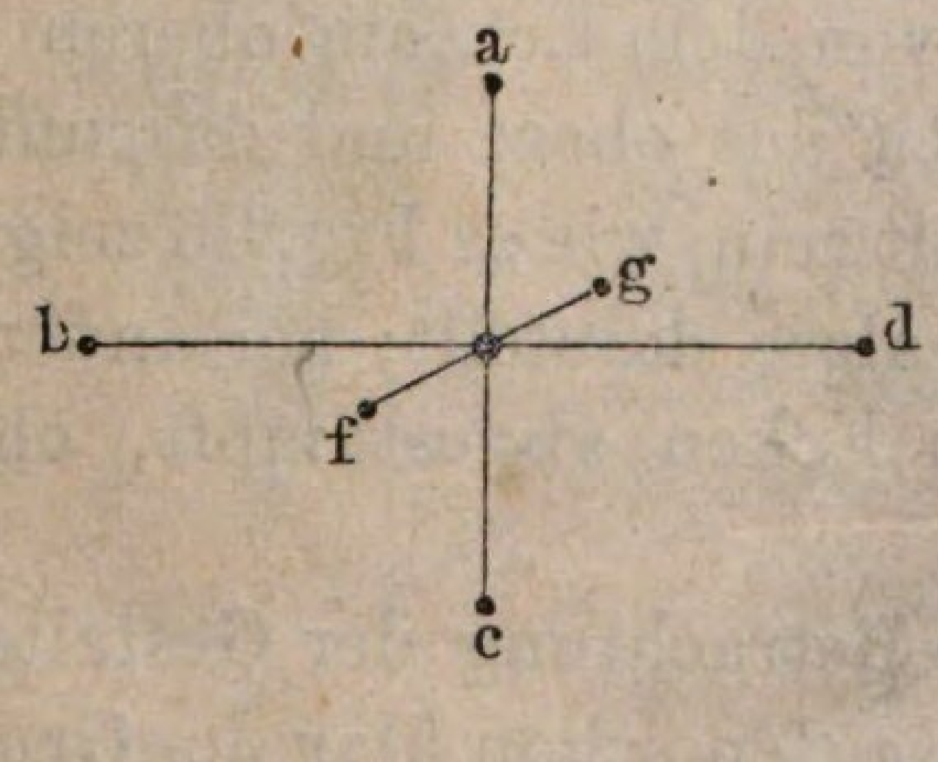


Fig. 93.



2) Das quadratische System. Die Grundform dieses Systems ist ein Quadratoctaëder, Fig. 91 und Fig. 92, d. h. ein Octaëder, welches

BAYERISCHE STAATS-BIBLIOTHEK MUENCHEN

sich von dem regulären dadurch unterscheidet, dass zwei Axen unter sich, aber nicht der dritten gleich sind. Die letztere ausgezeichnete Axe wollen wir die Hauptaxe nennen und uns dieselbe immer vertical gestellt denken.

Die Hauptaxe steht zu den beiden anderen nicht in einem rationalen Verhältniss; sie ist bald grösser, bald kleiner als die horizontalen Axen; doch ist das Axenverhältniss für Krystalle einer und derselben Substanz stets dasselbe. Fig. 93 (a. v. S.) stellt z. B. das Axenkreuz dar, wie es den Krystallen des arseniksauren Kalis entspricht; hier sind die Axen *fg* und *bd* einander gleich. Nimmt man die Länge dieser Axen zur Einheit, so ist für dieses Salz die verticale Axe *ac* gleich 0·66. Fig. 92 stellt die Grundform des Blutlaugensalzes dar, bei welchem die Hauptaxe grösser ist als die Nebenaxen; und zwar verhält sich hier die Hauptaxe zu den Nebenaxen wie 1·77 zu 1.

Die 4 horizontalen Kanten des Quadratoctaëders sind einander gleich, aber sie sind von den übrigen Kanten dieses Octaëders verschieden; die 4 horizontalen Kanten können deshalb abgestumpft sein, ohne dass es die anderen sind, und so entsteht die Combination Fig. 94. Liegen die Abstumpfungsflächen der 4 horizontalen Kanten der Hauptaxe verhältnissmässig näher, so dass nur ein kleinerer Theil des Octaëders bleibt, so nimmt diese Combination den Habitus Fig. 95 an, welche die gewöhnliche Gestalt des arseniksauren Kalis darstellt.

Die 4 Abstumpfungsflächen der horizontalen Kanten bilden zusammen eine quadratische Säule, und so sind Fig. 94 und Fig. 95 Combinationen des Quadratoctaëders mit der quadratischen Säule.

Fig. 94.

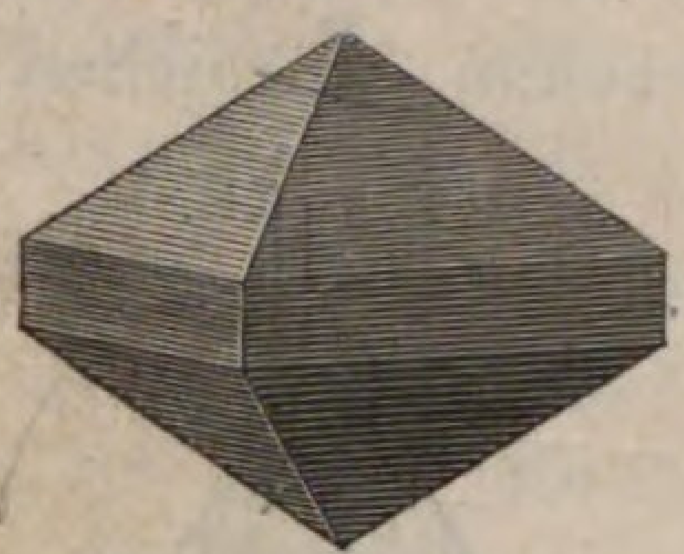
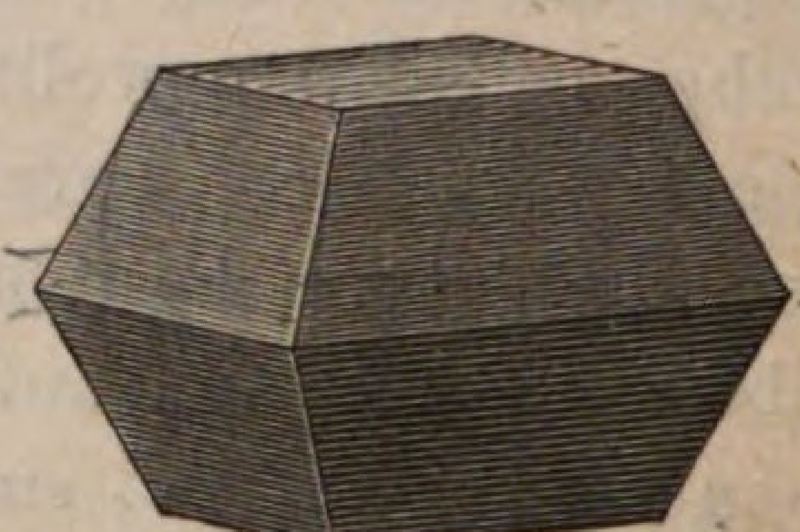


Fig. 95.



Fig. 96.



Die 6 Ecken des Quadratoctaëders sind ebenfalls nicht gleichartig; die 4 Ecken, in welchen die Nebenaxen endigen, sind unter sich gleich, aber sie sind verschieden von dem Eck am oberen und unteren Ende der Hauptaxe. Deshalb können das obere und das untere Eck des Quadratoctaëders allein abgestumpft sein, wie es Fig. 96 zeigt, welches die gewöhnliche Form des Blutlaugensalzes darstellt; bei anderen Krystallen dagegen sind die vier horizontalen Ecken abgestumpft, ohne dass es die Ecken der Hauptaxe sind.

Ohne in eine weitere Betrachtung der Gestalten dieses Systems einzugehen, wird aus dem Gesagten schon klar der Grundcharakter desselben hervorgehen, welcher eben darin besteht, dass die verticale Axe von den beiden anderen, unter sich gleichartigen, ausgezeichnet ist.

Im quadratischen Systeme krystallisiren unter anderen Vesuvian, Honigstein, Blutlaugensalz, schwefelsaures Nickeloxyd, saures arseniksaures Kali u. s. w.

3) Das hexagonale System mit vier Axen (Fig. 97), von denen drei, nämlich *cd*, *ef* und *hg* in einer Ebene liegend, einander gleich sind und einen Winkel von 60 Grad mit einander machen, während die vierte ausgezeichnete Axe, die Hauptaxe, rechtwinklig auf der Ebene der drei anderen steht und ihnen ungleich ist. Bezeichnen wir mit 1 die Länge der horizontalen Nebenaxen, so ist für Bergkrystall die Länge der Hauptaxe 1·1, für Kalkspath aber 0·83. In dieses System gehören die regulären 6seitigen Pyramiden (Fig. 98), welche in gleicher Weise als die Grundgestalt dieses Systems betrachtet werden können, wie die Octaëder der übrigen Systeme. Wenn die horizontalen Kanten dieser Pyramiden durch Flächen abgestumpft werden, welche mit der Hauptaxe parallel sind, so entsteht die Combination Fig. 99.

Fig. 97.

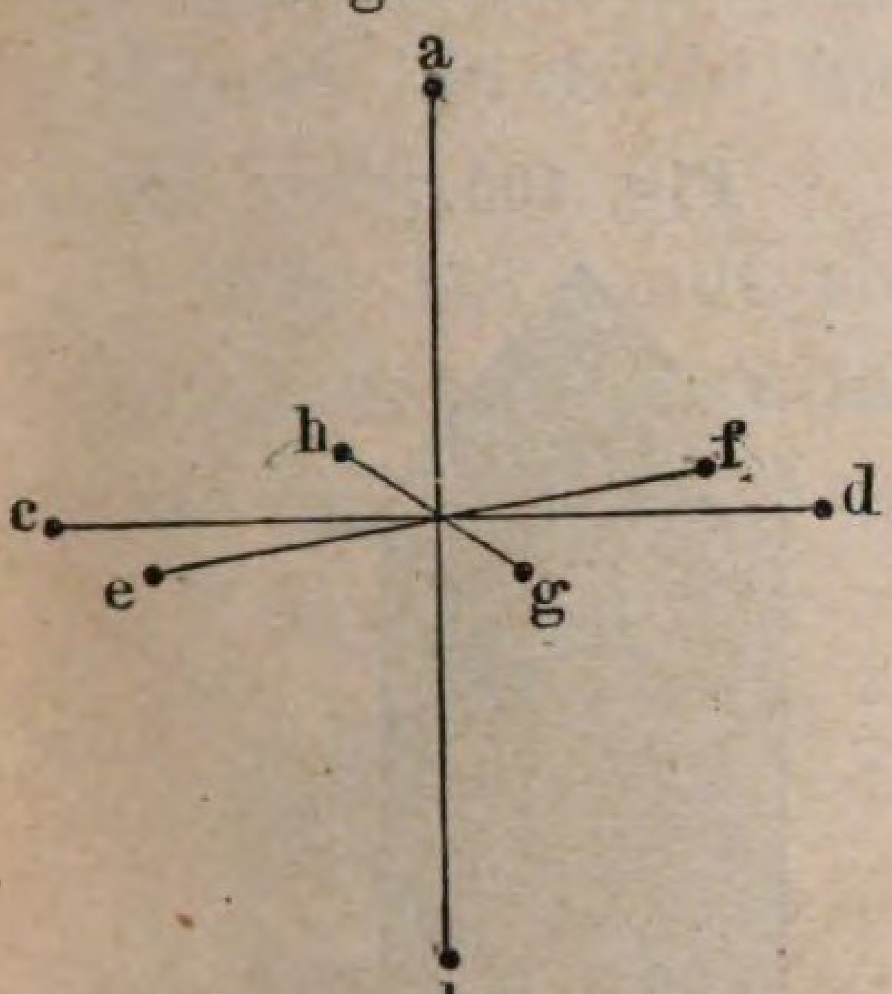


Fig. 98.

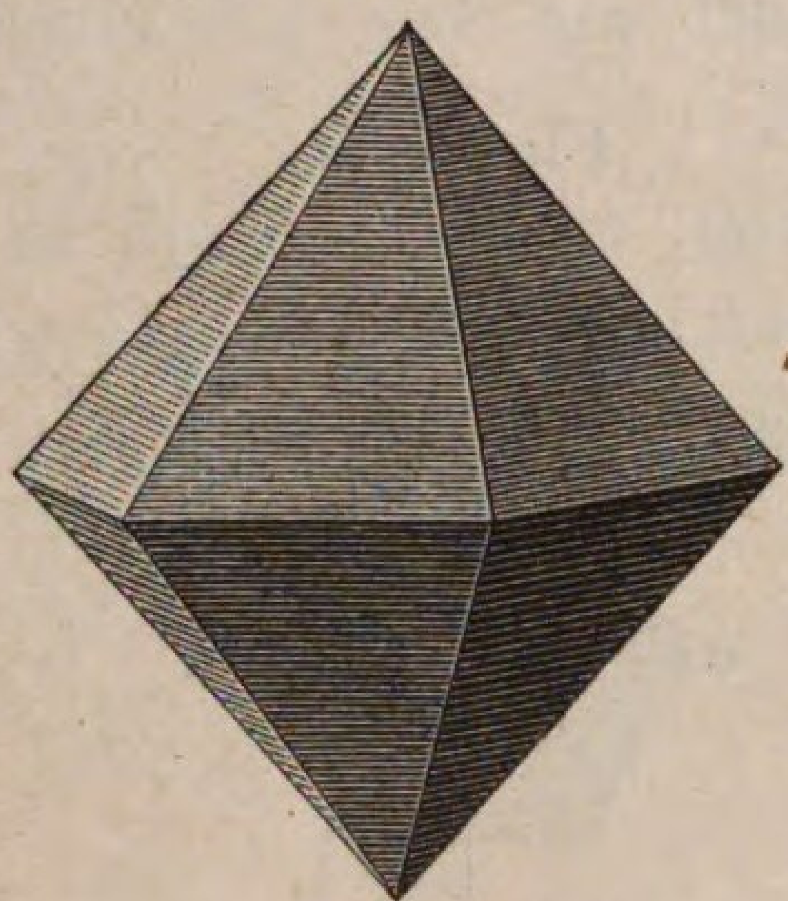


Fig. 99.

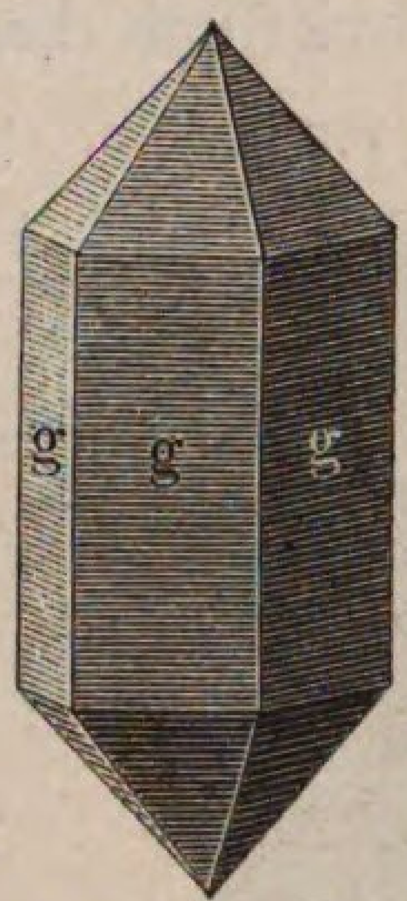
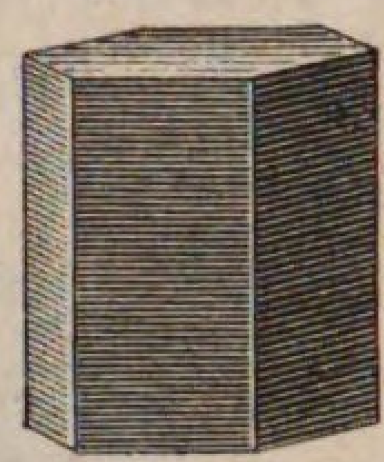


Fig. 100.



Die Abstumpfungsflächen der horizontalen Kanten bilden zusammen eine reguläre 6seitige Säule, welche in Fig. 100 mit der geraden Endfläche, d. h. mit einer Fläche combinirt ist, welche rechtwinklig auf der Hauptaxe steht.

Fig. 101.

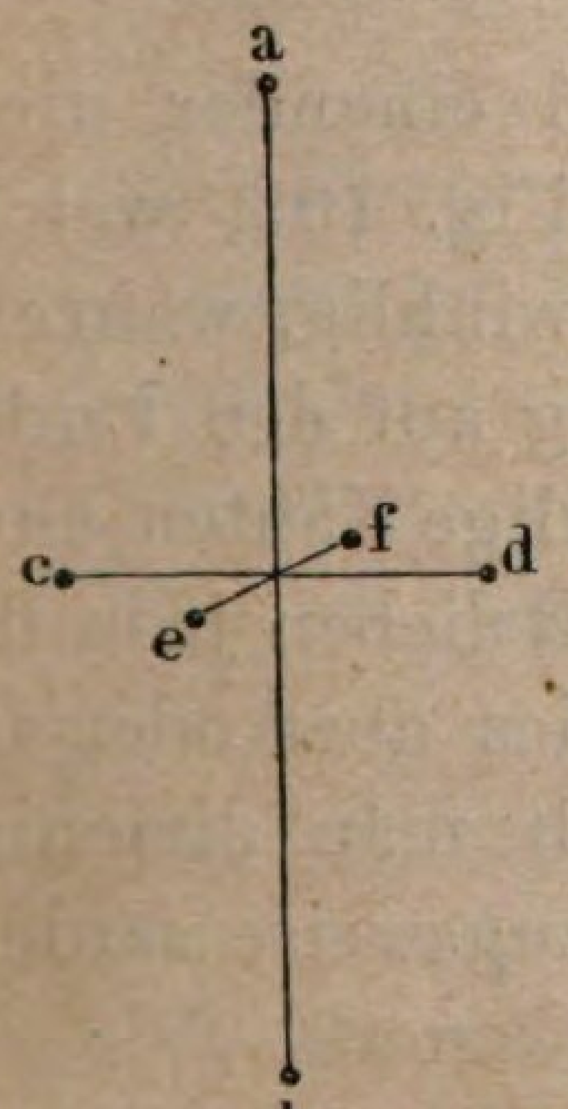
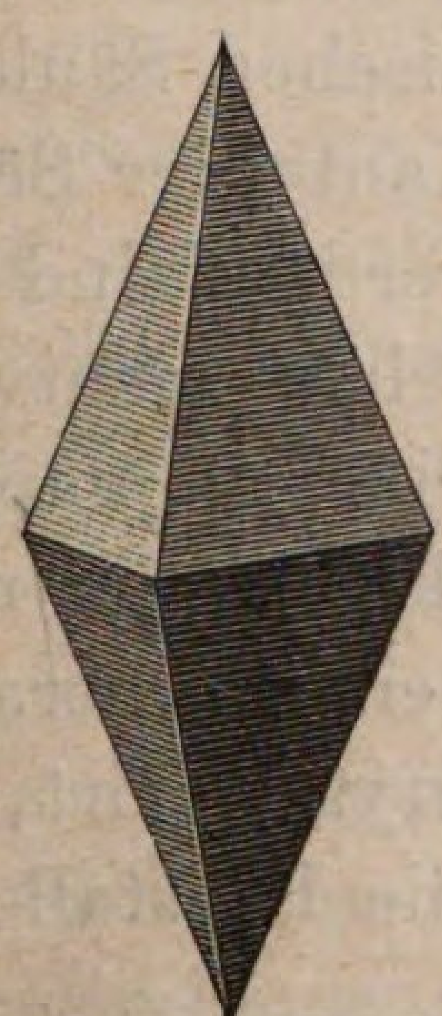


Fig. 102.



4) Das rhombische System mit drei zu einander rechtwinkligen aber ungleichen Axen. Denken wir uns eine dieser Axen vertical gestellt, so liegen die beiden anderen in einer horizontalen Ebene; doch sind hier die beiden horizontalen Axen nicht gleich wie beim quadratischen Systeme.

Fig. 101 stellt das Axenkreuz des in dieses System gehörigen natürlichen Schwefels dar. Für dieses Mineral verhalten sich die Axen *cd* : *ef* : *ab* wie 0·8 : 1 : 1·9. Fig. 102 stellt das rhombische Octaëder dar, welches diesen Axenverhältnissen entspricht.

An dem rhombischen Octaëder, Fig. 102 (a. v. S.), sind nur immer je zwei diametral gegenüberliegende Ecken einander gleich, also das obere und untere, das vordere und hintere, das Eck rechts und das Eck links; wir haben also hier drei verschiedene Arten von Octaëderecken zu unterscheiden. Ebenso hat man am rhombischen Octaëder dreierlei Kanten zu unterscheiden: die vier horizontalen Kanten, die vier Kanten, welche in der Ebene der verticalen und der kleineren horizontalen Axe liegen, und endlich die Kanten, welche die verticale Axe mit der grösseren horizontalen verbinden.

Werden die vier horizontalen Kanten des rhombischen Octaëders durch Flächen abgestumpft, welche der Hauptaxe parallel sind, so entsteht eine Combination des rhombischen Octaëders mit der geraden rhombischen Säule, Fig. 103. Die Gestalt des horizontalen Querschnitts, der Basis dieser Säule, hängt von dem Grössenverhältniss der beiden horizontalen Axen ab. In Fig. 104 stellt der Rhombus *cfde* die Basis der rhombischen Säule, wie sie den Axenverhältnissen des Salpeters entspricht, unverkürzt dar.

Fig. 103.

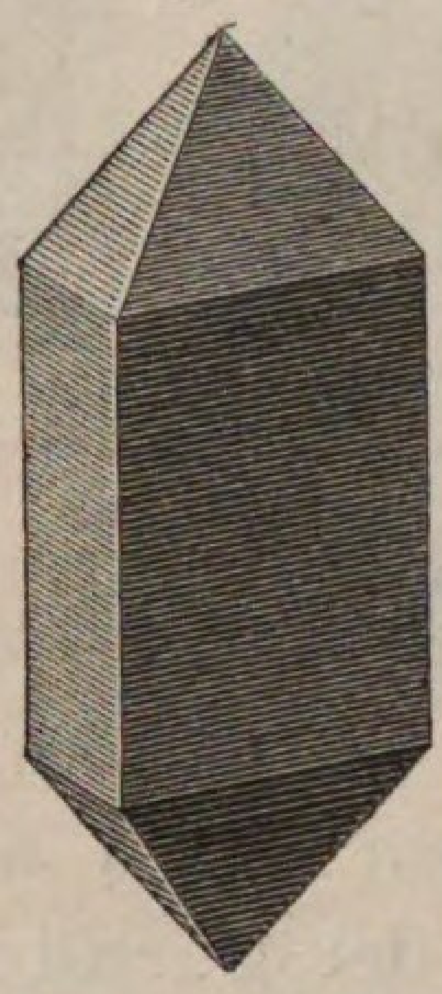


Fig. 104.

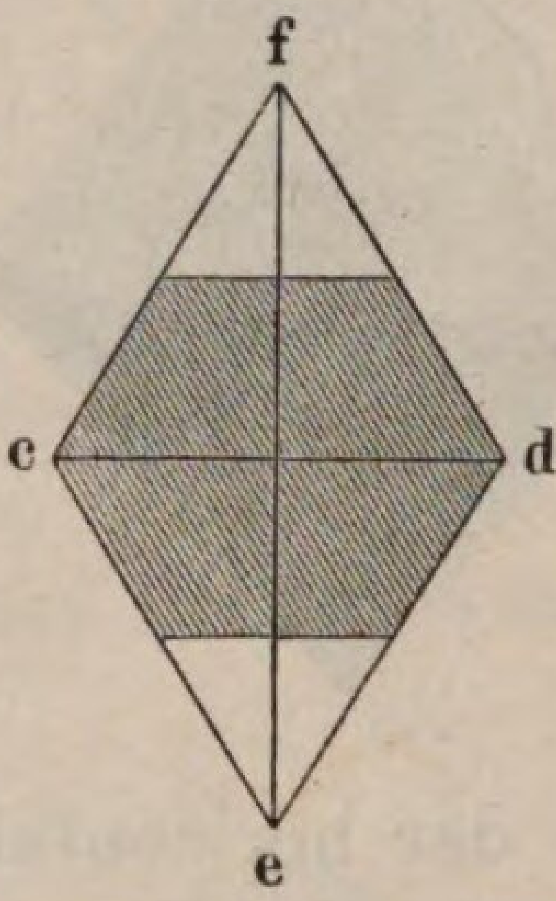
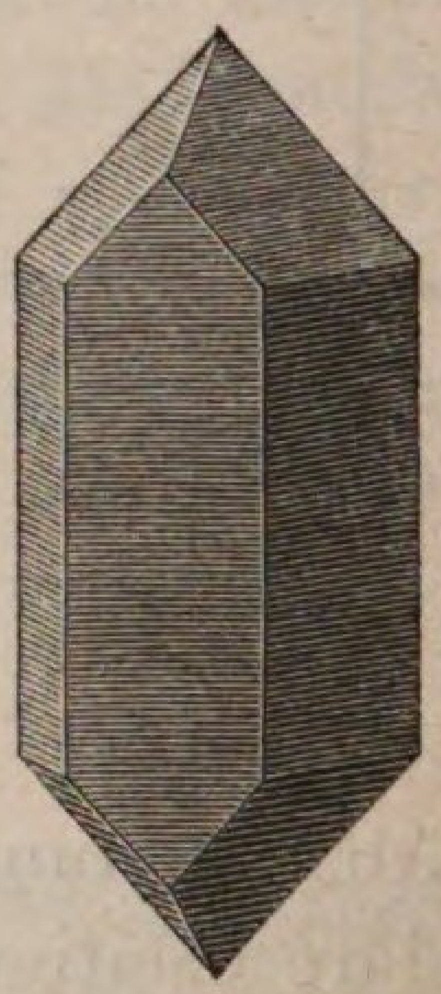


Fig. 105.



Die grössere Diagonale *ef* dieser Basis heisst die Makrodiagonale, die kleinere *cd* ist die Brachydiagonale.

Die verticalen Kanten der rhombischen Säule sind einander nicht alle gleich; die vordere und hintere Kante der Säule, Fig. 103, welche durch die Makrodiagonale verbunden werden, sind spitzwinklig, während die beiden Kanten rechts und links, welche rechtwinklig auf den Enden der Brachydiagonalen aufgesetzt erscheinen, stumpfwinklige Kanten sind.

An einem rhombischen Octaëder kann man nach Belieben jede der drei Axen zur Hauptaxe nehmen; für eine Mineralspecies aber oder für ein Salz, welches in diesem System krystallisirt, wählt man diejenige Axe zur Hauptaxe, parallel welcher die Krystalle vorzugsweise säulenartig ausgedehnt sind.

Durch Abstumpfung zweier diametral gegenüber stehenden Kanten der rhombischen Säule entsteht eine 6seitige Säule. So erscheinen an der rhombischen Säule des Salpeters meist die scharfen Kanten abgestumpft, Fig. 105, wodurch eine 6seitige Säule entsteht, deren horizontale Basis in Fig. 104 durch Schraffirung angedeutet ist.

Fig. 106 stellt den gewöhnlichen Habitus der Salpeterkrystalle dar; es ist eine Combination der eben besprochenen 6seitigen Säule mit mehreren Flächen, die parallel mit der Axe *cd* laufen und verschiedene Neigung gegen die Hauptaxe haben. Die Octaëderflächen sind bei den Salpeterkrystallen meist gänzlich verschwunden.

Das rhombische System ist also dadurch ausgezeichnet, dass sich in verticaler Richtung andere Symmetrieverhältnisse zeigen als von vorn nach hinten, und in dieser Richtung wieder andere als von der Linken zur Rechten.

Ausser den schon genannten Körpern krystallisiren unter anderen im rhombischen Systeme Zinkvitriol, schwefelsaures Kali, Arragonit, Schwerspath, Topas u. s. w.

5) Das monoklinische System, in welchem unter anderen der Gyps, das Glaubersalz, der Eisenvitriol, das essigsaure Natron, der Zucker u. s. w. krystallisiren, zeichnet sich vor dem rhombischen Systeme dadurch aus, dass zwei Axen sich nicht unter rechtem Winkel schneiden, während die dritte rechtwinklig auf der Ebene der beiden schiefwinkligen steht.

Fig. 107 stellt ein in dieses System gehöriges Axenkreuz dar: die Axe *ef* steht rechtwinklig auf der Ebene der beiden anderen, dagegen schneiden sich die Axen *ab* und *cd* nicht unter rechtem Winkel.

Fig. 106.

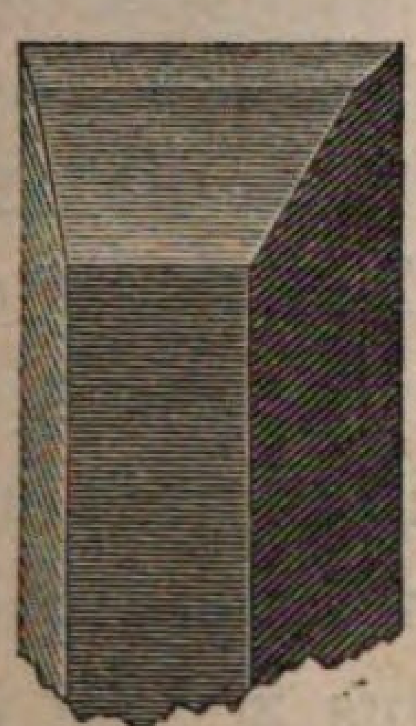


Fig. 107.

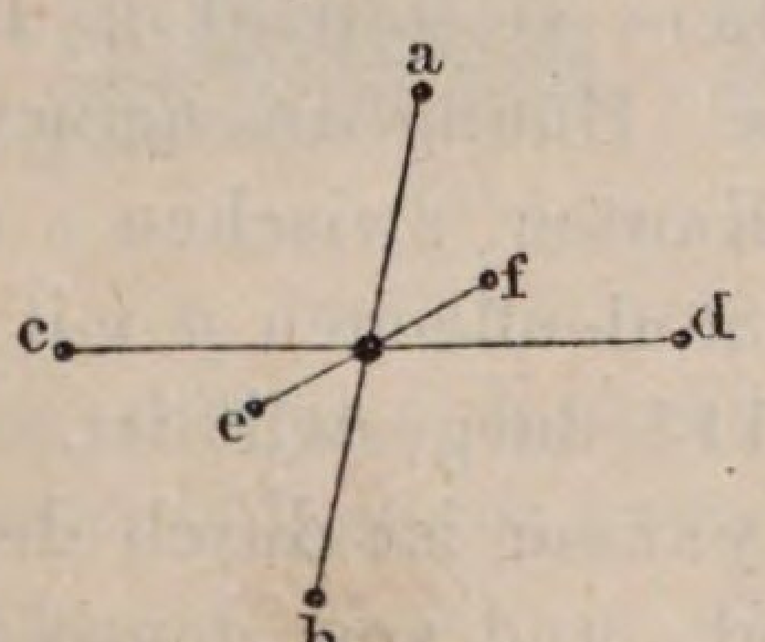
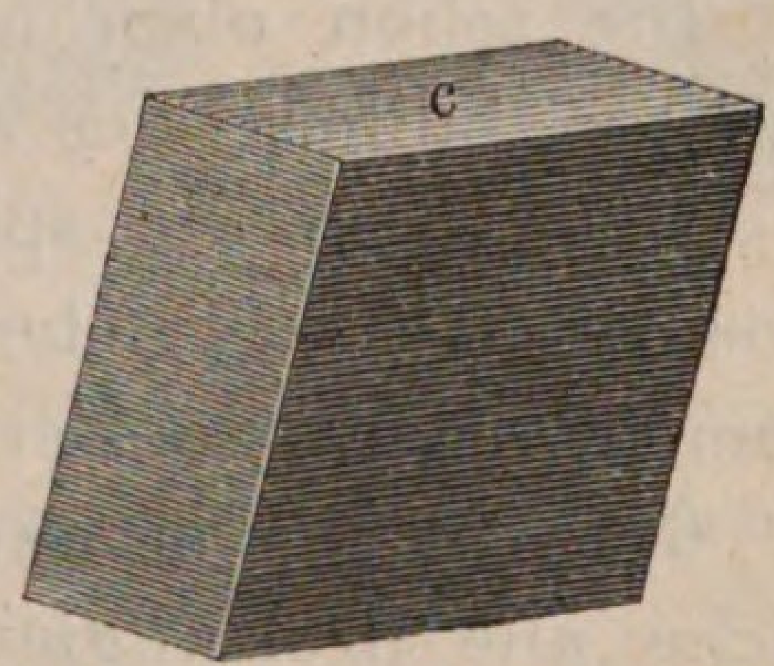


Fig. 108.



Die Ebene der beiden Axen *ab* und *cd*, Fig. 107, welche sich nicht unter rechtem Winkel schneiden, heisst die symmetrische Ebene, während die rechtwinklig auf der symmetrischen Ebene stehende Axe *ef* die symmetrische Axe genannt wird.

Die charakteristischste und am häufigsten theils allein, theils in Combination mit anderen Flächen vorkommende Form dieses Systems ist die schiefe rhombische Säule, Fig. 108, welche sich von der geraden rhombischen Säule des vorigen Systems dadurch unterscheidet, dass die Hauptaxe dieser Säule nicht rechtwinklig auf der Basis steht.

Die Säule ist in unserer Figur so gestellt, dass die Ebene der beiden schiefwinkligen Axen unverkürzt, die dritte auf ihrer Ebene rechtwinklig stehende Axe aber, als gegen den Beschauer gerichtet, verkürzt erscheint.

Auch hier haben wir zwei scharfe und zwei stumpfe Säulenkanten zu unterscheiden. Die Abstumpfungsfläche der vorderen und hinteren

Säulenkante (die Fläche *a* in Fig. 109) steht rechtwinklig zu der oberen Endfläche *c*; dagegen macht die Abstumpfungsfläche *b*, Fig. 110, der Säulenkanten rechts und links einen schiefen Winkel mit *c*.

Die horizontalen Kanten der durch die Fläche *c* begränzten schiefen rhombischen Säule sind nicht gleicher Natur, wie dies bei der geraden rhombischen Säule der Fall war; an der oberen Fläche, Fig. 108 (a. v. S.), sind die beiden Kanten rechts scharfe Kanten, die beiden horizontalen Kanten auf der linken Seite der oberen Fläche sind dagegen stumpfe Kanten.

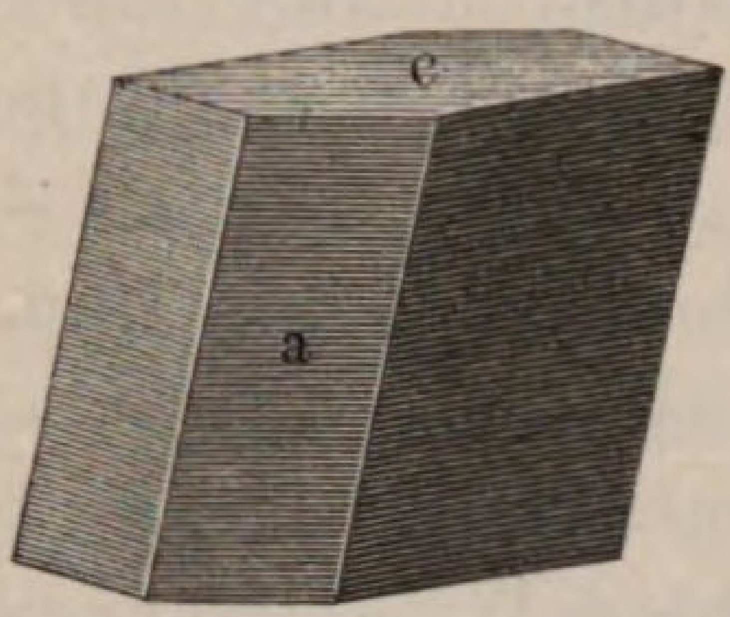


Fig. 109.

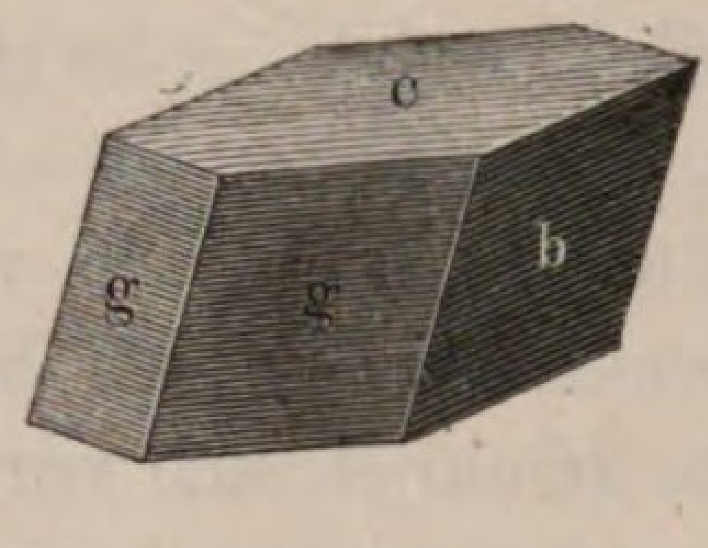


Fig. 110.

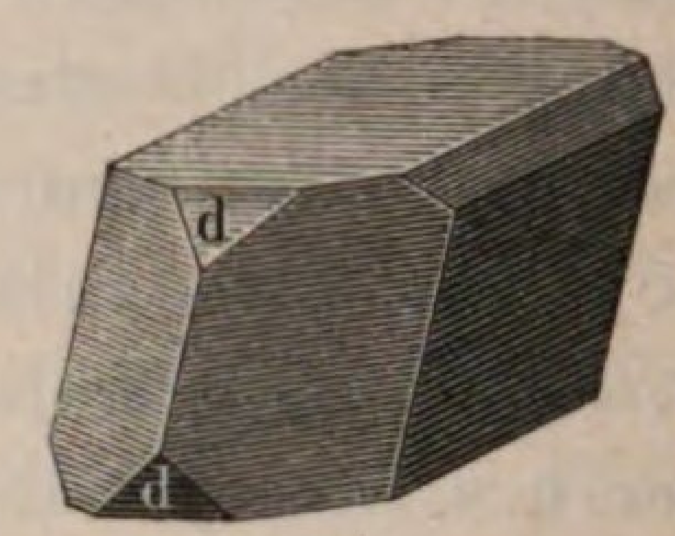


Fig. 111.

An der unteren Fläche liegen die beiden scharfen Kanten links, die stumpfen rechts.

Die scharfen horizontalen Kanten können für sich allein abgestumpft sein, während bei anderen Krystallen nur die stumpfen horizontalen Kanten abgestumpft sind.

Die schon oben besprochene Gestalt, Fig. 110, zeigt die gewöhnliche Krystallform des Zuckers. Häufig erscheinen aber an den Zuckerkrystallen noch die spitzen Kanten zwischen *c* und *b* und die Ecken abgestumpft, in welchen die Säulenflächen *g* mit den Endflächen *c* zusammentreffen, wie dies Fig. 111 dargestellt ist.

6) Das triklinische System ist durch drei Axen charakterisirt, welche alle drei ungleich sind, und von denen keine mit der anderen einen rechten Winkel macht. Die Krystalle dieses Systems zeigen unter allen am wenigsten Symmetrie. Hier sind nur immer je zwei Flächen, Kanten oder Ecken gleichartig, welche einander diametral gegenüber stehen.

Dem triklinischen Systeme gehören unter anderen die Krystalle des Axinits und des Kupfervitriols an.

42 **Die Hemiëdrie.** Es kommt bei Krystallen häufig vor, dass die Hälfte der Flächen einer einfachen Gestalt nach bestimmten Gesetzen in solchem Maasse ausgedehnt ist, dass die andere Hälfte der Flächen vollkommen verschwindet. Solche Krystalle nennt man Halbflächner oder hemiëdrische Krystalle. Wir müssen hier der Hemiëdrie noch kurz erwähnen, weil dieselbe in innigem Zusammenhange mit einigen physikalischen Erscheinungen der Krystalle steht.

Denken wir uns an dem regulären Octaëder, Fig. 112, die Fläche *o* und die in unserer Zeichnung nicht sichtbare Fläche der oberen Pyramide

hinten rechts nach allen Seiten gewachsen, so schneiden sich diese beiden Flächen in der Kante *ab*. Wenn ferner von den vier unteren Octaëderflächen die Fläche *n* und die Fläche hinten links wächst, so schneiden sich diese in der Kante *cd*; die gewachsenen Flächen *o* und *n* schneiden sich in der Kante *bc* u. s. w. Kurz, wenn die Fläche *o* und die drei Flächen des Octaëders, welche mit *o* nur in einer Spitze zusammentreffen, wachsen, bis diejenigen Octaëderflächen, welche mit *o* in einer Kante zusammenstossen, und diejenige Octaëderfläche, welche mit *o* parallel liegt, ganz verschwunden sind, so entsteht ein nur von 4 Flächen begränzter Körper *abcd*, Fig. 112.

Fig. 113 stellt diesen Körper, welcher das Tetraëder genannt wird, für sich allein dar.

Fig. 114 ist eine Combination des regulären Tetraëders mit dem Würfel.

Das Tetraëder, Fig. 113, kann man sich also aus dem Octaëder, Fig. 112, dadurch entstanden denken, dass die eine Hälfte der Octaëderflächen bis zum Verschwinden der vier übrigen Octaëderflächen ge-

Fig. 112.

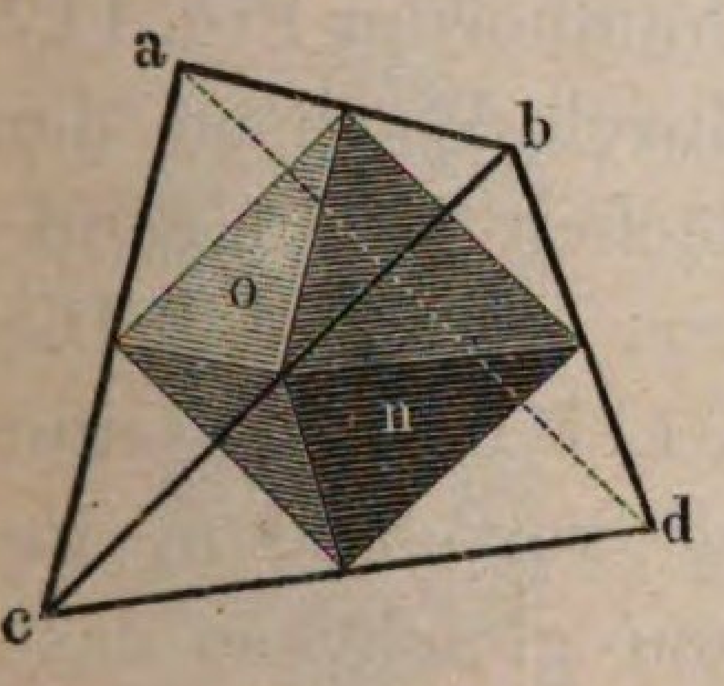


Fig. 113.

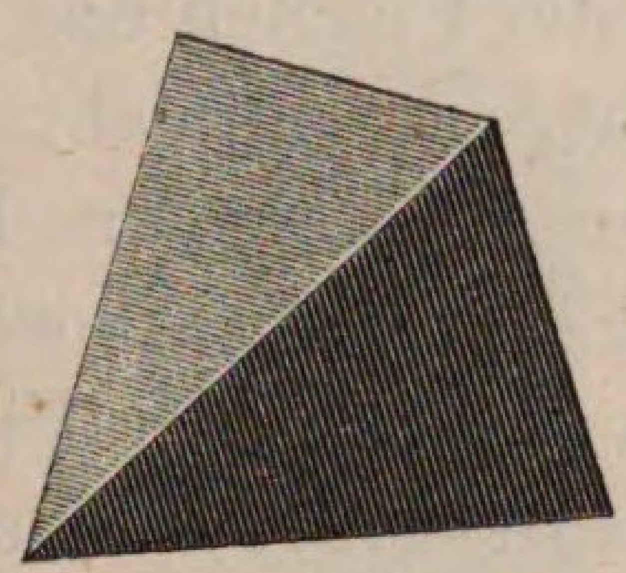


Fig. 114.

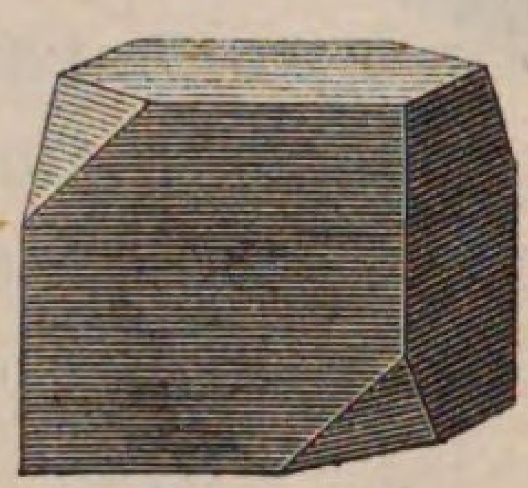
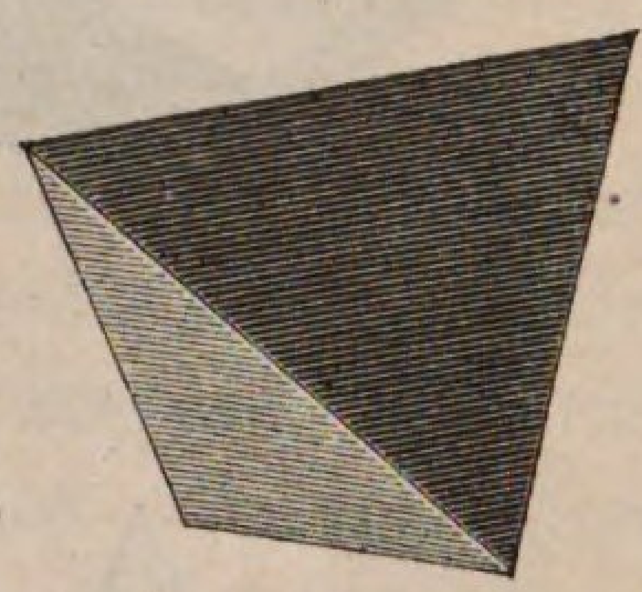


Fig. 115.



wachsen ist. Denken wir uns dagegen diese vier letzteren Octaëderflächen bis zum Verschwinden der ersteren gewachsen, so entsteht das Tetraëder, Fig. 115.

Die 4 Flächen dieser Tetraëder sind gleichseitige Dreiecke, und die 6 Kanten derselben sind unter einander gleich.

Das Tetraëder Fig. 113 unterscheidet sich von dem Tetraëder Fig. 115 nur durch seine Stellung. Dadurch, dass man das letztere Tetraëder um seine verticale Axe um 90^0 dreht, kommt es in die Stellung des ersteren, und ist nun mit ihm vollkommen congruent.

Einen solchen Fall der Hemiëdrie, bei welchem wie hier die beiden aus derselben Grundgestalt abgeleiteten hemiëdrischen Formen einander vollkommen gleich und nur durch die Stellung verschieden sind, nennt man eine congruente oder überdeckbare Hemiëdrie.

Wie aus dem regulären Octaëder das Tetraëder, so entsteht aus der doppeltsechsseitigen Pyramide des hexagonalen Systems durch Wachsen der einen Hälfte der Flächen das Rhomboëder. Denken wir uns von der oberen Pyramide, Fig. 116 (a. f. S.), die Flächen *r*, *t* und diejenige auf der hinteren Seite, welche *s* gegenüberliegt, von der unteren Pyramide aber gerade diejenigen Flächen gewachsen, welche in einer Kante mit

den ausgefallenen Flächen der oberen Pyramide zusammenstossen, so entsteht das Rhomboëder, wie es in Fig. 116 durch die starken Linien

Fig. 116.

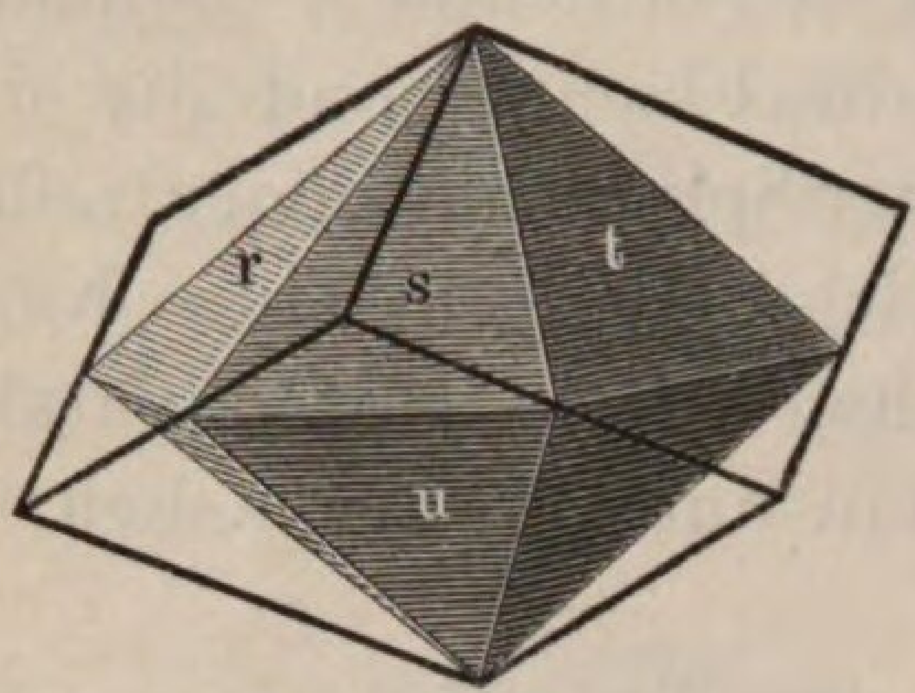


Fig. 117.

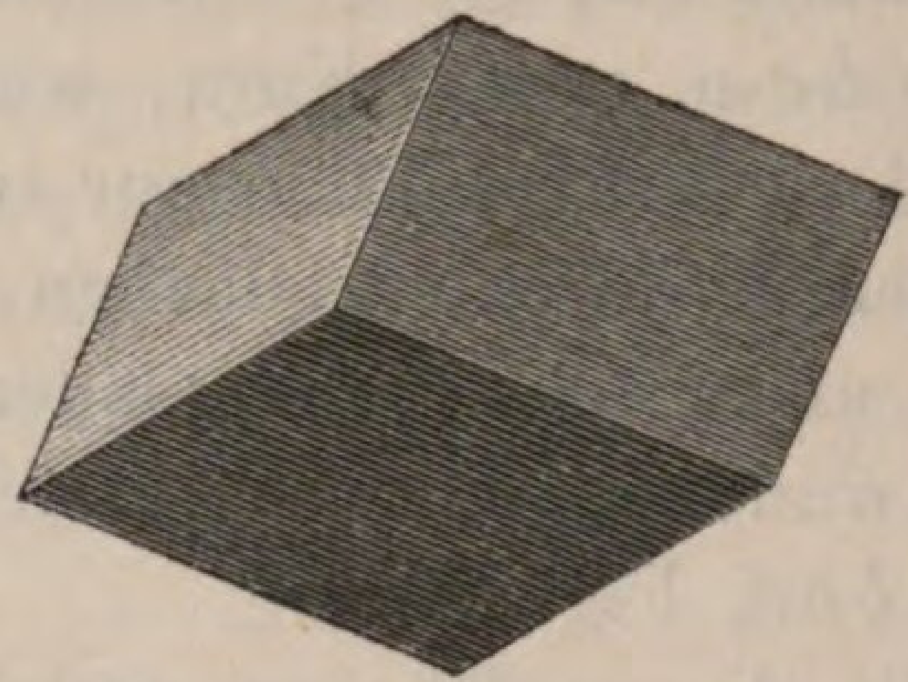
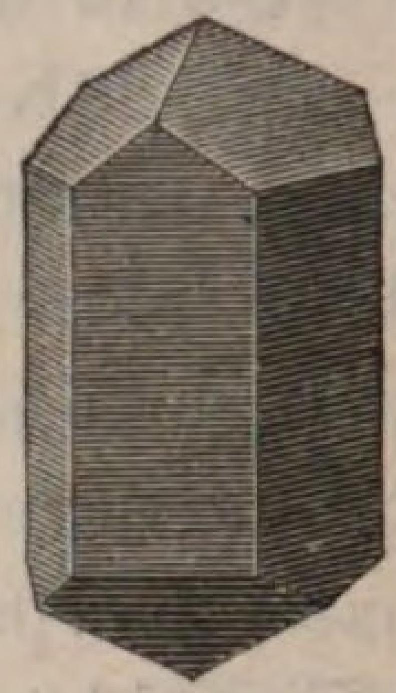


Fig. 118.



angedeutet und welches in Fig. 117 für sich allein dargestellt ist. Es ist dies die Grundgestalt des Kalkspaths.

Fig. 119.

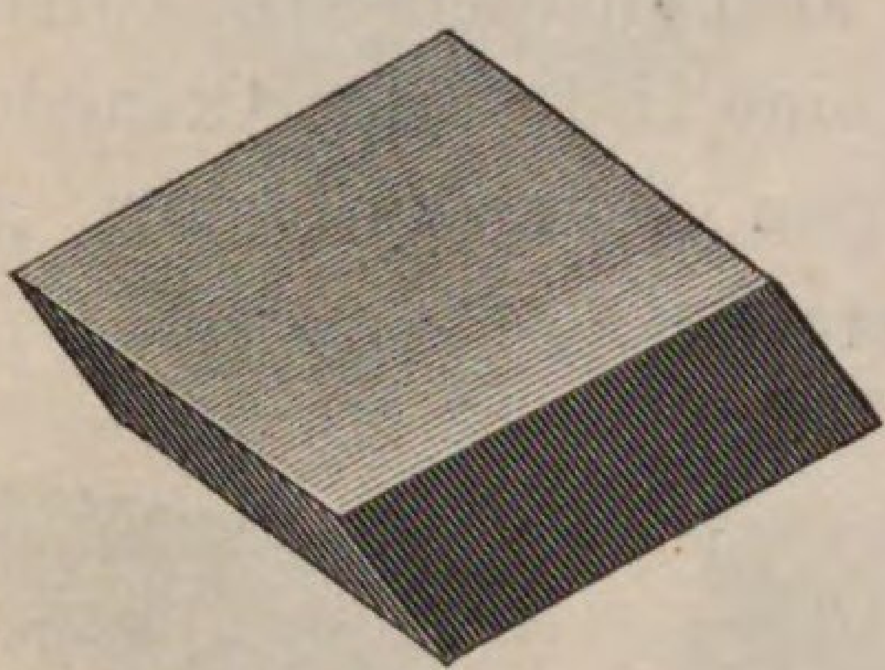


Fig. 120.

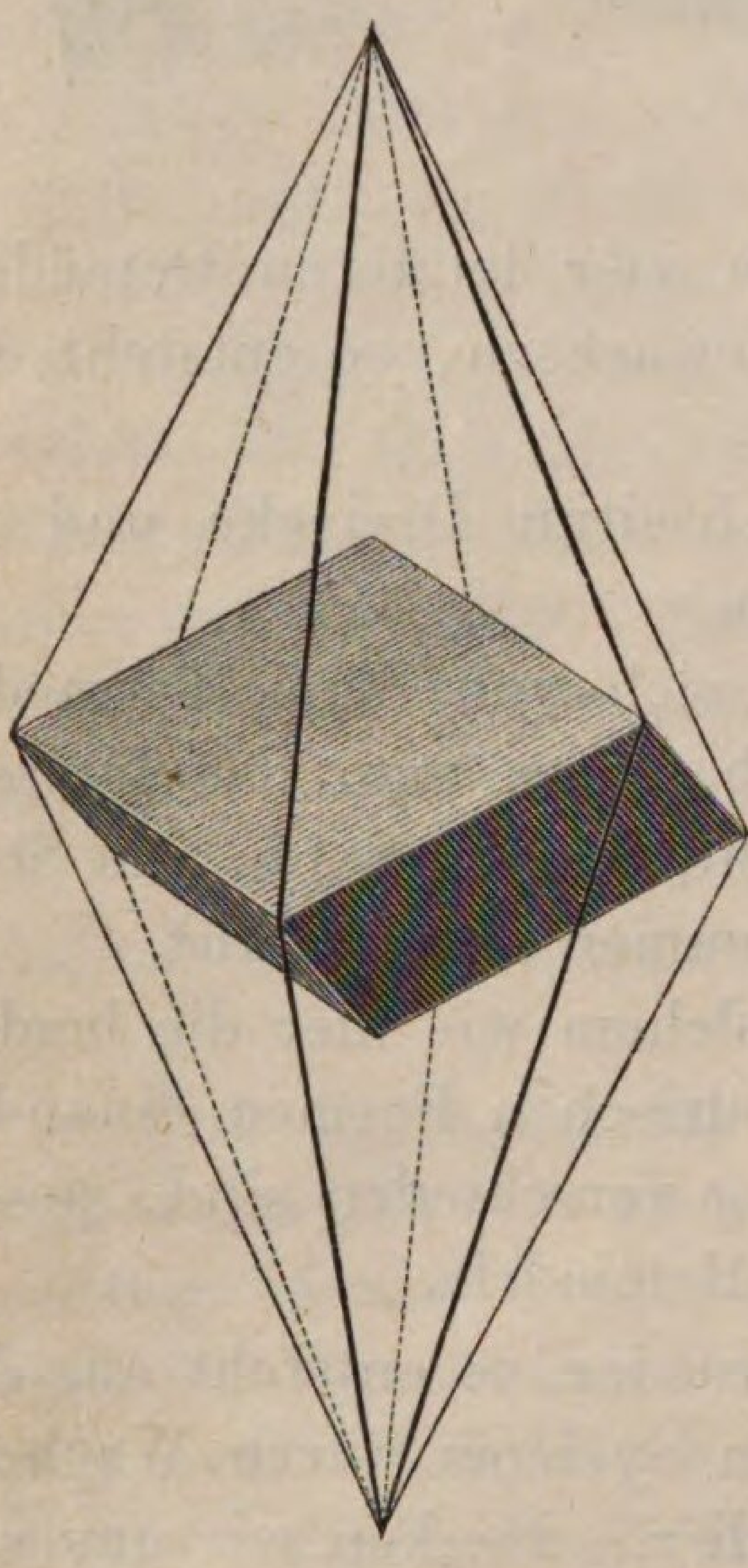


Fig. 119 zeigt eine Combination dieses Rhomboëders mit der regulären 6seitigen Säule.

Während aus der doppelt 6seitigen Pyramide, Fig. 116, durch Wachsen der einen Hälfte der Flächen das Rhomboëder Fig. 117 entsteht, so entsteht durch Wachsen der anderen Hälfte der Flächen die Grundgestalt des Rhomboëders Fig. 119. Die beiden Rhomboëder Fig. 117 und 119 sind nur durch ihre Stellung verschieden, im Uebrigen aber vollkommen gleich, so dass man jedes durch Drehung auch in die Stellung des anderen bringen kann; wir haben also hier gleichfalls ein Beispiel der überdeckbaren Hemiëdrie.

Eine andere wichtige hemiëdrische Form des hexagonalen Systems ist das Skalenoëder; Fig. 120. Es ist die Hemiëdrie einer symmetrisch 12seitigen Pyramide. Charakteristisch für diese Form ist es, dass ihre Seitenkanten wie die eines Rhomboëders liegen, dass man sich also jedes Skalenoëder leicht so vorstellen kann, als ob durch die Seitenkanten eines Rhomboëders Flächen nach einem Punkt der verlängerten Hauptaxe gelegt wären, welcher um die nfache Länge der verticalen Halbaxe des Rhomboëders von der Mitte des Krystalles absteht.

Fig. 121 und Fig. 122 stellen die unter dem Namen der Sphenoïde bekannten beiden Halbflächner eines rhombischen Octaëders, Fig. 102 (s. S. 99), dar. Die Dreiecke, durch welche diese Tetraëder

begränzt werden, sind ungleichseitig und deshalb kann man auch das Tetraëder Fig. 122 durch keinerlei Drehung in die Stellung Fig. 121 bringen. Die beiden Körper Fig. 121 und Fig. 122 sind nicht congruent, sie verhalten sich aber wie Gegenstand und Spiegelbild, wie rechte und linke Hand. Wir haben also hier einen Fall von nicht congruenter oder nicht überdeckbarer Hemiëdrie. Die Sphenoïde kommen nicht isolirt vor, sondern nur in Combinationen mit anderen Flächen, namentlich mit der rhombischen Säule, bei welcher Combination sich auch die Nicht-Ueberdeckbarkeit leichter übersehen lässt.

Fig. 121.

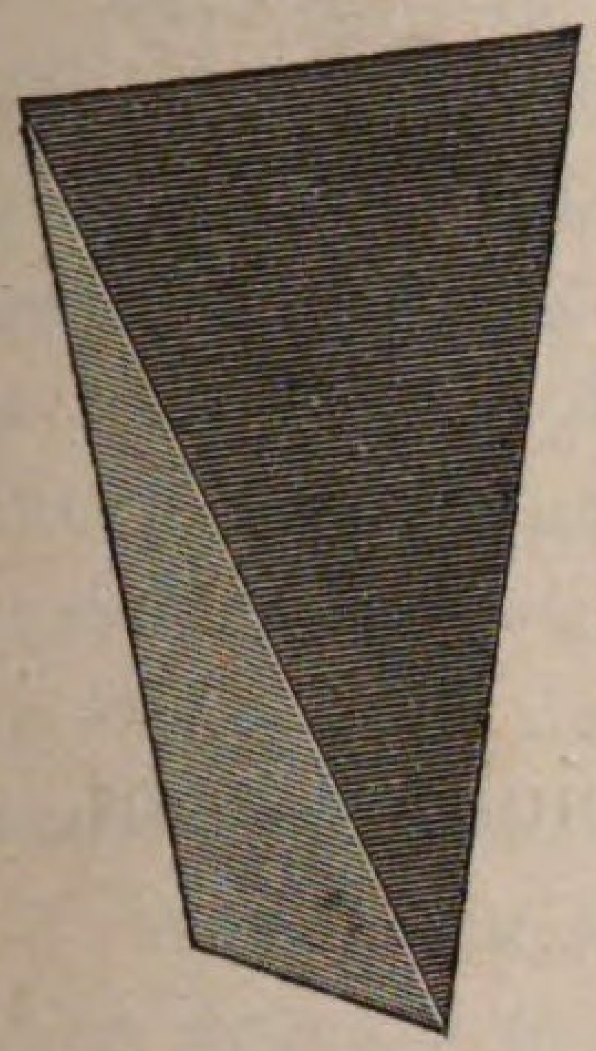


Fig. 122.

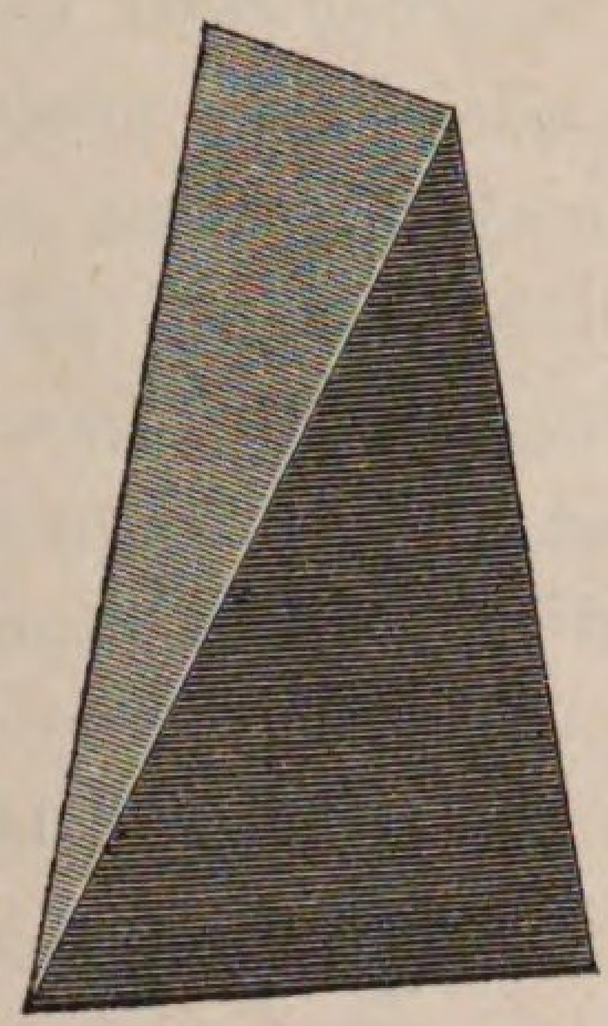


Fig. 123 stellt eine Combination der geraden rhombischen Säule mit dem rhombischen Octaëder dar, wie sie den Axenverhältnissen des Zinkvitriols entspricht. Wenn nun hier nach dem oben für das reguläre Octaëder angegebenen Gesetze die Hälfte der Octaëderflächen durch Wachsen der benachbarten Flächen verschwindet, so entsteht die Combination Fig. 124, welche beim Zinkvitriol und beim Bittersalz sehr häufig beobachtet wird.

Fig. 123.

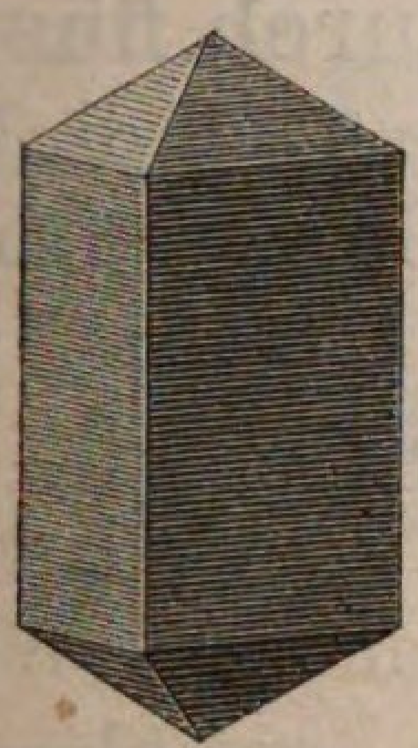
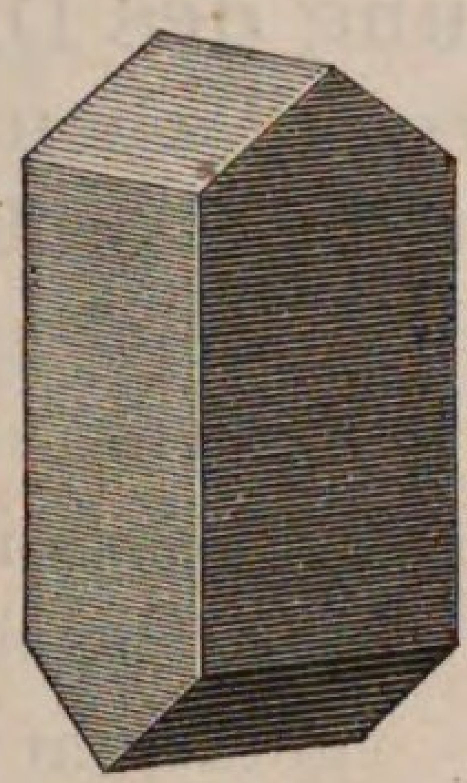


Fig. 124.



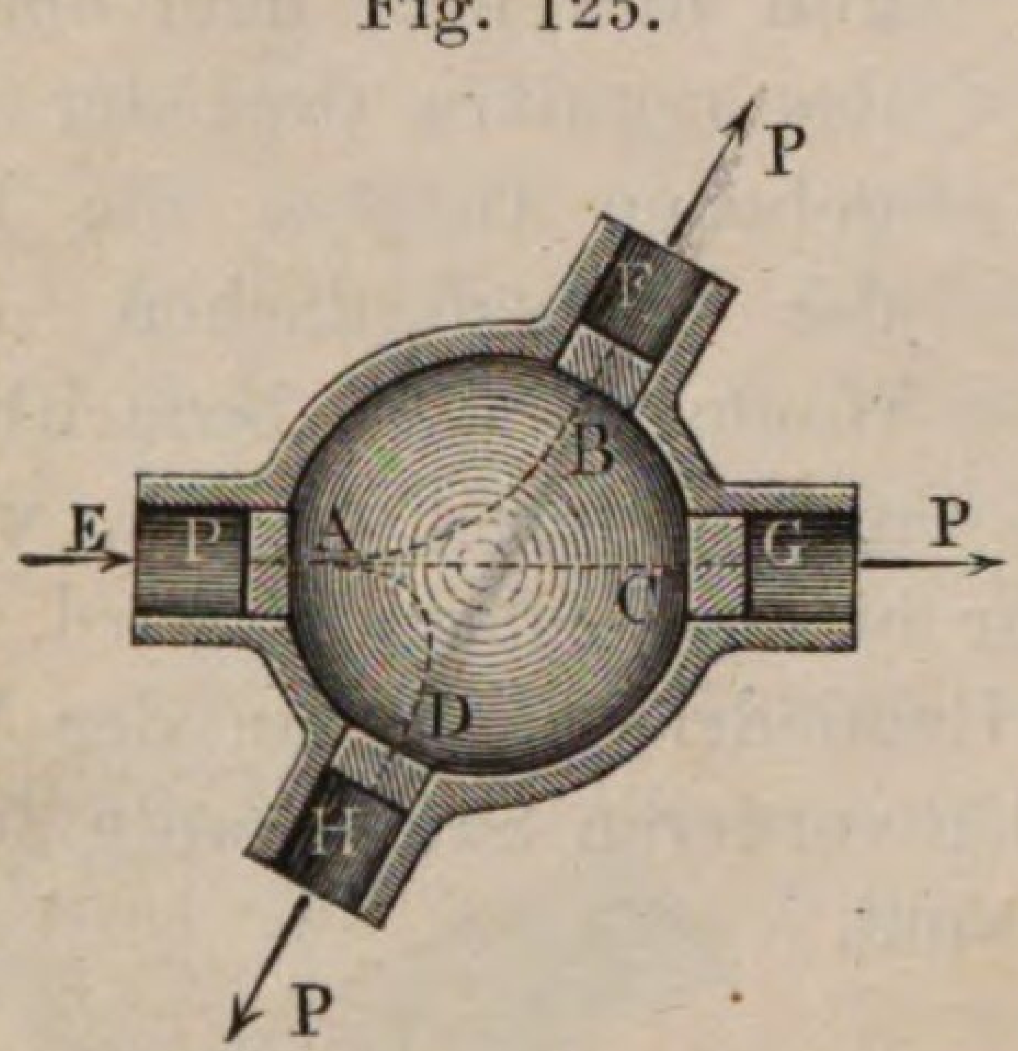
Bei den Zuckerkrystallen tritt die Hemiëdrie häufig in der Weise auf, dass die Flächen *d*, Fig. 111, an der vorderen Säulenkante fehlen, während sie an der hinteren vorhanden sind.

Drittes Capitel.

Hydrostatik, oder die Lehre vom Gleichgewicht der Flüssigkeiten.

43 **Gleichförmige Fortpflanzung des Drucks durch flüssige Körper.** Tropfbarflüssige Körper haben in Folge der leichten Verschiebbarkeit ihrer Theilchen die Eigenschaft, dass sie jeden Druck, welcher auf einen Theil ihrer Oberfläche ausgeübt wird, nach allen Seiten gleichmässig fortpflanzen.

Fig. 125.



Es sei in Fig. 125 der horizontale Durchschnitt eines mit Wasser gefüllten allseitig geschlossenen Gefässes dargestellt, an welchem sich in gleicher Höhe vier vollkommen gleiche Röhren befinden, die durch Kolben verschlossen sind. Da diese Kolben gleichen Durchmesser haben und in gleicher Höhe liegen, so haben sie auch vollkommen gleichen Druck durch die Schwere des Wassers auszuhalten, einen Druck, von welchem wir also vor der Hand ganz absehen können, den wir also als nicht vorhanden betrachten wollen.

Würde nun durch irgend eine Kraft einer der Kolben, etwa A, nach Innen gedrückt, so pflanzt sich dieser Druck durch das Wasser hindurch auf die übrigen Kolben fort, und man müsste, um zu verhindern, dass diese Kolben herausgedrückt werden, auf jeden derselben einen nach Innen gerichteten Gegendruck anbringen, welcher vollkommen dem auf den Kolben A wirkenden Druck gleich ist; das Gleichgewicht kann also nur dann bestehen, wenn alle vier Kolben durch ganz gleiche Kräfte nach Innen gedrückt werden.

Der Druck pflanzt sich jedoch nicht allein vom Kolben *A* auf die übrigen Kolben, sondern auf alle Theile der Gefässwand fort, so dass jeder Flächentheil der Gefässwand, welcher eben so gross ist, wie der Querschnitt des Kolbens *A*, auch einen eben so grossen Druck auszuhalten hat.

In Fig. 126 ist der Durchschnitt eines ähnlichen Gefässes mit zwei Röhren dargestellt, welche gleichfalls mit Kolben geschlossen sein sollen, die Röhren und folglich auch der Querschnitt der Kolben sind aber nicht gleich. Es sei z. B. die Oberfläche des Kolbens *C* 10mal so gross, als die des Kolbens *A*, so wird, wenn irgend eine Kraft gegen den Kolben *A* drückt, der Gesammtdruck auf den Kolben *C* auch 10mal so gross sein, als der auf *A* wirkende, weil jedes Flächenstück des Kolbens *C*, welches der Oberfläche des Kolbens *A* gleich ist, einen eben so grossen Druck auszuhalten hat, als *A* selbst.

Wenn man also den Kolben *A* mit einer Kraft von 10 Pfund nach Innen drückt, so müsste man zur Erhaltung des Gleichgewichts an dem Kolben *C* einen nach Innen gerichteten Druck von 100 Pfund anbringen.

Fig. 126.

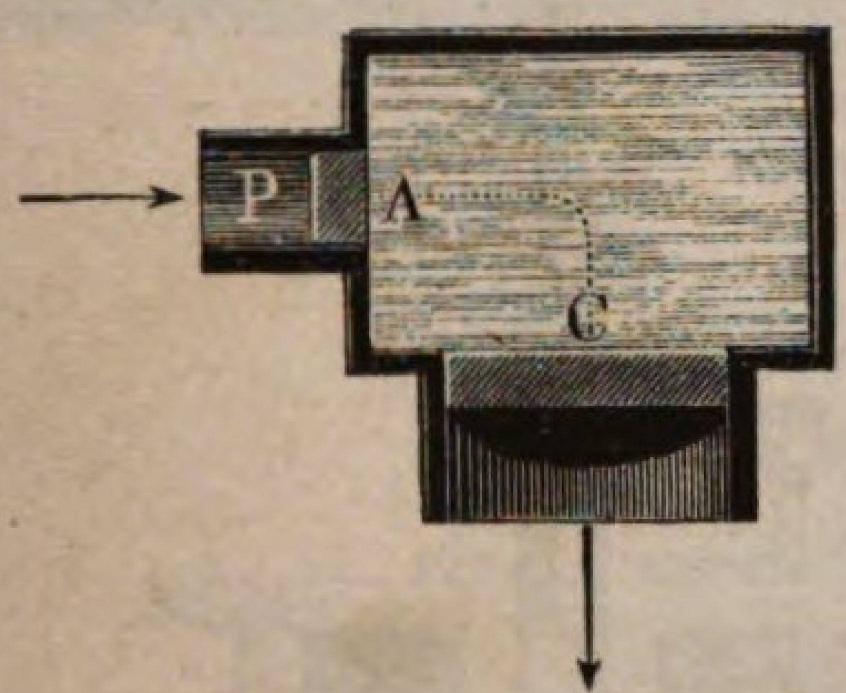
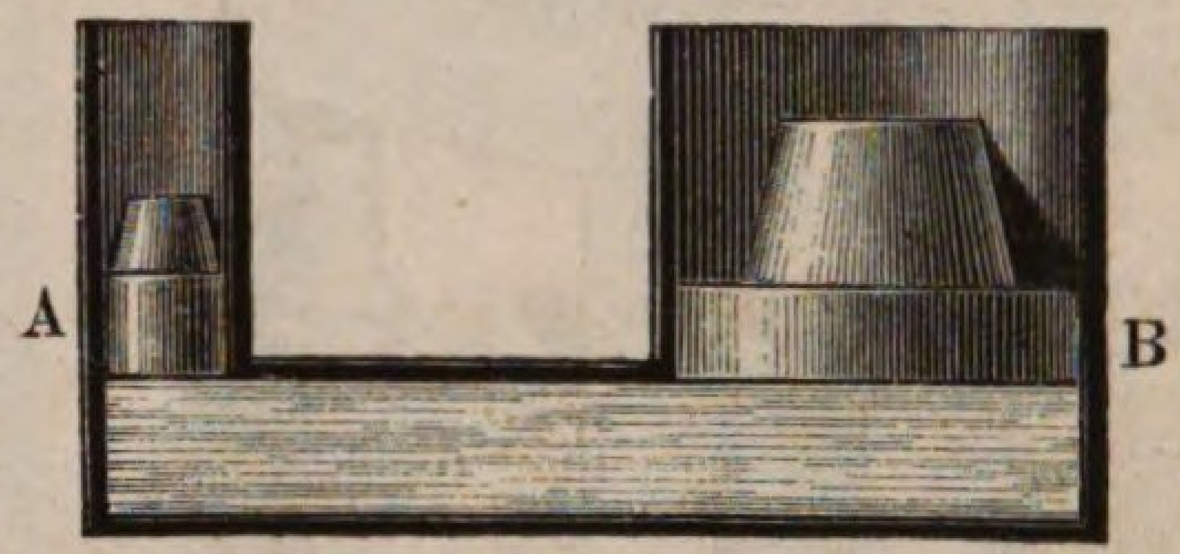


Fig. 127.



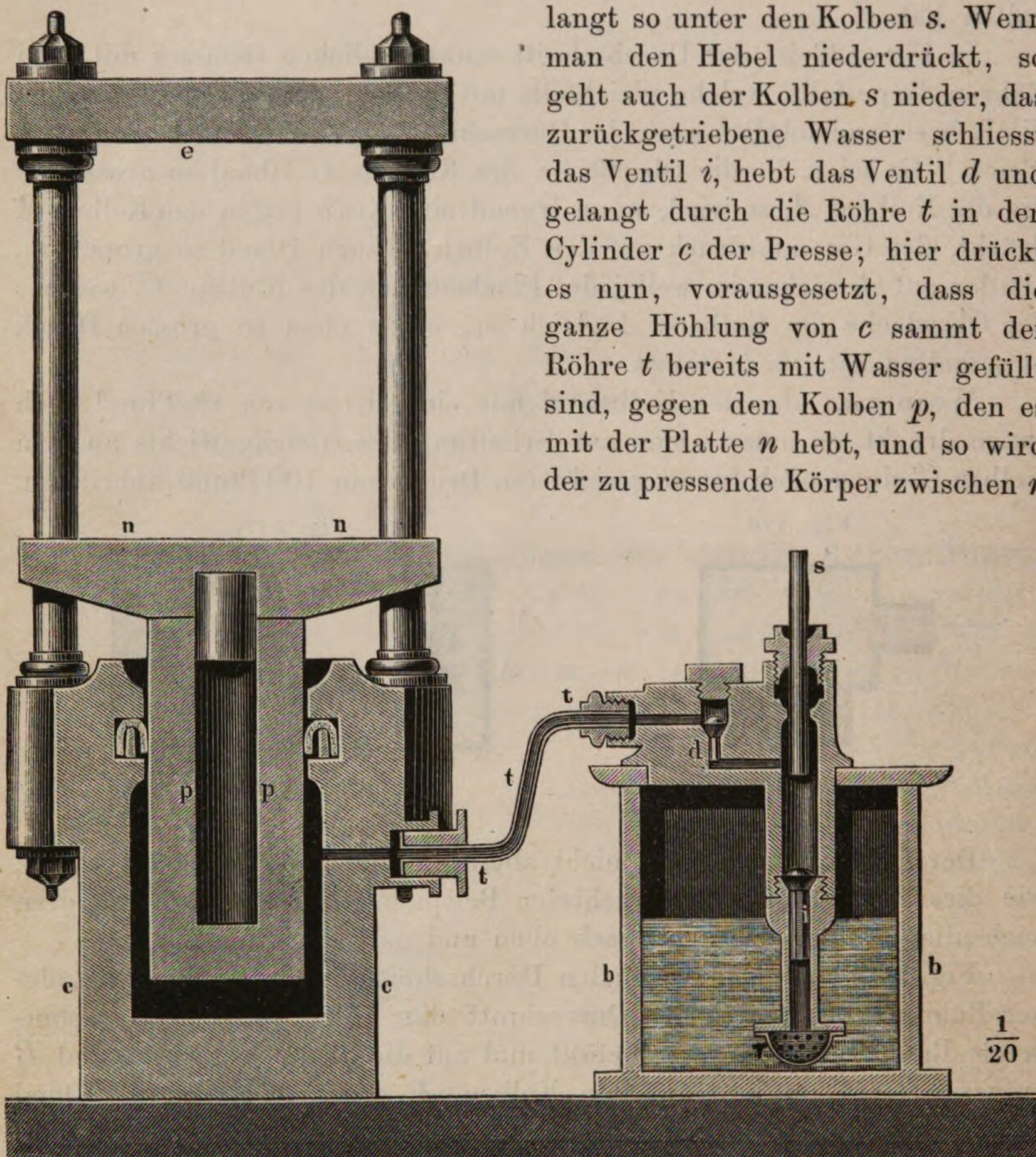
Der Druck pflanzt sich nicht allein in einer Horizontalebene fort, wie dies in den bisher betrachteten Beispielen der Fall war, sondern nach allen Seiten, also auch nach oben und nach unten.

Fig. 127 stellt den verticalen Durchschnitt zweier unten verbundener Röhren von ungleichem Querschnitt dar. Der die Röhren verbindende Raum sei mit Wasser gefüllt und auf dieses die Kolben *A* und *B* aufgesetzt. Wenn nun auf den Kolben *A*, dessen Querschnitt 10mal kleiner sein mag, als der des Kolbens *B*, ein Gewicht, etwa von 12 Pfund aufgelegt wird, so wird sich der Druck in der Weise bis zum Kolben *B* fortpflanzen, dass gegen jedes Flächenstück von *B*, welches eben so gross ist als der Querschnitt von *A*, ein nach oben gerichteter Druck von 12 Pfund wirkt, man müsste also den Kolben *B* mit 120 Pfund belasten, wenn das Gleichgewicht ungestört bleiben soll.

Auf der gleichförmigen Fortpflanzung des Drucks durch Flüssigkeiten beruht die **hydraulische Presse**; sie besteht aus zwei Haupttheilen, einer Druckpumpe, mittelst deren der Druck auf das Wasser ausgeübt wird, und einem Kolben mit einer Platte, welcher den Druck empfängt, um ihn auf den zu pressenden Körper zu übertragen. Fig. 128 ist ein Durchschnitt der hydraulischen Presse und Fig. 129 a. S. 109 eine

äussere Ansicht der Druckpumpe von der rechten Seite der Fig. 128 gesehen. Durch den Hebel l wird der Kolben s gehoben, das Wasser des Behälters b dringt durch das Sieb r, hebt das Ventil i und gelangt so unter den Kolben s. Wenn man den Hebel niederdrückt, so geht auch der Kolben s nieder, das zurückgetriebene Wasser schliesst das Ventil i, hebt das Ventil d und gelangt durch die Röhre t in den Cylinder c der Presse; hier drückt es nun, vorausgesetzt, dass die ganze Höhlung von c sammt der Röhre t bereits mit Wasser gefüllt sind, gegen den Kolben p, den es mit der Platte n hebt, und so wird der zu pressende Körper zwischen n

Fig. 128.



und der festen Platte e zusammengedrückt.

Wenn der Kolben s durch irgend eine Kraft niedergedrückt wird, so hat jeder Flächentheil der Gefässwände, welcher dem Querschnitt des Kolbens s gleich ist, einen gleichen Druck auszuhalten. Ist also der Querschnitt des Kolbens p nmal so gross als der des Kolbens s, so wird der Kolben p mit einer Kraft nk gehoben, wenn der Kolben s mit einer Kraft k niedergedrückt wird.

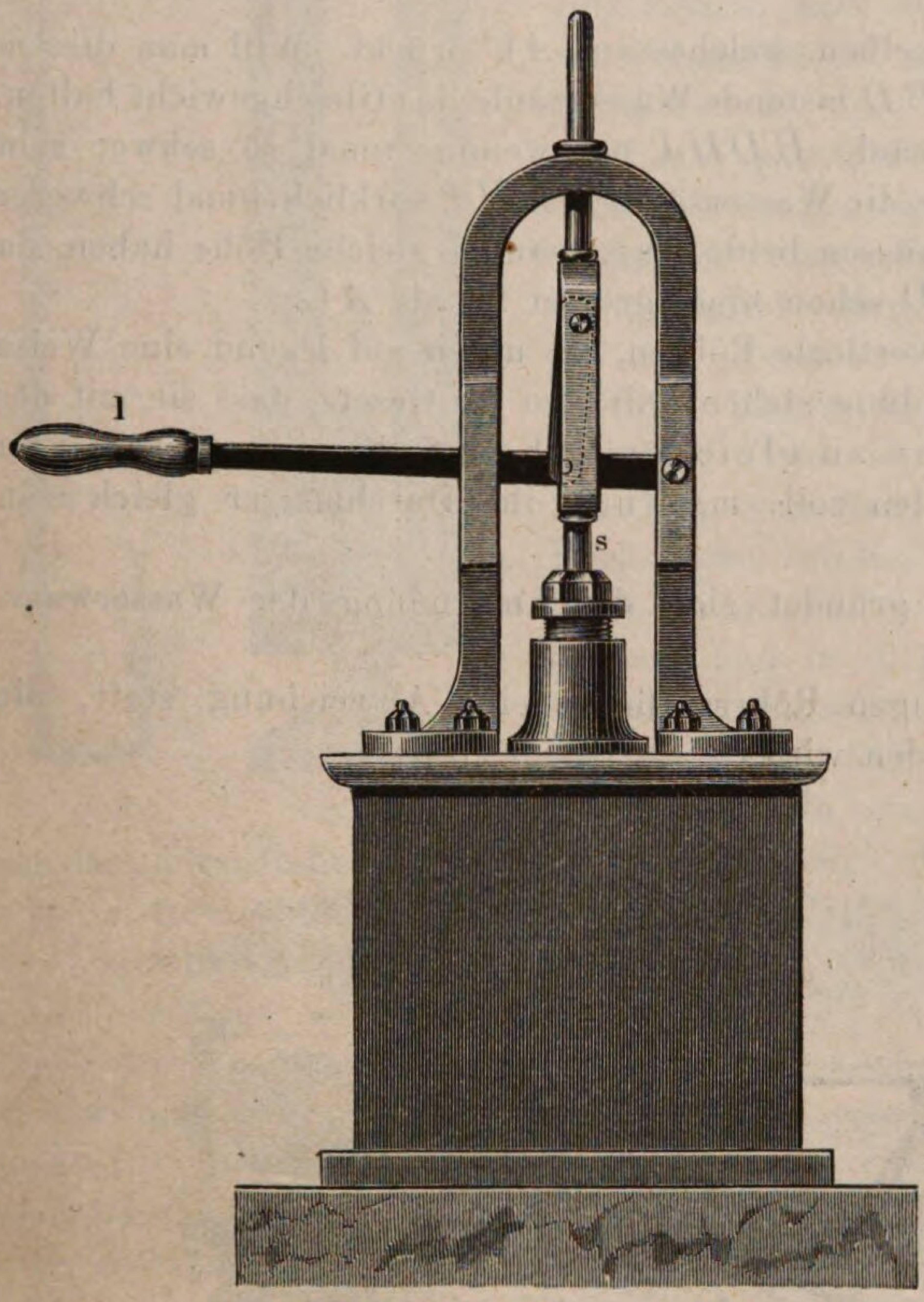
Bezeichnen wir mit K den Druck, mit welchem der grosse Kolben gehoben wird, so ist:

$$K = k \frac{R^2}{r^2},$$

wenn r den Halbmesser des kleinen, R den des grossen Kolbens bezeichnet. Ist nun ferner l der Hebelarm, an welchem der kleine Kolben angehängt ist, L der Hebelarm, an welchem der Arbeiter drückt, so ist:

$$k = D \frac{L}{l},$$

Fig. 129.



wenn D den Druck bezeichnet, welchen der Arbeiter ausübt, mithin haben wir:

$$K = D \frac{L \,.\, R^2}{l \,.\, r^2}.$$

Ist z. B. $R = 10\,r$ und $L = 6\,l$, so ist: $K = D \,.\, 600.$

Wenn also der Hebel bei l mit einer Kraft von 100 Pfund niedergedrückt wird, so wird der Kolben p mit einer Kraft von 60000 Pfund gehoben.

Von der Kraft, welche am Hebel l angewandt wird, geht ein Theil durch Reibungswiderstände verloren, bevor sie sich bis zum Kolben p fortpflanzt; deshalb wird der Effect stets geringer sein, als er nach den eben angeführten Betrachtungen sein sollte.

Communicirende Röhren. Denken wir uns in der Vorrichtung Fig. 130 (a. f. S.) die Dicke der Kolben A und B auf Null reducirt, oder denken wir uns statt der Kolben nur Wasserschichten, so werden doch die Gleichgewichtsbedingungen unverändert dieselben bleiben. Wenn auf die Schicht $A\,C$, Fig. 131 (a. f. S.), irgend ein gleichförmiger Druck ausgeübt wird, so findet das Gleichgewicht nur dann statt, wenn auf die 44

*n*mal grössere Schicht *BD* ein auch *n*mal grösserer Druck wirkt. Wird auf die Wasserschicht *AC* eine Wassersäule *ACFG* aufgeschüttet, so

Fig. 130.

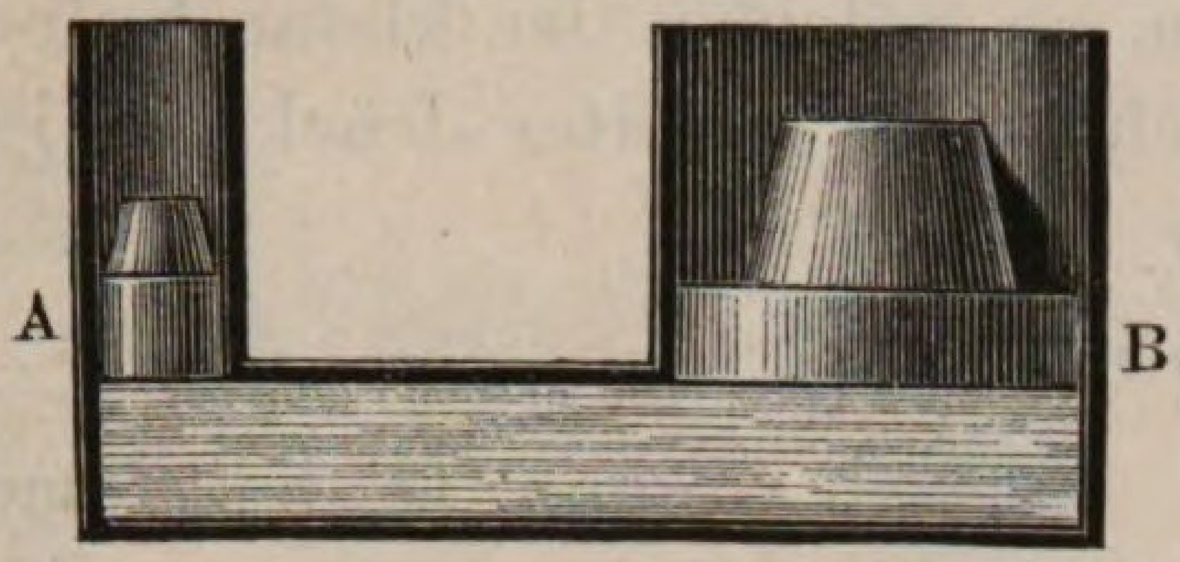
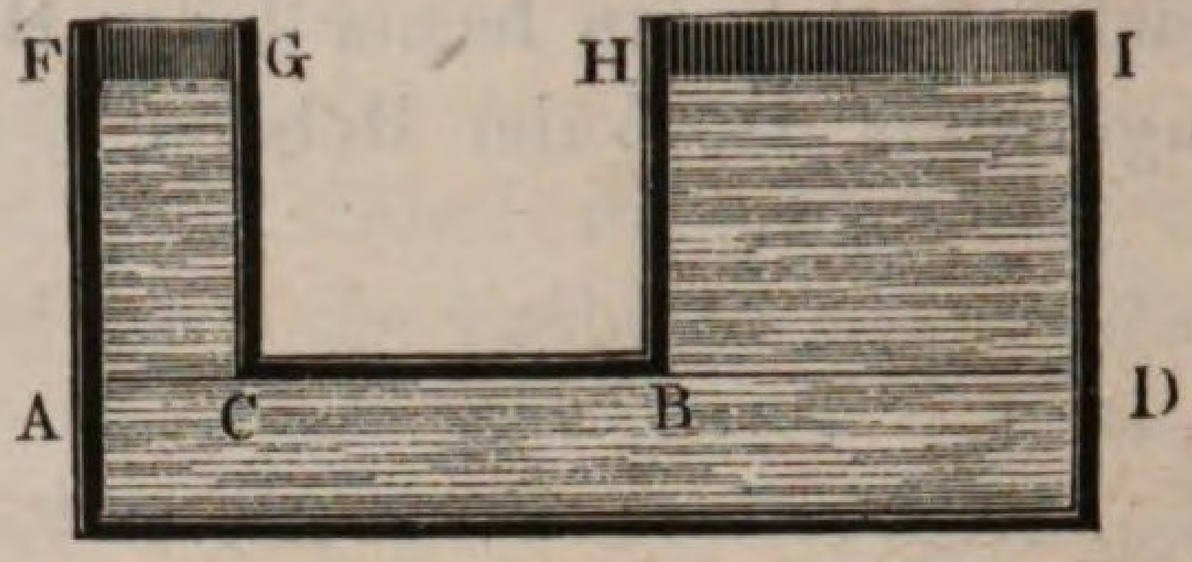


Fig. 131.



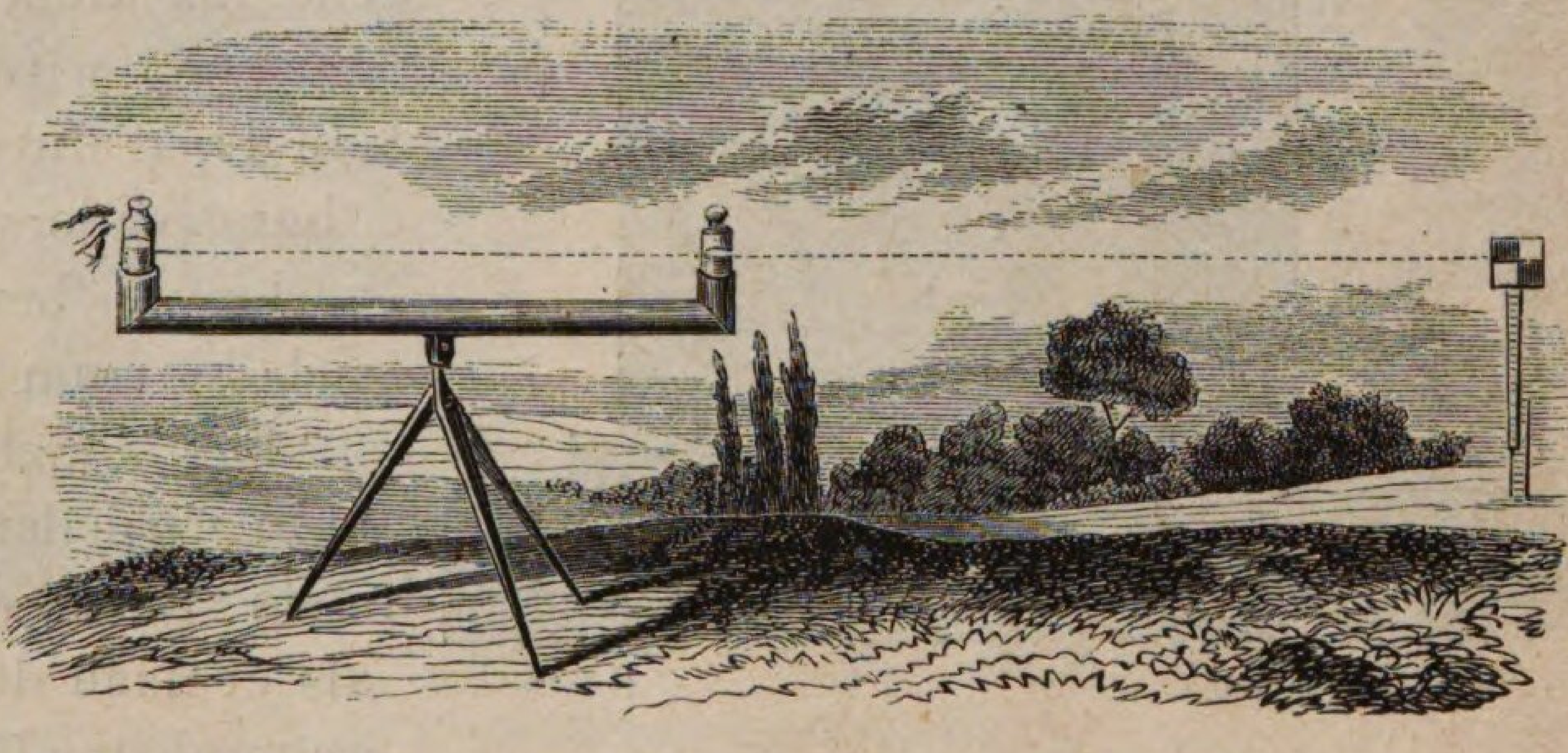
ist es das Gewicht derselben, welches auf *AC* drückt. Will man diesem Druck durch eine auf *BD* lastende Wassersäule das Gleichgewicht halten, so muss diese Wassersäule *BDHJ* nothwendig *n*mal so schwer sein als *ACFG*. Soll aber die Wassersäule *BDHJ* wirklich *n*mal schwerer sein als *ACFG*, so müssen beide Wassersäulen gleiche Höhe haben, da ja die Grundfläche *BD* schon *n*mal grösser ist als *AC*.

Für cylindrische verticale Röhren, die unten auf irgend eine Weise mit einander in Verbindung stehen, gilt also das Gesetz, dass sie mit der gleichen Flüssigkeit bis zu gleicher Höhe gefüllt sein müssen, wenn Gleichgewicht stattfinden soll, mag nun ihr Durchmesser gleich sein oder nicht.

Auf dies Gesetz gründet sich die Anwendung der Wasserwage, Fig. 132.

Nur bei ganz engen Röhren findet eine Abweichung statt, die später besprochen werden wird.

Fig. 132.



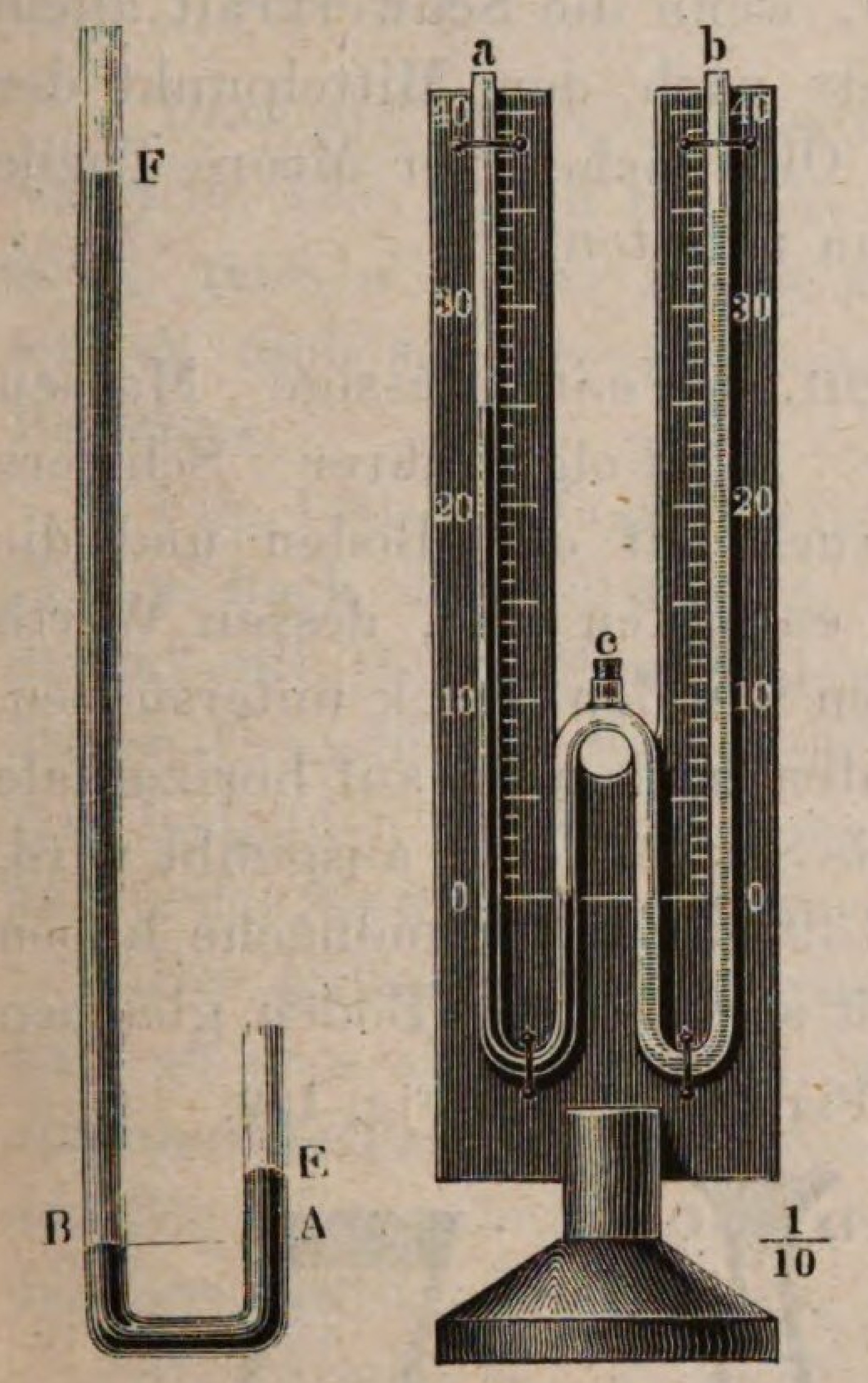
Sind Flüssigkeiten von ungleichem specifischem Gewicht in die beiden Schenkel gegossen, so sind natürlich die Flüssigkeitssäulen, welche sich das Gleichgewicht halten, nicht mehr gleich hoch, sondern ihre Höhen verhalten sich umgekehrt wie ihre specifischen Gewichte.

In die heberförmig gebogene Röhre, Fig. 133, sei z. B. Quecksilber und dann in den längeren Schenkel Wasser gegossen. Denken wir uns durch die Berührungsstelle von Quecksilber und Wasser eine horizontale Ebene *BA* gelegt, so wird alles Quecksilber unter *BA* für sich im Gleich-

gewicht sein, die Höhe der Quecksilbersäule *AE* ist aber für den Fall des Gleichgewichts 13·6 mal geringer als die Höhe der Wassersäule *FB* im anderen Schenkel, weil das specifische Gewicht des Quecksilbers 13·6 mal so gross ist als das des Wassers.

Was man nun auch für verschiedene Flüssigkeiten anwenden mag, immer müssen sich die Höhen der Säulen umgekehrt wie ihre specifischen Gewichte verhalten. So hält z. B. eine 8 Zoll hohe Säule von concentrirter Schwefelsäure einer Wassersäule von 14·8 Zollen, und eine 8 Zoll hohe Säule von Schwefeläther einer Wassersäule von 5·7 Zollen das Gleichgewicht.

Fig. 133. Fig. 134.

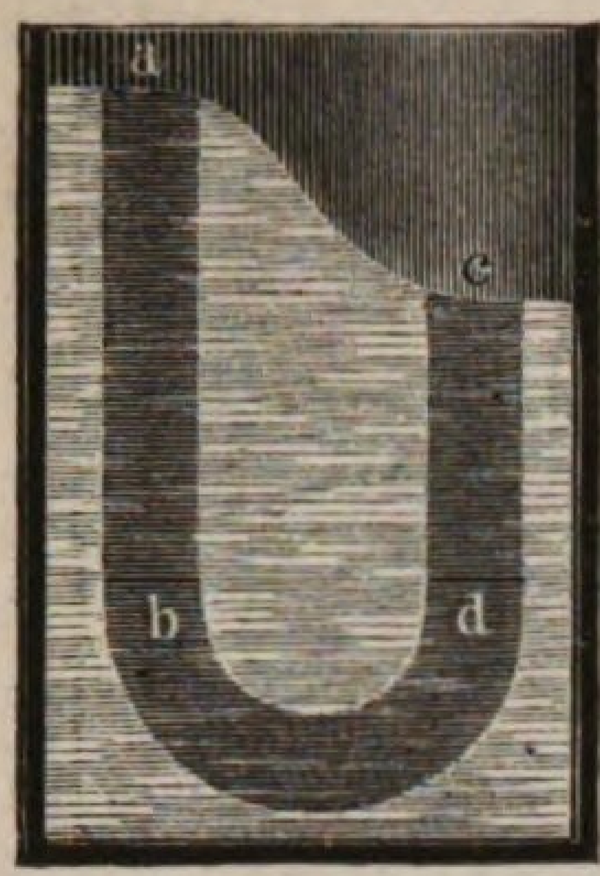


Ein Apparat, welcher dazu dient, um nach diesem Princip das specifische Gewicht von Flüssigkeiten zu bestimmen, ist in Fig. 134 dargestellt. Eine doppelte, auf ein passendes getheiltes Brett befestigte Heberröhre ist bei *a* und *b* offen, bei *c* aber ist sie mit einer kleinen Mündung versehen, welche durch einen Korkstopfen luftdicht verschlossen werden kann. Zunächst wird der Kork bei *c* entfernt und in den Heber links so viel Wasser eingegossen, dass dasselbe in beiden Schenkeln links fast bis zum Nullpunkt der Scala reicht. Eben so weit wird dann das andere Rohr mit der zu prüfenden Flüssigkeit (etwa Aether) gefüllt und dann die Oeffnung bei *c* fest verschlossen. Nun giesst man abwechselnd bei *a* (mittelst Trichter und Tropfgläschen) etwas Wasser und dann bei *b* in gleicher Weise so viel von der zu prüfenden Flüssigkeit ein, bis beide Flüssigkeiten in den inneren Heberschenkeln wieder bei dem Nullpunkt der Theilung stehen. In dieser Weise fährt man fort bis die Flüssigkeitssäulen in den äusseren Heberschenkeln eine hinlängliche Höhe erreicht haben. Ist z. B. die Höhe der Wassersäule links gleich 25 Centimeter, so beträgt die Höhe der ihr das Gleichgewicht haltenden Aethersäule rechts 35 Centimeter.

Freie Oberfläche der Flüssigkeiten. Aus dem Satze, welcher zu Anfang des vorigen Paragraphen bewiesen wurde, geht nun auch hervor, dass die freie Oberfläche einer Flüssigkeit in irgend einem Gefässe nothwendig horizontal sein muss. Wir können uns die ganze Flüssigkeitsmasse in eine beliebige Menge verticaler Säulchen zerlegt denken und diese müssen sich unter einander nach dem Principe der communicirenden Röhren das Gleichgewicht halten. Hätte z. B. die Oberfläche der Flüssigkeit die Gestalt der Fig. 135 (a. f. S.), so könnten 45

sich unmöglich die Wassersäulen *cd* und *ab*, welche zur Unterscheidung von der übrigen Wassermasse stärker schraffirt sind, das Gleichgewicht halten; es muss nothwendig ein Sinken der höheren und ein Steigen der niedrigeren erfolgen, bis die ganze Oberfläche rechtwinklig ist zur Richtung der Schwere.

Fig. 135.



Wenden wir dies auf die Oberfläche des Meeres an, welches wir als vollkommen ruhig betrachten wollen, so ist klar, dass, wenn die Schwerkraft allein wirkte und wenn sie stets nach dem Mittelpunkt der Erde gerichtet wäre, die Oberfläche aller Meere Theile einer Kugeloberfläche sein müssten.

46 **Bodendruck der Flüssigkeiten.** Wenn flüssige Massen im Gleichgewicht sind, so üben sie in Folge ihrer Schwere einen mehr oder minder bedeutenden Druck auf den Boden und die Seitenwände der Gefässe aus, in denen sie enthalten sind, dessen Werth wir nun bestimmen wollen. Zunächst wollen wir den Druck untersuchen, welcher von oben nach unten, oder von unten nach oben auf horizontale Flächen, alsdann den Druck, welcher auf die Seitenflächen ausgeübt wird.

In Gefässen, die wie in Fig. 136 bis 139 gleiche Grundfläche haben und bis zu gleicher Höhe mit Wasser gefüllt sind, hat der Boden gleichen

Fig. 136.

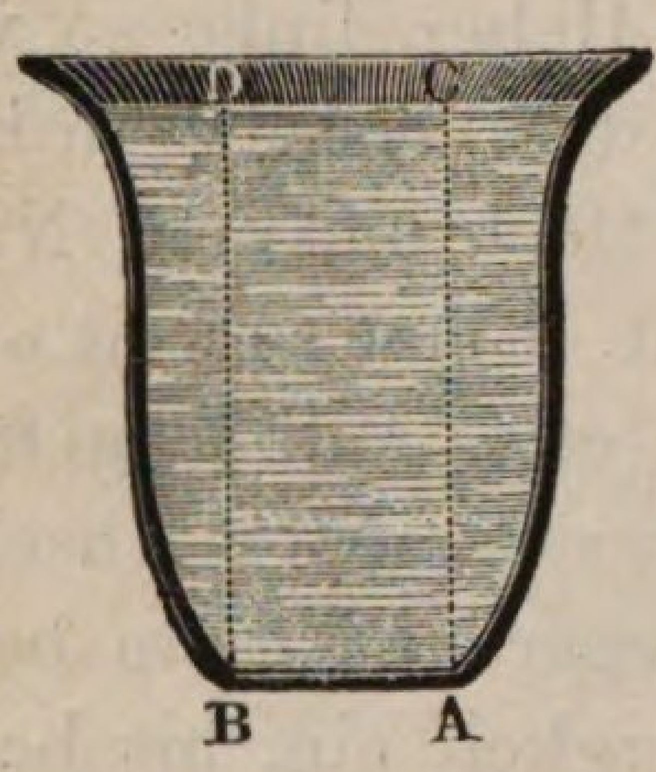


Fig. 137.

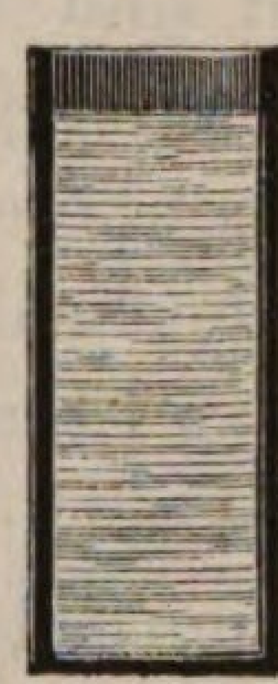


Fig. 138.



Fig. 139.



Druck auszuhalten, mag nun das Gefäss oben weit oder eng, mag es gerade oder schräg sein.

Der Druck, welchen der Boden eines mit Wasser gefüllten Gefässes auszuhalten hat, ist gleich dem Gewicht einer verticalen Wassersäule, deren Basis gleich ist jenem Boden und deren Höhe gleich ist der Tiefe des Bodens unter dem Wasserspiegel.

Der Druck, welchen der Boden der Gefässe Fig. 136 bis 139 auszuhalten hat, ist also gleich dem Gewichte der im Gefäss Fig. 137 enthaltenen Wassersäule.

Wenn man allgemein mit s den Flächeninhalt des Bodens, den man betrachtet, mit h die Höhe des Flüssigkeitsspiegels über dem Boden, mit P den auf dem Boden lastenden Druck und mit d das Gewicht der Raumeinheit der Flüssigkeit bezeichnet, so ist:

$$P = s \cdot h \cdot d.$$

Es sei z. B. der Flächeninhalt des Bodens 3 Quadratfuss, die Höhe des Wasserspiegels über dem Boden 4 Fuss, so ist der Druck auf den Boden 3 . 4 . 66 Pfund, da der Cubikfuss Wasser 66 Pfund wiegt und das Volumen der verticalen Wassersäule 3 . 4 = 12 Cubikfuss beträgt.

Für das neue französische Maasssystem ist $d = 1$, wenn das Gefäss mit Wasser gefüllt ist (1 Cubikcentimeter Wasser wiegt 1 Gramm), der Bodendruck ist also für dieses Maasssystem:

$$P = s \,.\, h.$$

Dass der Druck auf den Boden eines geraden cylindrischen Gefässes, wie Fig. 137, gleich ist dem Gewicht des darin enthaltenen Wassers, ist klar; dass aber der Druck auf den Boden der oben erweiterten, verengten und schrägen Gefässe derselbe sein muss, bedarf noch eines Beweises.

Fig. 140 stellt ein Gefäss vor, welches sich in treppenförmigen Absätzen nach oben erweitert. Die oberste verticale Wassersäule *acdb* drückt mit ihrem ganzen Gewicht auf die Grundfläche *cd*; jeder Theil dieser Grundfläche hat natürlich gerade das Gewicht der vertical auf ihm lastenden Wassersäule zu tragen, und somit ist die Wasserschicht *fg* durch das Gewicht der Wassersäule *fghi* gedrückt.

Der Druck der Wassersäule *hfgi* pflanzt sich vertical nach unten fort, so dass die Fläche *rs*, welche gleich *fg* ist, nicht nur den Druck der unmittelbar auf ihr lastenden Wassersäule *rfgs*, sondern auch noch den der Wassersäule *fghi* zu tragen hat. — Die Fläche *rs* trägt also das Gewicht der Wassersäule *rshi*.

Wenn man auf diese Weise weiter schliesst, so ergiebt sich, dass die Basis *pq* einen Druck auszuhalten hat, welcher gleich ist dem Gewichte der Wassersäule *pqem*.

Dasselbe gilt auch für ein Gefäss, bei welchem, wie Fig. 141, die einzelnen treppenförmigen Absätze eine ganz geringe Höhe haben, der Boden *pq* ist durch das Gewicht der Wassersäule *pqem* gedrückt.

Fig. 140.

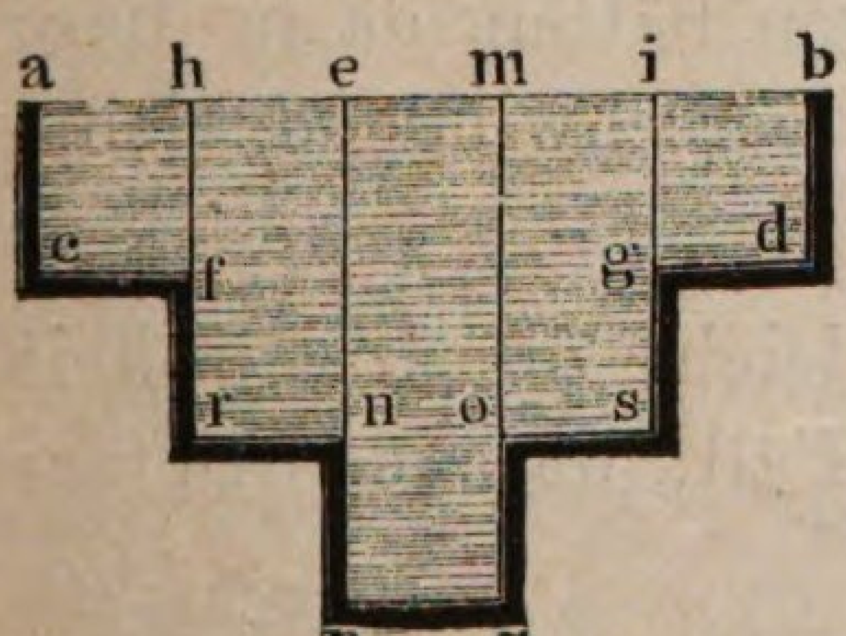


Fig. 141.

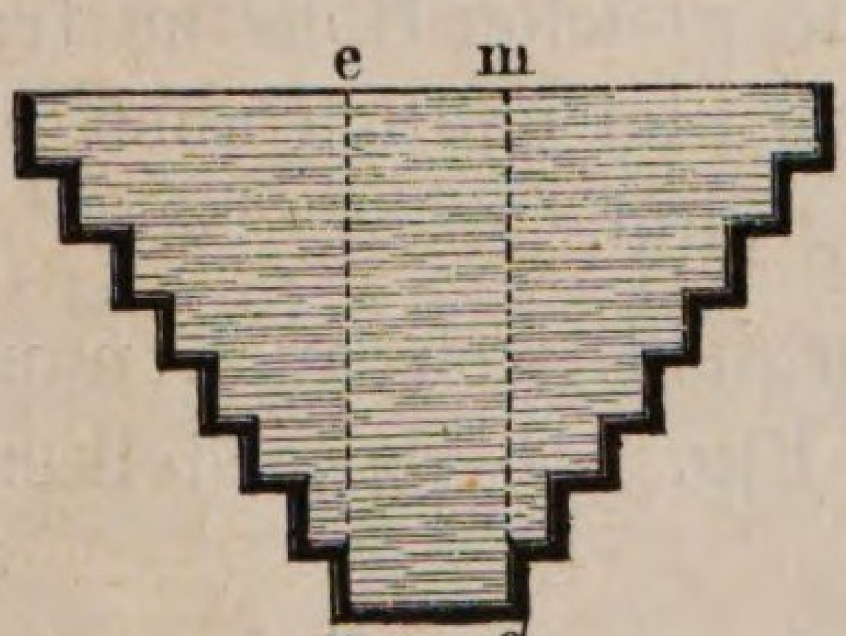
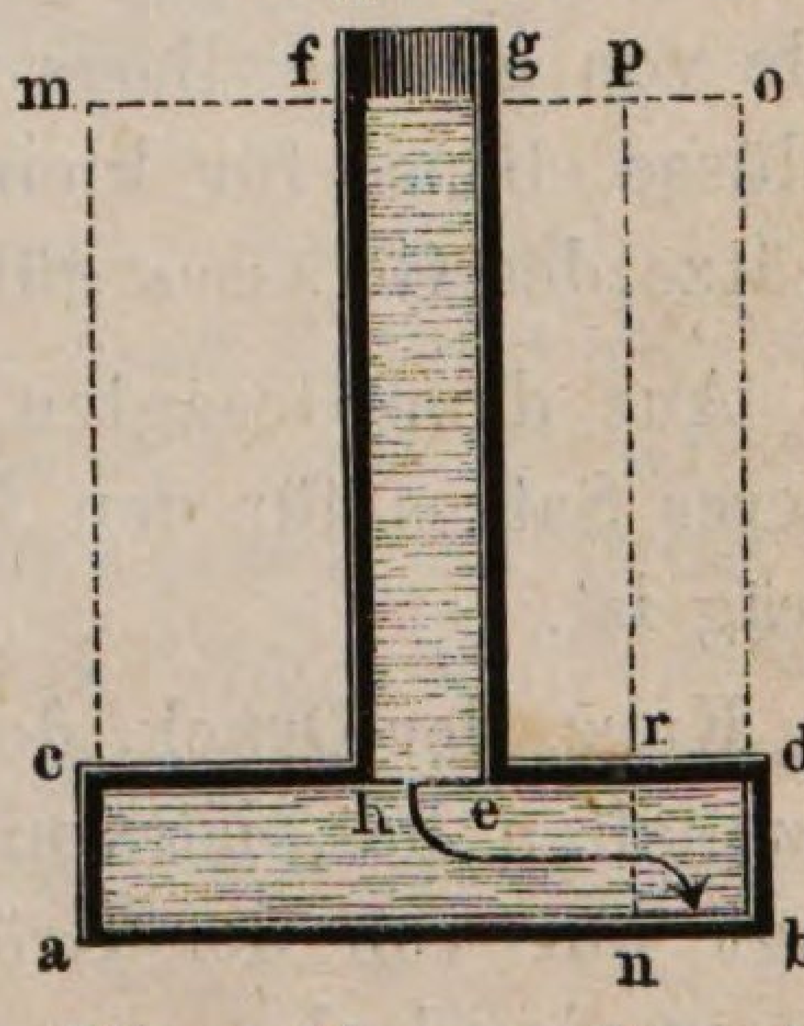


Fig. 142.



Da diese Schlüsse von der Höhe und den Dimensionen der Absätze überhaupt ganz unabhängig sind, so gelten sie auch noch für den Fall, dass die einzelnen treppenförmigen Absätze verschwindend klein werden, sie gelten also auch für jedes oben erweiterte Gefäss.

Fig. 142 (a. v. S.) stelle ein unten weites Gefäss dar, an welches sich oben eine engere Röhre ansetzt. Das Gefäss sei bis *fg* mit Wasser gefüllt. Der Boden *ab* hat zunächst das Gewicht der Wassersäule *abcd* zu tragen. Diese ist aber selbst durch die Wassersäule *hfge* gedrückt, deren Gewicht auf die Wasserschicht *he* presst. Der auf *he* lastende Druck pflanzt sich nun durch das Wasser in *abcd* in der Art gleichförmig fort, dass jeder Theil des Bodens *ab*, welcher eben so gross ist wie *he*, einen dem Gewichte der Wassersäule *fghe* gleichen Druck auszuhalten hat. Jedes Flächenstück des Bodens, welches gleich ist *he*, hat demnach einen Gesammtdruck auszuhalten, welcher gleich ist dem Gewicht einer verticalen Wassersäule, deren Basis gleich *he*, deren Höhe aber gleich $ac + hf$ ist; daraus folgt nun ferner, dass der Gesammtdruck, welchen der Boden *ab* auszuhalten hat, gleich ist dem Gewicht einer geraden Wassersäule, deren Basis *ab* und deren Höhe *am* ist.

Darauf gründet sich die Real'sche Presse.

Wenden wir diese Schlüsse auf das Gefäss Fig. 143 an, welches bis oben hin mit Wasser gefüllt sein soll, so ergiebt sich, dass der Druck auf den Boden *ab* gleich ist dem Gewicht einer verticalen Säule, deren Basis *ab* und deren Höhe *ac* ist.

Fig. 143.

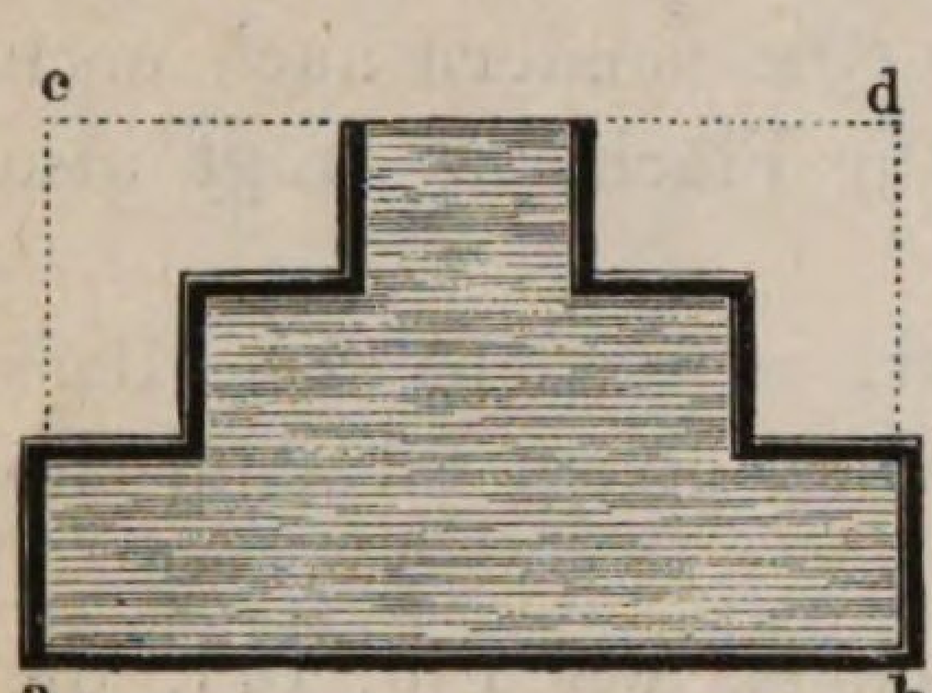


Fig. 144.

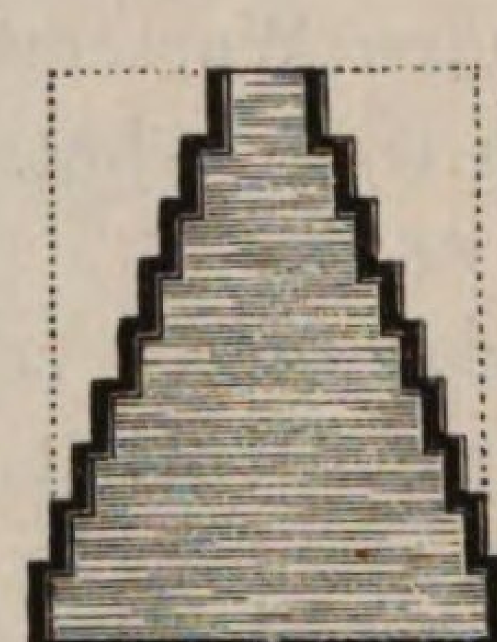


Fig. 145.



Fig. 146.



Aus denselben Gründen sind auch die Boden der Gefässe Fig. 144 und Fig. 145 gerade so stark gedrückt, als ob sie eine gerade Wassersäule von gleicher Basis und gleicher Höhe zu tragen hätten, da ja diese Schlüsse ebenso für kleinere und endlich auch für verschwindend kleine Absätze des Gefässes gültig sind.

Aus dem Gesagten ergiebt sich auch nun leicht die Richtigkeit unseres Satzes für den in Fig. 146 dargestellten Fall, dass das Gefäss schräg ist.

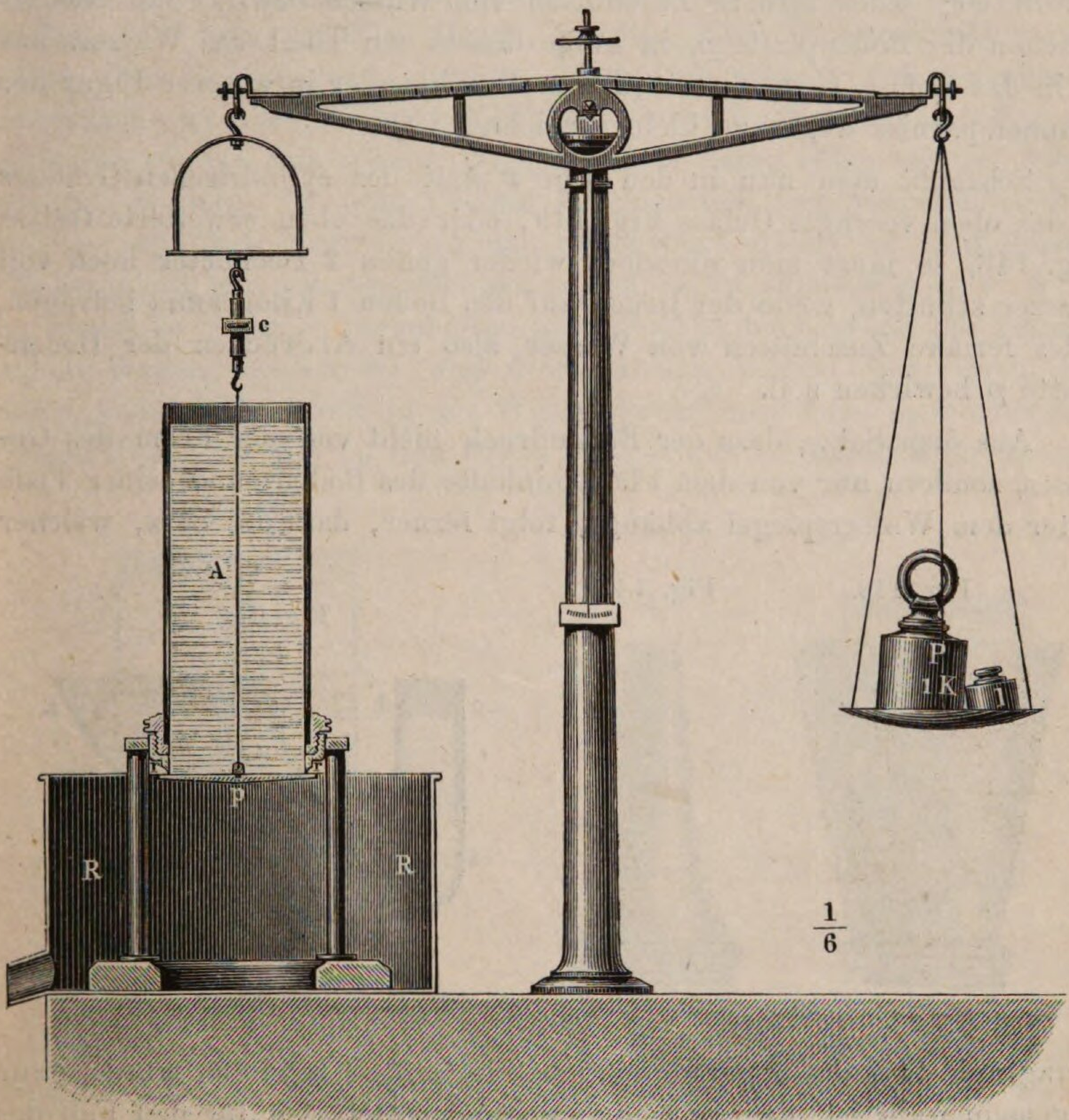
Kurz, der Druck, den der Boden eines mit Wasser gefüllten Gefässes auszuhalten hat, ist von der Form dieses Gefässes ganz unabhängig, er hängt nur von der Grösse des Bodens und seiner Tiefe unter dem Wasserspiegel ab.

Die Behauptung, welche soeben theoretisch begründet wurde, muss auch noch experimentell bewiesen werden, und dazu eignet sich besonders der Pascal'sche Apparat, welchen Fig. 147 in der sehr zweck-

mässigen Form darstellt, in welcher er in der mechanischen Werkstätte zu Genf construirt wird.

Die untere Oeffnung eines Messingringes *r*, welcher genau 0·798 Decimeter inneren Durchmesser hat, und dessen unterer genau horizontal

Fig. 147.



stehender Rand vollkommen eben abgeschliffen sein muss, wird durch eine Messingplatte *p* geschlossen, welche mittelst eines Drahtes an dem einen Arm einer Wage angehängt ist. In die Wagschale auf der anderen Seite der Wage wird ein Gewicht *l* gelegt, welches genau der Platte *p* das Gleichgewicht hält. Bei *c* befindet sich eine Vorrichtung, mittelst deren man die Platte *p* etwas heben oder senken kann, und welche erlaubt, ihre Höhe so zu reguliren, dass sie gerade die Oeffnung des Ringes *r* schliesst, wenn der Wagbalken horizontal steht.

In den Ring *r* ist nun zunächst ein cylindrisches Gefäss *A* eingeschraubt, welches gleichen Durchmesser mit dem Ringe hat und dessen Boden durch die Platte *p* gebildet wird. Der Inhalt dieses Gefässes vom

Boden bis zu einer 2 Decimeter über dem Boden befindlichen Marke beträgt, wie sich leicht berechnen lässt, gerade 1 Cubikdecimeter, das diesen Raum ausfüllende Wasser wiegt also 1 Kilogramm. Legt man also ein Kilogrammstück *P* auf die Wagschale rechts, so wird gerade Gleichgewicht bestehen, wenn das Gefäss *A* bis zur Marke mit Wasser gefüllt ist; jedes fernere Zuschütten von Wasser bewirkt ein Niederdrücken der Bodenplatte *p*, in Folge dessen ein Theil des Wassers aus *A* in das Gefäss *R* ausfliesst (dessen Durchmesser in unserer Figur der Raumersparniss wegen zu klein gezeichnet ist).

Schraubt man nun in den Ring *r* statt des cylindrischen Gefässes *A* das oben verengte Gefäss Fig. 149, oder das oben erweiterte Gefäss Fig. 148, so muss man dieselben wieder genau 2 Decimeter hoch voll Wasser schütten, wenn der Druck auf den Boden 1 Kilogramm betragen, jedes fernere Zuschütten von Wasser also ein Abdrücken der Bodenplatte *p* bewirken soll.

Aus dem Satze, dass der Bodendruck nicht von der Form des Gefässes, sondern nur von dem Flächeninhalte des Bodens und seiner Tiefe unter dem Wasserspiegel abhängt, folgt ferner, dass der Satz, welcher

Fig. 148.

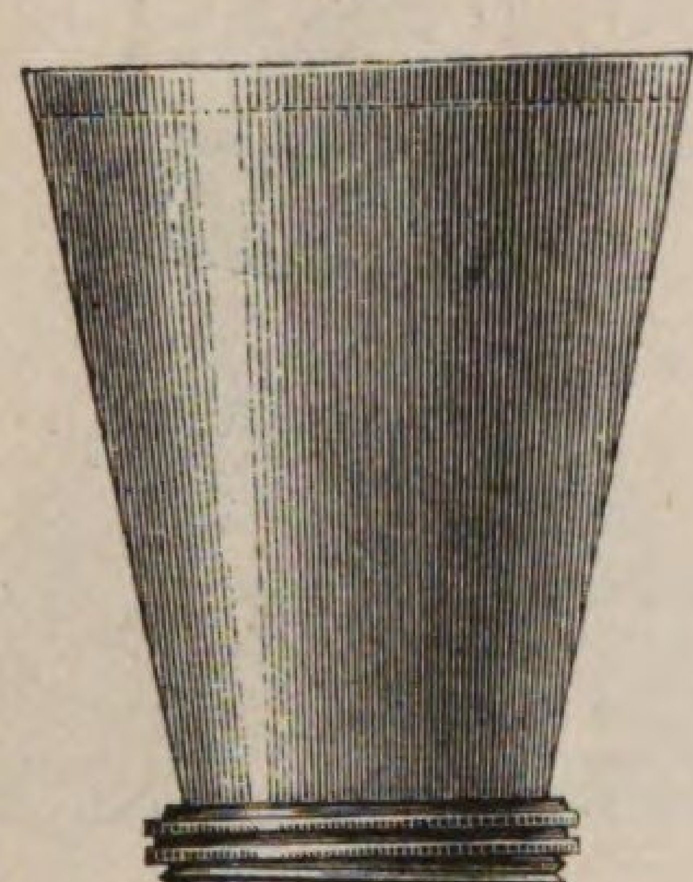


Fig. 149.

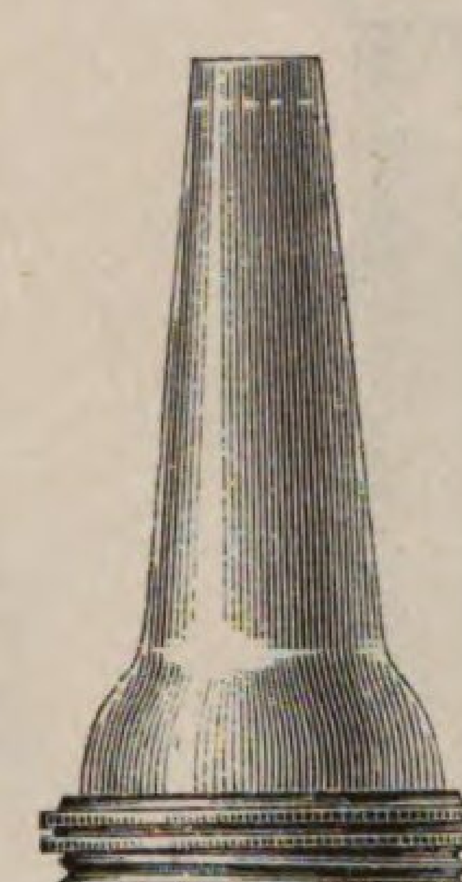
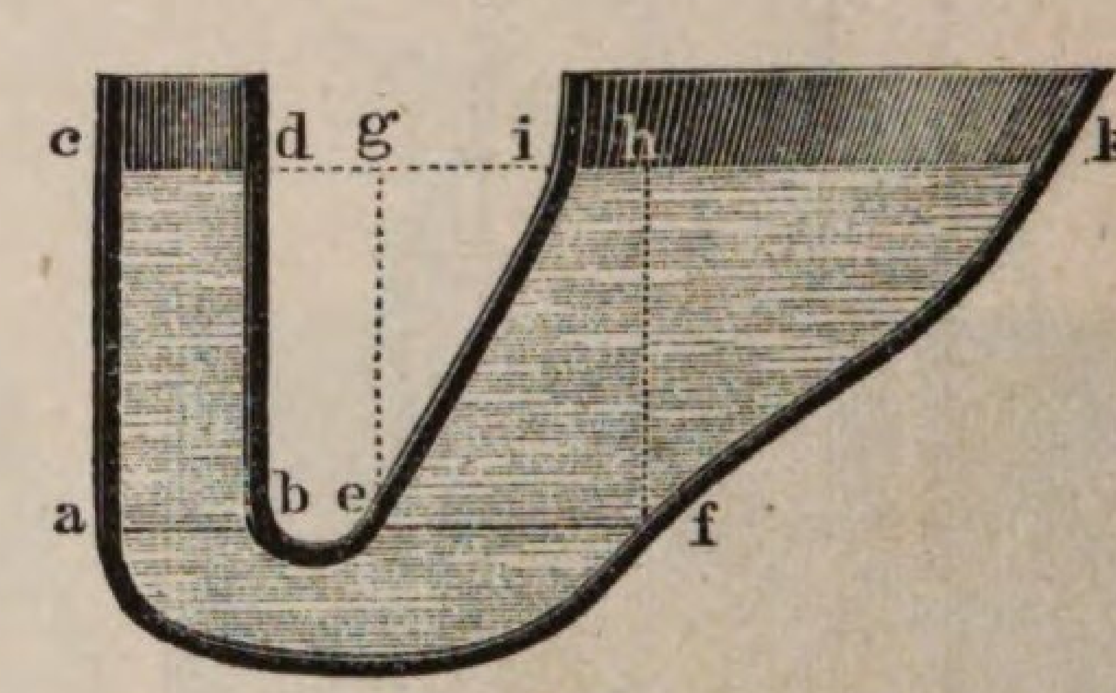


Fig. 150.



Paragraph 44 nur für gerade cylindrische Gefässe bewiesen wurde, ganz allgemein wahr ist, dass in communicirenden Gefässen für den Fall des Gleichgewichts der Spiegel der Flüssigkeit in gleicher Höhe sein muss, welches auch übrigens die Gestalt der Gefässe sein mag. Dem Druck der Wassersäule *abcd*, Fig. 150, wird das Gleichgewicht gehalten, wenn auf *ef* ein Druck wirkt, welcher dem Gewicht der verticalen Wassersäule *efgh* gleich ist. Nun aber übt ja, wie wir eben gesehen haben, die unregelmässig geformte schräge Wassersäule *efik* auf ihre Grundfläche *ef* genau denselben Druck aus, wie die gleich hohe gerade Säule *efgh*, folglich muss in der That in beiden Schenkeln unseres Gefässes das Wasser gleich hoch stehen, wenn Gleichheit stattfinden soll.

47 **Seitendruck.** In Folge der gleichförmigen Fortpflanzung des Drucks durch Flüssigkeiten hat nicht allein der Boden der mit Flüssig-

keiten gefüllten Gefässe einen Druck auszuhalten, sondern auch die Seitenwände, und diesen Seitendruck wollen wir jetzt näher betrachten.

Es sei *ab*, Fig. 151, ein Stück der verticalen Wand eines mit Wasser gefüllten Gefässes, so bildet es ein Stück Gränzfläche der horizontalen Wasserschicht *abcd*, deren Höhe wir so gering annehmen wollen, dass man von dem Druck, welchen diese Wasserschicht selbst gegen ihre Gränzflächen ausübt, abstrahiren kann. Auf der oberen Gränzfläche *ac* dieser Wasserschicht lastet aber das Gewicht der Wassersäule von *ac* bis zum oberen Wasserspiegel, deren Höhe wir mit *h* bezeichnen wollen. Ist nun *fg* ein Flächenstück der Gränzfläche *ac*, welches dem Flächenstück *ab* der Seitenwand gleich ist und dessen Flächeninhalt wir mit *s* bezeichnen wollen, so ist offenbar $p = s \,.\, h \,.\, d$ der Druck, welchen es auszuhalten hat (wenn *d* das Gewicht der Volumeinheit Wasser bezeichnet) und dieser Druck pflanzt sich durch die Flüssigkeitsschicht *abcd* in der Weise gleichförmig fort, dass auch die Flächenstücke *ab* und *cd* den Druck $p = s \,.\, h \,.\, d$ auszuhalten haben.

Fig. 151.

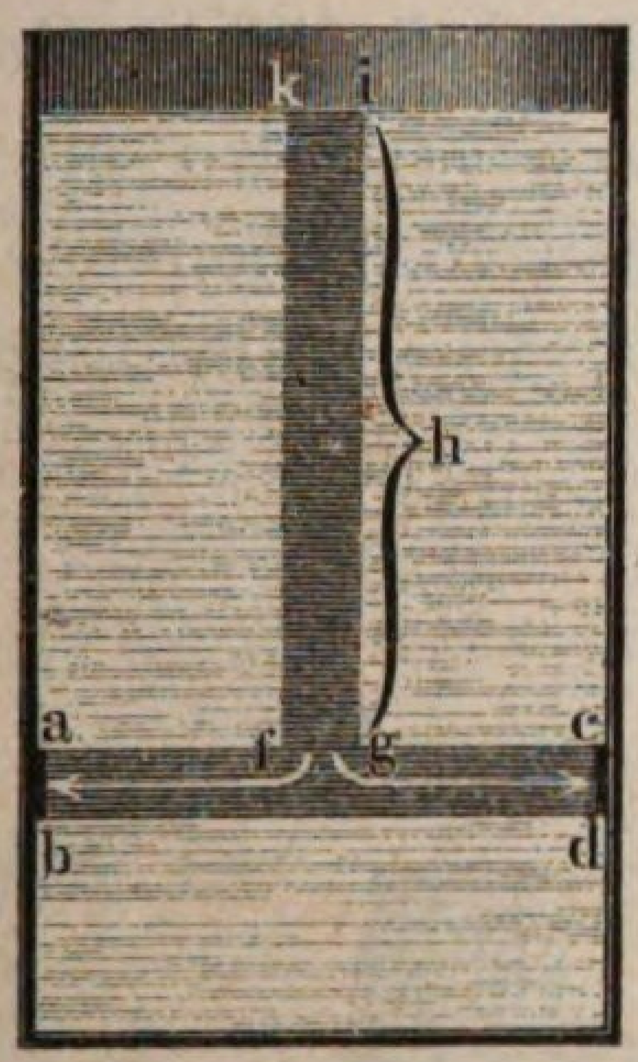
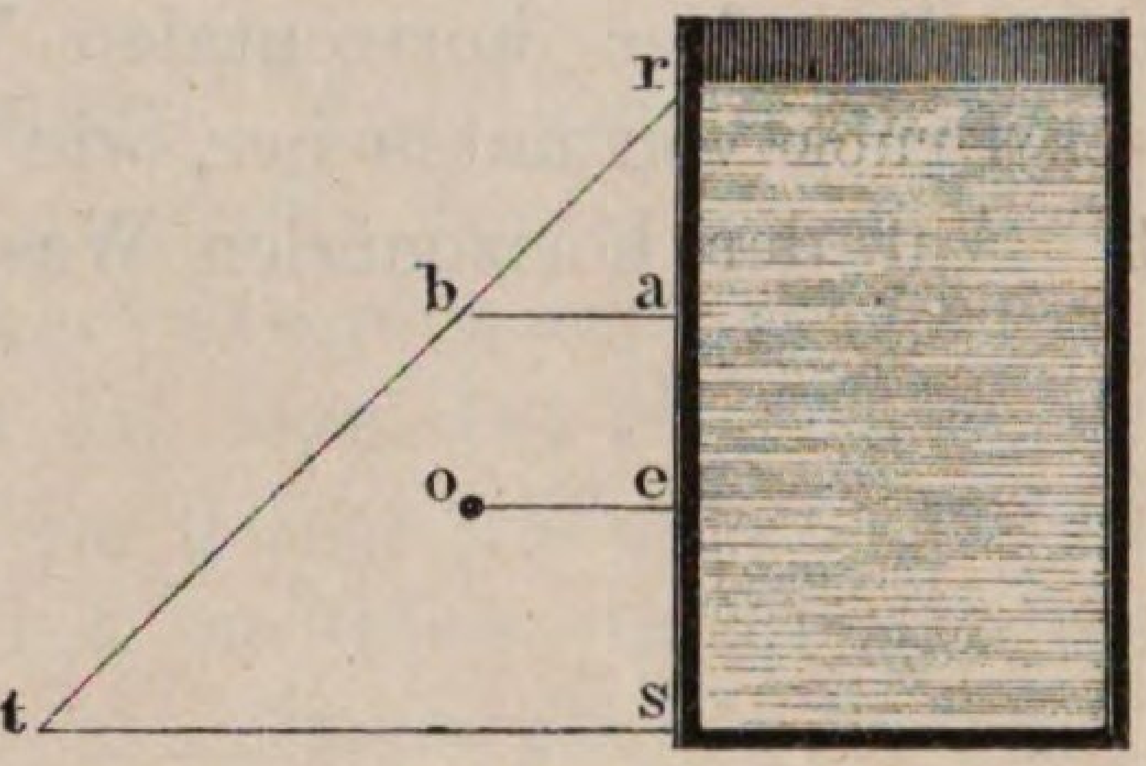


Fig. 152.



Der Druck, welchen ein kleines Stückchen in der Seitenwand eines Gefässes auszuhalten hat, ist also dem Gewicht der Flüssigkeitssäule gleich, welche den Flächeninhalt des fraglichen Wandstückes zur Basis und seine Tiefe unter dem Wasserspiegel zur Höhe hat. In einem 10 Meter hohen Behälter voll Wasser ist z. B. der Druck auf ein Quadratcentimeter der Seitenwand in einer Tiefe von 1 Meter gleich 100 Grammen, in einer Tiefe von 2 Metern gleich 200 Grammen, in einer Tiefe von 10 Metern aber, d. h. am Boden, gleich 1 Kilogramm (2 Pfd.).

Der Druck, den irgend ein Punkt *a* der verticalen Wand irgend eines mit Wasser gefüllten Gefässes auszuhalten hat, lässt sich durch Zeichnung, Fig. 152, anschaulich machen. Man ziehe in *a* eine wagerechte Linie und mache ihre Länge *ab* gleich der Tiefe des Punktes *a* unter dem Wasserspiegel, so kann die Linie *ab* den Druck repräsentiren, den der Punkt *a* auszuhalten hat. Macht man dieselbe Construction für mehrere Punkte der verticalen Linie *rs*, so werden die Endpunkte aller der horizontalen Drucklinien in die Linie *rt* fallen. Es folgt daraus,

dass der Gesammtdruck, welchen die Linie *rs* der verticalen Gefässwand auszuhalten hat, durch das Dreieck *rst* repräsentirt ist.

Der Angriffspunkt der Resultirenden aller elementaren Pressungen, welche ein Wandstück auszuhalten hat, heisst Mittelpunkt des Drucks. Er liegt immer tiefer als der Schwerpunkt des Wandstücks, weil ja die Stärke des Drucks nach unten wächst. Der Mittelpunkt des Drucks für die verticale Linie *rs* ist leicht zu ermitteln; denn es ist offenbar derjenige Punkt *e*, in welchem die Linie *rs* von derjenigen horizontalen Linie getroffen wird, die durch den Schwerpunkt *o* des Dreiecks *rst* geht. Wir haben hier nur die Linie *rs* betrachtet; nehmen wir statt derselben einen beliebig breiten Streifen der verticalen Wand, so liegt der Mittelpunkt des Drucks für denselben auf seiner verticalen Mittellinie, und zwar ist seine Höhe über dem Boden $^1/_3$ der Höhe, in welcher sich der Wasserspiegel über dem Boden befindet.

48 **Druck im Inneren der Flüssigkeiten, Auftrieb.** Jede Schicht einer im Gleichgewicht befindlichen Wassermasse hat von beiden Seiten her einen vollkommen gleichen Druck auszuhalten. Gegen die untere Seite einer horizontalen Wasserschicht wirkt also ein ebenso grosser Druck von unten her, wie der ist, welcher von oben her auf ihr lastet. Auf der horizontalen Wasserschicht *ab*, Fig. 153, lastet z. B.

Fig. 153.

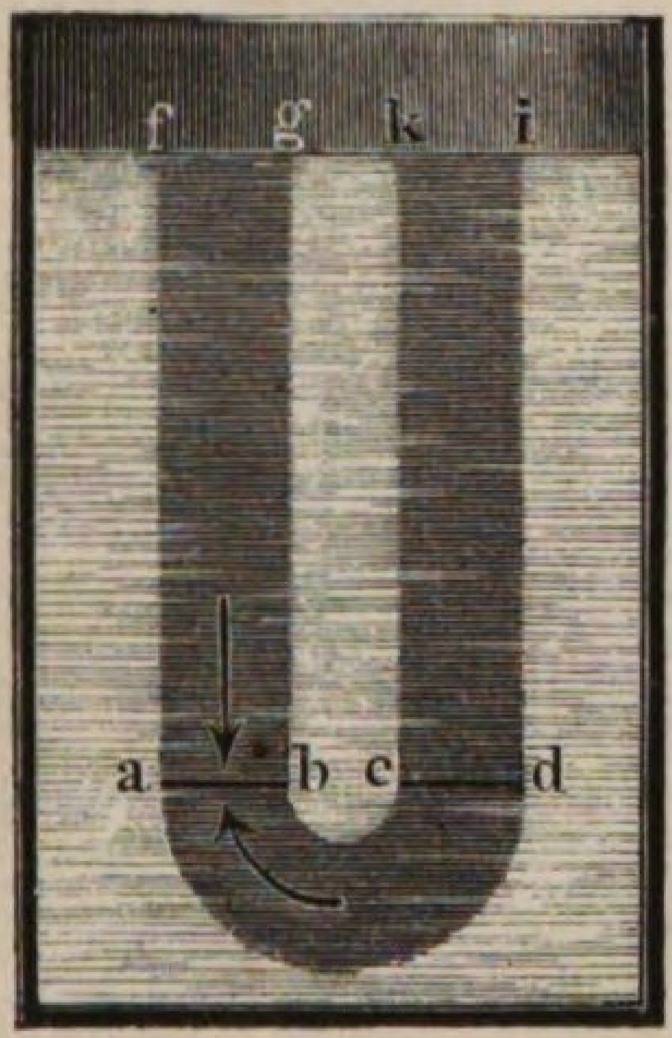
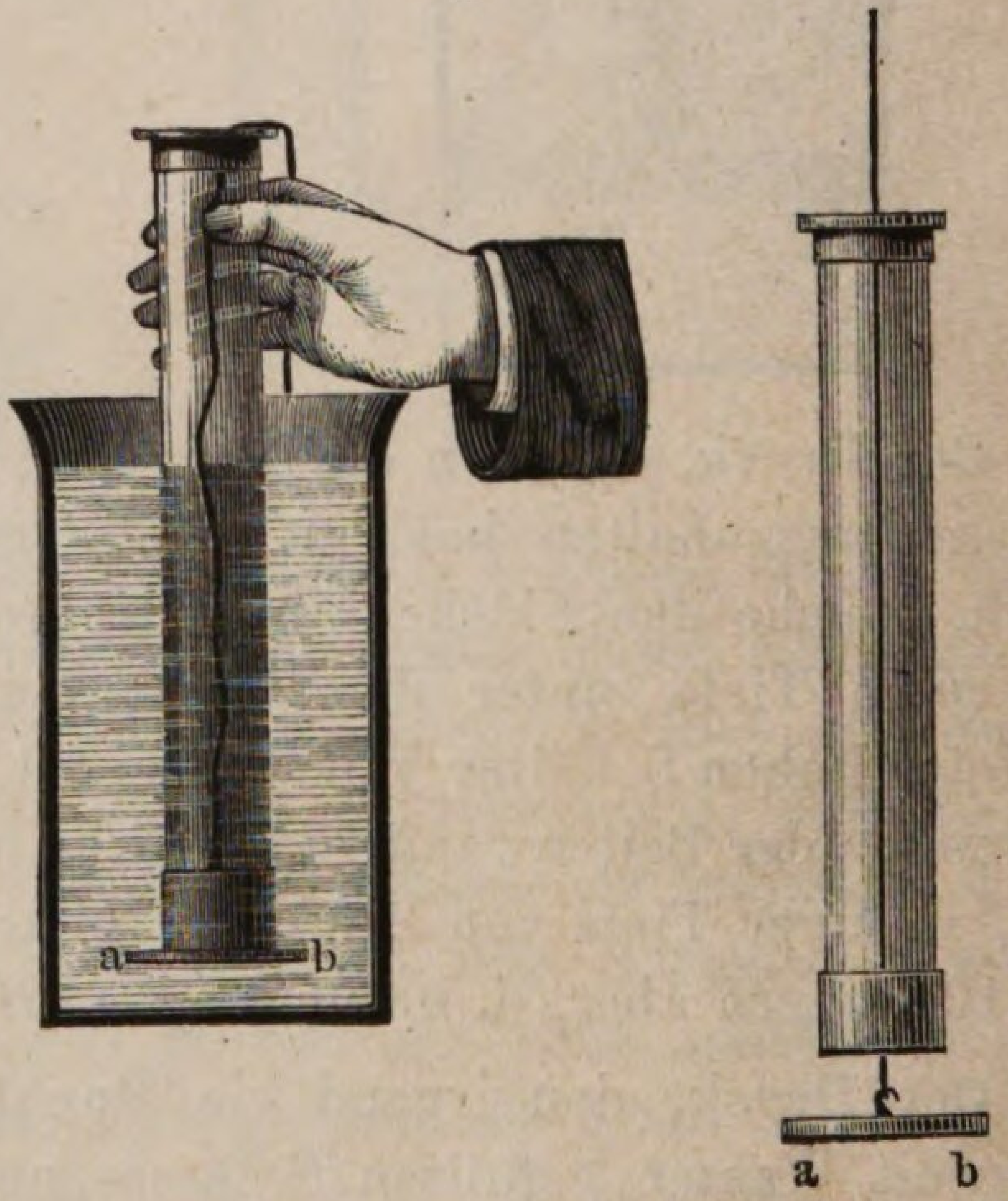


Fig. 154.



das Gewicht der Wassersäule *abfg*, welches durch einen vollkommen gleichen, von unten her gegen *ab* wirkenden, von den benachbarten Wassersäulen herrührenden Druck äquilibirt wird.

Hätte man an die Stelle der Wassersäule *fgab* einen festen Körper in die Wassermasse eingeschoben, so hätte demnach die untere Fläche *ab*

desselben einen nach oben gerichteten Druck auszuhalten, welcher dem Gewicht der Wassersäule *abfg* gleich ist. Dass im Inneren der Flüssigkeit ein solcher nach oben wirkender Druck wirklich vorhanden ist, lässt sich leicht durch den Versuch zeigen.

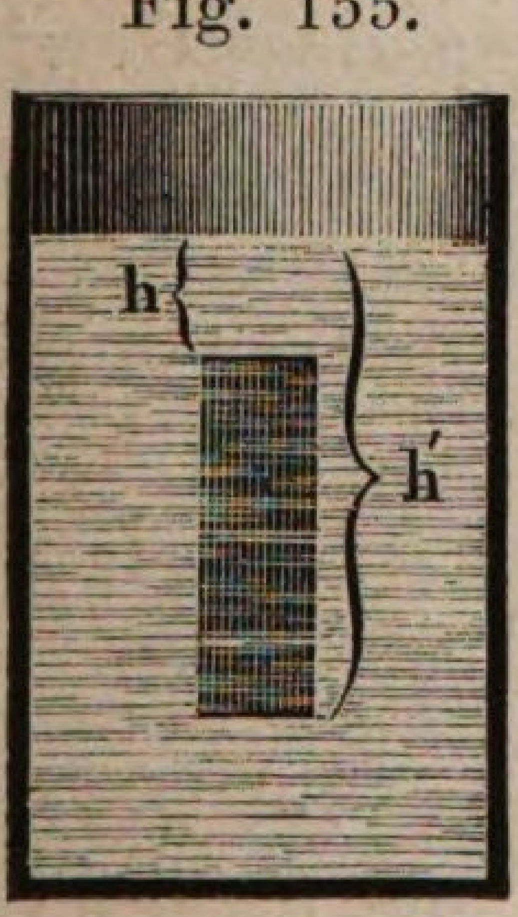
Das untere Ende einer 5 bis 6^{cm} weiten Glasröhre, Fig. 154, ist mit einer Messingfassung versehen, deren Rand genau eben abgeschliffen ist. *ab* ist eine Metallscheibe, welche in ihrer Mitte einen Haken hat, vermittelst dessen man sie an einer durch die Röhre hindurch gehenden Schnur anhängen kann, so dass, wenn man den Faden anzieht, die Scheibe die untere Oeffnung der Röhre vollkommen verschliesst. Auf diese Weise verschlossen, wird die Röhre in Wasser eingetaucht. Nun ist es nicht mehr nöthig, den Faden anzuziehen, um das Herunterfallen der Scheibe zu verhindern, weil sie durch die Flüssigkeit nach oben gedrückt wird. Giesst man Wasser in die Röhre, so wird die Metallscheibe durch ihr eigenes Gewicht fallen, sobald das Niveau des Wassers in der Röhre dem äussern gleich ist, denn nun erleidet die Metallscheibe durch die Flüssigkeit gleichen Druck nach unten und nach oben.

Dieser Druck, welcher gegen die untere Fläche eines jeden in eine Flüssigkeit eingetauchten Körpers wirkt, heisst der Auftrieb.

Das Archimedische Princip. In Folge des im vorigen Paragraphen besprochenen Auftriebs verliert ein jeder Körper, welcher in eine Flüssigkeit eingetaucht ist, von seinem Gewichte gerade so viel, als die aus der Stelle vertriebene Flüssigkeit wiegt. Oder richtiger gesagt: Wenn ein Körper in eine Flüssigkeit eingetaucht ist, so wird ein Theil seines Gewichts von der Flüssigkeit getragen, welcher dem Gewichte der aus der Stelle getriebenen Flüssigkeit gleich ist. 49

Man kann sich von der Richtigkeit dieses Gesetzes, welches nach seinem Entdecker das Archimedische Princip genannt wird, durch eine einfache Betrachtung überzeugen. Irgend ein gerades Prisma sei vertical in Wasser eingetaucht, wie es Fig. 155 zeigt, so ist jeder Druck auf die Seiten des Prismas durch einen gleichen und entgegengesetzten aufgehoben. Der auf der oberen Fläche lastende Druck ist $g \,.\, h$, der nach oben gerichtete, gegen die untere Fläche wirkende Druck ist $g \,.\, h'$, wenn g den Querschnitt des Prismas, h die Tiefe seiner oberen und h' die Tiefe seiner unteren Gränzfläche unter dem Wasserspiegel bezeichnet. Der Ueberschuss des gegen die untere Fläche gerichteten Drucks, der Gewichtsverlust A des eingetauchten Prismas ist also

Fig. 155.



$$A = g\,(h' - h) = g \,.\, H,$$

wenn wir mit H die Höhe des Prismas bezeichnen. $g \,.\, H$ ist aber

nichts anderes als das Gewicht eines Wasserkörpers, welcher mit dem eingetauchten Prisma gleichen Cubikinhalt hat.

Ist das Prisma nicht in Wasser, sondern in eine Flüssigkeit eingetaucht, deren specifisches Gewicht s ist, so ist

der Druck gegen die untere Fläche $g . h' . s$
der Druck auf die obere Fläche $g . h . s$
also der Ueberschuss des unteren Drucks . . $g (h' - h) s = g . H . s$.

Es ist aber $g . H . s$ das Gewicht einer Flüssigkeitsmasse vom specifischen Gewicht s, deren Volumen $g . H$ gleich dem Volumen des eingetauchten Prismas ist.

Nehmen wir statt eines einzelnen Prismas ein Bündel von mehreren, so ist klar, dass jedes einzelne Prisma durch das Eintauchen in eine Flüssigkeit von seinem Gewichte so viel verliert, als ein gleiches Volumen der Flüssigkeit wiegt, folglich ist auch der Gewichtsverlust, welchen der ganze aus mehreren Prismen zusammengesetzte Körper erleidet, gleich dem Gewichte einer Flässigkeitsmasse, deren Volumen dem Gesammtvolumen aller Prismen gleich ist. Da man sich aber einen jeden Körper in eine Menge solcher vertical stehender Prismen von sehr kleinem Durchmesser zerlegt denken kann, so lässt sich unser Schluss auf jeden beliebigen Körper ausdehnen.

Fig. 156.

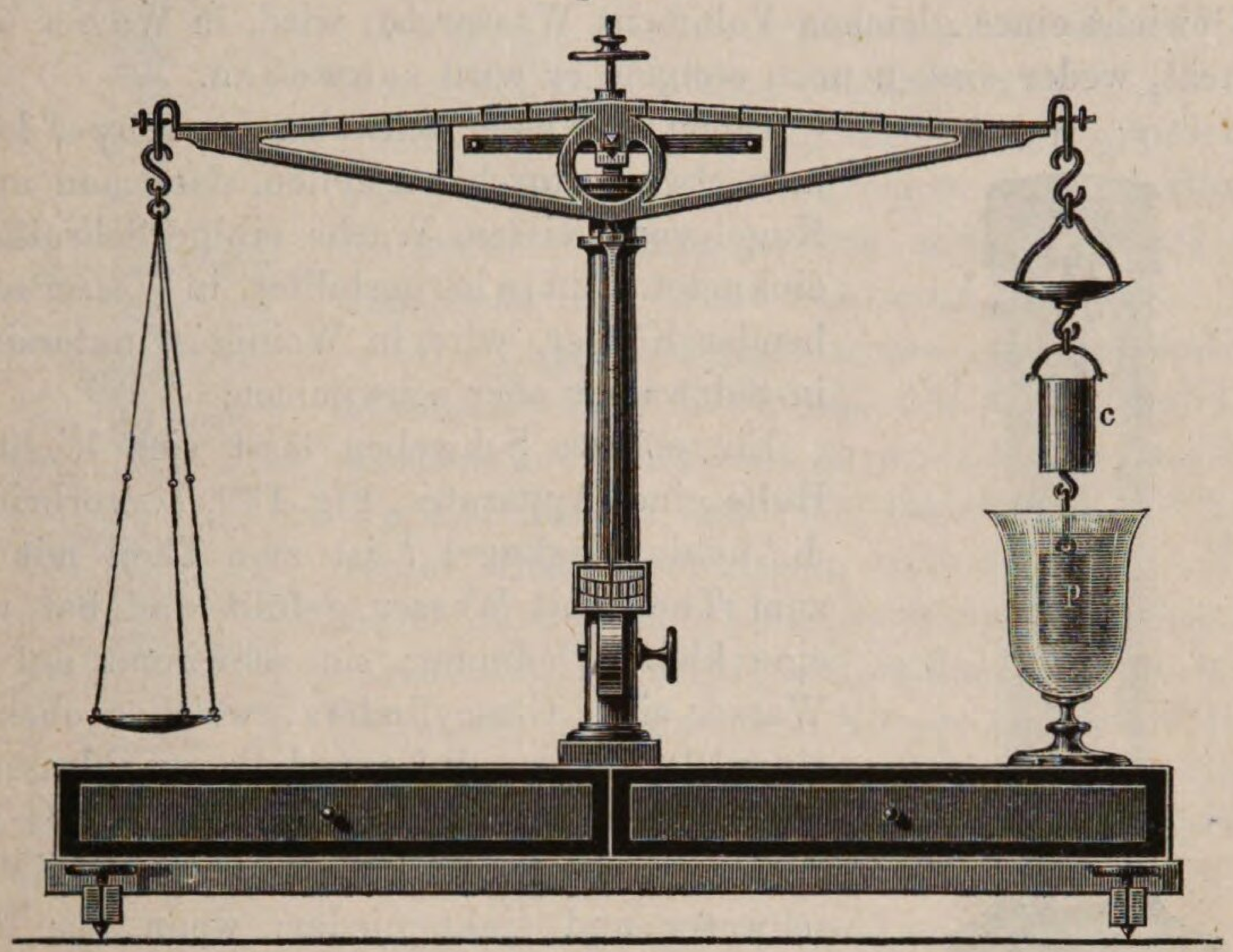


Ein ganz anderes Raisonnement führt uns zu demselben Resultate. Denken wir uns, der Raum, den der in Wasser eingetauchte Körper einnimmt, sei selbst mit Wasser gefüllt, so wird dieser Wasserkörper in der übrigen Wassermasse schweben, er wird nicht steigen und nicht sinken. Denken wir uns nun den Wasserkörper durch einen anderen ersetzt, der bei gleichem Volumen gleiches Gewicht mit dem Wasserkörper hat, so wird auch dieser schweben, sein ganzes Gewicht wird also durch das Wasser, in welchem er eingetaucht ist, getragen, und somit ist klar, dass allgemein von dem Gewichte eines jeden in Wasser getauchten Körpers ein Theil durch das Wasser getragen wird, welcher dem Gewichte des verdrängten Wassers gleich ist.

Von der Wahrheit des Archimedischen Princips kann man sich auch durch den Versuch überzeugen. An der einen Schale einer Wage, Fig. 157, ist ein hohler Cylinder c angehängt, an welchem wieder ein massiver Cylinder p hängt, der ganz genau in die Höhlung des oberen hineinpasst, wie man dies Fig. 158 sieht, in welcher der Cylinder p theilweise in c steckend in grösserem Maassstabe dargestellt ist. Auf die andere Wagschale legt man so viele Gewichte, dass das Gleichgewicht hergestellt ist. Taucht man nun aber den Cylinder p in Wasser, so verliert er dadurch einen Theil seines Gewichtes, das Gleichgewicht ist also gestört; um es

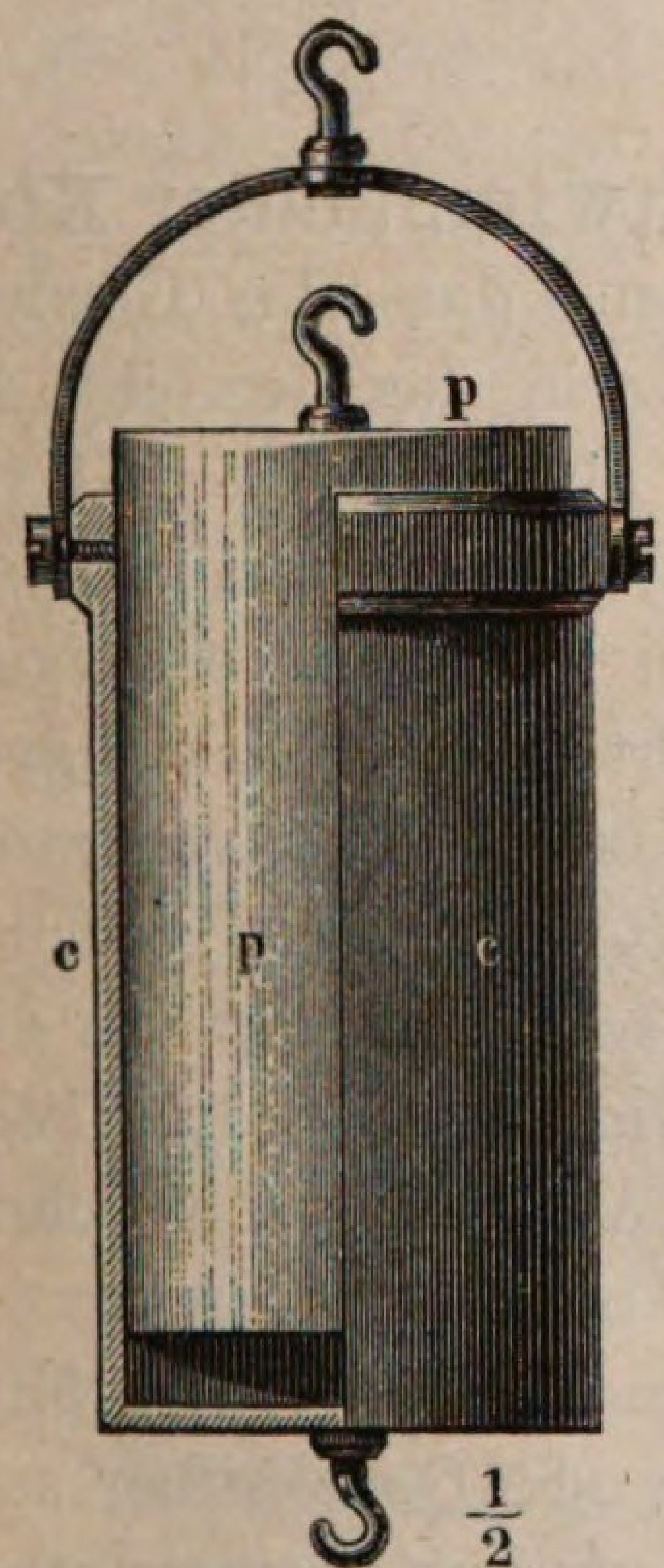
wieder herzustellen, braucht man nur den Cylinder *c* voll Wasser zu giessen, was offenbar zeigt, dass *p* durch das Eintauchen in Wasser gerade so viel an Gewicht verloren hat, als das Wasser wiegt, welches den Cy-

Fig. 157.



linder *c* ausfüllt. Das Volumen des in *c* befindlichen Wassers ist aber dem Volumen des Wassers gleich, welches der Cylinder *p* aus der Stelle treibt; mithin ist der Gewichtsverlust von *p* gleich dem Gewichte des aus der Stelle vertriebenen Wassers.

Fig. 158.



Bezeichnen wir mit G das Gewicht eines Körpers, mit W den Gewichtsverlust, welchen er durch Untertauchen unter Wasser erleidet, so ist die Kraft K, welche ihn im Wasser noch niedertreibt:

$$K = G - W.$$

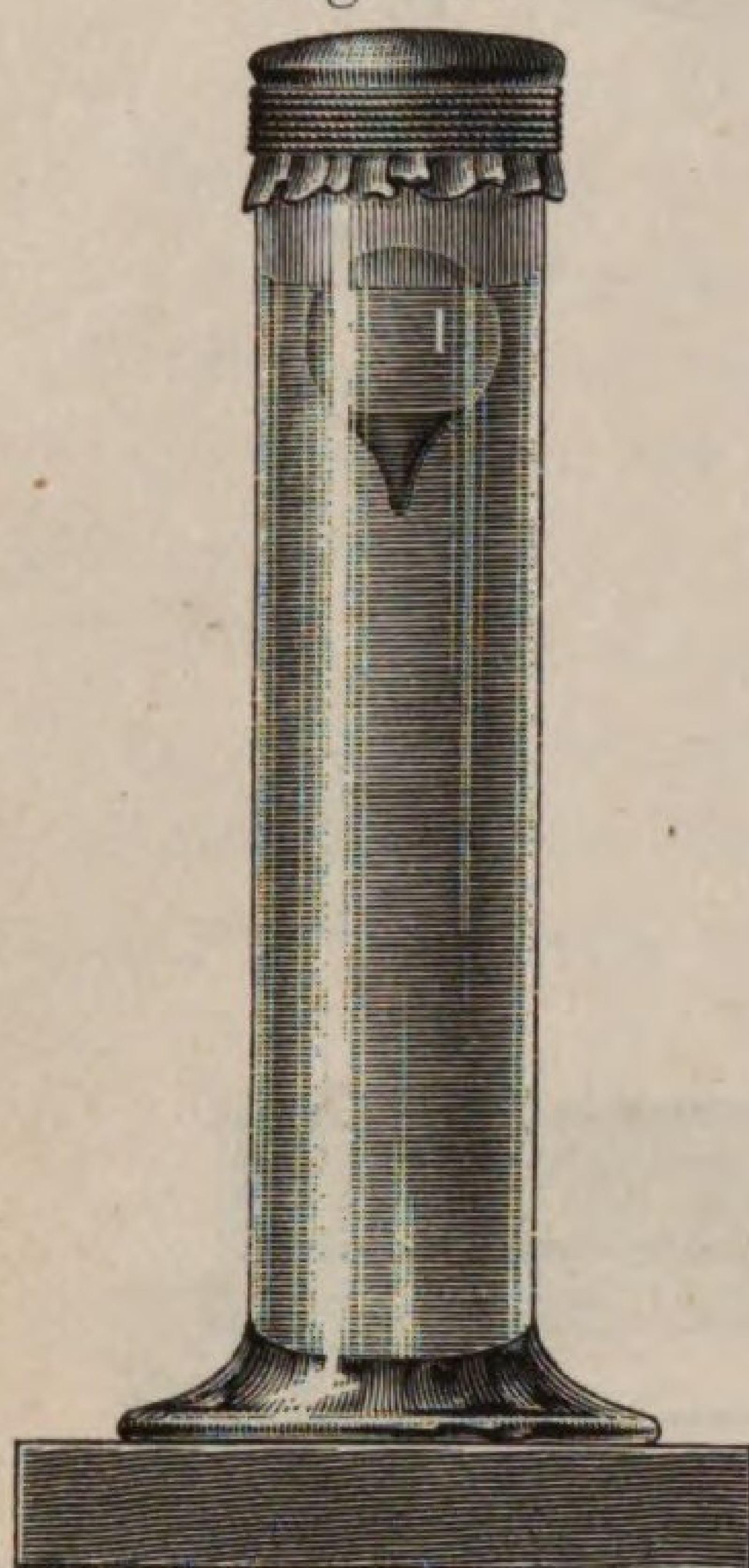
Ist $G > W$, d. h. ist der Körper schwerer als die verdrängte Wassermasse, so hat K einen positiven Werth, der Körper wird, sich selbst überlassen, untersinken.

Ist $G < W$, d. h. ist der Körper leichter als die durch ihn verdrängte Wassermasse, so wird K negativ, der Körper sinkt nicht mehr unter, sondern er steigt in Folge des überwiegenden Auftriebs in die Höhe, bis ein Theil desselben über die Oberfläche des Wassers hervorragt, bis er schwimmt.

Das Gewicht eines schwimmenden Körpers ist gleich dem Gewicht der durch den untergetauchten Theil verdrängten Flüssigkeit.

Wenn $G = W$, so ist $K = 0$; ein Körper, dessen Gewicht genau das Gewicht eines gleichen Volumens Wasser ist, wird, in Wasser untergetaucht, weder sinken noch steigen, er wird schweben.

Fig. 159.



Einen in Wasser schwebenden Körper könnte man etwa dadurch herstellen, dass man in eine Kugel von weissem Wachs einige Schrotkörner einknetet. Ein so hergestellter, in Wasser schwebender Körper, wird in Weingeist untersinken, in Salzwasser aber schwimmen.

Ein solches Schweben lässt sich leicht mit Hülfe eines Apparates, Fig. 159, hervorbringen; die hohle Glaskugel l ist zum Theil mit Luft, zum Theil mit Wasser gefüllt und hat unten eine kleine Oeffnung; sie schwimmt auf dem Wasser eines Glascylinders, welcher oben mit einer Blase oder mit Kautschuk verschlossen ist. Drückt man auf die Blase, so wird etwas mehr Wasser in die Kugel l hineingepresst, sie wird schwerer und sinkt nieder; wenn der Druck nachlässt, dehnt sich die Luft in der Kugel l wieder aus und treibt etwas Wasser aus, die Kugel wird leichter und steigt; es ist nun leicht, den Druck so zu reguliren, dass die Kugel gerade im Wasser schwebt, ohne zu sinken oder zu steigen (Cartesianische Taucher).

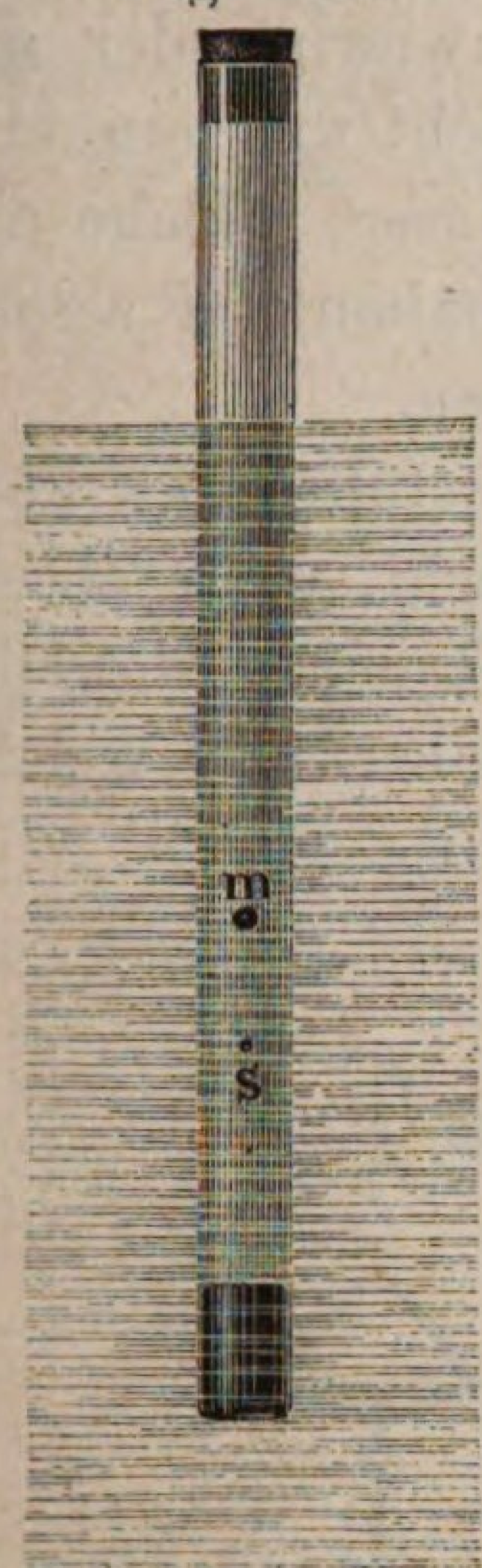
50 **Bedingungen des Gleichgewichts schwimmender Körper.** Wir haben im vorigen Paragraphen gesehen, dass das Gewicht eines schwimmenden Körpers gerade so gross ist wie das Gewicht der verdrängten Flüssigkeitsmasse; damit ein Körper aber mit Stabilität schwimmen könne, müssen noch weitere Bedingungen erfüllt sein.

Auf einen schwimmenden Körper wirken zwei Kräfte in entgegengesetzter Richtung: sein Gewicht, im Schwerpunkt des Körpers angreifend, zieht ihn nach unten; der Auftrieb, im Schwerpunkt der verdrängten Wassermasse, oder richtiger gesagt, in dem Punkte angreifend, welcher der Schwerpunkt des untergetauchten Körpertheils sein würde, wenn dieses untergetauchte Stück eine vollkommen gleichartige Masse wäre, treibt den Körper nach oben. Den Angriffspunkt des Auftriebs bezeichnet man auch mit dem Namen Mittelpunkt des Wasserdrucks.

Es schwimme z. B. in Wasser eine unten zugeschmolzene Glasröhre, Fig. 160, deren Schwerpunkt s durch Schrotkörner oder Quecksilber sehr tief liegt. Der Angriffspunkt des Auftriebs liegt in m, dem geometrischen Mittelpunkte des untergetauchten Theils.

Ein schwimmender Körper ist im Gleichgewichte, wenn sein Schwerpunkt und der Angriffspunkt des Auftriebs in einer und derselben Verticallinie liegen; und dieses Gleichgewicht ist jedenfalls ein stabiles, wenn s vertical unter m liegt.

Fig. 160.



Für ein stabiles Schwimmen ist es jedoch nicht unbedingt nöthig, dass der Schwerpunkt des Körpers tiefer liegt als der Angriffspunkt des Auftriebs, es genügt, dass der Schwerpunkt des schwimmenden Körpers tiefer liegt als ein anderer Punkt, welcher den Namen des Metacentrums führt.

Die Lage des Metacentrums ist in folgender Weise bestimmt: Denken wir uns den Schwerpunkt s eines Körpers und den Punkt m, welcher den Angriffspunkt des Auftriebs in dem Falle bildet, dass der Körper in seiner Gleichgewichtslage schwimmt, wie Fig. 161, durch eine gerade Linie verbunden, so können wir diese Linie ab als Mittellinie des Körpers bezeichnen. Wird der schwimmende Körper aus seiner Gleichgewichtslage herausgebracht, Fig. 162, so nimmt die Mittellinie ab eine schräge Stellung an, zugleich aber nimmt der Angriffspunkt des Auftriebs eine andere Stelle ein, er rückt in unserem Beispiel in den Punkt m, Fig. 162. Ein durch den neuen Angriffspunkt des Auftriebs gelegtes Perpendikel schneidet nun die Mittellinie ab in einem Punkte q, und dieser Punkt q ist das Metacentrum.

Das Metacentrum q, Fig. 162, bildet den Drehpunkt, um welchen das in s angreifende Gewicht des schwimmenden Körpers denselben zu drehen strebt; und jedenfalls wird er in seine Gleichgewichtslage zurückgedreht, wenn s tiefer als q liegt. Ein Körper schwimmt also stabil, so lange sein Schwerpunkt unter dem Metacentrum liegt; er schwimmt nicht stabil, er muss umschlagen, wenn sein Schwerpunkt über dem Metacentrum liegt.

Fig. 161.

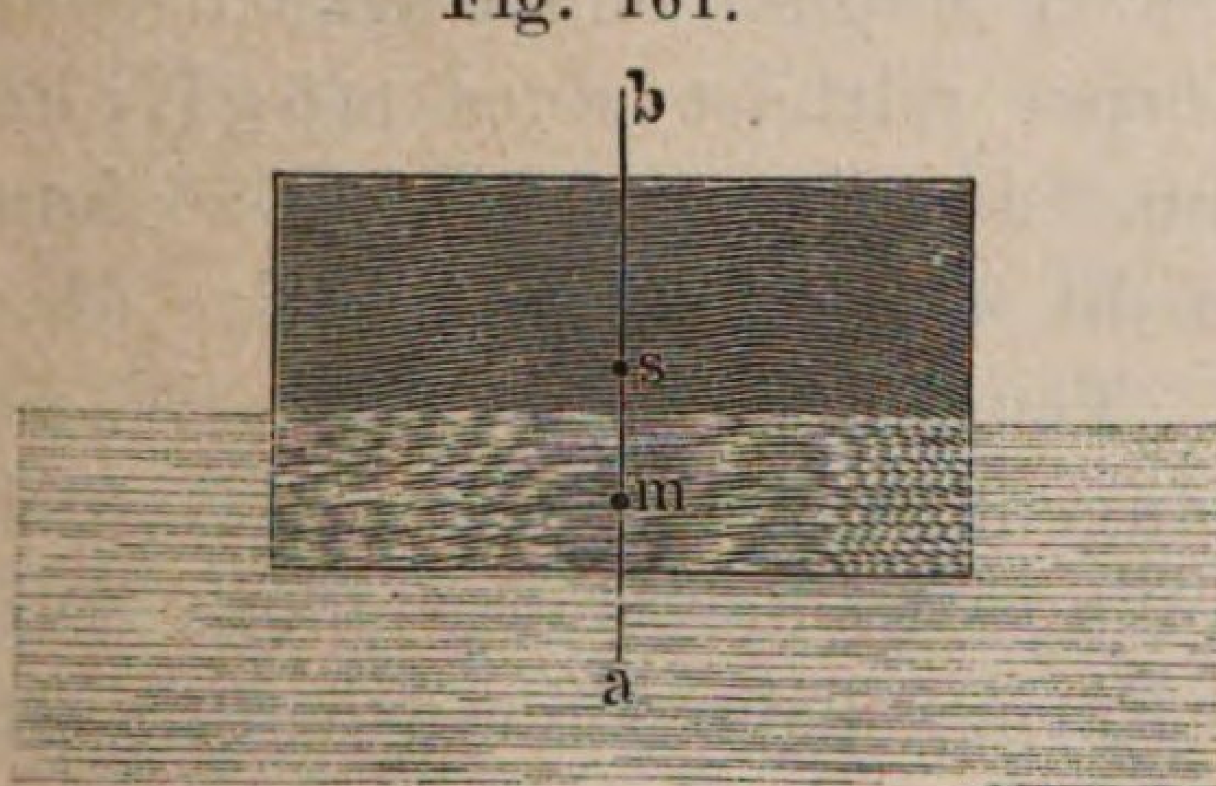
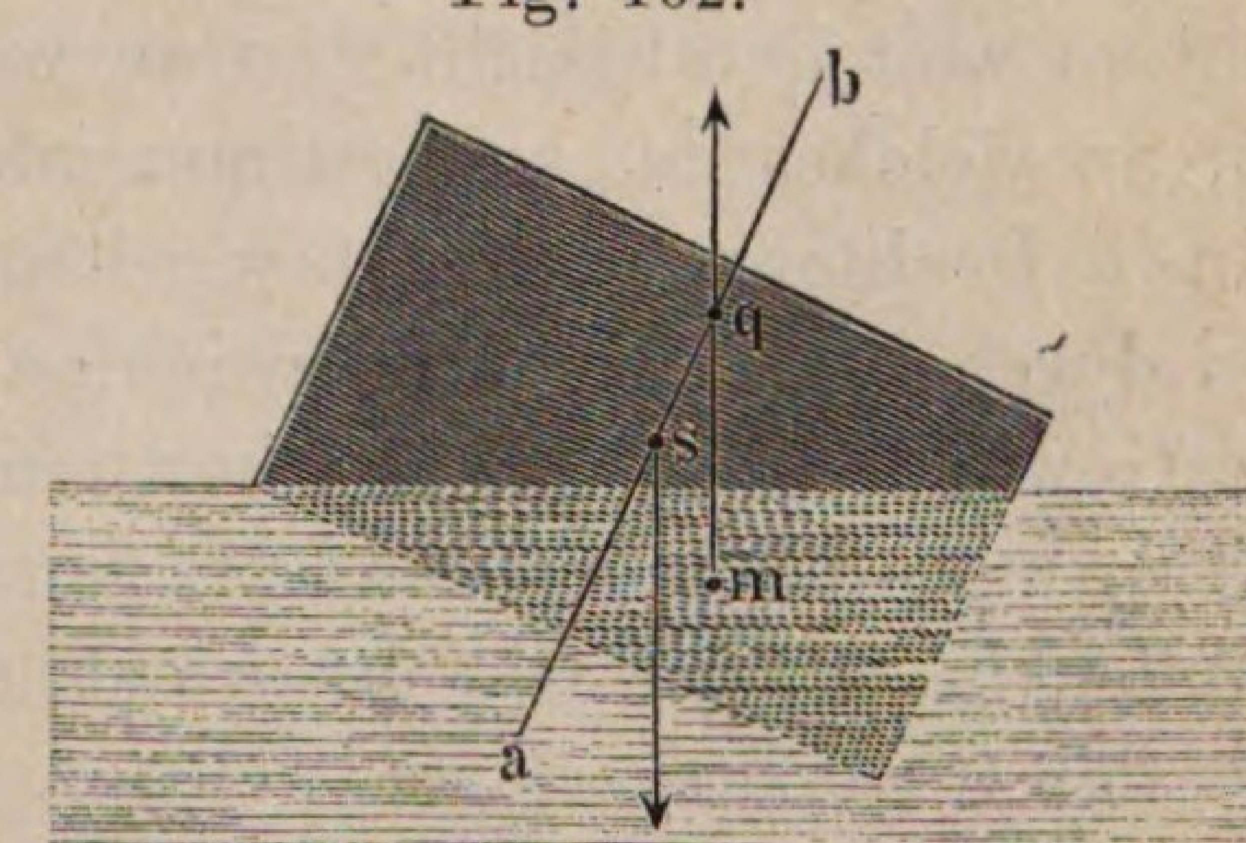


Fig. 162.

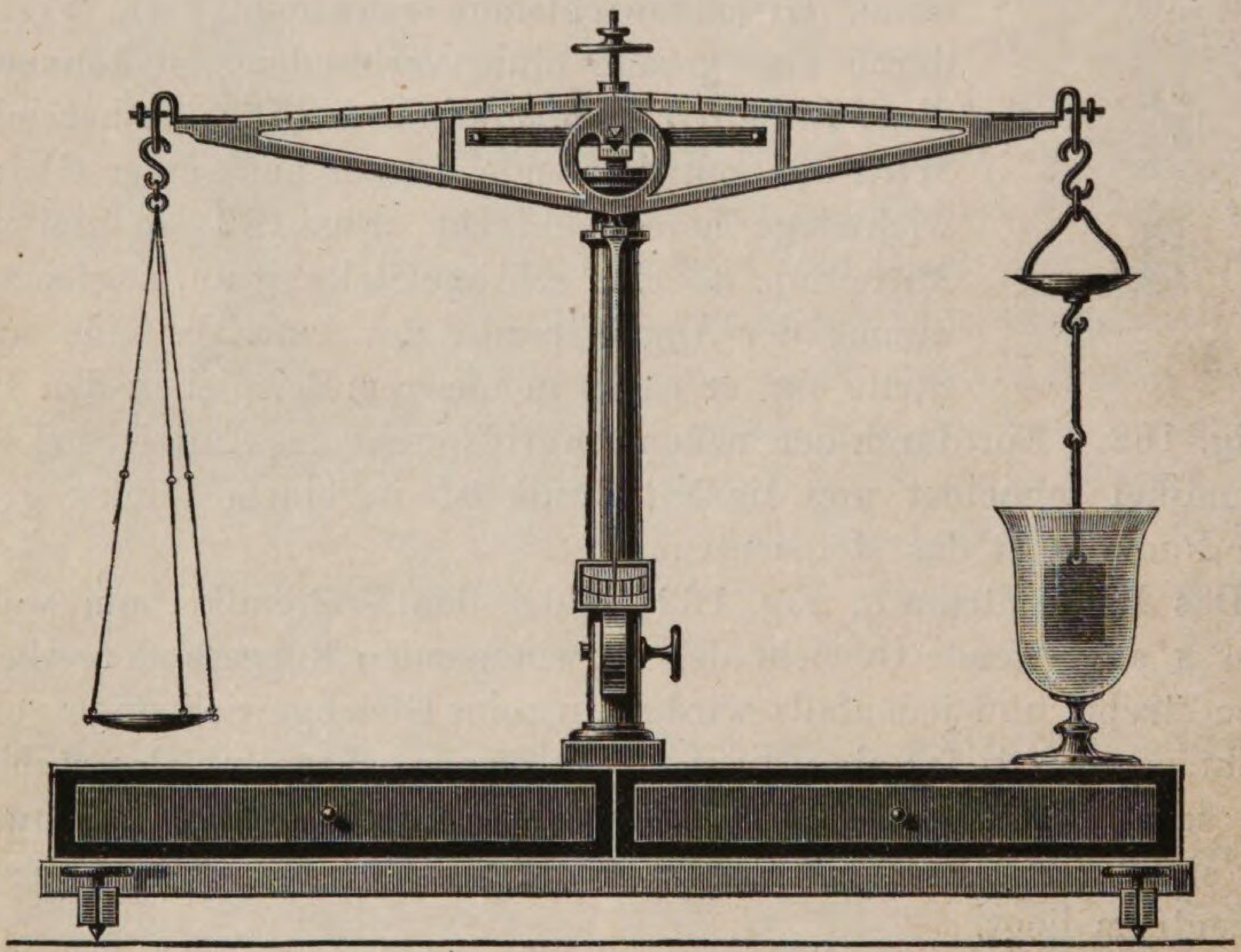


Anwendung des Archimedischen Princips zur Bestimmung des specifischen Gewichts fester und flüssiger Körper. 51
Das Archimedische Princip liefert uns treffliche Mittel, das speci-

fische Gewicht fester und flüssiger Körper zu bestimmen. Um das specifische Gewicht eines festen Körpers zu berechnen, muss man sein absolutes Gewicht und das Gewicht eines gleichen Volumens Wasser kennen. In den meisten Fällen aber lässt sich das Volumen eines Körpers durch Ausmessung seiner Dimensionen entweder nur höchst schwierig oder gar nicht ausmitteln. Nach dem Archimedischen Princip giebt uns ein einziger Versuch ohne Weiteres das Gewicht einer Wassermasse, welche mit dem zu bestimmenden Körper gleiches Volumen hat, wir haben nur seinen Gewichtsverlust beim Eintauchen in Wasser zu bestimmen.

Um diese Bestimmung mittelst einer Wage leicht ausführen zu können, wird an derselben eine kleine Veränderung angebracht, wodurch sie in eine sogenannte hydrostatische Wage umgewandelt wird, Fig. 163. Man hängt nämlich statt der einen Wagschale eine andere an, welche

Fig. 163.

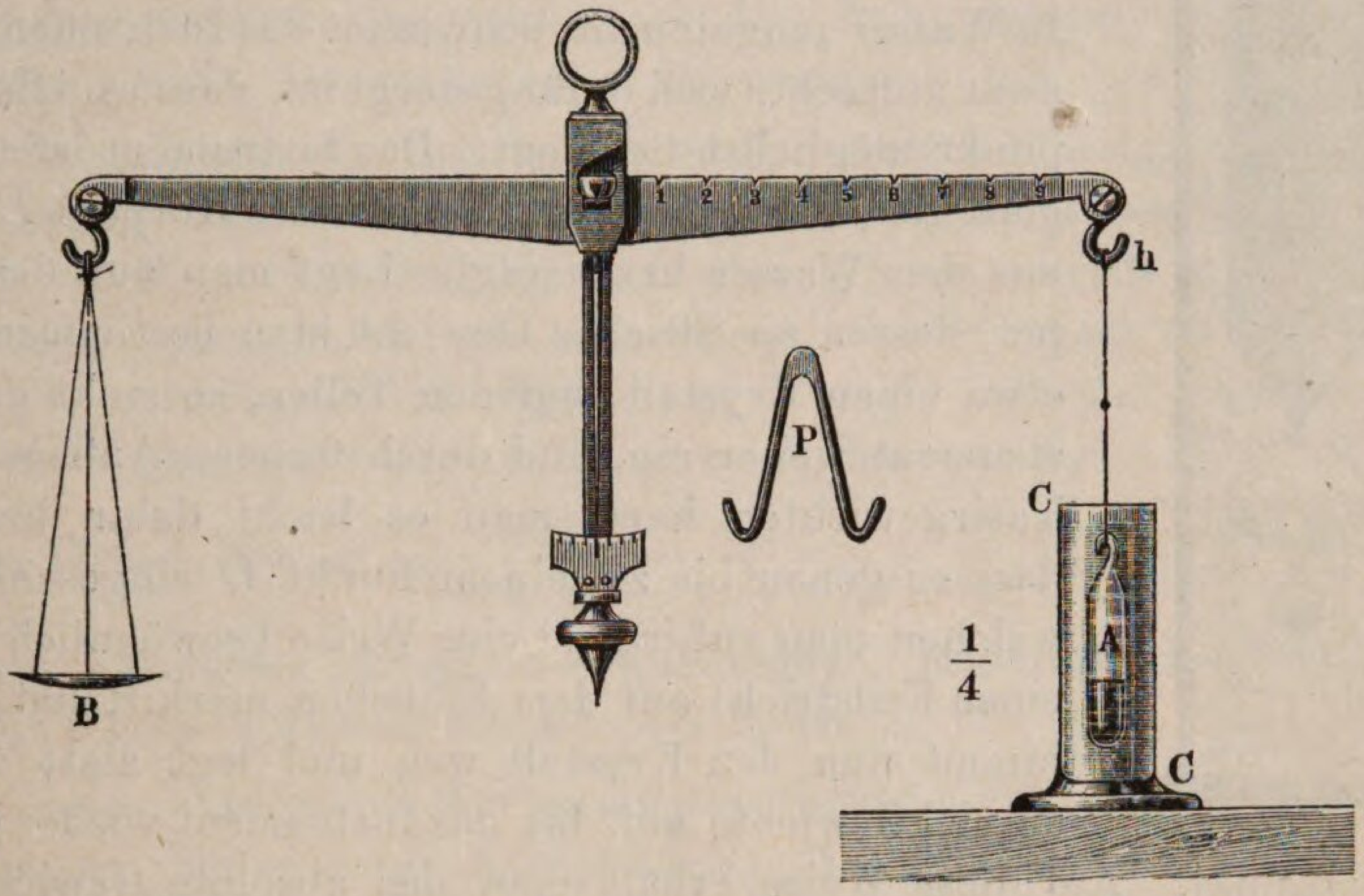


nicht so weit herabreicht und an welcher sich unten ein Häkchen befindet, an welches der zu bestimmende Körper mittelst eines möglichst feinen Drahtes angehängt werden kann. Ist dies geschehen, so kann man durch Auflegen von Gewichten auf die andere Wagschale das absolute Gewicht g des Körpers bestimmen. Taucht man ihn nun in Wasser ein, so muss man auf der kurz herabhängenden Wagschale ein Gewicht a auflegen, um das Gleichgewicht der Wage wieder herzustellen, a ist also der Gewichtsverlust, welchen der Körper beim Eintauchen in das Wasser erleidet, folglich $\frac{g}{a}$ sein specifisches Gewicht.

Der Gewichtsverlust, welchen ein und derselbe Körper in verschiedenen Flüssigkeiten erleidet, ist dem specifischen

Gewichte derselben proportional. Darauf gründet sich die Mohr'sche Wage, Fig. 164, mittelst deren sich das specifische Gewicht von Flüssigkeiten sehr schnell und genau bestimmen lässt. — An dem einen Arm der Wage hängt mittelst eines feinen Platindrahtes das Senkgläschen *A*, ein oben und unten geschlossenes, zum Theil mit Quecksilber gefülltes Glasröhrchen, welches durch die Wagschale *B* genau äquilibrirt ist. Der Arm der Wage, an welchem *A* hängt, ist nach der in §. 33 be-

Fig. 164.



sprochenen Weise in 10 gleiche Theile getheilt. Bei *P*, Fig. 164, ist die Form der zu dieser Wage gehörigen, aus Messingdraht verfertigten Gewichte dargestellt, nämlich zwei, die wir mit *P* bezeichnen wollen und deren jedes genau so viel wiegt, wie der Gewichtsverlust *v* des Senkgläschens *A* in Wasser beträgt, und zwei kleinere Häkchen *p* und *p'*, welche $^1/_{10}\,v$ und $^1/_{100}\,v$ wiegen.

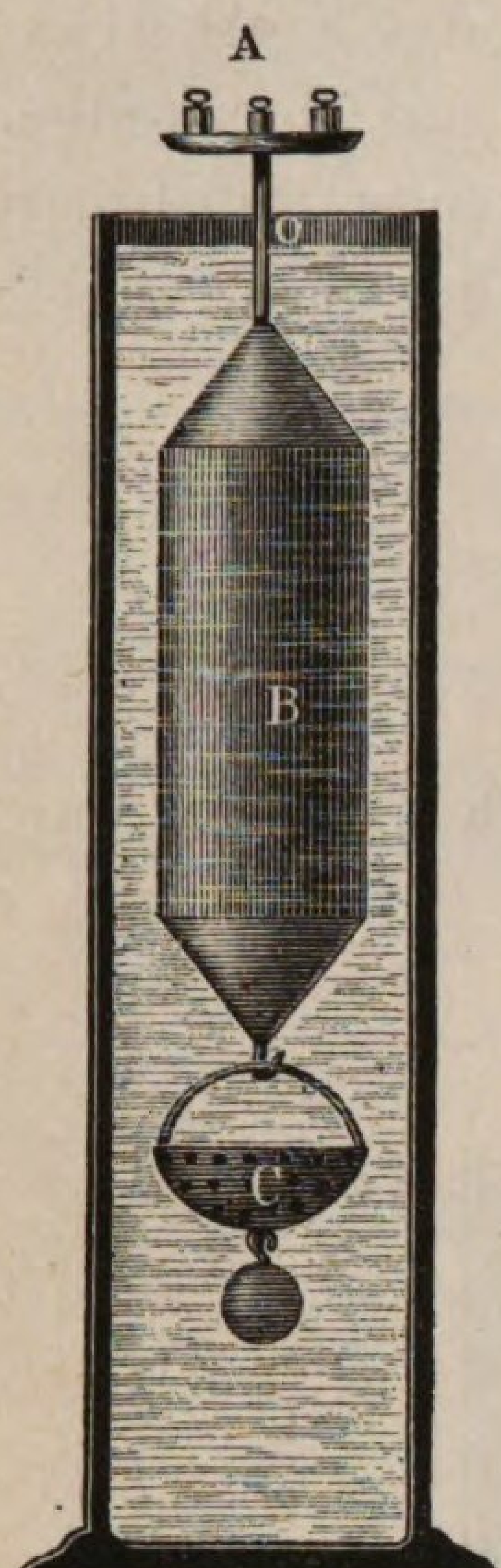
Soll nun das specifische Gewicht irgend einer Flüssigkeit ermittelt werden, so wird dieselbe in das Glasgefäss *C* eingegossen, in welches das Senkgläschen *A* herabhängt, und dann die Gewichtshaken so angehängt, dass der Wagbalken bei ganz untergetauchtem Senkgläschen vollkommen horizontal steht.

Bei einem derartigen Versuch mit Aether musste man z. B. den grossen Haken *P* bei 7, den Haken *p* bei 2 und den Haken *p'* bei 4 anhängen; das Gewicht des Aethers, welcher durch das Senkgläschen verdrängt wird, beträgt also $0{\cdot}7\,v + 0{\cdot}02\,v + 0{\cdot}004\,v$ oder $0{\cdot}724\,v$; das Ge- Gewicht eines gleichen Volumens Wasser ist *v*, also 0·724 das specifische Gewicht des Aethers.

Als englische Schwefelsäure in das Glas *C* eingegossen war, musste man zur Herstellung des Gleichgewichts anhängen: eines der Gewichte *P* bei *h*, eines bei 8, das Gewicht *p* bei 4, das Gewicht *p'* bei 7, das specifische Gewicht der Flüssigkeit war also gleich 1·847.

52 **Nicholson's Aräometer.** Zur Bestimmung des specifischen Gewichts fester Körper kann statt der Wage das Nicholson'sche Aräometer angewendet werden, welches in Fig. 165 abgebildet ist.

Fig. 165.



An einem hohlen Körper B von Messingblech ist unten ein Sieb C angehängt, oben aber ein feines Stäbchen angebracht, welches einen Teller trägt, auf den man kleinere Körper und Gewichte legen kann. In Wasser eingetaucht, schwimmt das Instrument, und zwar aufrecht, weil dafür gesorgt ist, dass sein Schwerpunkt möglichst tief liegt. Das Instrument ist so eingerichtet, dass der oberste Theil des Körpers B noch aus dem Wasser herausragt. Legt man nun den Körper, dessen specifisches Gewicht man bestimmen will, etwa einen Krystall, auf den Teller, so sinkt das Instrument weiter ein, und durch ferneres Auflegen von Tarirgewichten kann man es leicht dahin bringen, dass es genau bis zu einem Punkt O eingesenkt ist, welchen man auf irgend eine Weise (gewöhnlich durch einen Feilstrich) auf dem Stäbchen markirt hat. Man nimmt nun den Krystall weg und legt statt dessen so viel Gewichte auf, bis das Instrument wieder genau bis O einsinkt. Auf diese Weise erhält man das absolute Gewicht des Körpers. Es betrage n Milligramme.

Nun werden die n Milligramme wieder weggenommen und der Krystall in das Sieb gelegt. Das Instrument würde nun wieder bis O einsinken, wenn der in das Sieb C gelegte Körper nicht durch das Eintauchen in Wasser an Gewicht verlöre. Man wird also auf den Teller noch Gewichte, m Milligramme, auflegen müssen, damit das Instrument wieder bis zur Marke eingetaucht ist. Man hat auf diese Weise das absolute Gewicht des Körpers n und das Gewicht eines gleichen Volumens Wasser m ermittelt; das gesuchte specifische Gewicht ist also $\frac{n}{m}$.

Zur Bestimmung des specifischen Gewichtes kleiner Mineralien kann das Nicholson'sche Aräometer mit dem besten Erfolge durch die auf Seite 88 beschriebene Jolly'sche Federwage ersetzt werden. Man hat an derselben nur drei Ablesungen vorzunehmen. Die erste bei unbelasteter Wage, die zweite nach Auflegung des Körpers in der oberen und die dritte nach Auflegung desselben auf die untere unter Wasser befindliche Wagschale. Bezeichnen wir den zuerst abgelesenen Theilstrich mit a, den zweiten mit b, den zuletzt abgelesenen mit c, so ist $a - b$ dem absoluten Gewicht des Minerals, $b - c$ aber dem Gewichtsverlust desselben in Wasser proportional, das gesuchte specifische Gewicht ist also $\frac{a - b}{b - c}$.

Auch das specifische Gewicht von Flüssigkeiten kann man mit dem Nicholson'schen Aräometer bestimmen. Da das Instrument stets so weit einsinkt, dass das Gewicht desselben sammt den Gewichten auf dem Teller dem Gewichte der verdrängten Flüssigkeitsmasse gleich ist, so kann man mit Hülfe dieses Instrumentes ausmitteln, wie viel ein bestimmtes Volumen der Flüssigkeit wiegt. Dazu ist aber nöthig, dass man das Gewicht des Instrumentes selbst kennt; wir wollen es mit n bezeichnen. Wenn es, in Wasser eingetaucht, bis O einsinken soll, so muss noch Gewicht zugelegt werden. Bezeichnen wir dies Zulaggewicht mit a, so ist $n + a$ das Gewicht der verdrängten Wassermasse.

Taucht man nun das Instrument in eine andere Flüssigkeit, so wird man irgend ein anderes Gewicht b anstatt a auflegen müssen, um ein Einsinken bis O zu bewerkstelligen; b wird grösser sein als a, wenn die Flüssigkeit schwerer, kleiner als a, wenn sie leichter ist als Wasser. Das Gewicht der verdrängten Flüssigkeit ist $n + b$, während $n + a$ das Gewicht eines gleichen Volumens Wasser ist, das specifische Gewicht der fraglichen Flüssigkeit ist also $\frac{n + b}{n + a}$.

Dieses Aräometer ist um so empfindlicher, je dünner das Stäbchen im Vergleich zum Volumen des Körpers B ist.

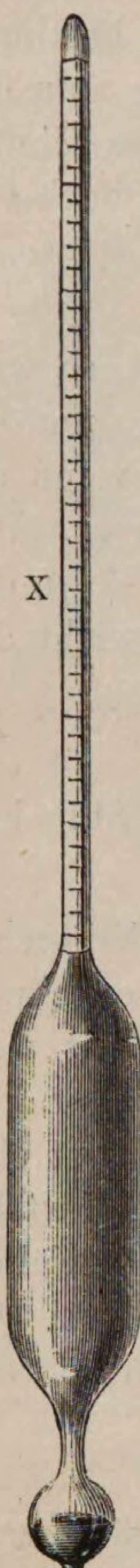
Mit diesem Aräometer das specifische Gewicht von Flüssigkeiten zu bestimmen, ist immer etwas umständlich. Man könnte eben so schnell mit Hülfe der Wage nach dem oben angegebenen Verfahren mit weit grösserer Genauigkeit zum Ziele kommen. In vielen Fällen des praktischen Lebens aber kommt es darauf an, schnell durch ein möglichst einfaches Verfahren das specifische Gewicht einer Flüssigkeit auszumitteln, um daraus auf die Qualität derselben zu schliessen. In solchen Fällen reicht es aber vollkommen hin, das specifische Gewicht bis auf zwei Decimalstellen genau zu finden; man erreicht dies am schnellsten durch die Scalenaräometer, die wir sogleich näher betrachten wollen.

Scalenaräometer. Mit Hülfe des Nicholson'schen Aräometers 53
kann man das specifische Gewicht einer Flüssigkeit aus der Vergleichung des absoluten Gewichts gleicher Volumina ableiten. Der Gebrauch der Scalenaräometer aber gründet sich darauf, dass bei gleichem Gewichte zweier Flüssigkeitsmassen ihre Volumina sich umgekehrt verhalten wie die specifischen Gewichte.

Es stellt Fig. 166 (a. f. S.) ein Scalenaräometer dar. In der Regel bestehen sie aus einer cylindrischen Glasröhre, welche unten erweitert ist, wie man in der Abbildung sieht. In der unteren Kugel befindet sich etwas Quecksilber, wodurch nur bezweckt wird, dass das Instrument aufrecht schwimmt. Denken wir uns das Instrument in Wasser schwimmend, so ist das Gewicht des verdrängten Wassers dem Gewichte des Instruments gleich. Senken wir es nun in eine andere Flüssigkeit, so wird es

tiefer oder weniger tief einsinken, je nachdem die Flüssigkeit leichter oder schwerer ist als Wasser.

Fig. 166.



X

Man begreift nun wohl, dass, wenn die Röhre zweckmässig getheilt ist, man aus einer einzigen Ablesung das specifische Gewicht einer Flüssigkeit ermitteln kann. Unter allen Scalen, welche man auf Aräometern angebracht hat, ist unstreitig die von Gay-Lussac angegebene die einfachste und zweckmässigste; wir wollen deshalb diese zuerst betrachten.

Denken wir uns an einem Aräometer denjenigen Punkt x der Röhre bezeichnet, bis zu welchem das Instrument in Wasser einsinkt, alsdann auf der Röhre, von diesem Punkt ausgehend, eine Reihe von Theilstrichen so angebracht, dass das Volumen eines Röhrenstücks, welches zwischen je zwei solcher Theilstriche fällt, $^1/_{100}$ von dem in Wasser einsinkenden Volumen ist. Nehmen wir z. B. an, das Volumen desjenigen Theils des Aräometers, welcher im Wasser untergetaucht ist, betrüge gerade 10 Cubikcentimeter, so müsste das Volumen des Röhrenstücks, welches zwischen je zwei Theilstriche fällt, 0·1 Cubikcentimeter betragen.

Der Wasserpunkt x wird mit 100 bezeichnet und die Theilung von unten nach oben gezählt. Die auf diese Weise getheilten Aräometer werden mit dem besonderen Namen Volumeter bezeichnet.

Gesetzt, das Aräometer sänke in irgend einer Flüssigkeit bis zum Theilstrich 80 der Volumeterscala ein, so weiss man dadurch, dass 80 Volumtheile dieser Flüssigkeit so viel wiegen wie 100 Volumtheile Wasser; das specifische Gewicht dieser Flüssigkeit ist also $\frac{100}{80}$ oder 1·25.

Wäre das Volumeter in einer anderen Flüssigkeit bis zum Theilstrich 116 der Volumeterscala eingesunken, so finden wir nach derselben Schlussweise, dass das specifische Gewicht dieser Flüssigkeit $\frac{100}{116} = 0{\cdot}862$ ist. Kurz, wenn das Volumeter in einer Flüssigkeit bis zu einem bestimmten Punkte y der Scala einsinkt, so findet man das specifische Gewicht s der Flüssigkeit, wenn man die Zahl des beobachteten Scalenpunktes in 100 dividirt, d. h. es ist $s = \frac{100}{y}$.

Die Genauigkeit eines solchen Instrumentes ist um so grösser, je grösser die Entfernung eines Theilstriches von dem anderen, je dünner also die Röhre im Vergleich zu dem Volumen des ganzen Instruments ist.

Damit jedoch die Röhre nicht gar zu lang wird, macht man kein Volumeter, welches für alle Flüssigkeiten anwendbar ist, sondern solche, welche entweder nur für leichtere oder nur für schwerere Flüssigkeiten gebraucht werden können. Bei den ersteren befindet sich der mit 100 bezeichnete Wasserpunkt nahe am unteren, bei den letzteren aber nahe am oberen Ende der Röhre.

Bevor man die Theilung aufträgt, hat man erst durch Vermehrung oder Verminderung der Quecksilbermasse in der Kugel das Instrument so zu reguliren, dass es in Wasser bis zu einem entweder nahe am unteren oder oberen Ende der Röhre gelegenen Punkt einsinkt. Ist dies geschehen, so hat man einen zweiten Punkt der Scala zu bestimmen, und dies geschieht auf folgende Art:

Das Instrument sei für schwere Flüssigkeiten bestimmt, also der Wasserpunkt am oberen Ende der Röhre. Man verschafft sich eine Flüssigkeit, deren specifisches Gewicht genau 1·25 ist; eine solche Flüssigkeit lässt sich leicht durch Mischen von Wasser und Schwefelsäure erhalten und ihr specifisches Gewicht mit Hülfe der Wage prüfen. In diese Flüssigkeit taucht man nun das Instrument und merkt sich den Punkt, bis zu welchem es einsinkt. Das specifische Gewicht 1·25 entspricht aber dem Theilstrich 80 der Volumeterscala; dieser zuletzt markirte Punkt ist also mit 80 zu bezeichnen, der Zwischenraum zwischen ihm und dem Wasserpunkt in 20 gleiche Theile zu theilen und diese Theilung auch noch unterhalb des Punktes 80 fortzusetzen.

Ist das Volumeter für leichtere Flüssigkeiten bestimmt, also der Punkt 100 am unteren Ende der Röhre, so findet man einen zweiten Punkt der Scala, indem man das Instrument in eine Mischung von Wasser und Weingeist taucht, deren specifisches Gewicht genau 0·8 ist. Das specifische Gewicht 0·8 entspricht dem Theilstrich 125, man hat also den Raum zwischen diesem Theilstrich und dem Wasserpunkt in 25 gleiche Theile zu theilen.

In der Regel ist die Theilung auf einem Papierstreifen gemacht und in dem Inneren der Röhre befestigt.

Eine zweite rationelle Theilungsart der Aräometerscala, welche ebenfalls von Gay-Lussac angegeben, früher aber schon von Brisson und G. G. Schmidt ausgeführt wurde, ist diejenige, welche unmittelbar die specifischen Gewichte angiebt. Aräometer, welche mit einer solchen Scala versehen sind, werden Densimeter genannt.

Die folgende Tabelle giebt an, welche Volumetergrade den daneben stehenden specifischen Gewichten entsprechen.

Specif. Gewicht.	Entsprechende Volumetergrade.	Specif. Gewicht.	Entsprechende Volumetergrade.
2·0	50·00	1·1	90·90
1·9	52·63	**1·0**	**100**
1·8	55·55	0·95	105·26
1·7	58·82	0·90	111·11
1·6	62·50	0·85	117·64
1·5	66·66	0·80	125·00
1·4	71·43	0·75	133·33
1·3	76·92	0·70	142·85
1·2	83·33		

Fig. 167 stellt die Volumeterscale für schwere Flüssigkeiten, also von den Theilstrichen 50 bis 100, die Fig. 168 stellt eine solche für leichtere Flüssigkeiten, also von 100 bis 150 dar. In Fig. 167 findet man aber neben der Volumeterscala noch die Punkte markirt, welche den specifischen Gewichten 2·0 — 1·9 — 1·8 u. s. w. bis 1, und in Fig. 168 diejenigen, welche den specifischen Gewichten 1 — 0·9 — 0·8 und 0·7 entsprechen. In der letzteren Figur findet man ausserdem noch die Punkte für die specifischen Gewichte 0·95 — 0·85 und 0·75 markirt.

Fig. 167.

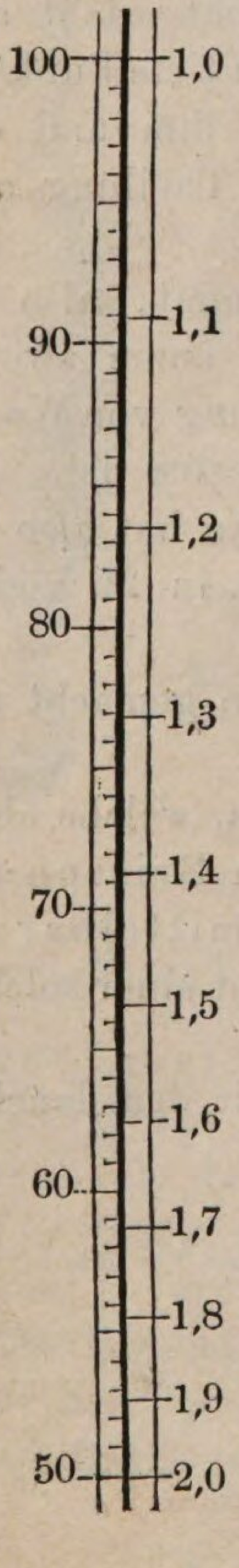
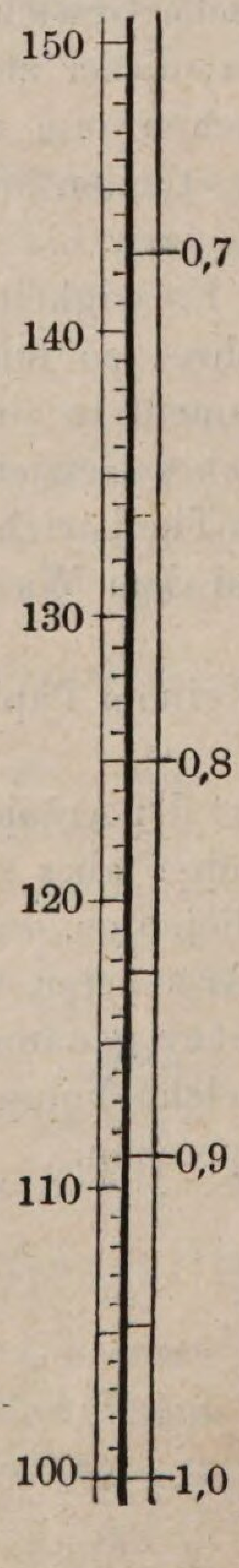


Fig. 168.



Theilt man den Abstand je zweier auf einander folgender Theilstriche auf der rechten Seite der Fig. 167 in 10 gleiche Theile, den Abstand je zweier auf einander folgender Theilstriche auf der rechten Seite der Fig. 168 aber in fünf gleiche Theile, so erhält man eine Densimeterscala, für welche der Abstand je zweier auf einander folgender Theilstriche einer Differenz von $^1/_{100}$ im specifischen Gewicht entspricht, man kann also mit so getheilten Aräometern das spe-

cifische Gewicht unmittelbar bis auf die zweite Decimalstelle ablesen. Die obige Tabelle sowohl, wie die beiden Figuren 167 und 168 zeigen, dass für gleiche Differenzen des specifischen Gewichts die Theilstriche am unteren Ende der Scala näher aneinanderrücken als am oberen.

Aräometer für besondere Flüssigkeiten. Im praktischen 54
Leben ist es nicht direct der Zweck, das specifische Gewicht einer Flüssigkeit zu erfahren, sondern man will den Concentrationsgrad einer Salzlösung, die Mischungsverhältnisse einer Flüssigkeit kennen lernen. Diese stehen nun freilich mit dem specifischen Gewicht in genauer Beziehung, so dass, wenn man mit Hülfe des Aräometers das specifische Gewicht einer Flüssigkeit ausgemittelt hat, man daraus auch auf die Natur der Flüssigkeit schliessen kann. Man hat jedoch für solche Flüssigkeiten, welche in der Praxis häufig vorkommen, besondere Aräometer construirt, welche unmittelbar die Mischungsverhältnisse angeben; wir wollen hier nur eines der wichtigsten, nämlich das Alkoholometer, näher betrachten.

Das Alkoholometer dient zur Bestimmung des Alkoholgehaltes einer Mischung von Wasser und Weingeist.

Fig. 169.



Das specifische Gewicht des Alkohols ist 0·794, wenn man das des Wassers als Einheit annimmt; eine Mischung von Wasser und absolutem Alkohol wird also ein specifisches Gewicht haben, welches zwischen 1 und 0·794 fällt und sich mehr der einen oder der anderen Gränze nähert, je nachdem die Mischung mehr Wasser oder mehr Alkohol enthält. Das specifische Gewicht der Mischung weicht jedoch von dem arithmetischen Mittel ab, welches man aus den Mischungsverhältnissen berechnet.

Der Grund dieser Abweichung liegt darin, dass, wenn man Wasser und Weingeist mischt, eine Contraction stattfindet, die wir erst durch einen Versuch anschaulich machen wollen.

Man giesse eine Glasröhre, Fig. 169, welche ungefähr eine Länge von 30 Zoll hat, halb voll Wasser und fülle die andere Hälfte mit Weingeist (für Vorlesungen ist gefärbter Weingeist zu empfehlen), so werden sich die Flüssigkeiten nicht mischen; der Weingeist schwimmt auf dem Wasser. Nachdem das offene Ende durch einen Korkstöpsel fest verschlossen worden ist, so dass durchaus keine Flüssigkeit entweichen kann, kehrt man die Röhre um, und nun wird durch das Sinken des Wassers alsbald eine Mischung der Flüssigkeiten vor sich gehen. Hat die Mischung vollständig stattgefunden, so sieht man, dass die vorher ganz volle Röhre nicht mehr ganz angefüllt ist, es hat sich ein leerer Raum gebildet, der in der Röhre eine Länge von ungefähr $^1/_2$ Zoll einnimmt.

100	Maassthle.	Wasser	+	0	Maassthle.	Alkohol	geben	100	Maassthle.	
90	„	„		10	„	„	„	99·4	„	
80	„	„		20	„	„	„	98·2	„	
70	„	„		30	„	„	„	97·2	„	
60	„	„		40	„	„	„	96·6	„	
50	„	„		50	„	„	„	96·3	„	
40	„	„		60	„	„	„	96·5	„	
30	„	„		70	„	„	„	96·9	„	
20	„	„		80	„	„	„	97·4	„	
10	„	„		90	„	„	„	98·3	„	
0	„	„		100	„	„	„	100	„	

Aus diesen Angaben folgt, dass das specifische Gewicht einer Mischung von Wasser und Weingeist stets grösser sein muss als das berechnete arithmetische Mittel.

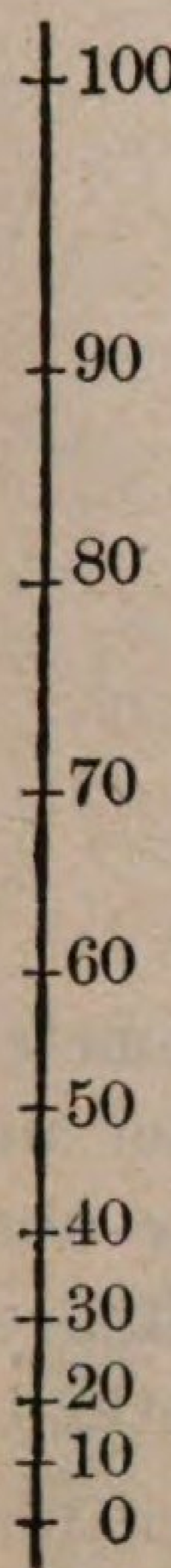
Aus der folgenden Tabelle ersieht man, wieviel Maasstheile Wasser man zu den in der ersten Columne angegebenen Maasstheilen Alkohol schütten muss, um 100 Maasstheile Mischung zu erhalten. Das specifische Gewicht der so erhaltenen Mischungen ist in der letzten Columne angegeben.

Maasstheile Alkohol.	Maasstheile Wasser.	Specif. Gew. der Mischung.
100	0·00	0·794
90	11·94	0·834
80	22·87	0·864
70	33·14	0·891
60	43·73	0·914
50	53·745	0·935
40	63·44	0·952
30	72·72	0·966
20	81·72	0·976
10	90·72	0·987
0	100	1·000

Wenn man nun an einer Aräometerröhre diejenigen Punkte markirt, welche den specifischen Gewichten 0·794, 0·834 . . . 0·976, 0·987 und 1 entsprechen, und sie mit den Zahlen 100, 90, 80 . . . 20, 10, 0 bezeichnet, wenn man ferner, was ohne merklichen Fehler geschehen kann, den Raum zwischen je zweien dieser Punkte in 10 gleiche Theile theilt, so erhält man ein Procent-Aräometer für Weingeist, d. h. ein Aräometer, an welchem man unmittelbar ablesen kann, wieviel Volumprocente Al-

kohol in einer Mischung von Wasser und Weingeist sich befinden. Solche Alkoholometer wurden in Frankreich nach Gay-Lussac's, in Deutschland nach Tralles' Angaben ausgeführt und es ist gesetzlich bestimmt, dass der Alkoholgehalt des der Besteuerung unterworfenen Branntweins, Weingeistes u. s. w. mit Hülfe dieses Instrumentes ermittelt werden soll. Beistehende Scala, Fig. 170, zeigt die Hauptabtheilungen eines solchen Alkoholometers in ihrem richtigen Verhältniss. Man sieht, wie sich erwarten liess, dass die Abtheilungen ungleiche Grösse haben. Die Scala des Alkoholometers von Tralles bezieht sich auf eine Temperatur von 15° C. Da sich nun das specifische Gewicht des Weingeistes mit der Temperatur bedeutend ändert, so bedürfen die Angaben des Alkoholometers einer Correction, wenn der zu untersuchende Weingeist eine andere Temperatur hat. (Ausführliches über Alkoholometrie im Handwörterbuch der Chemie von Liebig und Poggendorff.)

Fig. 170.



Das Volumeter oder Densimeter kann das Alkoholometer recht gut ersetzen, wenn man nur eine Tabelle zur Hand hat, in welcher der Alkoholgehalt angegeben ist, welcher den verschiedenen specifischen Gewichten entspricht.

Begreiflicher Weise kann man das Alkoholometer einzig und allein zu dem angegebenen Zwecke verwenden, für jede andere Flüssigkeit ist es völlig unbrauchbar. Auf ähnliche Weise, wie das Alkoholometer, hat man auch Aräometer construirt, welche den Gehalt einer Säure, einer Salzlösung u. s. w. angeben sollen. Weil jedoch ein solches Instrument nur für eine einzige specielle Flüssigkeit brauchbar ist, so wendet man besser ein für allemal das Volumeter oder ein Densimeter an und sucht den Gehalt, welcher dem beobachteten specifischen Gewichte entspricht, in Tabellen, welche eigens zu diesem Zwecke berechnet worden sind.

So giebt z. B. die folgende Tabelle an, welches das specifische Gewicht einer Mischung ist, welche die in der ersten Columne angegebene Anzahl von Volumprocenten Schwefelsäurehydrat ($SO_3 + HO$) in 100 Theilen der Mischung enthält.

Procent von $SO_3 + HO$.	Specif. Gew.	Gehalt an wasserfreier Säure.
100	1·843	81·63 Proc.
90	1·822	73·47 „
80	1·734	65·30 „
70	1·615	57·14 „
60	1·501	48·98 „
50	1·398	40·81 „
40	1·306	32·65 „
30	1·223	25·49 „
20	1·144	16·32 „
10	1·068	8·16 „
0	1·000	0·00 „

Hat man nun z. B. mit Hülfe des Volumeters oder des Densimeters gefunden, dass das specifische Gewicht eines Gemisches von Wasser und Schwefelsäure 1·223 ist, so ersehen wir aus obiger Tabelle (welche übrigens nur für eine Temperatur von 15° C. genau richtig ist), dass es 30 Proc. Schwefelsäurehydrat und 25·49 Proc. wasserfreie Schwefelsäure enthält.

In die Classe der Procentaräometer gehört auch die sogenannte Mostwage, welche dazu dient, den Zuckergehalt des Traubenmostes zu ermitteln. Das specifische Gewicht des Mostes nimmt mit seinem Gehalt an (Trauben-)Zucker zu. Der Punkt der Scala, bis zu welchem das Instrument in einer Lösung einsinkt, welche 20 Procent Traubenzucker (d. h. 20 Gramm Zucker in 100 Gramm Most) enthält, ist mit 100, der Punkt, welcher einer Lösung von 12 Proc. Zucker entspricht, ist mit 60 bezeichnet. Der Zwischenraum zwischen diesen beiden Punkten, von welchen der eine nahe am oberen, der andere nahe am unteren Ende der Scala liegt, ist in 40 Grade getheilt. Je 5 Grad der Mostwage entsprechen also einem Zuckergehalt von 1 Procent. Ein Most, in welchem das Instrument bis zu 80 Grad einsinkt, enthält also $\frac{80}{5} = 16$ Proc. Traubenzucker.

Die von Oechsle in Pforzheim construirten Mostwagen sind von Silberblech verfertigt und haben die Fig. 171 abgebildete Gestalt. Die Scala ist an einem hohlen quadratischen Silberstäbchen angebracht.

55 **Aräometer mit willkürlicher Scala.** Es bleiben jetzt nur noch die älteren Aräometerscalen zu erwähnen, welche jedoch durchaus keinen wissenschaftlichen Werth haben.

Baumé bestimmte an den für leichtere Flüssigkeiten bestimmten Aräometern ausser dem Wasserpunkte noch einen zweiten fixen Punkt dadurch, dass er das Instrument in eine Lösung von 1 Gewichtstheil Kochsalz in 9 Gewichtstheilen Wasser tauchte. Den Raum zwischen diesen beiden Punkten theilte er in 10 gleiche Theile, die er Grade nannte; die Theilung ist noch über den Wasserpunkt hinaus um 40 Grade fortgesetzt. Der Wasserpunkt ist mit 10 bezeichnet, und die Grade werden nach oben gezählt.

Fig. 171.



$\frac{2}{3}$

Für schwere Flüssigkeiten wurde der zweite feste Punkt durch Eintauchen in eine Lösung von 15 Thln. Kochsalz in 85 Thln. Wasser bestimmt, der Zwischenraum zwischen diesem und dem Wasserpunkt in 15 Grade getheilt und die Theilung nach unten fortgesetzt. Man sieht wohl, dass man durch ein solches Instrument weder das specifische Gewicht, noch den Gehalt einer Flüssigkeit erfährt.

Cartier brachte an der Baumé'schen Scala eine unwesentliche Veränderung an, er machte nämlich die Grade etwas grösser, so dass 15 seiner Grade gleich 16 Baumé'schen sind. Wenn er dadurch auch nichts genützt hat, so hat er doch wenigstens seinen Namen verewigt, denn so werthlos seine Scala auch ist, so ist sie doch ungemein verbreitet.

Das Aräometer von Beck hat den Wasserpunkt zu seinem Nullpunkt, den nach oben gezählten 30sten Grad beim specif. Gewicht 0·85.

Die folgende Tabelle giebt an, welche specifischen Gewichte den in der ersten Columne angegebenen Gradzahlen der Baumé'schen, Cartier'schen und Beck'schen Scala entsprechen.

Aräometer für leichtere Flüssigkeiten.

Grade.	Baumé.	Cartier.	Beck.
0	—	—	1·000
10	1·000	—	0·944
20	0·933	0·934	0·895
30	0·875	0·871	0·850
40	0·824	0·815	0·809
50	0·778	—	0·773

Aräometer für schwerere Flüssigkeiten.

Grade.	Baumé.	Beck.
0	1·000	1·000
10	1·077	1·062
20	1·167	1·133
30	1·273	1·214
40	1·400	1·308
50	1·555	1·417
60	1·750	1·545
70	2·000	1·700

Viertes Capitel.

Molekularwirkungen flüssiger Körper.

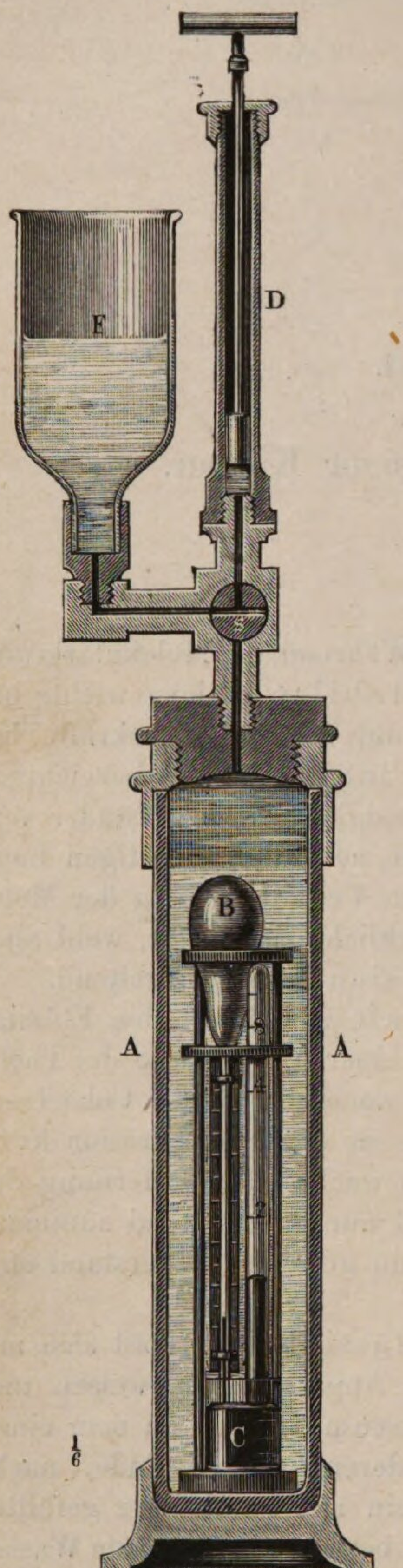
Elasticität der Flüssigkeiten. Während die Molekularkräfte 56
bei festen Körpern sich im Zustande eines stabilen Gleichgewichts befinden, können wir den Gleichgewichtszustand der Molekularkräfte bei flüssigen Körpern gewissermaassen als einen indifferenten bezeichnen, denn wie man auch die Theilchen einer Flüssigkeit gegen einander verschieben mag, so kommen sie doch in dieser neuen gegenseitigen Lage alsbald wieder ins Gleichgewicht. Gegen eine Verschiebung der Moleküle einer Flüssigkeit reagirt also keine merkliche Elasticität, wohl aber macht sich eine solche gegen eine Compression derselben geltend.

Expansionskraft und Cohäsionskraft stehen bei den Flüssigkeiten in der Art im Gleichgewicht, dass bei einer Annäherung der Theilchen die Expansionskraft, bedeutend stärker wachsend als die Cohäsionskraft, so sehr das Uebergewicht erlangt, dass sie einer Compression kräftigen Widerstand entgegensetzt, während bei wachsender Entfernung der Moleküle der Ueberschuss der Cohäsionskraft nur unbedeutend zunimmt, so dass einer Trennung der Theilchen nur ein geringer Widerstand entgegenwirkt.

Die Zusammendrückbarkeit der Flüssigkeiten lässt sich mit Hülfe des Fig. 172 (a. f. S.) abgebildeten Apparates nachweisen und messen. Ein birnförmiges Gefäss B, das Piezometer, ist an dem einen Ende einer Thermometerröhre angesetzt, deren unteres Ende, nachdem B mit Wasser gefüllt worden ist, in ein mit Quecksilber gefülltes Gefäss C gesetzt wird. Dadurch ist nun ein bestimmtes Quantum Wasser im Piezometer abgesperrt. Durch eine geringe Temperaturerhöhung bewirkt man, dass ein wenig Wasser aus dem Piezometer austritt und dass alsdann beim Wiedererkalten das Quecksilber im Piezometerrohre um

einige Linien über den Spiegel des Quecksilbers in *C* steigt. Das Rohr des Piezometers ist mit einer Scala versehen, und es muss zum Voraus mit Genauigkeit ermittelt sein, wie sich der Rauminhalt eines zwischen zwei Theilstrichen befindlichen Röhrenstücks zum Rauminhalte des ganzen Gefässes verhält.

Fig. 172.



Neben das Piezometer wird ein mit Luft gefülltes Rohr, ein Luftmanometer, in das Quecksilbergefäss eingesetzt, welches dient, um die Stärke des Drucks zu messen, welchem das Piezometer ausgesetzt wird.

Um zu verhindern, dass durch Einpressen des Quecksilbers in das Rohr des Piezometers das Gefäss *B* selbst eine Erweiterung erfährt, muss dasselbe von Aussen dem gleichen Druck ausgesetzt sein wie von Innen. Deshalb wird das Quecksilbergefäss *C* sammt dem Piezometer *B* und der Luftröhre in das Glasgefäss *A* des Compressionsapparates gesetzt, dieses voll Wasser gegossen, welches mit dem Wasser in *B* gleiche Temperatur haben muss, und dann das Wasser in *A* mit Hülfe der oben aufgeschraubten Druckpumpe *D* comprimirt.

Bei der Stellung des Hahns *s*, wie ihn die Figur zeigt, wird der Kolben der Druckpumpe aufgezogen und dadurch Wasser aus *F* aufgesaugt; ist der Kolben oben angekommen, so wird der Hahn *s* um eine Viertelumdrehung nach der Rechten gedreht, so dass nun der Pumpenstiefel mit dem Gefässe *A* in Verbindung steht, und dann der Kolben niedergedrückt. Dadurch wird die ganze Wassermasse in *A*, in *B* und die Luft im Manometerrohre comprimirt; das Quecksilber steigt im Piezometerrohre, und aus der Anzahl der Theilstriche, um welche es steigt, kann man auf die Compression schliessen, welche das Wasser in *B* erlitten hat; aus dem Steigen des Quecksilbers im Manometerrohre aber ergiebt sich, wie gross der Druck ist, dem das Wasser ausgesetzt war.

Sobald man den Hahn *s* so stellt, dass das Gefäss *A* mit *F* in Verbindung kommt, dass also der Druck in *A* aufhört, sinkt das Quecksilber in der Röhre des Piezometers wieder auf seinen ursprünglichen Stand, die Flüssigkeit in *B* ist also gegen Compression vollkommen elastisch. Es versteht sich von selbst, dass das Wasser in *B* vor dem Einfüllen durch Kochen luftfrei gemacht werden muss.

Statt Wasser kann man auch andere Flüssigkeiten in das Piezometer bringen und auf gleiche Weise ihre Zusammendrückbarkeit ermitteln.

Eine ausführliche Darstellung der Versuche, welche Colladon und Sturm über die Zusammendrückbarkeit der Flüssigkeiten anstellten, findet man im 12ten Bande von Poggendorff's Annalen; Oerstedt's Abhandlungen über denselben Gegenstand findet man im 9ten, 12ten und 31sten Bande desselben Journals. In der folgenden Tabelle sind die Resultate der genannten Naturforscher zusammengestellt.

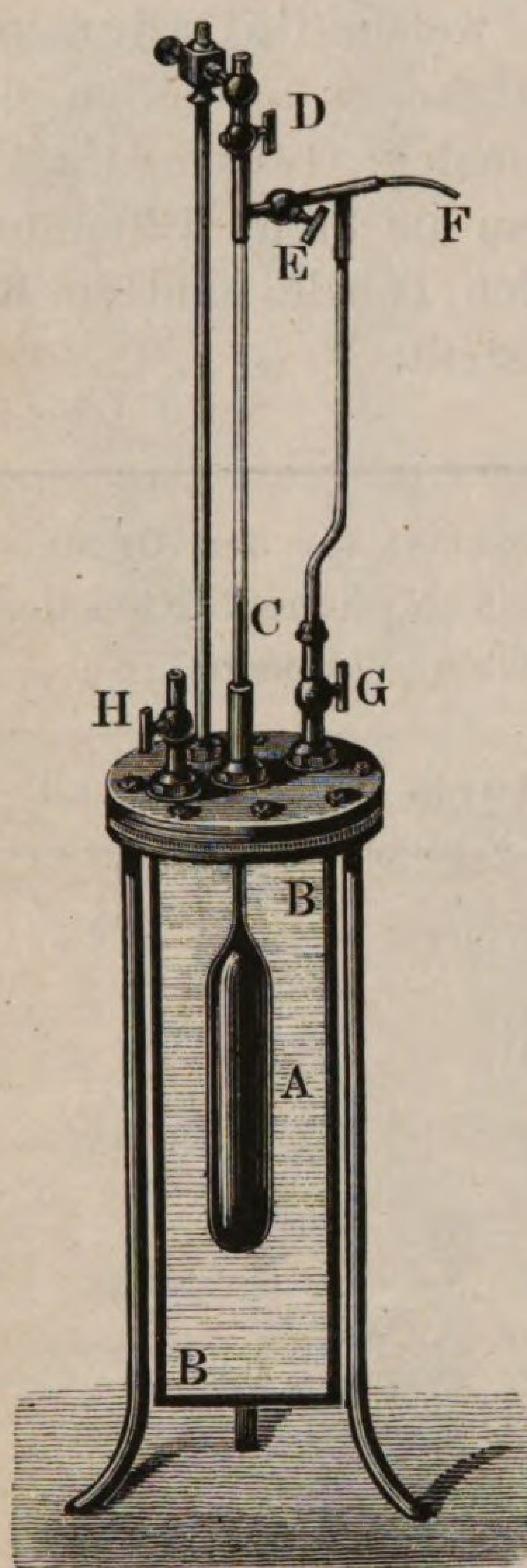
Namen der Flüssigkeiten.	Zusammendrückbarkeit für den Druck einer Atmosphäre in Millionentheilen des ursprünglichen Volumens.	
	Colladon und Sturm.	Oersted.
Quecksilber	3·38	2·65
Schwefelsäure	30·35	
Salpetersäure	30·55	
Schwefelkohlenstoff		31·65
Essigsäure	40·55	
Luftfreies Wasser	49·65	46·65
Salpeteräther	69	
Terpentinöl	71·35	
Salzsäureäther	84·25 für die 1. Atm.	
„	80·60 „ „ 9. „	
Alkohol	94·95 „ „ 1. „	21·65
„	91·85 „ „ 9. „	
„	87·35 „ „ 24. „	
Schwefeläther bei 0°	131·35 „ „ 1. „	61·65
„ „ „	120·45 „ „ 24. „	
„ „ 11°	148·35 „ „ 1. „	
„ „ „	139·35 „ „ 24. „	

Man sieht, dass die Zahlen von Colladon und Sturm immer grösser sind als die von Oersted. Beim Quecksilber und dem Wasser ist der Unterschied gering, beim Schwefeläther und dem Alkohol ist er

jedoch sehr bedeutend. Diese beiden letzten Flüssigkeiten und der Salzsäureäther zeigen, dass die Zusammendrückbarkeit mit wachsendem Druck abnimmt. Endlich sieht man auch aus der Tabelle, dass der Schwefeläther bei 11^0 weit stärker zusammendrückbar ist als bei 0^0.

Bei genauer Untersuchung ergiebt sich, dass bei gleichem Druck von Innen und Aussen das Volumen des Piezometergefässes *B* doch nicht vollkommen unveränderlich bleibt; Regnault hat diese Fehlerquellen auf folgende Weise zu eliminiren gesucht (Mémoires de l'Acad. des sciences 1847).

Fig. 173.



Das Piezometer *A*, Fig. 173, befindet sich in dem Compressionsgefäss *B*. Das Innere des Gefässes *B* kann durch Oeffnen des Hahnes *H* mit der äusseren Luft, durch Oeffnen des Hahnes *G* mit einem Recipienten verbunden werden, zu welchem das Rohr *F* führt und welcher mit comprimirter Luft gefüllt ist. Eben so kann das Innere des Piezometers *A* durch den Hahn *D* mit der äusseren Luft, durch den Hahn *E* mit jenem Recipienten in Verbindung gesetzt werden.

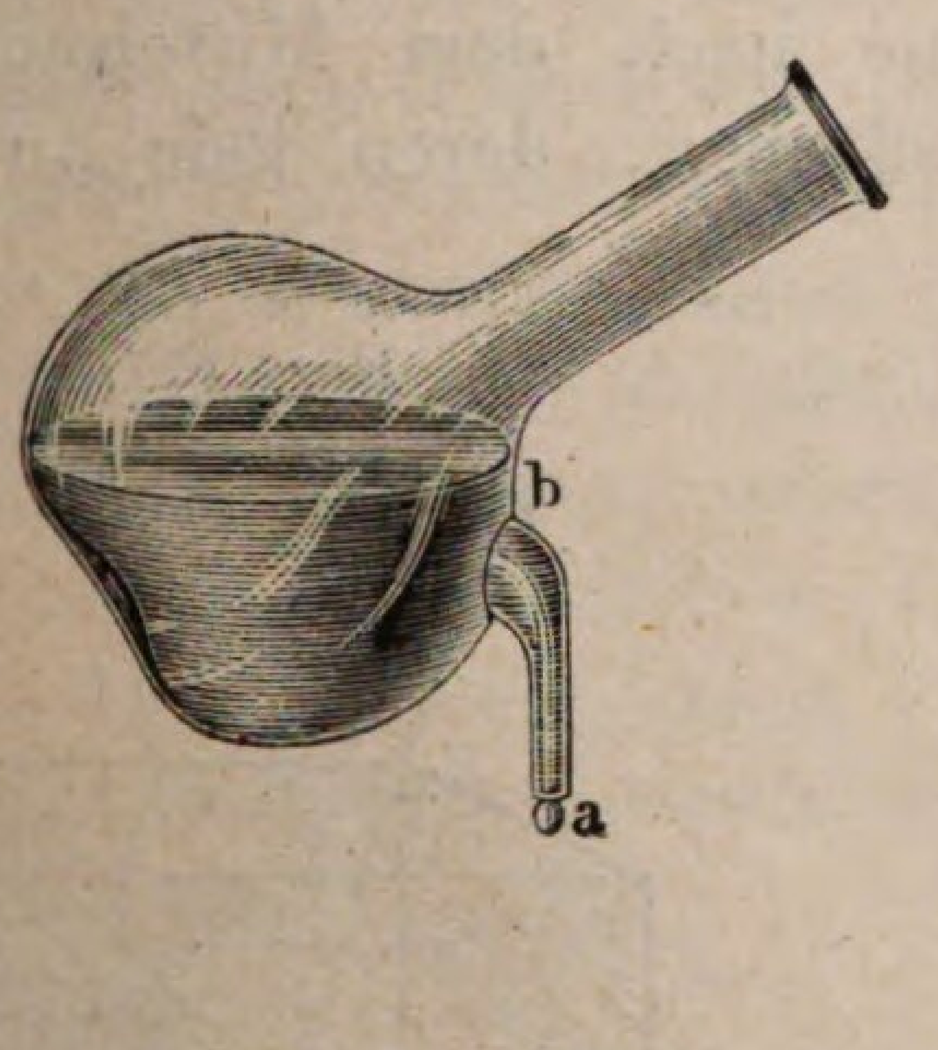
Sind *H* und *E* geschlossen, *D* und *G* offen, so wird das Piezometer nur von Aussen comprimirt, der Gipfel der Flüssigkeitssäule im Piezometerrohr steigt um eine Grösse w. — Sind *D* und *G* geschlossen, *H* und *E* aber offen, so ist bloss das Innere des Piezometers einem Druck ausgesetzt, der Gipfel der Flüssigkeitssäule im Piezometerrohr sinkt um eine Grösse w' unter seine ursprüngliche Stellung. — Werden endlich *H* und *D* geschlossen, *E* und *G* aber geöffnet, so ist das Piezometer Innen und Aussen dem gleichen Druck ausgesetzt; der Gipfel der Flüssigkeitssäule erleidet nun eine Depression, die wir mit w'' bezeichnen wollen. — Durch Combination dieser drei Beobachtungen kann man nun ermitteln, wie gross im letzteren Falle die Depression hätte sein müssen, wenn das Gefäss *A* gar keine Aenderung des Volumens erfahren hätte. Nach dieser Methode fand Grassi (Annal. de chim. et de phys. III. Ser. T. 31) folgende Werthe für die Compression durch den Druck einer Atmosphäre:

Quecksilber	bei	0	Grad	3	Milliontel
Wasser	„	0	„	50	„
„	„	53	„	44	„
Aether	„	0	„	111	„
„	„	14	„	140	„
Alkohol	„	7	„	84	„
„	„	13	„	95	„
Chloroform	„	12	„	65	„

Cohäsion der Flüssigkeiten. Wenn die Flüssigkeiten auch 57
keine selbstständige Gestalt haben, wenn sich auch die einzelnen Theilchen ungemein leicht an einander verschieben lassen, so hört deshalb doch noch nicht jeder Zusammenhang zwischen ihnen auf, wie dies schon aus der Tropfenbildung hervorgeht. Giesst man etwas Wasser auf eine mit Bärlappsamen (*Semen lycopodii*) bestäubte Fläche oder etwas Quecksilber auf eine Porcellanfläche, so bilden sich fast kugelförmige Tröpfchen. Wenn gar kein Zusammenhang zwischen den einzelnen Theilchen des Wassers, zwischen denen des Quecksilbers bestände, so müssten die Theilchen gleichsam wie Staub auseinanderfallen; bei langsamem Ausgiessen von Flüssigkeiten aus irgend einem Gefässe würden sie nicht in einzelnen Tropfen herabfallen; ein solcher Tropfen fällt erst, wenn sein Gewicht gross genug ist, um die Cohäsion zwischen dem fallenden Tropfen und der zurückbleibenden Flüssigkeit zu überwinden.

Um mit Sicherheit stets gleich grosse Tropfen der gleichen Flüssigkeit zu erzielen, hat Salleron das Tropfgläschen, Fig. 174, construirt. An einen kleinen Glasballon von ungefähr 35 mm Durchmesser ist ein enges Röhrchen *ba* angesetzt, durch welches die Flüssigkeit nur tropfenweise austreten kann und dessen Dimensionen so bestimmt sind, dass jeder bei *a* abfallende Wassertropfen 5 cg wiegt. Zur Erzielung sicherer Resultate darf der kleine Ballon nicht über $^1/_4$ seines Volumens mit Flüssigkeit gefüllt sein. Da nun die verschiedenen Flüssigkeiten weder gleiches specifisches Gewicht noch gleiche Cohäsion mit dem Wasser haben, so ist klar, dass das Gewicht der bei *a* abfallenden Tropfen für verschiedene Flüssigkeiten ein ungleiches sein werde. Die folgende kleine Tabelle giebt an, welches für die in der ersten Verticalreihe genannten Flüssigkeiten (bei 15^0 C.) das Gewicht der durch das Tropfgläschen gelieferten Tropfen ist und wie viel solcher Tropfen (Decimalstellen unberücksichtigt lassend) auf 1 g gehen.

Fig. 174.



	Gewicht eines Tropfens.	Zahl der Tropfen, welche 1 g ausmachen.
Wasser	0·0500 g	20
Glycerin	0·0416	24
Schwefelsäure	0·0350	28
Olivenöl	0·0212	47
Chloroform	0·0166	60
Alkohol (86 Proc.) . . .	0·0160	62
Aether	0·0111	90

Die Cohäsion der Flüssigkeiten bedingt auch die Bildung dünner Flüssigkeitshäutchen, welche sich vorzugsweise mit Seifenwasser herstellen lassen. Solche Flüssigkeitshäutchen zeigen nicht nur eine verhältnissmässig starke Cohäsion, sondern auch ein deutliches Bestreben, sich auf eine möglichst kleine Fläche zusammen zu ziehen. Taucht man einen mit einem Stiele versehenen Drahtring, Fig. 175, in ein Gefäss mit Seifenwasser, um ihn alsbald wieder heraus zu ziehen, so erscheint er mit einem sehr dünnen ebenen Häutchen überspannt, welches, wenn der Ring etwas schräg gehalten wird, alsbald in den schönsten Farben glänzt. Wird ein aus sechs gleich langen Drahtstücken gebildetes und mit einem Stiele versehenes Tetraëder *abcd*, Fig. 176, in die Seifenlösung getaucht und langsam wieder herausgezogen, so wird entweder jede der vier Tetraëderflächen mit einem zarten durchsichtigen Häutchen überzogen erscheinen, oder es bilden sich sechs feine nach dem Mittelpunkt *s*, Fig. 176, zusammenlaufende Flüssigkeitsflächen, deren jede an einer der sechs Tetraëderkanten anliegt.

Fig. 175.

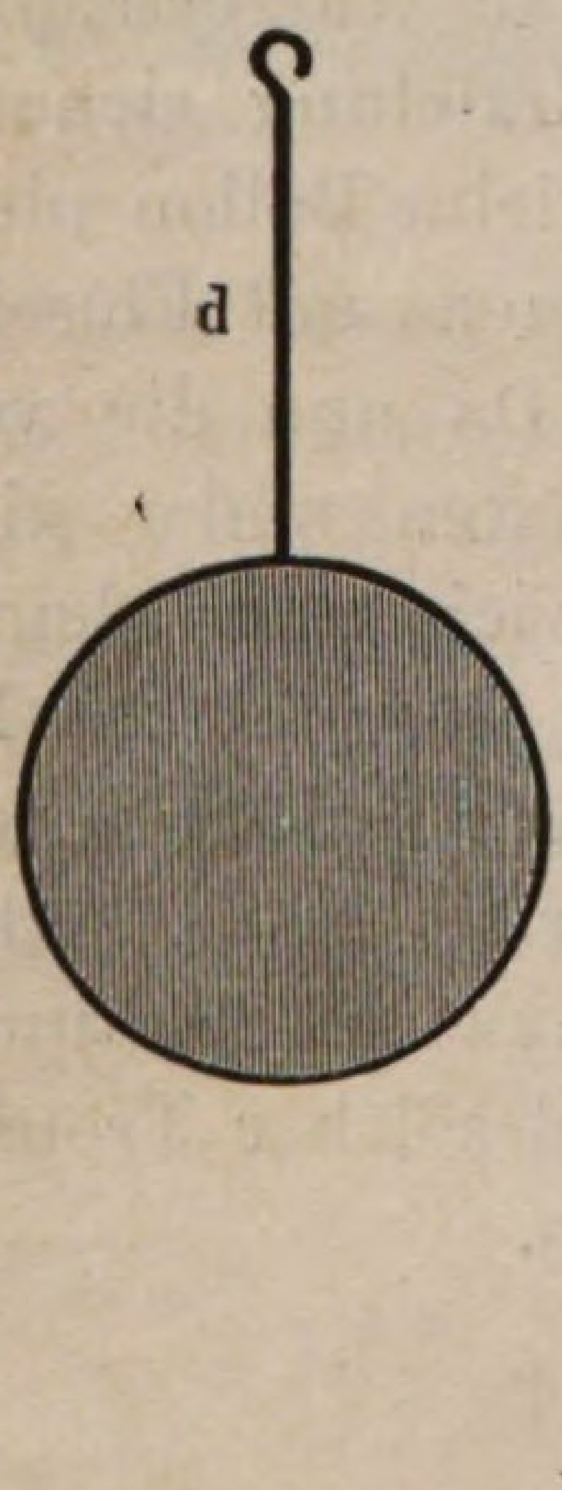


Fig. 176.

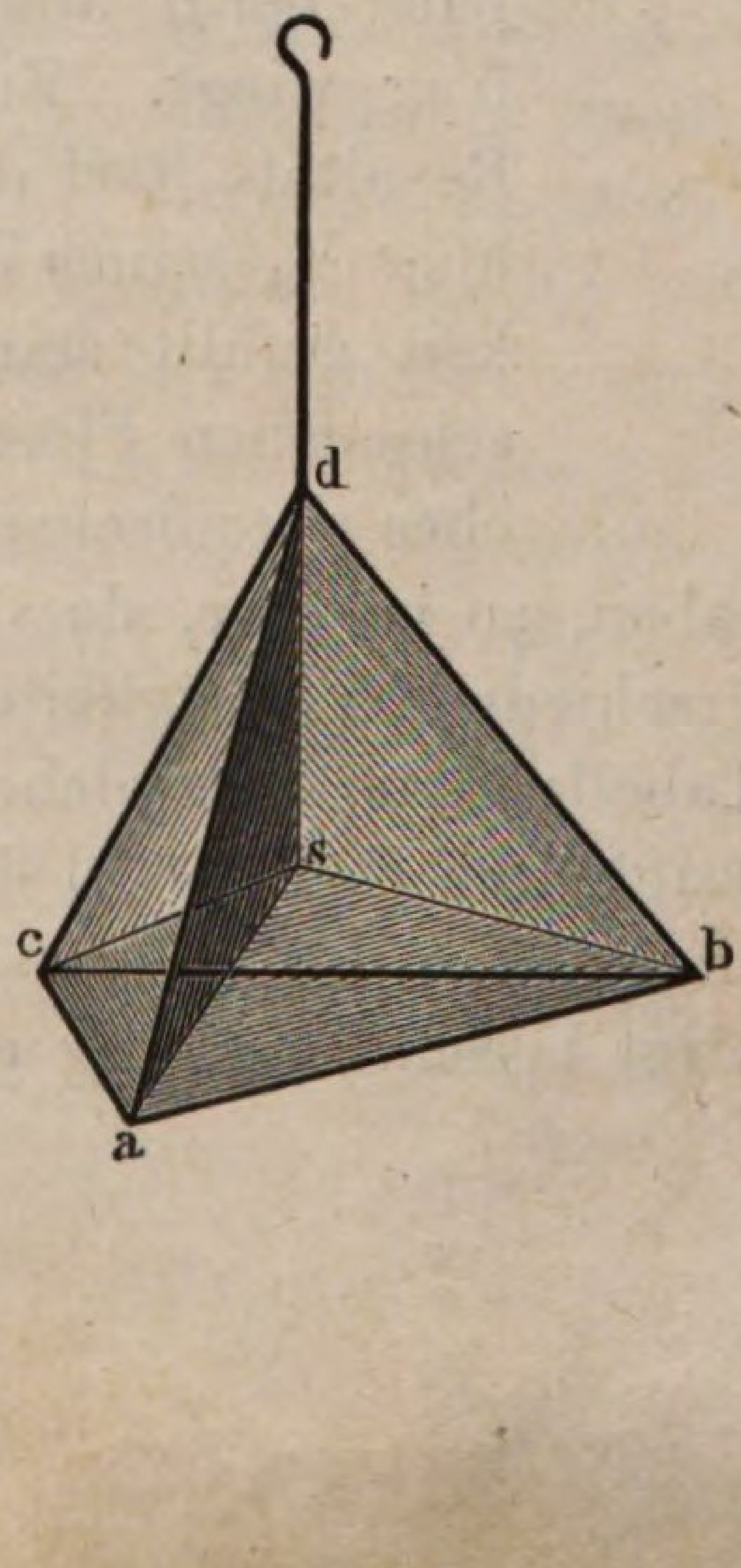
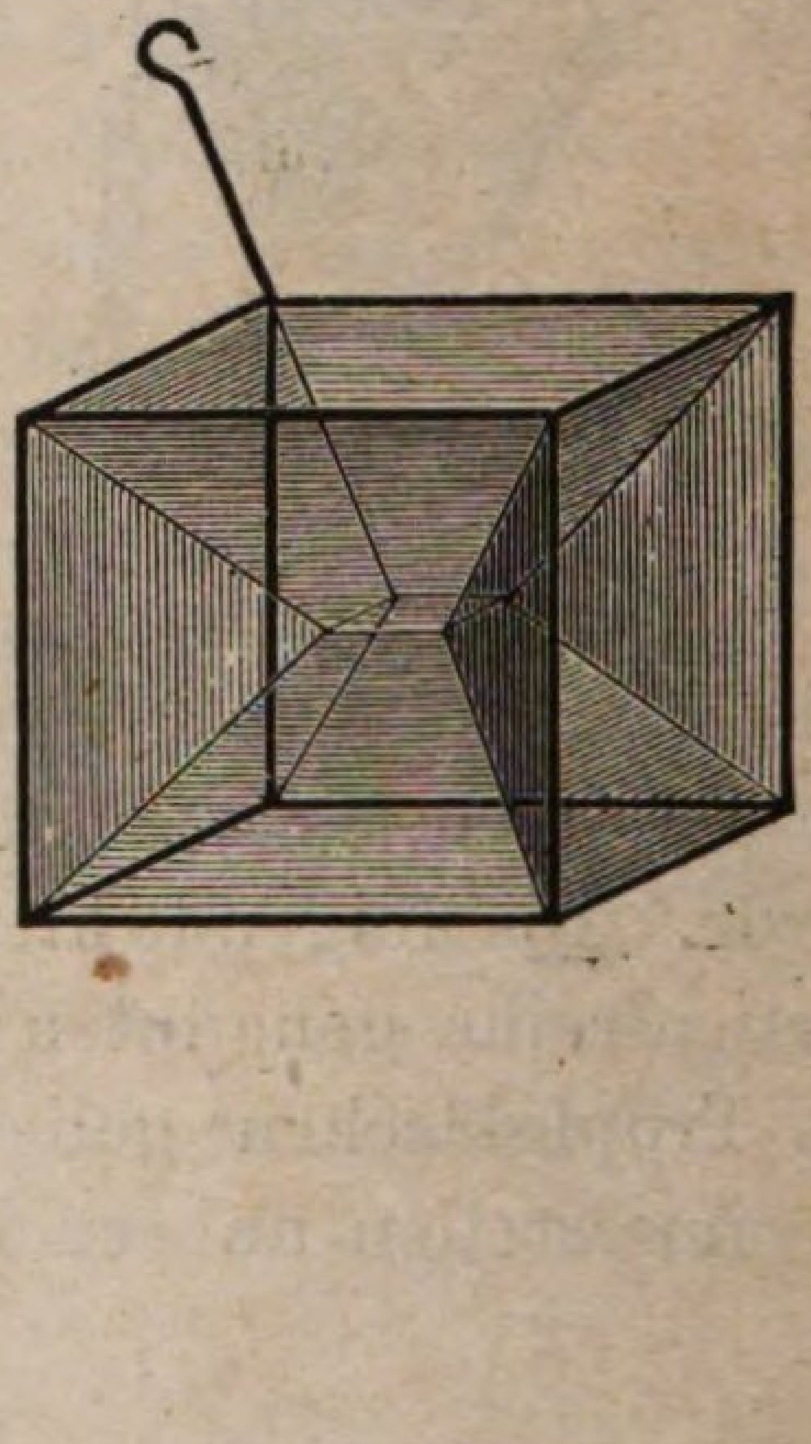


Fig. 177.



Aehnliche Erscheinungen beobachtet man an einem Drahtgestell, welches die Kanten eines Würfels bildet. In das Seifenwasser eingetaucht und herausgezogen, werden entweder Würfelflächen mit einem Häutchen überzogen oder es bilden sich die in Fig. 177 dargestellten Häutchen u. s. w. Wir müssen uns hier darauf beschränken, nur die einfachsten der zahlreichen und interessanten Gleichgewichtsfiguren zu erwähnen, welche Plateau eingehender untersucht hat.

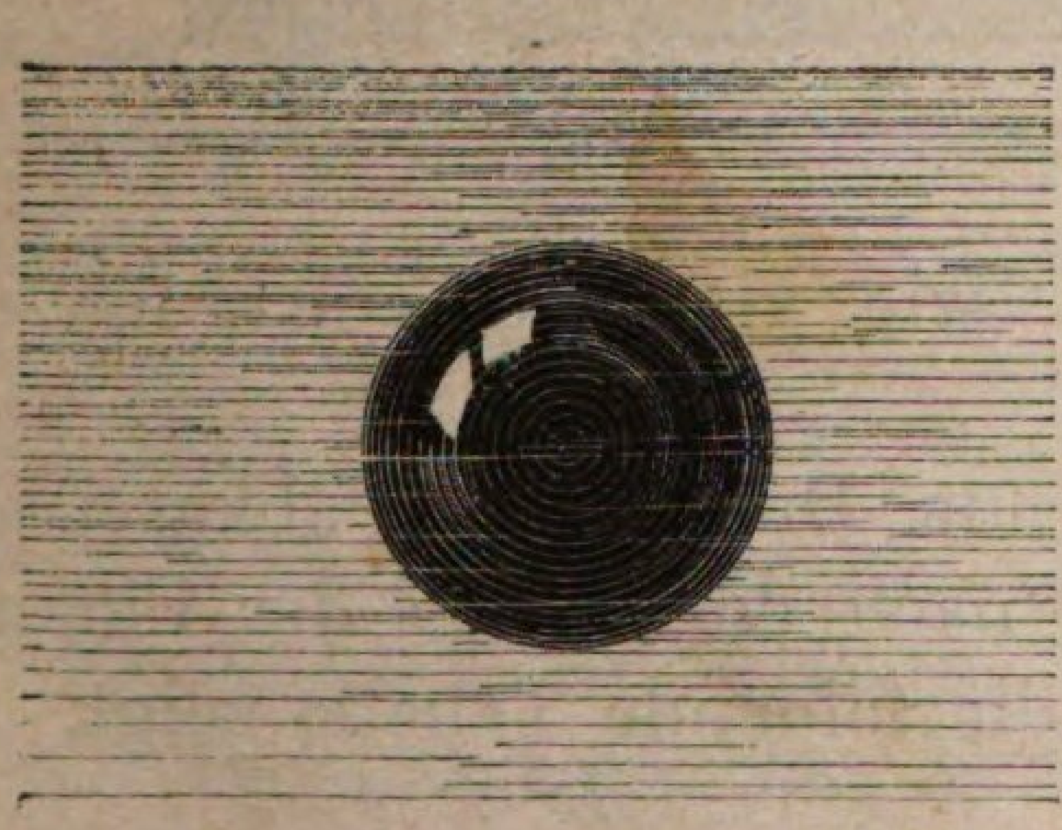
Zur Anstellung der eben besprochenen Versuche ist eine Lösung von Oelseife (Venetianische oder Marseiller Seife, auch medicinische Seife genannt) besser als gewöhnliches Seifenwasser. Noch bessere Resultate erhält man mit Gemengen von Seifenwasser und Glycerin. Plateau giebt verschiedene Recepte an, unter denen er das folgende als das beste bezeichnet: (Pogg. Ann. CXXX.) Ein beliebiges Quantum Marseiller Seife wird in kleine Stückchen geschnitten und in der 40fachen Gewichtsmenge destillirten Wassers bei mässiger Wärme gelöst. Die auf die Zimmertemperatur abgekühlte Lösung wird filtrirt und zu 30 Volumen des Filtrats 22 Volumen Glycerin zugesetzt. Die tüchtig geschüttelte Masse bleibt eine Woche lang stehen, wird endlich, mittelst Eiswassers auf ungefähr 3^0 C. erkaltet und durch sehr durchdringliches Papier an einem kühlen Orte filtrirt. Die ersten Portionen der durchgehenden Flüssigkeit sind trübe und werden auf das Filter zurückgegossen, bis das Filtrat ganz klar ist.

Auch das folgende Verfahren liefert eine für unsere Versuche sehr geeignete Flüssigkeit: 25 g Marseiller Seife werden in 1 Liter destillirten Wassers bei gelinder Wärme gelöst, die Lösung filtrirt und dem Filtrat 666 g Glycerin zugesetzt. Die Anfangs klare Mischung trübt sich alsbald, nach 8 bis 12 Tagen ist der Niederschlag so weit in die Höhe gestiegen, dass er eine auf der Oberfläche schwimmende Schicht bildet. Die unter dieser Schicht befindliche klare Flüssigkeit wird mittelst eines Hebers abgezogen und kann längere Zeit aufbewahrt werden.

Wir haben die Bereitung einer guten Seifenlösung hier deshalb etwas eingehender besprochen, weil solche nicht nur zu den oben besprochenen Versuchen, sondern auch zu der später zu besprechenden Darstellung der Newton'schen Farbenringe gebraucht wird.

Jede sich selbst überlassene, dem Einfluss äusserer Kräfte entzogene Flüssigkeitsmasse muss eine Kugel bilden, wie wir dies z. B. an den herabfallenden Regentropfen beobachten. Selbst grössere Flüssigkeitsmassen runden sich zur Kugel ab, wenn es gelingt, sie dem Einfluss der Schwere zu entziehen. Es geschieht dies dadurch, dass man eine gewisse Menge einer Flüssigkeit mitten in eine andere Flüssigkeit bringt, mit

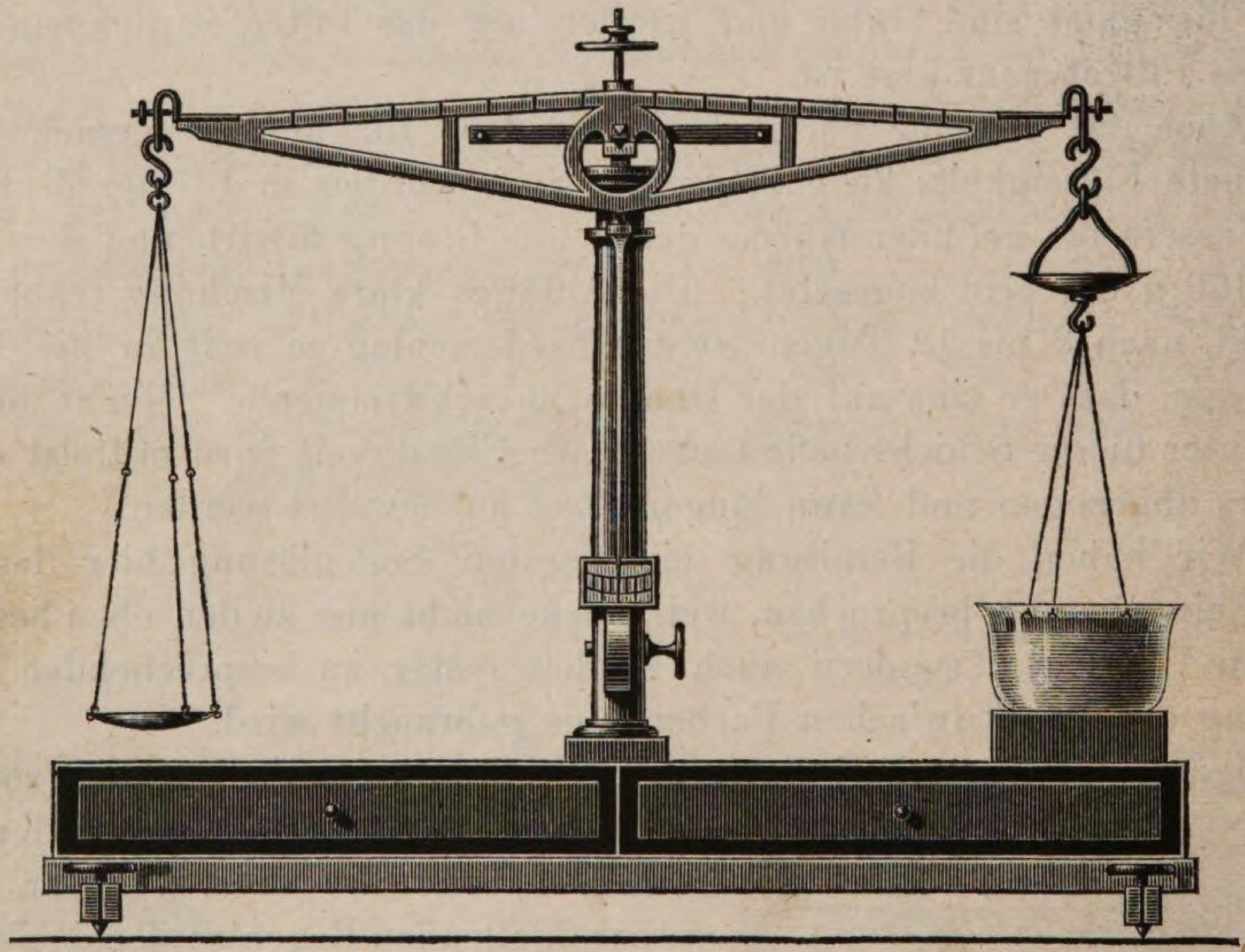
Fig. 178.



welcher sie sich nicht mischt, mit welcher sie aber vollkommen gleiches specifisches Gewicht hat; z. B. Olivenöl (specif. Gewicht 0·915) in eine entsprechende Mischung von Wasser und Weingeist. Wenn man das Oel mit Hülfe einer Pipette mitten in die Mischung hineinbringt, so kann man wallnussgrosse Oelkugeln erzeugen, welche in der umgebenden Flüssigkeit schweben, wie Fig. 178 (a. v. S.) andeutet.

Für die Cohäsion, mit welcher die einzelnen Theilchen einer Flüssigkeit zusammenhalten, lässt sich in folgender Weise ein Maass finden. Wenn eine feste Scheibe auf die Oberfläche einer Flüssigkeit gesetzt wird, so kann man sie in verticaler Richtung nicht mehr in die Höhe ziehen, wie wenn sie frei in der Luft hinge; es ist, um sie in die Höhe zu ziehen, eine mehr oder minder grosse Kraft nöthig. Um diese Kraft zu messen, bedient man sich der Wage. An den einen Arm derselben hängt man eine horizontale Scheibe an, auf der anderen Seite legt man ein Gegengewicht auf, welches sie im Gleichgewicht hält. Wenn das Gleichgewicht hergestellt ist, nähert man der Scheibe von unten die Oberfläche einer Flüssigkeit, bis die Flüssigkeit die untere Fläche der Scheibe gerade berührt, Fig. 179, legt dann, ohne zu stossen, auf der

Fig. 179.



anderen Seite Gewichte auf und bemerkt, wie viel nöthig ist, um die Scheibe von der Flüssigkeit abzureissen.

Um eine Glasscheibe von 118·366 mm Durchmesser abzureissen, waren nach Gay-Lussac's Versuchen je nach der Natur der Flüssigkeiten verschiedene Gewichte nöthig, wie die folgende Tabelle zeigt.

Namen der Substanz.	Specifisches Gewicht.	Temperatur.	Gewicht.
Wasser	1	8·5° C.	59·40 Grm.
Alkohol	0·8196	8	31·08 „
„	0·8595	10	32·87 „
„	0·9415	8	37·15 „
Terpentinöl . . .	0·8695	8	34·10 „

Eine Scheibe von gleichem Durchmesser aus Kupfer oder irgend einer Substanz verfertigt, welche von der Flüssigkeit benetzt wird, giebt genau dieselben Resultate. Die zum Abreissen nöthige Kraft ist also unabhängig von der Natur der festen Körper und hängt nur von der Natur der Flüssigkeit ab. Es ist leicht, den Grund davon einzusehen, denn beim Aufziehen bleibt immer eine Schicht der Flüssigkeit an der Scheibe hängen; man hat also durch das Uebergewicht auf der anderen Seite nicht die Flüssigkeit von der festen Scheibe, sondern die Moleküle der Flüssigkeit von einander getrennt, man hatte also die Cohäsion der Flüssigkeit zu überwinden. Die in Rede stehenden Versuche geben also ein Maass für die Cohäsion der Flüssigkeiten, also für die Attraction, welche zwischen den Theilchen derselben stattfindet; man sieht, dass diese Attraction ziemlich bedeutend ist und dass sie sich mit der Natur der Flüssigkeiten ändert.

Spannung gekrümmter Oberflächen. Die Cohäsion der 58
Flüssigkeitstheilchen erklärt zwar vollkommen das Zusammenhalten der Moleküle, welche einen Tropfen bilden; zur Erklärung der kugelförmigen Abrundung des Tropfens reicht aber die Molekularanziehung nicht hin, weil die molekularen Attractionen, nur auf die nächsten Moleküle wirkend, sich nicht in ähnlicher Weise summiren, dass dadurch dem Gravitationsmittelpunkte der Weltkörper ähnlich ein Anziehungsmittelpunkt gebildet würde.

In einer Flüssigkeit müssen die Moleküle in einer solchen Entfernung verharren, dass Attraction und Repulsion einander neutralisiren. Es ist dies nur dann möglich, wenn die Moleküle in parallelen Schichten gelagert sind, in der Art, dass jedes Molekül von zwölf anderen umgeben ist, ungefähr so wie man die gleich grossen Kanonenkugeln zu lagern pflegt. Diese Anordnung ist dann nicht im Mindesten gestört, wenn die Flüssigkeit auch eben endigt. Jedes Molekül ist hier nach allen Seiten hin vollkommen gleichen Einwirkungen unterworfen, alle Moleküle sind hier in vollkommen gleichen Entfernungen von einander. Diese Anord-

nung mag die normale Lagerung der Moleküle heissen. Wird ein Theil der Gränzfläche gekrümmt, so kann der gegenseitige Abstand der Moleküle nicht mehr nach allen Seiten derselbe bleiben, und eine solche Lagerung mag anomal genannt werden.

Sobald durch irgend eine äussere Kraft die normale Lagerung der Moleküle gestört wird, wird auch das bisher vollständige Gleichgewicht gestört; es entsteht eine Spannung, welche den gestörten Parallelismus der Schichten wieder herzustellen strebt und welche die Flüssigkeitstheilchen sogleich wieder in die normale Lagerung zurückführt, sobald die störende Ursache zu wirken aufhört. Wenn man ein Stäbchen, welches von der Flüssigkeit benetzt wird, in dieselbe eintaucht, so kann man durch langsames Herausziehen einen Hügel bilden, der nach dem Abreissen sogleich wieder in die Ebene zurückeilt. Dies könnte nun freilich bloss Folge der Schwere sein, allein dasselbe findet in der umgekehrten Lage der Ebene Statt. Aus einem an der unteren Fläche einer horizontal gehaltenen Glasplatte hängenden und möglichst ausgebreiteten Tropfen kann man wie vorher einen Hügel herausziehen, welcher sich nach dem Abreissen, der Schwere entgegen, in die Ebene zurückzieht.

Eine tropfbare Flüssigkeit strebt also in einer Ebene zu endigen. Nun aber kann eine ringsherum freie Masse nicht durch die einzige Ebene begränzt werden. Wäre sie durch ebene Flächen begränzt, so würden die Kanten durch die Spannung der Moleküle in denselben bald abgeflacht werden; ist aber die Masse durch eine krumme Oberfläche begränzt, deren Krümmung nicht an allen Stellen gleich ist, so würde an den stärker gekrümmten Theilen der Oberfläche nothwendig auch eine stärkere Spannung stattfinden, welche die Abrundung zur vollkommenen Kugel zur Folge hat. Auf diese Weise geht auch die Abrundung des Tropfens vor sich.

Die oberflächlichen Moleküle einer ringsum freien tropfbaren Flüssigkeit bilden demnach ein, die innere Masse kräftig zusammendrückendes Netzwerk. Hat man eine Seifenblase gemacht, so behält diese ihre Grösse bei, wenn man die Oeffnung des Röhrchens zuhält; sobald man es aber öffnet, verkleinert sich die Blase mehr und mehr. Wäre die Luft in der Blase nicht durch die umschliessende Flüssigkeitsschicht zusammengedrückt gewesen, wäre sie nicht dichter als die sie umgebende Atmosphäre, so würde sie in der Blase bleiben und nicht dem atmosphärischen Luftdruck entgegen durch das Röhrchen entweichen.

Diesen von einer gekrümmten Flüssigkeitsoberfläche ausgeübten, stets gegen die concave Seite der Wölbung hin gerichteten Druck wollen wir den Cohäsionsdruck nennen. Er wächst mit der Stärke der Krümmung und ist von der Natur der Flüssigkeit abhängig.

Es bezeichne für irgend einen Punkt der krummen Flüssigkeitsoberfläche R den grössten, r den kleinsten Krümmungshalbmesser, so ist nach den Entwickelungen von Laplace und Poisson der Cohäsionsdruck

$$D = a\left(\frac{1}{R} + \frac{1}{r}\right) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 1)$$

wo a eine von der Natur der Flüssigkeit abhängige Constante ist. Eine allen äusseren Kräften entzogene, nur ihren Molekularkräften überlassene Flüssigkeitsmasse wird nur dann im Gleichgewicht sein können, wenn der Werth von D für einen Punkt der Oberfläche eben so gross ist wie für jeden anderen. Dies ist unbedingt für die Kugel der Fall, da nicht allein für einen bestimmten Punkt ihrer Oberfläche $R = r$, sondern auch der Krümmungshalbmesser für alle Punkte der Oberfläche gleich r wird. Für jeden Punkt der Kugeloberfläche haben wir also

$$D = \frac{2a}{r} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad 2)$$

Adhäsion zwischen festen und flüssigen Körpern. Zwischen festen und flüssigen Körpern finden ähnliche Adhäsionserscheinungen statt, wie zwischen festen Körpern unter einander, d. h. die Flüssigkeiten haften mehr oder weniger stark an den Oberflächen fester Körper. Spritzt man z. B. einige Wassertropfen gegen eine vertical stehende Glasscheibe, so werden sie zum Theil daran hängen bleiben und nicht herunterlaufen, wie es der Fall sein würde, wenn der Schwerkraft der Tropfen nicht durch eine andere Kraft, nämlich durch die Anziehung, welche zwischen den Theilchen der Flüssigkeit und der Oberfläche der Glaswand stattfindet, dass Gleichgewicht gehalten würde. 59

Diese Adhäsion ist auch die Ursache, dass Flüssigkeiten, die man aus einem Gefässe ausgiessen will, so leicht an der äusseren Wand herablaufen. Um dies zu verhüten, bestreicht man den äusseren Rand der Gefässe mit Fett, oder man lässt die ausfliessende Flüssigkeit an einem benetzten Glasstäbchen herablaufen.

Bei den in §. 57 besprochenen Versuchen wurde die feste Scheibe von der Flüssigkeit benetzt; eine Adhäsion ist aber zwischen beiden auch dann noch vorhanden, wenn keine Benetzung stattfindet, wie z. B. zwischen Glas und Quecksilber.

Wiederholt man den in §. 57 beschriebenen Versuch auf die Weise, dass man die Glasscheibe auf Quecksilber setzt, so ist bei den dort angegebenen Dimensionen ein Zulaggewicht von 158 g nöthig, um ein Abreissen zu bewirken. Hier aber bleibt kein Quecksilber an dem Glase hängen, das Gewicht von 158 g war also nöthig, um die Adhäsion des Quecksilbers an die Glasplatte zu überwinden.

Die Adhäsion des Quecksilbers an das Glas erklärt einige Erscheinungen, welche für den ersten Anblick auffallend erscheinen. So bleibt z. B., wenn man wohl gereinigte, vollkommen von aller Luft befreite und etwas enge Röhren zum Toricelli'schen Versuch anwendet, manchmal die ganze Quecksilbersäule bis oben hin suspendirt, und es sind dann einige Stösse nöthig, um zu machen, dass die Quecksilbersäule bis zu der dem Luftdruck entsprechenden Höhe herabfällt.

Die Adhäsion und die Reibung des Quecksilbers am Glase hat bei allen Manometerröhren einen Einfluss, der um so störender wird, je enger die Röhren sind. Daher sind nicht allein für Barometer, sondern auch für alle Manometer weite Röhren vorzuziehen. Bei sehr engen Röhren kann der Einfluss der Wände sehr bedeutende Fehler veranlassen. Man fülle z. B. eine heberförmig gebogene Thermometerröhre halb mit Quecksilber, so dass es in beiden Schenkeln gleich hoch steht. Saugt man nun an dem oberen Ende des einen Schenkels, so wird in diesem Schenkel das Quecksilber steigen. Ueberlässt man nun wieder die Röhre sich selbst, so fällt das Quecksilber nicht wieder zurück, es bleibt in dem einen Schenkel mehrere Centimeter höher stehen als im anderen. Solche Röhren geben also, als Manometerröhren angewendet, immer sehr unzuverlässige Resultate.

Wenn das Quecksilber einer Barometerröhre längere Zeit im Kochen erhalten wird, so zeigt sich nachher der Meniscus weit flacher als sonst. Es rührt dies, wie Dulong gezeigt hat, daher, dass in Folge des langen Kochens sich etwas Quecksilberoxyd bildet, welches im Quecksilber aufgelöst, dessen Dichtigkeit nicht merklich verändert, wohl aber seine Adhäsion an das Glas vermehrt.

60 **Der Randwinkel.** Ueberall, wo ein fester Körper mit einer Flüssigkeit in Berührung kommt, tritt eine Störung der freien Oberfläche der letzteren auf. Taucht man z. B. eine Glasplatte in Wasser, so findet ein Aufsteigen des Wassers an der Glasfläche statt, Fig. 181, taucht man dagegen die Glasplatte in Quecksilber, so findet eine Depression statt, Fig. 182.

Untersuchen wir diese Erscheinung etwas näher. In Fig. 180 stelle CD die verticale Wand eines festen Körpers dar, welcher in eine durch

Fig. 180.

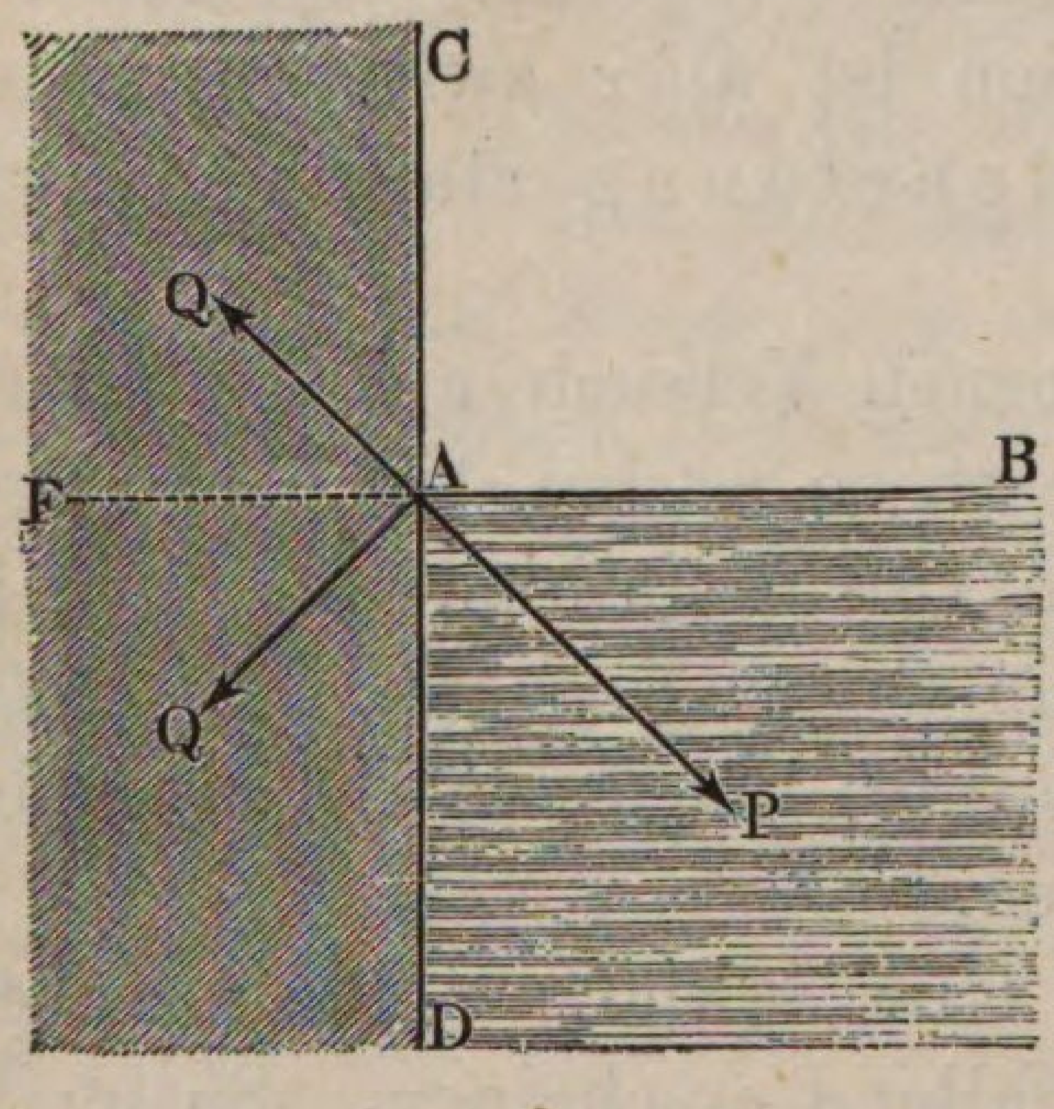


Fig. 181.

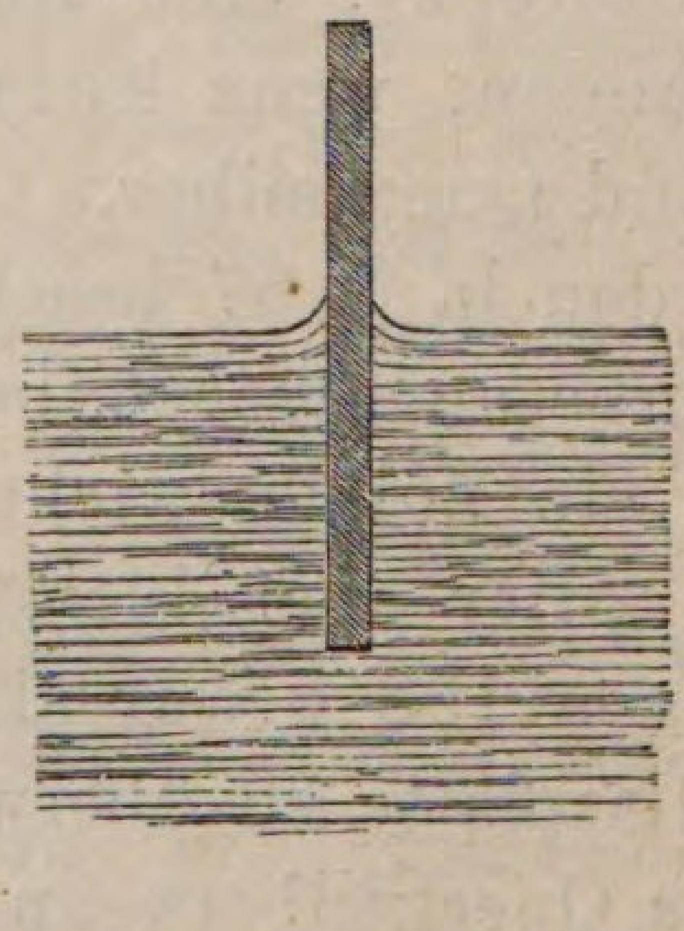
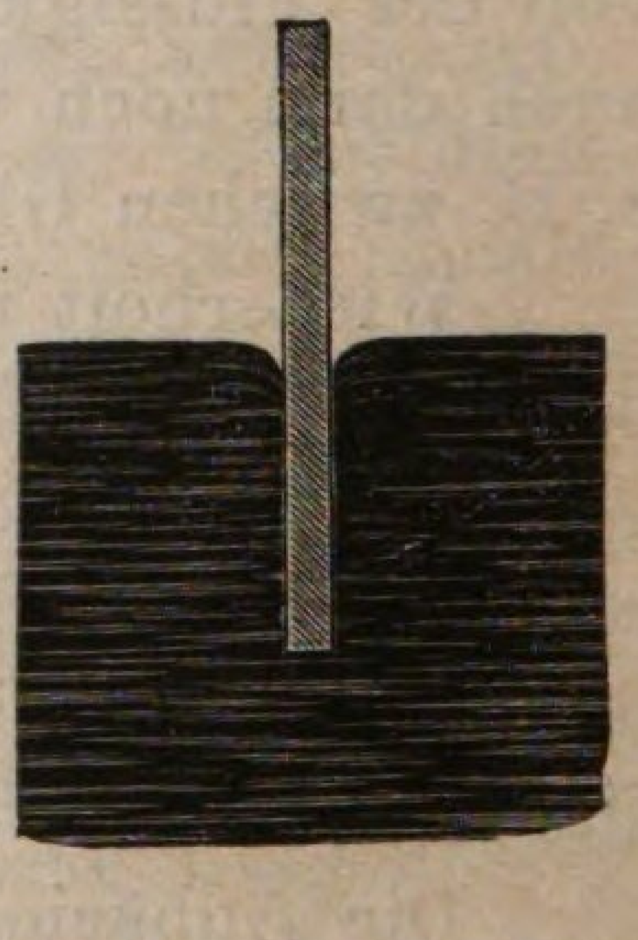


Fig. 182.



die horizontale Oberfläche AB begränzte Flüssigkeit eingetaucht ist. Nehmen wir zunächst an, die horizontale Oberfläche der Flüssigkeit erstrecke sich noch bis an die verticale Wand CD, und A sei ein Punkt der Kante, in welcher die horizontale Oberfläche der Flüssigkeit mit der Wand zusammentrifft.

Betrachten wir nun die Kräfte, welche auf A wirken. Die Molekularanziehungen aller innerhalb des Quadranten BAD liegenden Flüssigkeitspartikelchen, welche auf das Theilchen A wirken, vereinigen sich zu einer Resultirenden, deren Richtung den Winkel BAD halbirt und deren Grösse wir mit P bezeichnen wollen. Eben so vereinigen sich die Molekularanziehungen, welche die innerhalb des Quadranten FAD liegenden Partikelchen der festen Wand auf das Flüssigkeitstheilchen A ausüben, zu einer Resultirenden Q, deren Richtung den Winkel FAD halbirt. Eine den Winkel FAC halbirende Kraft Q endlich ist die Resultirende der Molekularanziehungen, welche von den innerhalb des Quadranten FAC liegenden Partikelchen der festen Wand auf A ausgeübt werden.

Die verticalen Composanten der beiden Kräfte Q heben einander auf, die verticale Composante der Kraft P ist $P \cos 45^0$. Sie ist nach abwärts gerichtet und summirt sich zu der auf A wirkenden Schwerkraft. Wir wollen die Summe aller auf A vertical nach abwärts wirkenden Kräfte mit H bezeichnen.

Die horizontale Composante der Kraft P ist $P \cos 45^0$; sie wirkt in der Richtung von A nach B. Die Summe der horizontalen Composanten der beiden Kräfte Q ist $2\, Q \cos 45^0$; sie wirkt in der Richtung von A nach F. Bezeichnen wir die Richtung von A nach F als die positive, die von A nach B also als die negative, so ist die Summe aller horizontalen Kräfte, welche auf das Partikelchen A wirken

$$K = (2\, Q - P) \cos 45^0.$$

Wenn $P > 2\, Q$, so wird K negativ, K ist also eine in der Richtung von A nach B wirkende Kraft, welche sich mit der verticalen Kraft H zu einer Resultirenden R verbindet, deren Richtung innerhalb des Quadranten DAB liegt. Auf dieser Resultirenden R, Fig. 183 (a. f. S.), muss aber die freie Oberfläche der Flüssigkeit in A rechtwinklig stehen, die Oberfläche der Flüsssigkeit wird also die in Fig. 183 abgebildete Gestalt annehmen müssen, es wird eine Depression der Flüssigkeit an der Wand stattfinden.

Wenn $P < 2\, Q$, so ist K positiv, also eine von A nach F hin wirkende Kraft, welche sich mit H zu einer Resultirenden R verbindet, deren Richtung innerhalb des Winkels FAD, Fig. 180, liegt. In A muss die Oberfläche der Flüssigkeit rechtwinklig auf dieser Resultirenden R stehen, und da sie mit wachsender Entfernung von der Wand allmälig in die Horizontale übergehen muss, so wird die Oberfläche der Flüssigkeit in der Nähe der Wand die in Fig. 184 (a.f.S.) dargestellte Form annehmen, es findet ein Aufsteigen der Flüssigkeit an der Wand statt.

Wenn also $P < 2\, Q$, wenn ein Ueberwiegen der Adhäsion über die Cohäsion der Flüssigkeitstheilchen stattfindet, so wird der feste Körper durch die Flüssigkeit benetzt. Eine Benetzung tritt nicht ein, wenn die Cohäsion der Flüssigkeitstheilchen überwiegt, wenn $P > 2\, Q$.

Da die Resultirende R, Fig. 183 und Fig. 184, einen bestimmten Winkel mit der Wand CD macht, dessen Grösse von dem Verhältniss der

Fig. 183.

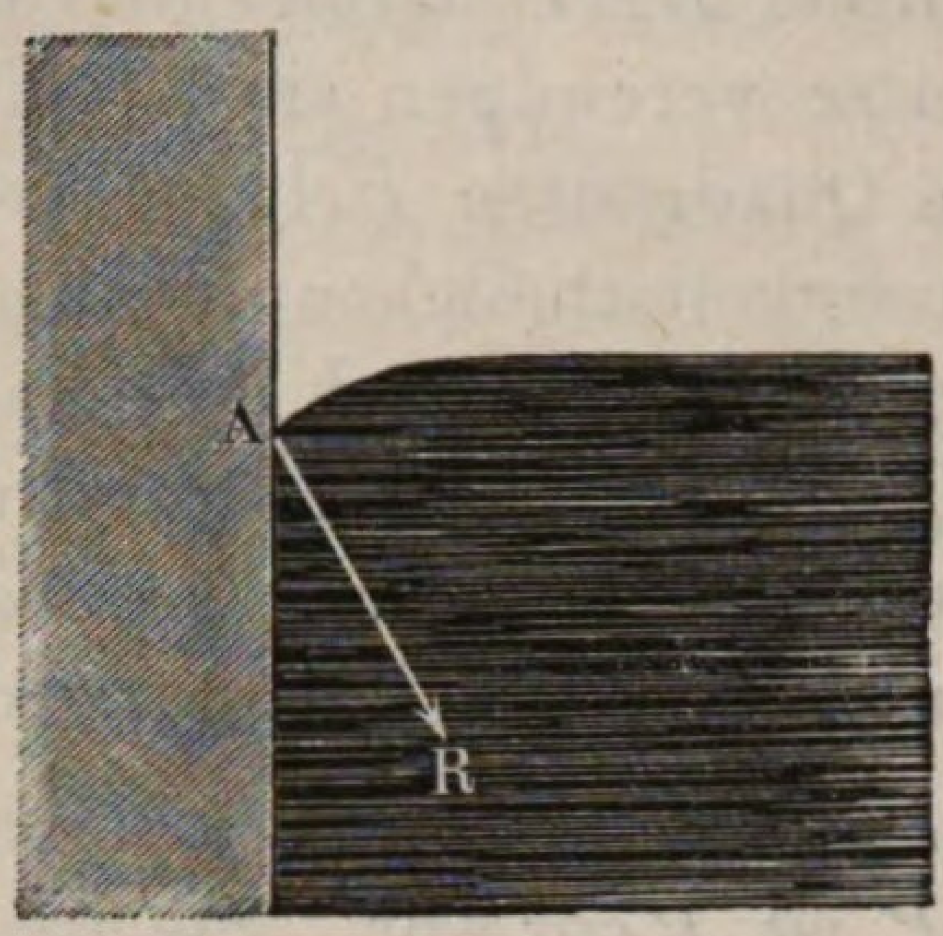
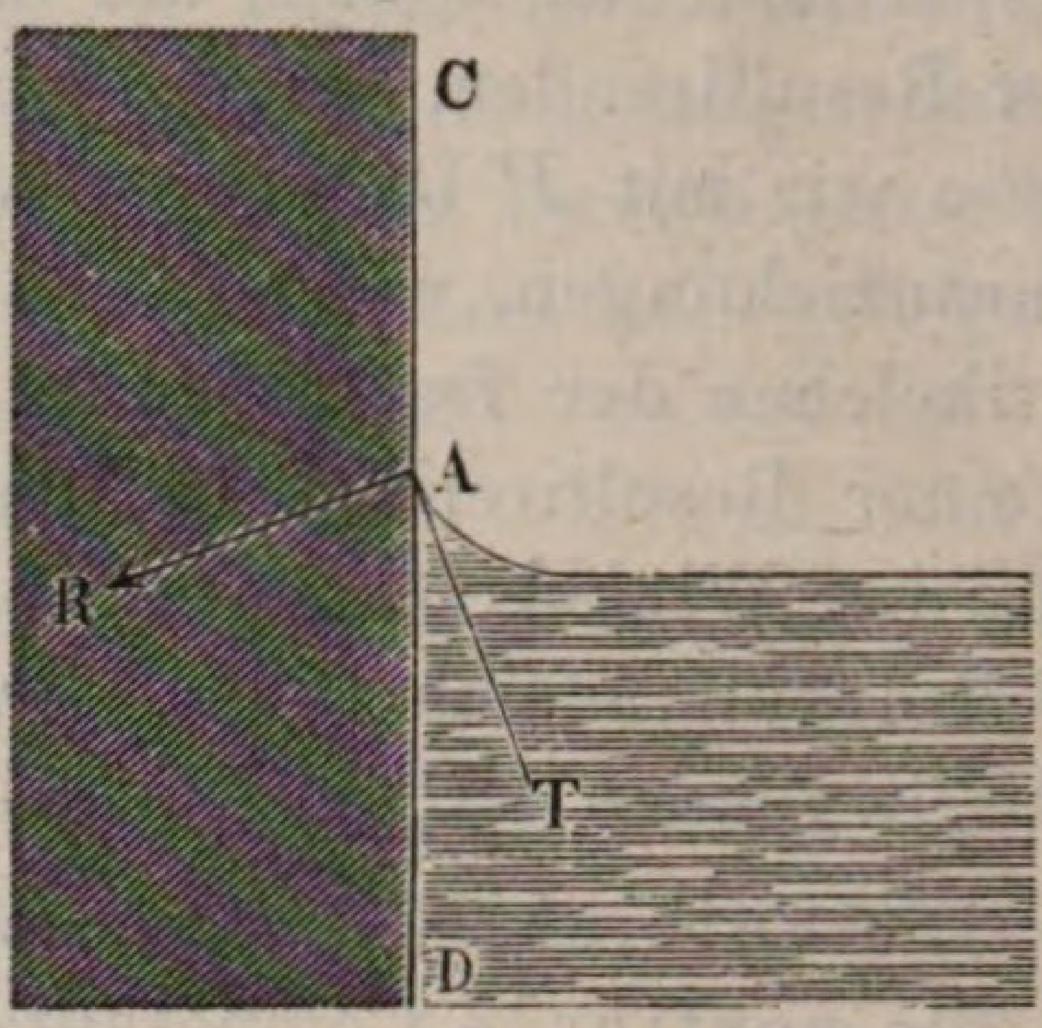


Fig. 184.



Kräfte P und Q abhängt, so muss auch die in A an die Oberfläche der Flüssigkeit gelegte, auf R rechtwinklig stehende Tangente AT stets denselben Winkel CAT mit der Wand CD machen, so oft dieselbe Flüssigkeit mit demselben festen Körper in Berührung tritt. Dieser Winkel, welcher den Namen Randwinkel führt, hat folgende Werthe:

Für Quecksilber und gewöhnliches Glas . . .	45 Grad
„ Quecksilber und Glas, dessen Oberfläche von Luft gereinigt ist	55 „
„ Alkohol und Stahl	90 „
„ Wasser und Glas	150 bis 180 „

wenn der Randwinkel von AC, Fig. 180, aus in der Richtung nach AB hin gezählt wird. Dem Werthe des Randwinkels zufolge ist für Alkohol und Stahl $P = 2\,Q$. Die Differenzen im Werth des Randwinkels für Glas und Wasser rühren offenbar von Verschiedenheiten im Oberflächenzustand des Glases her.

61 **Haarröhrchen.** Wenn man das eine Ende eines engen Glasröhrchens in eine Flüssigkeit eintaucht, so steht das Niveau der Flüssigkeit im Röhrchen nie in gleicher Höhe mit dem Spiegel der Flüssigkeit ausserhalb. In Wasser z. B. eingetaucht, erhebt sich die Flüssigkeitssäule im Röhrchen, Fig. 185; wenn man hingegen das Glasröhrchen in Quecksilber eintaucht, so steht der Gipfel der Quecksilbersäule im Röhrchen tiefer, Fig. 186. Diese Erscheinungen der Hebung und Senkung werden mit dem Namen der Capillarerscheinungen bezeichnet, die Kraft aber, welche sie hervorbringt und welche das Resultat der Cohäsion der Flüssigkeitstheilchen

Fig. 185.

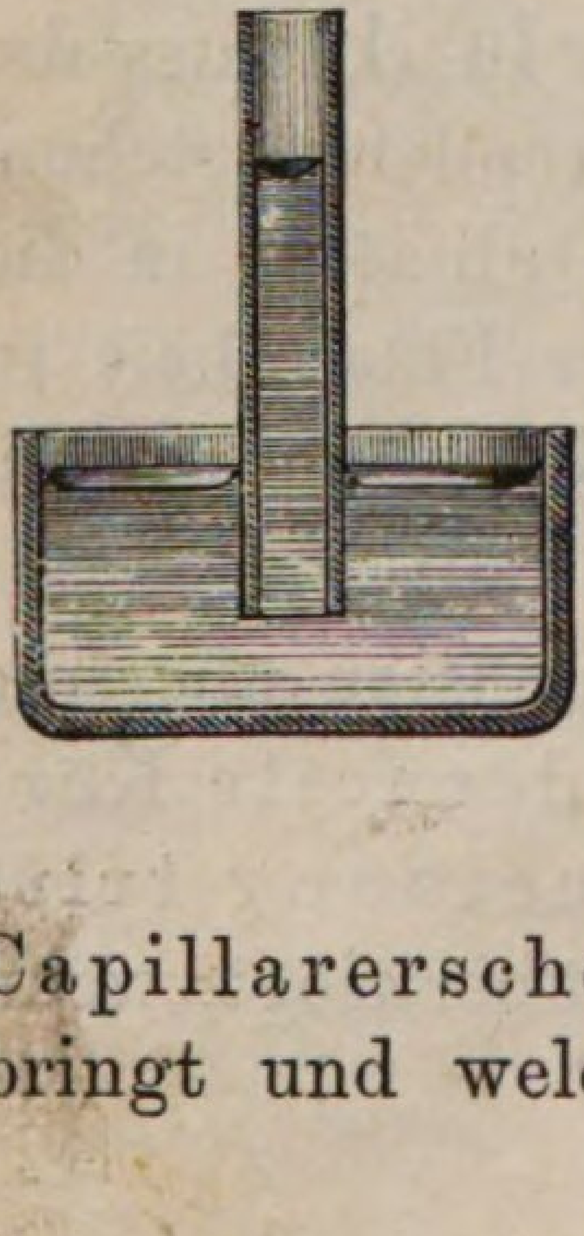
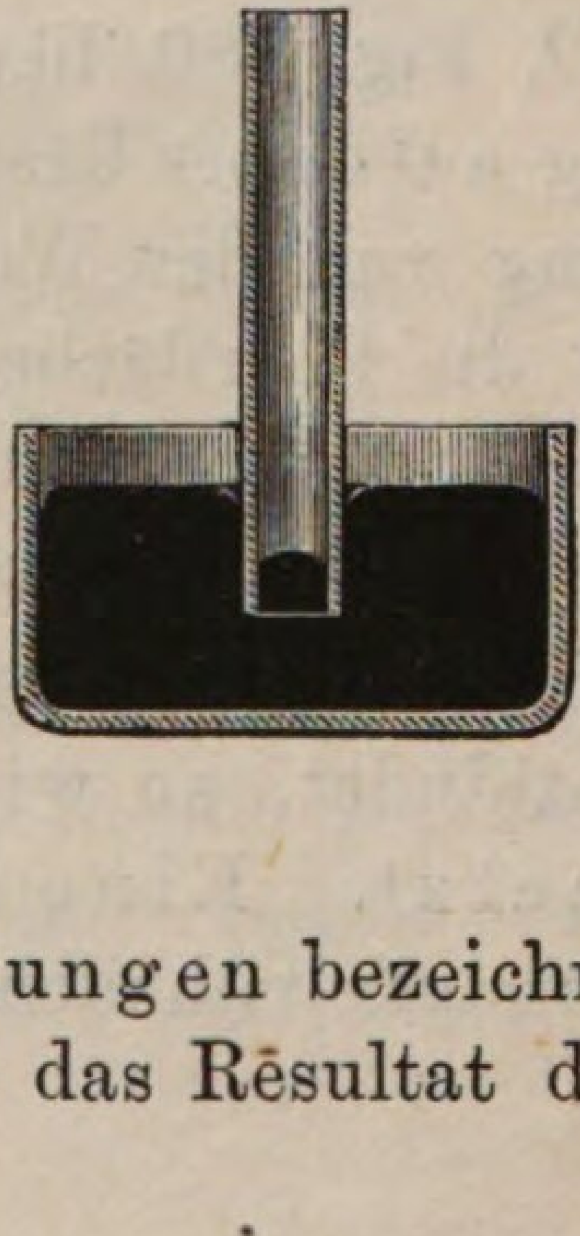


Fig. 186.

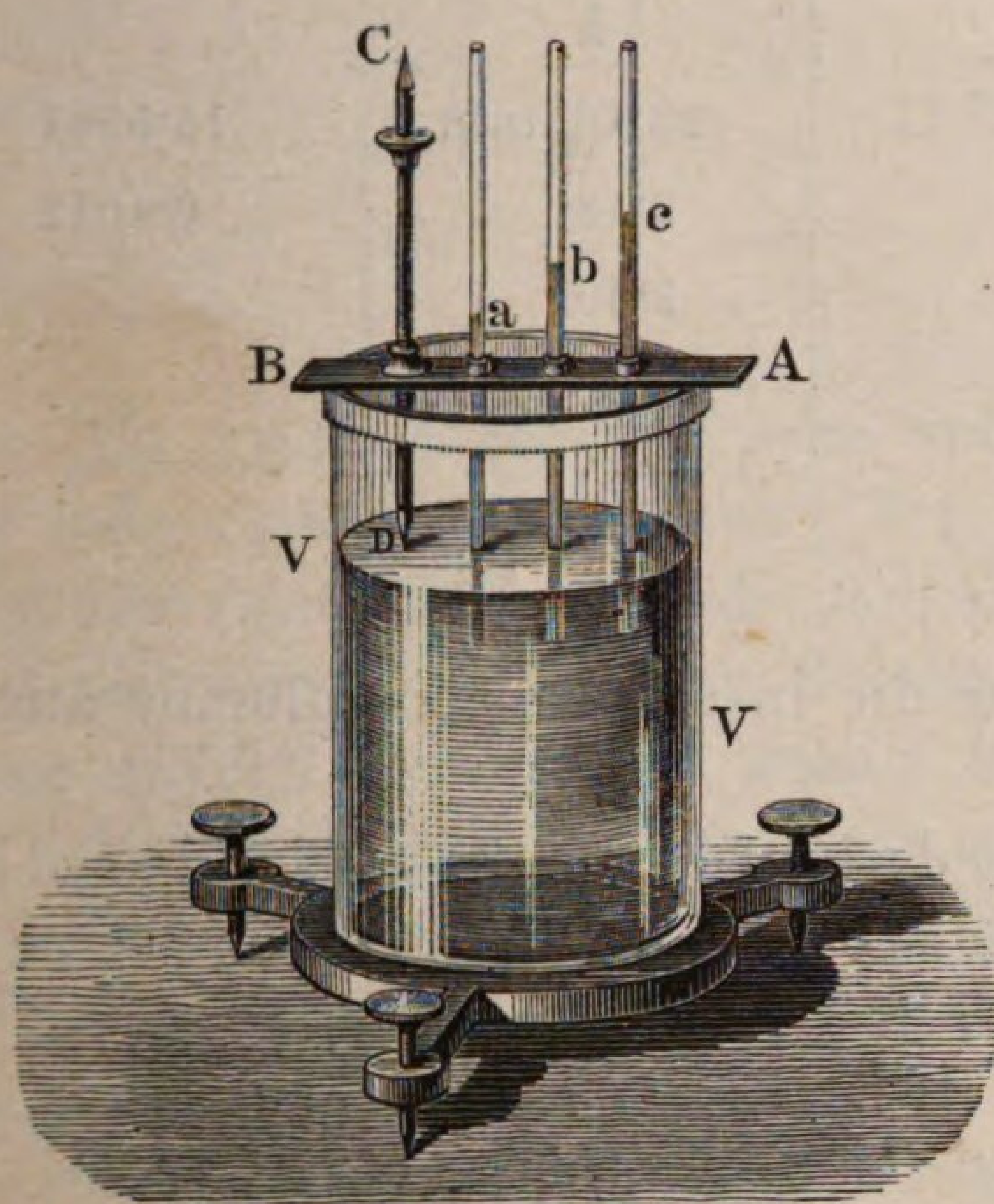


und ihrer Adhäsion an festen Körpern ist, heisst Capillarattraction, oder auch bloss Capillarität.

Es ist leicht, sich durch den Versuch davon zu überzeugen, dass die Höhendifferenz der Spiegel der Flüssigkeit in und ausser der Röhre um so grösser ist, je enger die Röhren sind. Taucht man zwei Röhrchen, von denen das eine einen doppelt so grossen Durchmesser hat als das andere, in Wasser, so wird das Wasser im engeren doppelt so hoch steigen; taucht man sie in Quecksilber, so wird im engeren die Flüssigkeit doppelt so viel niedergedrückt.

Um die Höhe genau zu messen, bis zu welcher die Flüssigkeiten im Haarröhrchen aufsteigen, brachte Gay-Lussac folgendes Verfahren in Anwendung. Ein weiteres Gefäss *V*, Fig. 187, welches die Flüssigkeit enthält, ruht auf einer mit drei Stellschrauben versehenen Platte, mittelst deren man den Rand des Gefässes *V* genau horizontal stellen kann. Auf diesem Rande liegt der Metallstreifen *BA*, in welchem mehrere Haarröhrchen von verschiedenem Durchmesser befestigt sind, deren unteres Ende in der Flüssigkeit des Gefässes *V* eingetaucht ist.

Fig. 187.



Die Höhe der Punkte *a*, *b* und *c*, bis zu welcher die Flüssigkeit in den verschiedenen Röhrchen über dem Spiegel der Flüssigkeit im Gefäss *V* aufsteigt, lässt sich nun aber deshalb nicht unmittelbar mit Genauigkeit messen, weil die Flüssigkeit nicht allein an der Wand des Gefässes *V*, sondern auch an der äusseren Wand der eingetauchten Röhrchen etwas über den Flüssigkeitsspiegel sich erhebt. Gay-Lussac hat diese Schwierigkeit dadurch umgangen, dass er in der Metallplatte *BA* ein Metallstäbchen *CD* anbrachte, auf welchem ein feines Schraubengewinde eingeschnitten und welches oben und unten mit einer Spitze versehen ist. Dieses Stäbchen wird nun so weit heruntergeschraubt, dass seine untere Spitze *D* eben den Flüssigkeitsspiegel berührt. — Nachdem diese Einstellung gehörig ausgeführt worden ist, wird der Höhenunterschied zwischen der oberen Spitze *C* und den Punkten *a*, *b* und *c* mit Hülfe eines Kathetometers (ein Instrument, dessen Beschreibung im zweiten Bande dieses Lehrbuchs zu finden ist) gemessen, und daraus ergiebt sich dann, wie hoch die Punkte *a*, *b* und *c* über *D* liegen, wenn zum Voraus die Länge des Stäbchens *CD* mit Genauigkeit gemessen worden ist.

Die Durchmesser der Röhrchen waren vorher dadurch bestimmt worden, dass man das Gewicht der Quecksilbersäule ermittelte, welche eine gemessene Länge des Röhrchens ausfüllt.

Die folgende Tabelle enthält einige auf diesem Wege gefundene Resultate.

Namen der Flüssigkeit.	Specif. Gewicht.	Temperatur.	Erhebung in einer Röhre, deren Durchmesser war:	
			$d = 1{\cdot}29$ mm	$d = 1{\cdot}90$ mm
			h	
Wasser	1	8·5⁰ C.	23·16 mm	15·5861
Alkohol	0·82	8	9·18	6·4012
„	0·86	10	9·30	„
„	0·94	8	10·00	„
Terpentinöl . . .	0·87	8	9·85	„

Die specifischen Gewichte sind für die in der dritten Columne angegebenen Temperaturen genommen.

Aus obiger Tabelle ergiebt sich, dass **für eine und dieselbe Flüssigkeit die gehobenen Säulen sich umgekehrt verhalten wie die Durchmesser der Röhren**, dass also

$$h = \frac{n}{d} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 1)$$

wenn h die Höhe der Säule und d den Durchmesser der Röhre bezeichnet. Aus Gl. 1) folgt:

$$h \,.\, d = n \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 2)$$

n aber ist nichts anderes als die Höhe, bis zu welcher die Flüssigkeit in einer 1 mm weiten Röhre aufsteigt. Für einige der in der vorigen Tabelle aufgeführten Flüssigkeiten ergeben sich folgende Werthe von hd:

	$d = 1{\cdot}29$ mm	$d = 1{\cdot}90$ mm	
	hd	hd	n
Wasser	29·87 mm	30·71 mm	30·26
Alkohol (0·82) . .	11·84	12·16	12·18
Terpentinöl . . .	12·70	„	12·72

Unter n stehen die Mittelwerthe von dh, wie sie sich für die genannten Flüssigkeiten aus grösseren Beobachtungsreihen ergeben.

Auch die Temperatur hat einen wesentlichen Einfluss auf die Steighöhe von Flüssigkeiten in Capillarröhren. So fand Brunner für n folgende Werthe:

	Wasser.	Aether.	Olivenöl.
0° C.	30·66 mm	10·66 mm	
25	29·28	9·22	14·49 mm
35	28·64	8·74	14·16
50	27·76	—	13·82
80	25·98	—	13·26
100	—	—	12·81
150	—	—	11·89

Da das Kathetometer denn doch ein ziemlich theures Instrument ist, so habe ich zur Messung der Steighöhe in Haarröhrchen den in Fig. 188 (a. f. S.) im Grund- und Aufriss dargestellten Apparat construirt, welcher sich mit geringen Kosten herstellen lässt und doch die Steighöhe auf 0·2 bis 0·1 mm genau zu messen erlaubt. Das Haarröhrchen ist mittelst Binddraht auf einem mit einer eingebrannten Millimeterscala versehenen Beinglasstreifen befestigt. Da man das äussere Niveau der Flüssigkeit weder an dem äusseren Rand des Haarröhrchens noch an dem Beinglasstreifen ablesen kann, so ist auf eine aus der Figur leicht verständliche Weise ein Stahldraht angebracht, den man beliebig höher oder tiefer stellen kann und dessen untere Spitze s um 4 bis 5 mm von der Milchglasplatte absteht. Zunächst wird die Spitze s genau auf einen der Hauptheilstriche der Scala eingestellt, also entweder auf 0 oder auf 1, auf 2 u. s. w. Ist die Spitze s fest eingestellt, so wird die ganze Vorrichtung, von einem passenden Stativ getragen, in verticaler Stellung in das 3 bis 4 cm weite Glasgefäss hinabgesenkt, bis die Spitze s sich nur noch wenig über dem Spiegel der Flüssigkeit befindet und dann die Flüssigkeit im Gefäss durch vorsichtiges tropfenweises Zugiessen vermehrt, bis ihr Spiegel eben die Spitze s erreicht hat. Um das Haarröhrchen gehörig zu netzen, kann man oben an demselben ein kurzes Kautschukröhrchen anbringen und vor dem Versuch mittelst desselben die Flüssigkeit im Glasröhrchen etwas aufsaugen.

Die Ablesung des Meniskenstandes kann entweder unmittelbar oder besser mit Hülfe einer Brügge'schen Loupe ausgeführt werden.

Auf diese Weise fand ich durch einige vorläufige Versuche bei 24° C. für Wasser $n = 29{\cdot}16$ mm, während Brunner bei 25° C. $n = 29{\cdot}28$ mm gefunden hatte. Ferner fand (gleichfalls bei 24° C.) ich den Werth von n für

Schwefelkohlenstoff	. . .	10·0 mm
Petroleum		13·4
Rüböl		12·0

Da der Werth von n für Petroleum und Rüböl nahezu gleich ist, so ist die Steighöhe beider Flüssigkeiten in Dochten gleichfalls nahezu die

Fig. 188.

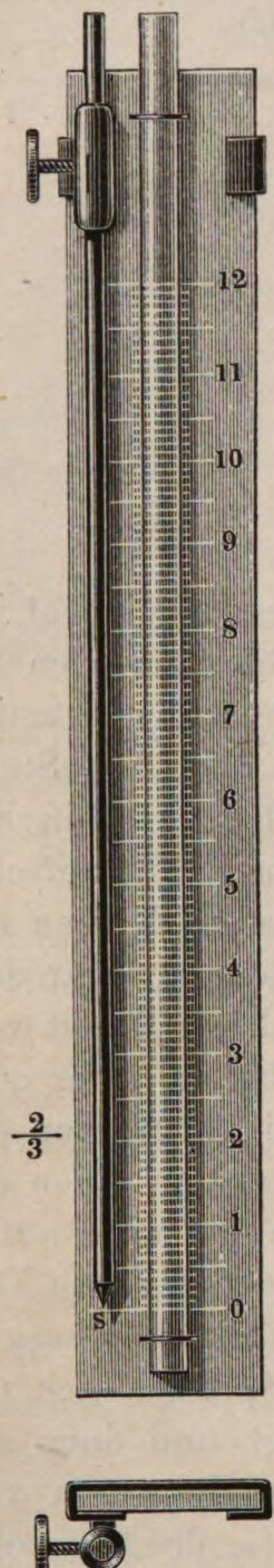
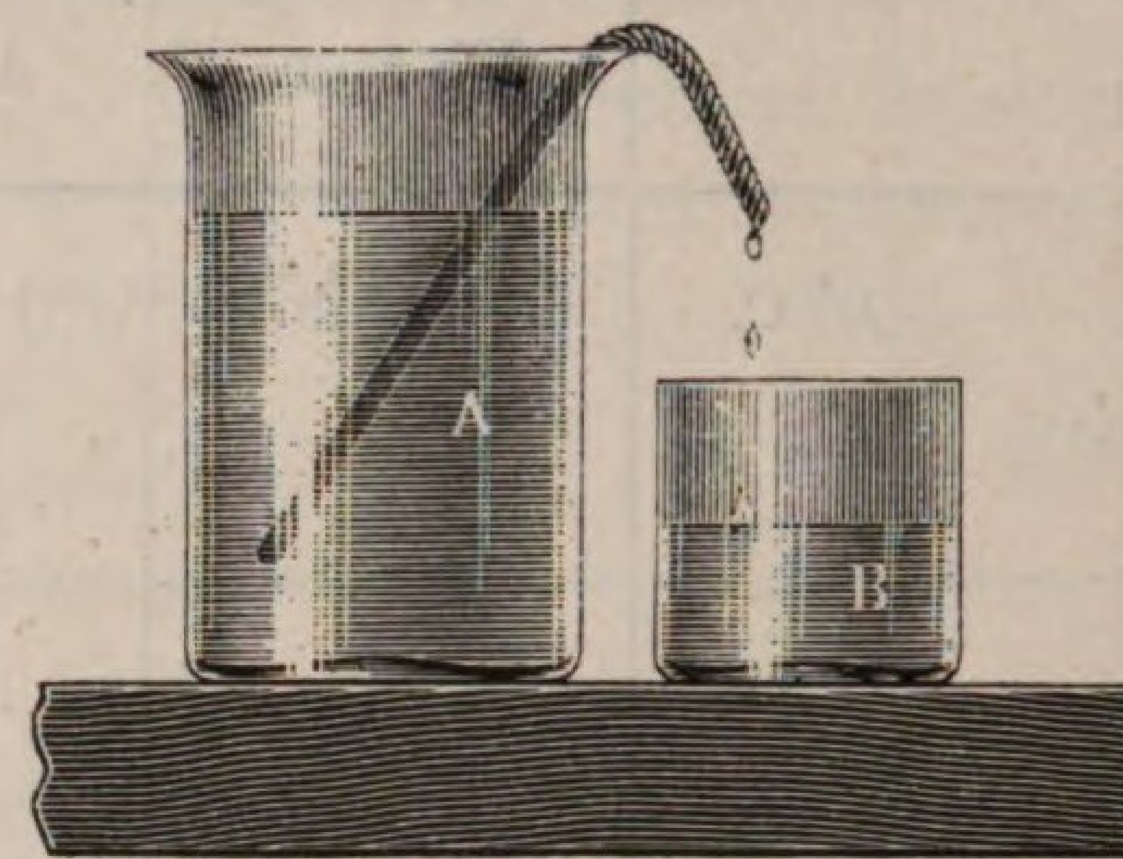


Fig. 189.



gleiche; dessenungeachtet kann man Rüböl in Petroleumlampen nicht brennen, weil die Flamme zu hoch über dem Spiegel der Flüssigkeit steht. Dies erklärt sich nur dadurch, dass das Petroleum rasch, das Oel aber nur langsam in den Höhlungen des Dochtes aufsteigt, wie aus folgendem Versuch hervorgeht. Ein Becherglas A, Fig. 189, wurde bis zu einer Höhe von 4 cm unter dem Rande mit Petroleum gefüllt, ein Lampendocht in die Flüssigkeit eingetaucht und über den Rand des Gefässes A umgebogen, wie die Figur zeigt. Die aus A im Docht aufgestiegene Flüssigkeit tropft nun in das Gefäss B herab. Bei einem derartigen Versuch ergab sich, dass in 4 mal 24 Stunden 160 cbcm Petroleum übergegangen waren, während in gleicher Zeit nur 18 cbcm Rüböl übergingen, wenn der Versuch ganz in gleicher Weise mit dieser Flüssigkeit angestellt wurde. Das Petroleum steigt also 9 mal rascher im Dochte auf als Rüböl.

Die Resultate, welche man nach diesem Verfahren erhält, sind ganz und gar unabhängig von der Dicke der Röhre und der Substanz, aus welcher sie besteht, vorausgesetzt, dass sie von der Flüssigkeit benetzt wird.

Ehe man die Röhrchen zum Versuche anwendet, müssen die inneren Wände vollständig mit der Flüssigkeit benetzt und von allen Unreinigkeiten befreit werden. Es ist auch wesentlich, dass man die flüssige Säule mehrmals oscilliren lässt, damit man die wahre Höhe beobachtet.

Die Erhebung der Flüssigkeiten in engen Röhrchen sowie die Senkung derselben ist aber auf das Innigste mit der Gestaltung ihrer Oberfläche verknüpft. Eine **Erhebung** findet statt, wenn der Gipfel der Flüssigkeitssäule in der Röhre einen **concaven Meniscus** bildet, wie Fig. 190, während sich stets eine Depression einstellt, wenn der Gipfel der Flüssigkeit einen **convexen Meniscus** bildet, wie Fig. 191.

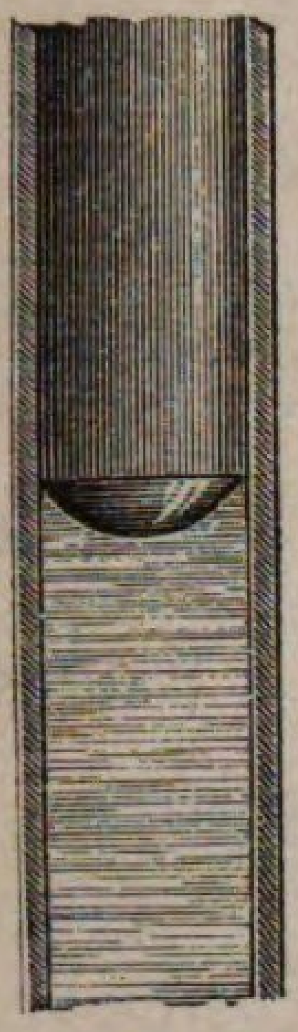


Fig. 190.

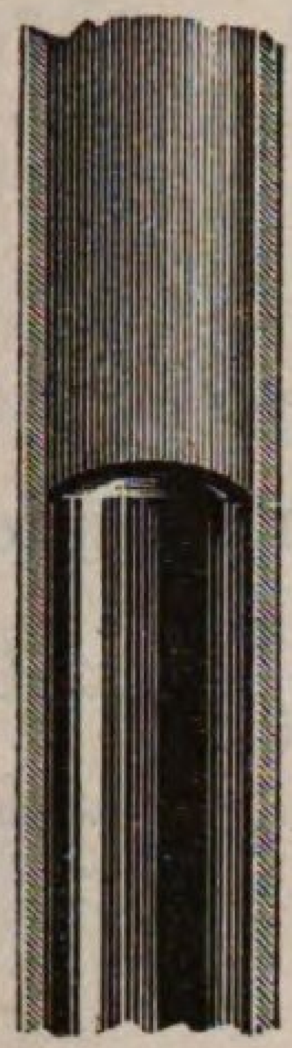


Fig. 191.

Die Vorrichtung §. 188 kann man auch anwenden, um wenigstens annähernd den Werth des Randwinkels zu ermitteln. Fig. 192 oder Fig. 193 stelle den durch die Brügge'sche Loupe beobachteten Meniscus dar. Hat man Alles so justirt, dass ein Theilstrich der Millimeterscala gerade durch den obersten Rand des

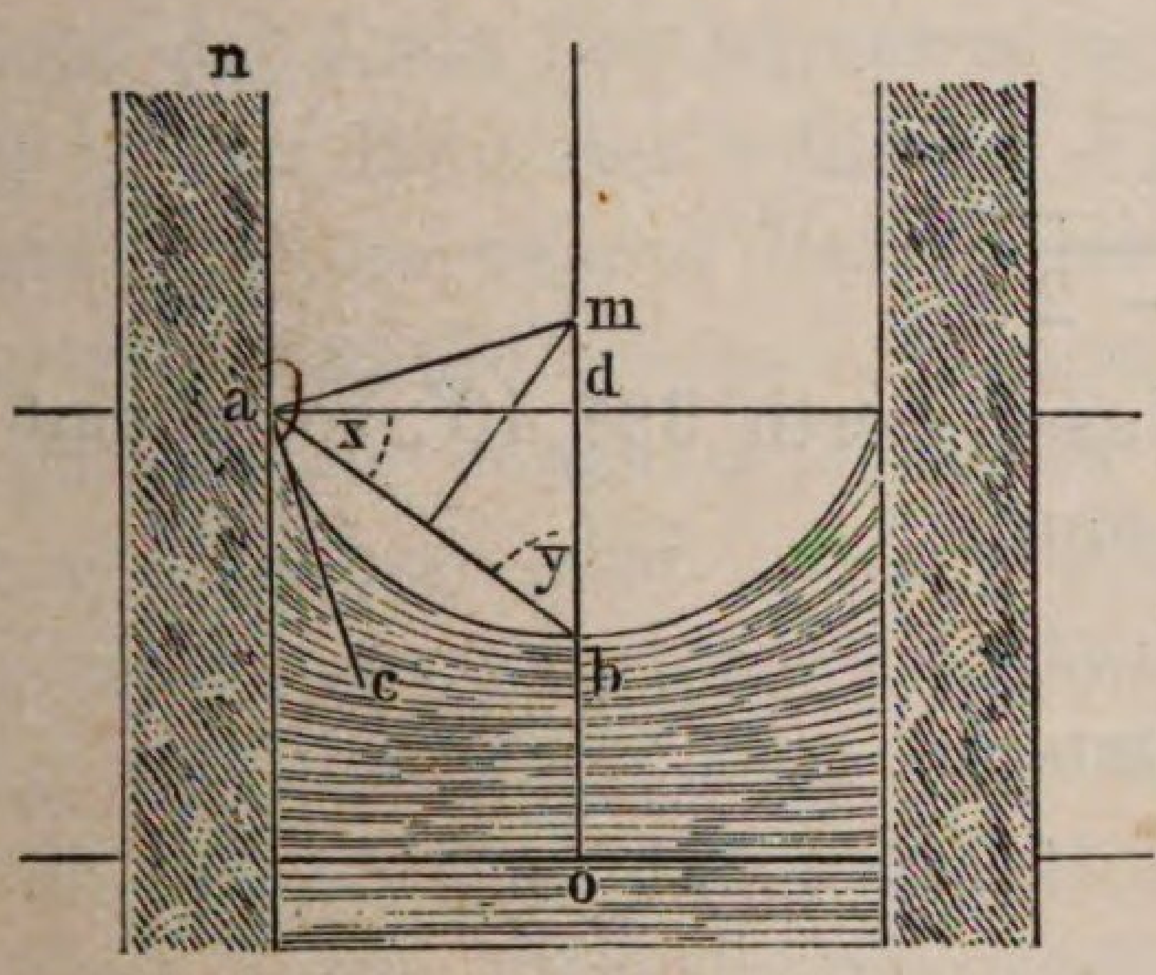


Fig. 192.

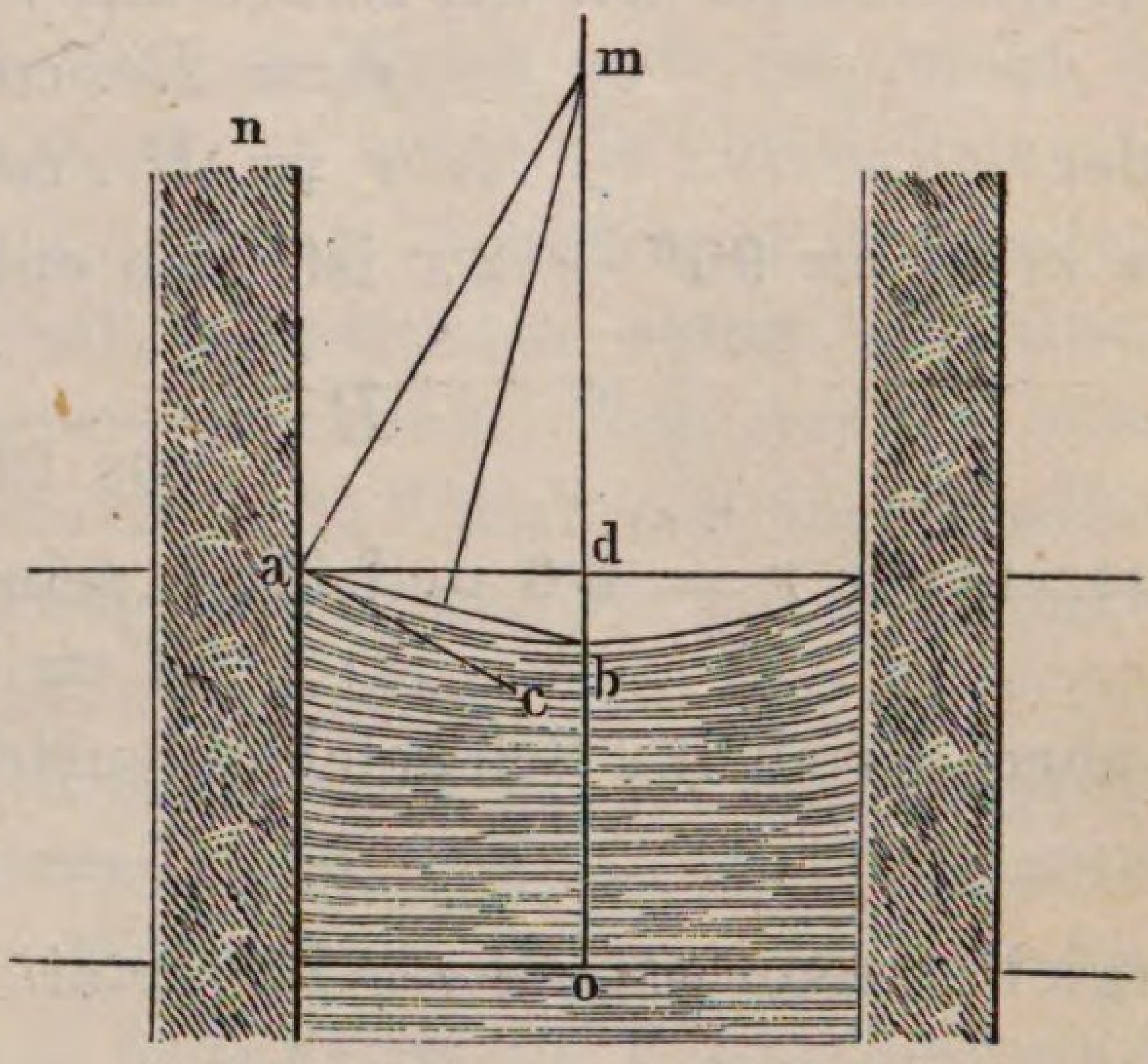


Fig. 193.

Meniscus geht, so kann man leicht schätzen, um den wievielten Theil eines Millimeters der tiefste Punkt b des Meniscus unter dem Rande desselben steht. In einer Röhre von 1·2 mm Durchmesser (also $ad = 0{\cdot}6$ mm) schätzte ich für Wasser $db = {}^1/_2\, do$, also $db = 0{\cdot}5$ mm, und daraus ergiebt sich

$$tang\; x = \frac{5}{6} = 0{\cdot}8333$$

$$x = 39^0\; 40'.$$

Denken wir uns nun die Linie ab gezogen und in ihrem Mittelpunkt ein Perpendikel errichtet, so schneidet dasselbe die Axe der Röhre in m, dem Krümmungsmittelpunkt des Meniscus. Zieht man ferner den Radius am und rechtwinklig darauf die Tangente ac, so ist nac der gesuchte Randwinkel. Wir haben aber

$$y + bac = 90^0$$
$$y + x \quad = 90^0$$

also

$$bac = x$$
$$dac = 2\,x$$
$$nac = 90^0 + 2\,x$$

und da für Wasser $x = 39^0\ 40'$ ist, so ergiebt sich

$$nac = 90^0 + 79^0\ 20' = 169^0\ 20'.$$

Für Schwefelkohlenstoff schätzte ich bei Anwendung derselben Röhre $db = 0{\cdot}15$ mm, Fig. 193, also $tang\ x = \frac{0{\cdot}15}{0{\cdot}60} = 0{\cdot}25$, wonach sich $x = 14^0$, $dac = 28^0$ und endlich der Randwinkel

$$nac = 118^0$$

ergiebt.

Nun lässt sich auch leicht der Werth des Krümmungshalbmessers am des Meniscus bestimmen, den wir mit R bezeichnen wollen, während der Halbmesser ad der Röhre mit r bezeichnet sein mag. Es ist nämlich

$$r = R\ .\ cos\ mad$$

oder

$$r = R\ .\ cos\ (90^0 - 2\,x)$$

da $mad = 90^0 - 2\,x$ ist, also endlich

$$R = \frac{r}{cos\ (90^0 - 2\,x)}.$$

Setzen wir $r = 0{\cdot}6$ und für x seinen Wasserwerth $39^0\ 40'$, so kommt

$$R = 0{\cdot}61 \text{ mm},$$

während sich für Schwefelkohlenstoff

$$R = 1{\cdot}27 \text{ mm}$$

ergiebt, wenn man $x = 14^0$ setzt.

62 **Verschiedene Höhen, bis zu welchen dieselbe Flüssigkeit in derselben Röhre steigen kann.** Wenn man eine Röhre, welche zum Versuche gedient hat, mit Vorsicht aus der Flüssigkeit herausnimmt, so beobachtet man, dass die flüssige Säule, welche im Inneren der Röhre hängen bleibt, immer grösser ist als sie vorher war, da die Röhre noch in die Flüssigkeit eingetaucht war. Es sei z. B. ab, Fig. 194, die Säule, welche in der Röhre aufsteigt, während sie in die Flüssigkeit eingetaucht ist, so kann die Säule, welche in der Röhre hängen bleibt, wenn man sie aus der Flüssigkeit herausnimmt, die Höhe cd, Fig. 195, oder gar die Höhe fg, Fig. 196, erreichen. Dieser Unterschied hängt von dem Tropfen ab, welcher sich am unteren Ende der Röhre bildet, und welcher ein mehr oder minder convexer Meniscus ist. In der That, wenn die Röhrenwände sehr dick sind, so breitet sich der Tropfen aus, und in diesem Falle ist die Erhebung geringer; wenn aber die Wände dünn sind, so ist der convexe Meniscus des Tropfens fast gleich dem concaven Meniscus am oberen Ende der Säule, und in diesem Falle ist die Höhe der

Säule fg, Fig. 196, welche in der Röhre hängen bleibt, fast doppelt so gross, als die Höhe ab, Fig. 194, der Säule, welche man beobachtet, wenn dieselbe Röhre noch in die Flüssigkeit eingetaucht ist.

Fig. 194.

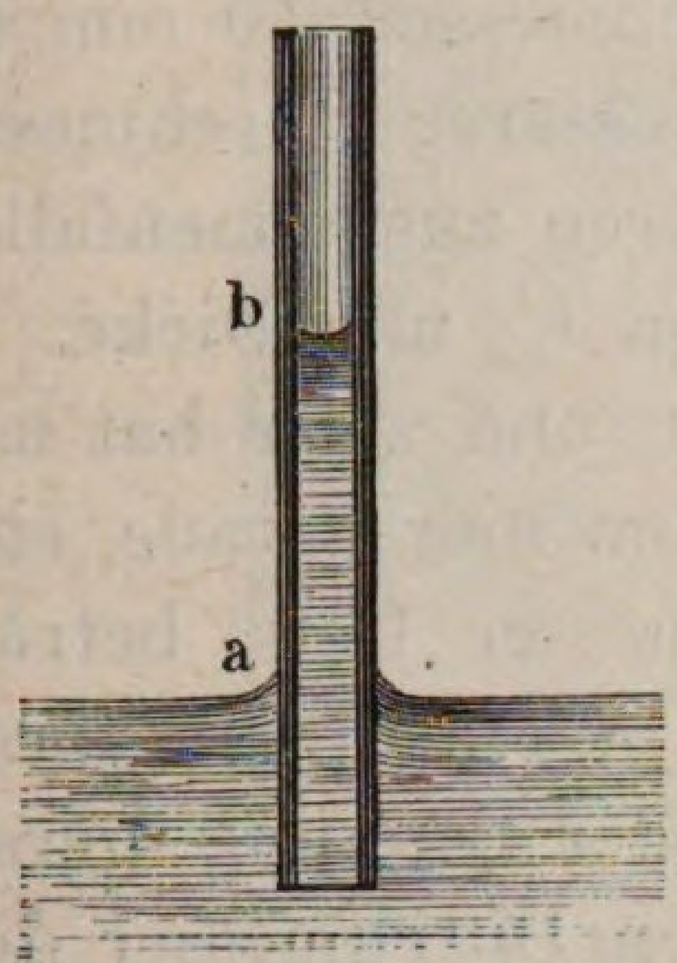


Fig. 195.



Fig. 196.

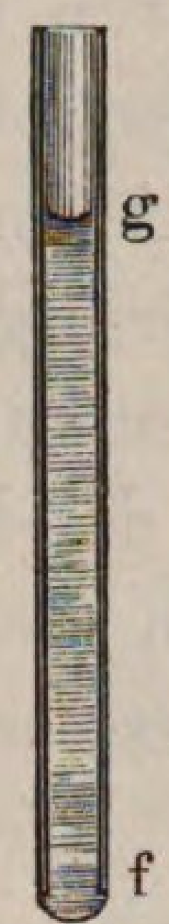


Fig. 197.

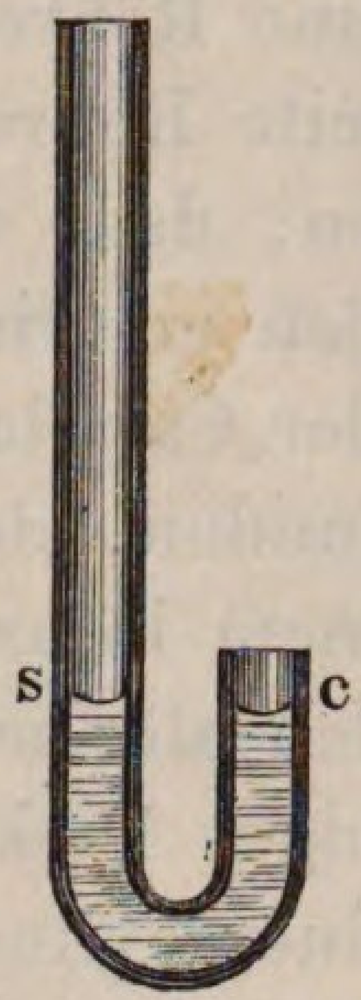


Fig. 198.

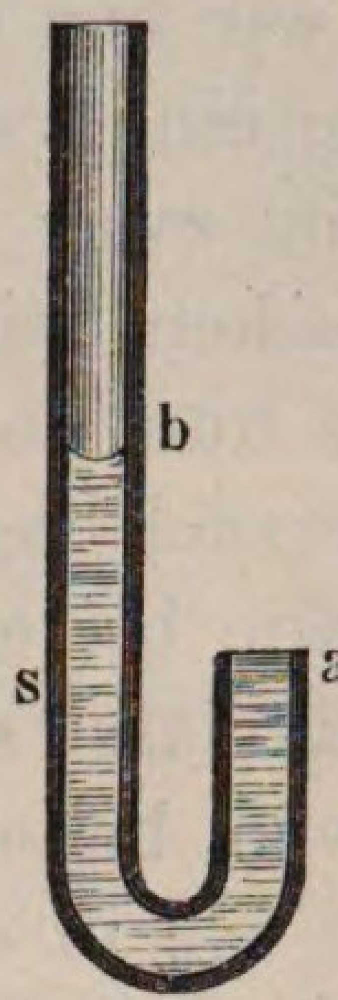


Fig. 199.



Heberförmig gekrümmte Röhren bieten ähnliche Erscheinungen dar und sind zugleich für die Versuche bequemer. In einer heberförmigen Röhre, Fig. 197, deren Durchmesser überall gleich weit ist, steht die Flüssigkeit in beiden Schenkeln gleich hoch, so lange die Flüssigkeit noch nicht das Ende des kürzeren Schenkels erreicht. Lässt man ganz allmälig in den längeren Schenkel Flüssigkeit zufliessen, so steigt das Niveau bald bis zum oberen Rande des kürzeren Schenkels. Von nun an steigt bei fernerem Zufliessen im längeren Schenkel die Flüssigkeit in demselben, während der concave Meniscus am oberen Ende des kürzeren Schenkels immer flacher wird. In dem Moment, in welchem der Meniscus ganz verschwunden, in welchem also die Oberfläche der Flüssigkeit im kürzeren Schenkel ganz eben geworden ist, wie Fig. 198, ist die Höhendifferenz von a bis b gleich der Höhe der Flüssigkeitssäule, welche in demselben Rohre aufgestiegen wäre, wenn man es in die Flüssigkeit eingetaucht hätte. Bei fernerem Zufluss in den längeren Schenkel steigt die flüssige Säule noch höher, während die Oberfläche der Flüssigkeit im kürzeren Schenkel convex wird, wie Fig. 199. Das Steigen dauert fort, bis die Höhendifferenz cd, Fig. 199, doppelt so gross ist als die Höhendifferenz ab, Fig. 198. In diesem Augenblick ist der Meniscus auf dem kürzeren Schenkel eine Halbkugel. Wenn nun noch Flüssigkeit im längeren Schenkel zufliesst, so reisst die gewölbte Oberfläche, und die Säule fällt mehr oder weniger weit herab, je nachdem der abfliessende Tropfen grösser oder kleiner ist.

Diese Erscheinungen können in umgekehrter Ordnung hervorgebracht werden, wenn man in den längeren Schenkel eine Flüssigkeitssäule bringt, welche so hoch ist, als sie eben noch getragen werden kann, und dann nach und nach am Gipfel des kürzeren Schenkels etwas Flüssigkeit wegnimmt.

63 **Haarröhrchen von verschieden gestaltetem Querschnitt.** Wenn der enge Raum nicht cylindrisch ist, wie wir bisher angenommen haben, so sind die Erscheinungen etwas verwickelter, jedoch lassen sie sich oft auf ziemlich einfache Gesetze zurückführen.

Denken wir uns eine Röhre, deren innerer Durchmesser 10 mm beträgt, in diese eine zweite Röhre geschoben, deren äusserer Durchmesser 9 mm ist, und zwar so, dass die Axen beider Röhren zusammenfallen, so bleibt zwischen beiden ein ringförmiger Raum von $^1/_2$ mm Dicke. In diesem Raume nun finden Capillarerscheinungen statt, und zwar hat man durch den Versuch gefunden, dass die Höhendifferenz hier gerade eben so gross ist, wie bei einem Röhrchen, dessen Durchmesser 1 mm beträgt. Dieses Resultat lässt sich allgemein so ausdrücken: in einem ringförmigen Raume von beliebiger Dicke ist die Hebung oder Senkung gerade eben so gross wie in einer cylindrischen Röhre, deren Durchmesser doppelt so gross ist als die Dicke dieses ringförmigen Raumes.

Wenn der innere Cylinder selbst eine hohle Röhre ist, so finden in dieser Röhre und in dem ringförmigen Raume die Capillarerscheinungen gerade so statt, als ob jeder derselben für sich allein da wäre. Wäre also der Durchmesser der Röhre gerade doppelt so gross als die Dicke des Ringes, so würden die Gipfel der Säulen in beiden gleich hoch stehen. Wenn die Röhre enger ist, so ist der Gipfel ihrer Säule höher, wenn es sich um eine Hebung, tiefer, wenn es sich um eine Senkung handelt; das Gegentheil findet statt, wenn die Röhre weiter ist.

Der zwischen zwei parallelen Platten befindliche Raum ist nichts als ein Stück eines ringförmigen Raumes von unendlich grossem Halbmesser, die Höhen der gehobenen oder gesenkten Säulen müssen also denselben Gesetzen folgen, wie dies der Versuch in der That bestätigt. Welches auch die Entfernung zweier parallelen Platten sein mag, sie bringen dieselbe Wirkung hervor, wie eine cylindrische Röhre, deren Durchmesser doppelt so gross ist als die Entfernung der Platten.

Die Fig. 200 stellt zwei Glasplatten dar, die mit ihren verticalen Kanten auf der einen (linken) Seite zusammenstossen und einen Winkel mit einander machen, indem sie auf der entgegengesetzten (rechten) Seite mehr oder weniger von einander entfernt werden. Wenn man nun diese Platten in Wasser taucht, so muss es an der engeren Stelle auf der linken Seite höher steigen, als da wo die Platten weiter von einander abstehen. An allen Stellen zwischen den beiden Platten wird die Flüssigkeit um so höher steigen, je mehr man sich der Kante nähert, in welcher beide Platten zusammenstossen. Die mathematische Betrachtung der Sache zeigt, dass der Gipfel des gehobenen Wassers eine gleichseitige Hyperbel bildet, deren Asymptoten auf der einen Seite die Durchschnittslinie der Platten, auf der anderen das Niveau der Flüssigkeit ist, in welche sie eingetaucht sind.

Die Fig. 201 stellt ebenfalls zwei gegen einander geneigte Platten dar, die sich aber in einer horizontalen Linie schneiden; die geometrische

Ebene, welche ihren Winkel halbirt, kann selbst horizontal oder auch mehr oder weniger geneigt sein. Wenn man zwischen die beiden Plat-

Fig. 200.

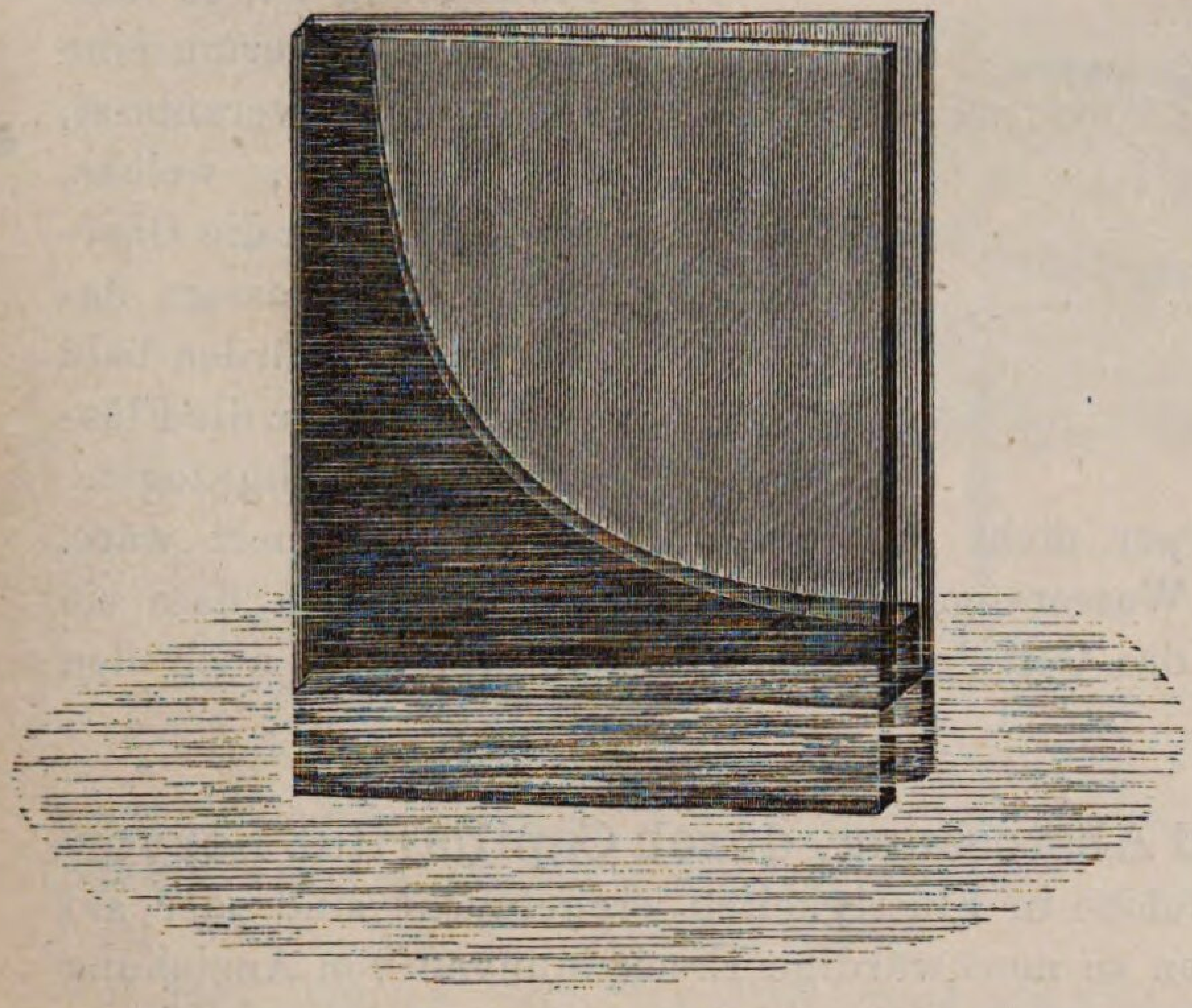
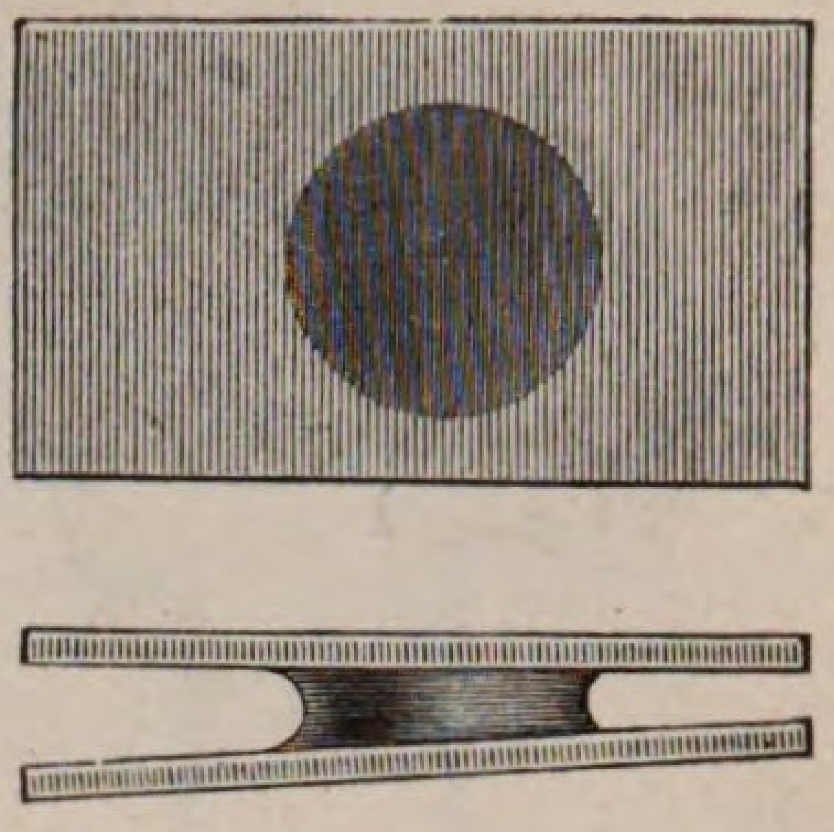


Fig. 201.



ten einen Wassertropfen bringt, welcher beide Platten berührt, so sieht man, dass er sich augenblicklich kreisförmig abrundet und gegen den Scheitel des Winkels hineilt. Seine Geschwindigkeit ist grösser oder kleiner, je nachdem der Winkel der Platten grösser oder kleiner ist. Hält man die obere Platte stets wagerecht, so kann man es durch gehöriges Neigen der unteren Platte dahin bringen, dass die Attractivkraft, welche den Tropfen gegen den Scheitel des Winkels zieht, gerade seiner Schwere, die ihn zur schiefen Ebene heruntertreibt, das Gleichgewicht hält.

Die Erscheinungen, von denen wir eben gesprochen haben, wiederholen sich bei konischen Röhren. Die kleine Flüssigkeitssäule bewegt sich gegen die Spitze des Kegels, wie in Fig. 202, oder gegen die weitere Oeffnung, Fig. 203, je nachdem sie durch zwei concave oder durch zwei

Fig. 202.

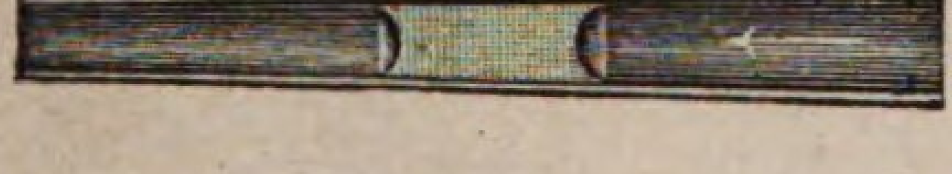


Fig. 203.



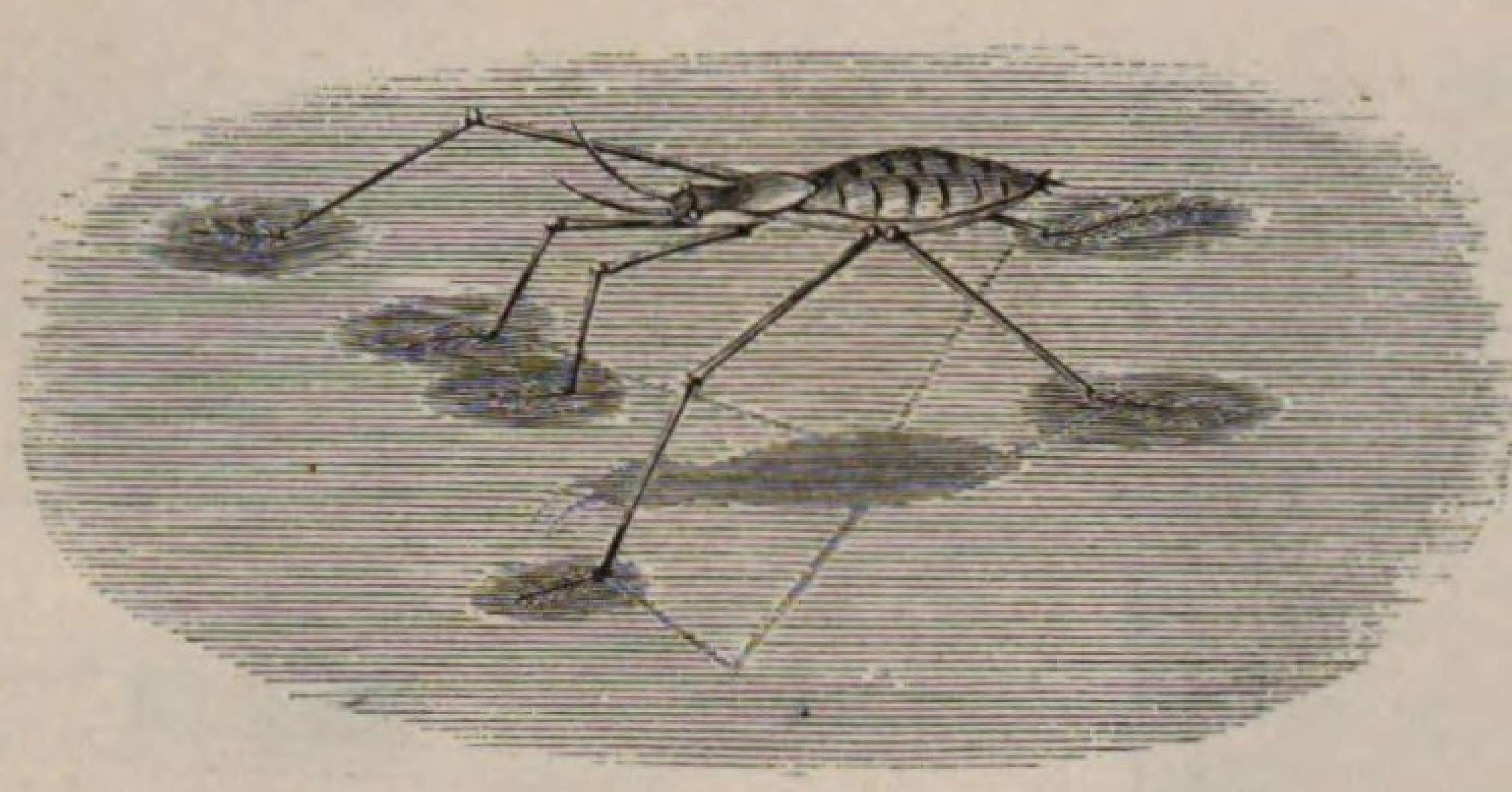
convexe Menisken begränzt ist. In allen Fällen kann man den Tropfen an einer bestimmten Stelle der Röhre festhalten, wenn man der Röhre eine entsprechende Neigung giebt.

Das Vorangehende zeigt, dass feste Körper und Flüssigkeiten nicht in Berührung kommen können, ohne dass die Oberfläche der beweglichen Flüssigkeit eine mehr oder weniger merkliche Formveränderung erleidet.

Die Gestalt der Krümmungen hängt von der Gestalt der festen Körper ab. Es findet immer eine Hebung Statt, wenn die Flüssigkeit die Oberfläche des festen Körpers benetzt, eine Depression, wenn dies nicht der Fall ist. So wird z. B. eine Nähnadel, wenn man sie mit Alkohol

abgewaschen hat, vom Wasser benetzt und geht unter, wenn man sie auch noch so vorsichtig auf die Oberfläche der Flüssigkeit legt; dagegen schwimmt sie, wenn sie etwas fettig ist, so dass sie um sich herum eine Depression veranlasst. Die Insecten, welche, Fig. 204, über die Oberfläche des Wassers dahin laufen, würden bald ganz benetzt in die Flüssigkeit hinabgezogen werden, wenn ihr Körper nicht gegen die Benetzung gesichert wäre. Auch die Federn der Wasservögel sind stets etwas fettig, so dass sie nicht benetzt werden; das Gefieder bleibt trocken, wenn sie auch den Körper untertauchen.

Fig. 204.



64 **Anziehung und Abstossung, durch Capillarität hervorgebracht.** Körper, welche in Flüssigkeiten eingetaucht sind oder auf ihnen schwimmen, bieten so merkwürdige Erscheinungen von Anziehung und Abstossung dar, dass es nöthig ist, hier einige Beispiele anzuführen.

Zwei Korkkugeln, welche auf Wasser schwimmen und von demselben benetzt werden, üben gar keine Einwirkung auf einander aus, wenn sie einigermaassen weit von einander entfernt sind; wenn man sie aber so weit nähert, dass das Wasser zwischen beiden keine Ebene mehr bildet, wie Fig. 205, so erfolgt eine lebhafte Anziehung.

Zwei Kugeln, welche nicht benetzt werden, wie Glaskugeln, welche auf Quecksilber schwimmen, üben unter gleichen Umständen gleichfalls eine Anziehung aus (Fig. 206).

Fig. 205.

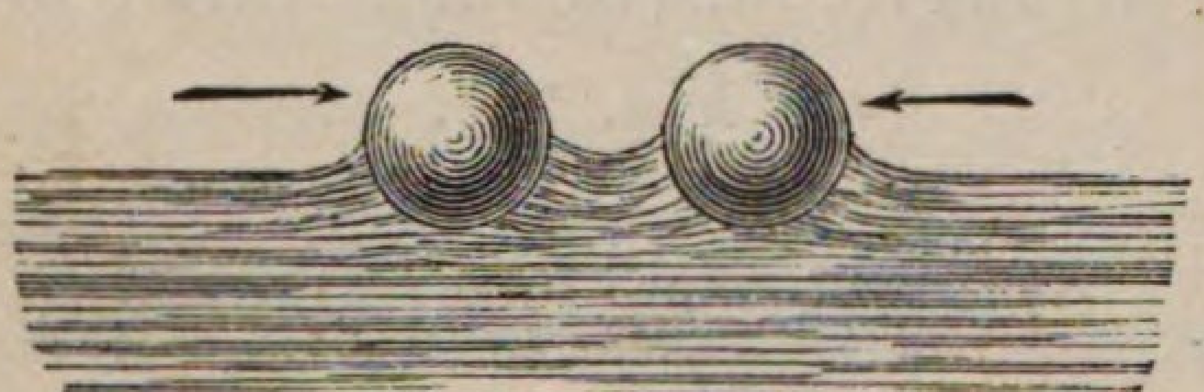


Fig. 206.

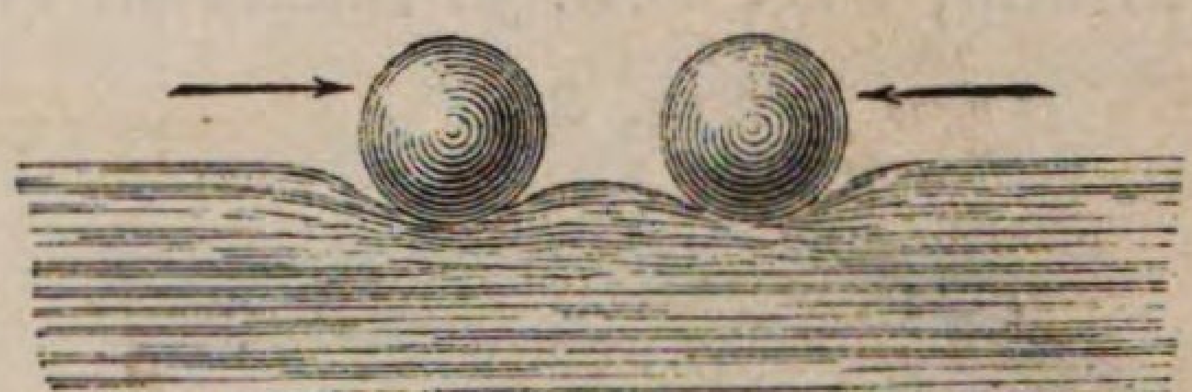
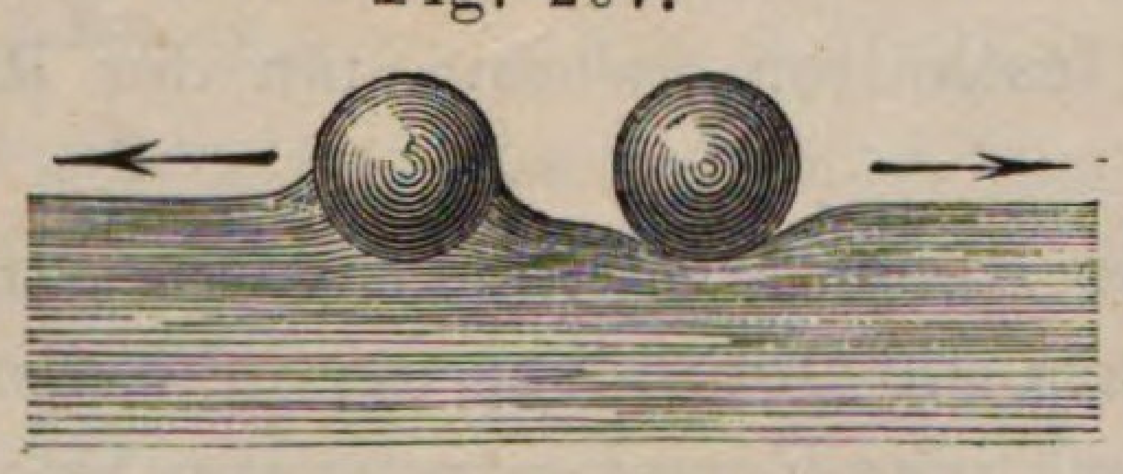


Fig. 207.



Zwei Kugeln endlich, von denen die eine benetzt wird, die andere nicht, stossen einander ab, wenn sie in die gehörige Nähe gebracht werden (Fig. 207).

Verticale Platten bieten ähnliche Erscheinungen dar (Fig. 208, Fig. 209, Fig. 210).

Man glaubte früher, dass diese Bewegungen von einer directen Einwirkung der Materie herrührten; es ist aber leicht einzusehen, dass sie

von der Krümmung der Flüssigkeitsoberfläche abhängen, weil dieselben Körper, die sich auf Wasser anziehen oder abstossen, bei gleicher Entfer-

Fig. 208.

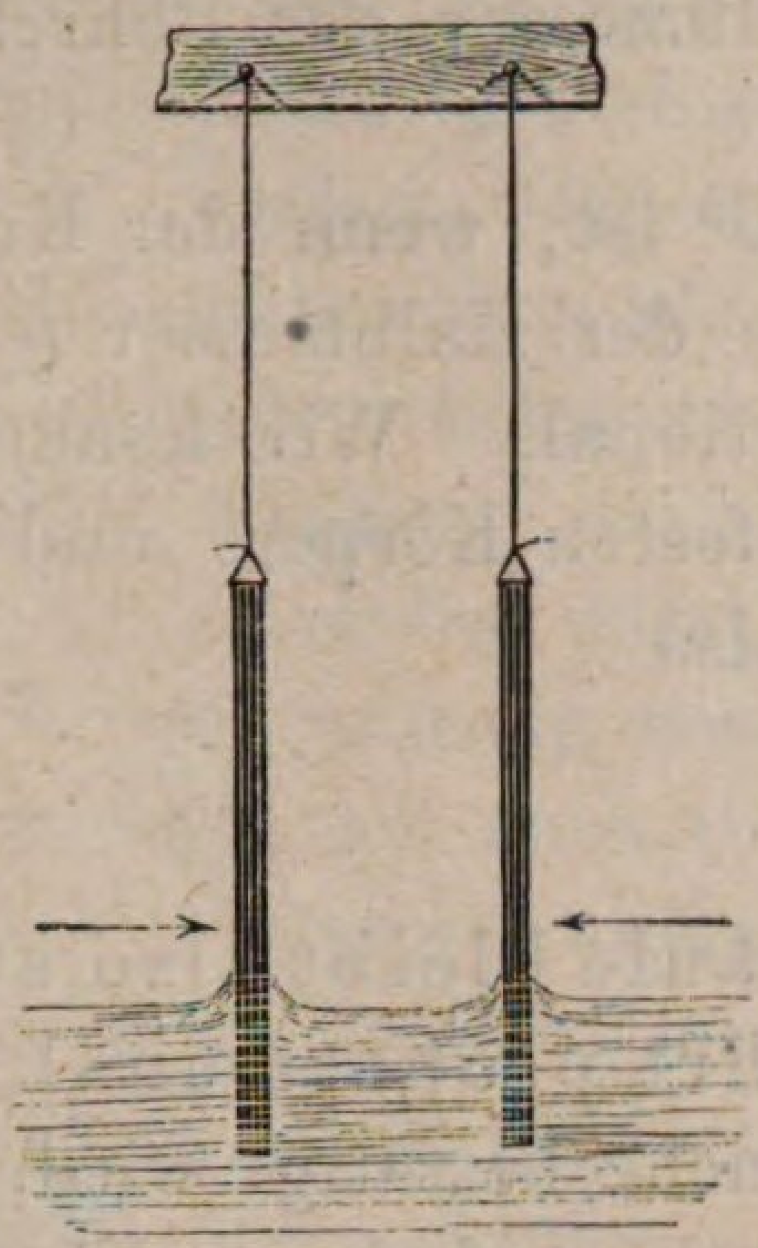


Fig. 209.

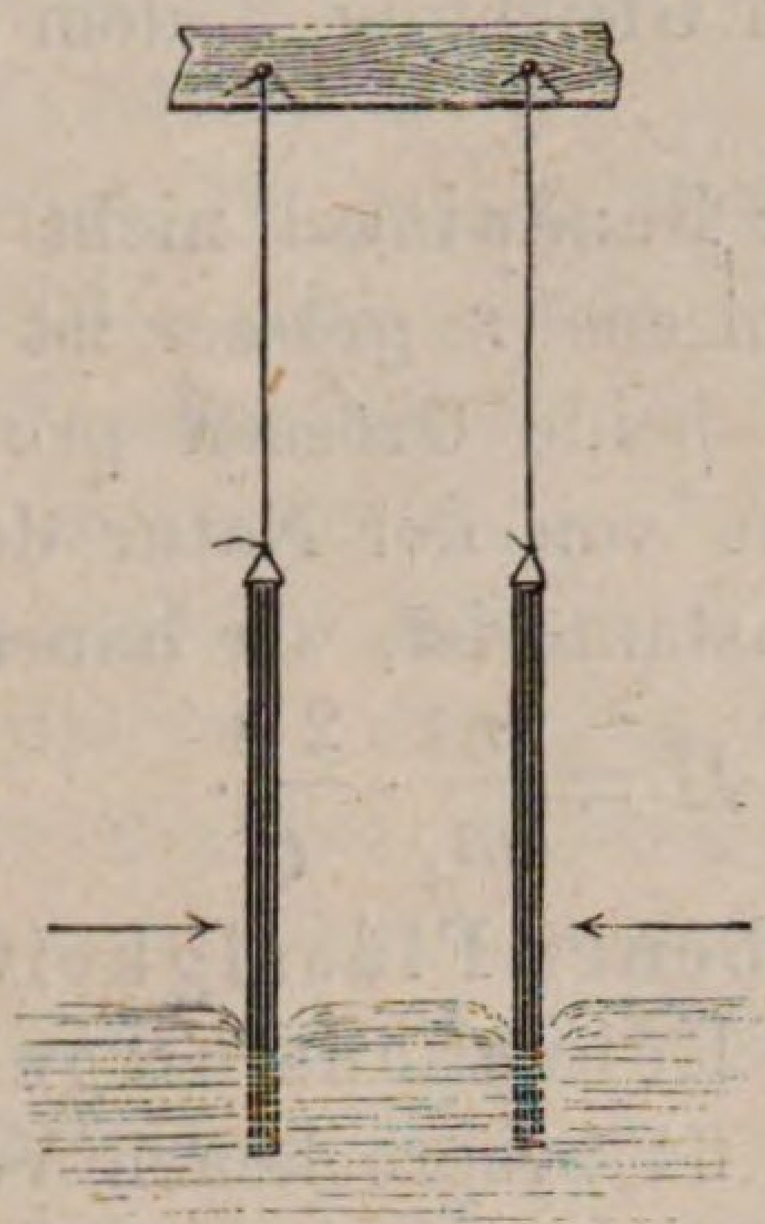
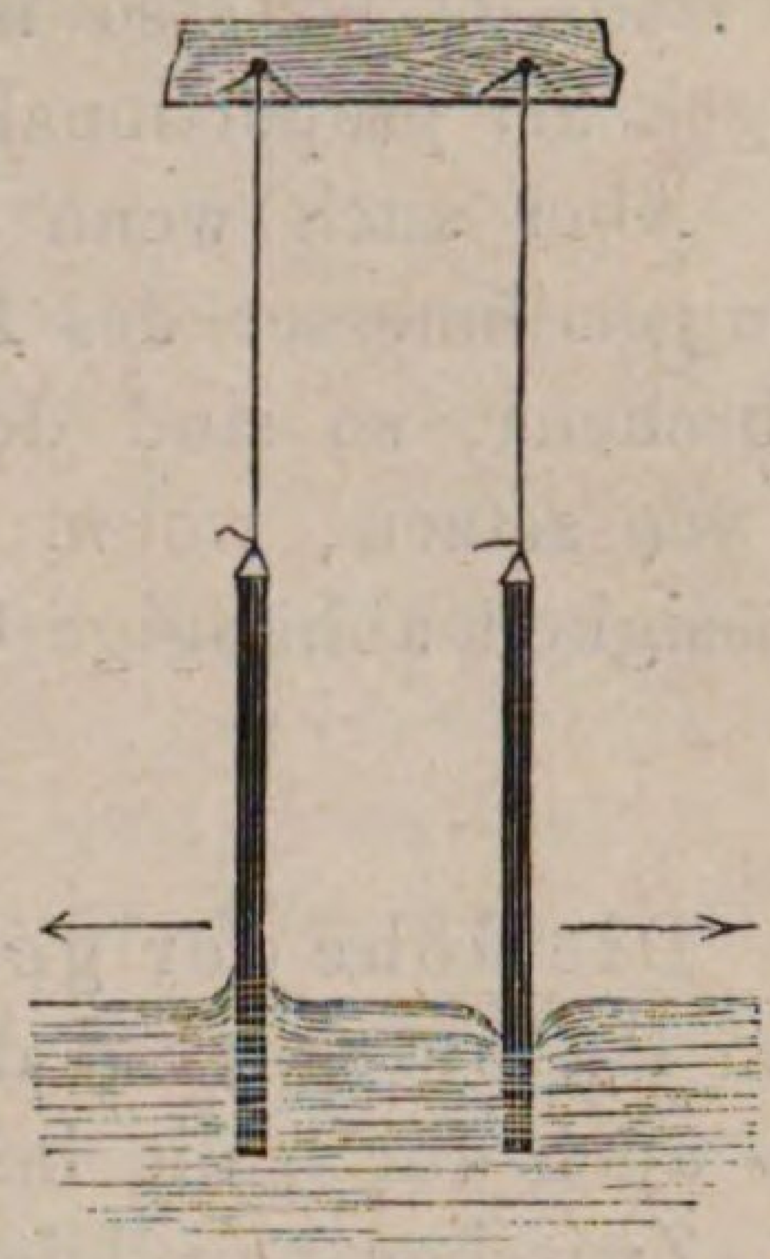


Fig. 210.

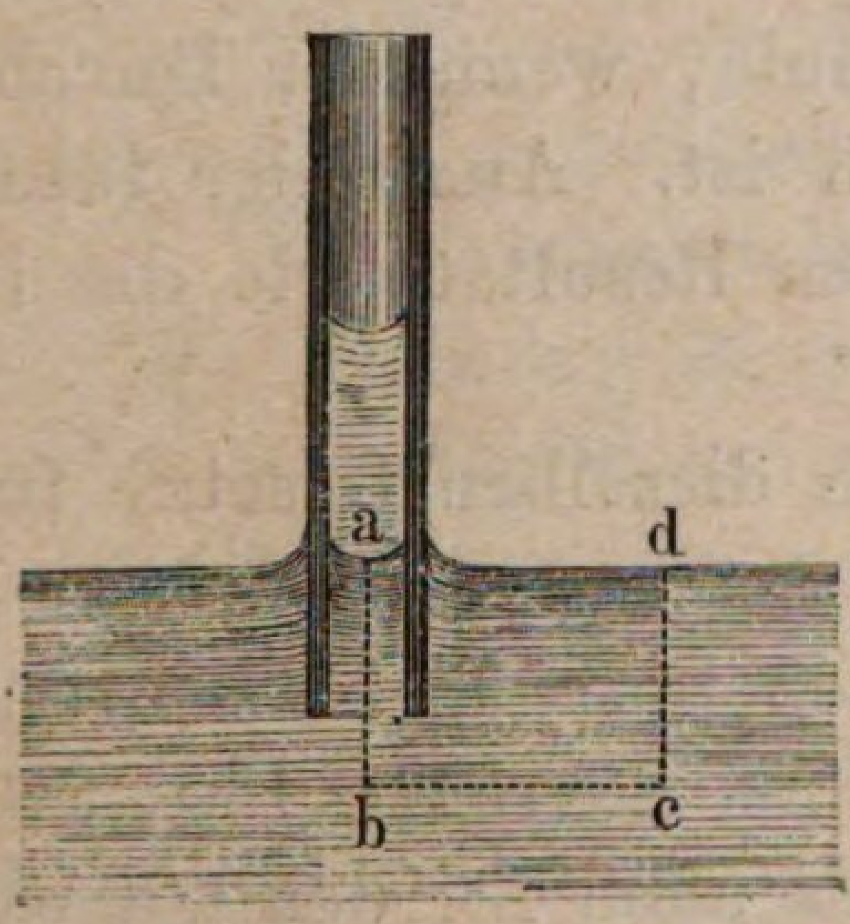


nung im leeren Raume, in Luft oder in irgend einer Flüssigkeit vollständig eingetaucht, gar keine Wirkung auf einander ausüben.

Erklärung der Capillarerscheinungen. Die Hebung oder 65
Senkung von Flüssigkeiten in engen Röhrchen, zwischen nahe gestellten Platten u. s. w., findet nach den im §. 57 entwickelten Gesetzen ihre vollständige Erklärung.

Wird in die horizontale Oberfläche einer Flüssigkeit ein von ihr benetzbares Röhrchen eingetaucht, Fig. 211 (etwa ein Glasröhrchen in Wasser), so wird sich innerhalb des Röhrchens zunächst ein hohler Meniscus bei a bilden; auf alle Punkte dieses Meniscus wirkt nun der in §. 57 besprochene Cohäsionsdruck, und zwar in der Richtung von unten nach oben, und da diesem Cohäsionsdruck keine andere Kraft entgegenwirkt, so muss die Flüssigkeit im Röhrchen aufsteigen, bis das Gewicht der gehobenen Flüssigkeitssäule diesem Cohäsionsdruck das Gleichgewicht hält. Die Höhe der gehobenen Flüssigkeitssäule ist also der Grösse des Cohäsionsdruckes proportional, es ist $H = nD$.

Fig. 211.



Für den Cohäsionsdruck haben wir aber, da der Meniscus in unserem Falle ein Stück einer Kugeloberfläche vom Krümmungshalbmesser r ist, nach Gleichung 2) auf S. 147

$$D = \frac{2\,a}{r},$$

also auch

$$H = n \cdot \frac{2\,a}{r} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 3)$$

Für Wasser und Glas bildet der Meniscus eine vollständige Halbkugel (wenn der Randwinkel 180 Grad ist), und in diesem Fall ist der Krümmungshalbmesser r des Meniscus dem Halbmesser des Röhrchens gleich, die Höhe H ist also nach Gleichung 3 dem Halbmesser des Röhrchens umgekehrt proportional.

Aber auch wenn der Randwinkel nicht 180^0 ist, wenn der Krümmungshalbmesser des Meniscus r grösser ist als der Halbmesser ϱ des Röhrchens, so sind doch beide Grössen proportional. Wir können $r = m\varrho$ setzen, wo m eine von der Natur des festen Körpers und der Flüssigkeit abhängige Constante ist, wir haben also

$$H = \frac{n}{m} \cdot \frac{2a}{\varrho}.$$

Die Höhe der gehobenen Flüssigkeitssäule bleibt also stets dem Halbmesser ϱ des Röhrchens umgekehrt proportional, wie dies auch durch die im §. 61 besprochenen Versuche bestätigt wird.

Zwischen parallelen Platten bildet der Gipfel der gehobenen Flüssigkeit eine Rinne, deren Krümmungshalbmesser r normal zur Ebene der Platten gleich $m\varrho$ ist, wenn ϱ den halben Abstand der Platten bezeichnet, während der Krümmungshalbmesser R in der Richtung der Platten unendlich, also $\frac{1}{R} = 0$ ist. Die Grösse des Cohäsionsdruckes ist in diesem Fall nach Gl. 1) S. 147

$$D = \frac{a}{r} = \frac{a}{m \cdot \varrho},$$

also die Höhe der gehobenen Wasserschicht:

$$H = \frac{n}{m} \cdot \frac{a}{\varrho}.$$

Die Höhe der gehobenen Wasserschicht ist also nur halb so gross wie die Höhe der in einem Röhrchen gehobenen Wassersäule, wenn der Durchmesser der Säule dem Abstand der Platten gleich ist. Auch hier führt uns also die theoretische Betrachtung zu demselben Resultat, wie die in §. 63 besprochenen Versuche.

Für den Fall convexer Menisken ergeben sich dieselben Gesetze für die Depression der Flüssigkeitssäulen.

Auch die in §. 63 besprochenen Bewegungserscheinungen in Capillarröhren finden nun ihre Erklärung. In den konischen Röhrchen Fig. 202 und Fig. 203 ist sowohl für den Wassertropfen, als auch für den Quecksilbertropfen derjenige Meniscus am stärksten gekrümmt, welcher dem engeren Ende zugekehrt ist, auf dieser Seite wird also auch der stärkere Cohäsionsdruck wirken, und dieser ist bei dem Wassertropfen Fig. 202 gegen das engere, bei dem Quecksilbertropfen Fig. 203 gegen das weitere Ende der Röhre hin gerichtet.

66 **Die Endosmose.** Wenn man Wasser und Oel in einer Flasche zusammenschüttelt, so werden sich, der Ruhe überlassen, die beiden Flüs-

sigkeiten doch alsbald wieder trennen, und nach ihrem specifischen Gewichte über einander lagern. Es rührt dies unstreitig daher, dass die Anziehung zwischen zwei Wassermolekülen eben so wie die Anziehung zwischen zwei Oelmolekülen grösser ist als die Anziehung zwischen einem Wassertheilchen und einem Oeltheilchen.

Ganz anders verhalten sich Weingeist und Wasser. Die Anziehung zwischen einem Weingeist- und einem Wassermolekül ist grösser als die Kraft, mit welcher zwei Wassermoleküle oder zwei Weingeistmoleküle einander anziehen, weshalb sich auch aus Wasser und Weingeist eine Mischung herstellen lässt, in welcher jede der beiden Flüssigkeiten vollkommen gleichförmig verbreitet ist. Ja selbst wenn die beiden Flüssigkeiten anfänglich nach ihrem specifischen Gewichte geschichtet sind, d. h. wenn der Weingeist anfänglich auf dem Wasser schwimmt, so wird durch die erwähnte stärkere Anziehung zwischen Wasser und Weingeist nach einiger Zeit doch eine gleichförmige Mischung der beiden Flüssigkeiten erfolgen. Ganz ähnlich verhalten sich Wasser und Schwefelsäure, Wasser und eine concentrirte Salzlösung u. s. w.

Diese Erscheinung der nach und nach eintretenden gleichförmigen Mischung zweier Flüssigkeiten wird mit dem Namen der Diffusion bezeichnet. Wasser und Weingeist diffundiren in einander, während zwischen Wasser und Oel keine Diffusion stattfindet.

Wenn nun zwei Flüssigkeiten, welche sich in der erwähnten Weise zu mischen, gleichsam gegenseitig zu durchdringen streben, wie Wasser und Weingeist, Wasser und Schwefelsäure u. s. w., nicht in unmittelbarer Berührung, sondern durch irgend einen porösen Körper getrennt sind, so müssen die Flüssigkeiten durch diese Wand zu einander übergehen, und da nun diese poröse Wand meistens die eine Flüssigkeit leichter durchlässt als die andere, so muss die Menge der Flüssigkeit auf der einen oder der anderen Seite zunehmen. Füllt man z. B. eine unten mit Schweinsblase zugebundene Glasröhre zum Theil mit einer concentrirten Lösung von Kupfervitriol, taucht man dann die durch die Blase verschlossene Oeffnung in ein Gefäss mit Wasser, so dringt das Wasser allmälig durch die Blase in die Röhre, so dass in derselben die Flüssigkeit steigt, während sie aussen sinkt. Umgekehrt sinkt die Flüssigkeit in der Röhre, wenn das Wasser innen, die Lösung des Kupfervitriols aussen ist. Etwas von der Lösung des Kupfervitriols dringt freilich auch durch die Blase zum Wasser, wie man bald an der Färbung erkennt.

Aehnliche Erscheinungen beobachtet man, wenn man in die Röhre Alkohol giesst und sie in Wasser taucht. Nach einiger Zeit sieht man, dass das Niveau der Flüssigkeit in der Röhre gestiegen ist.

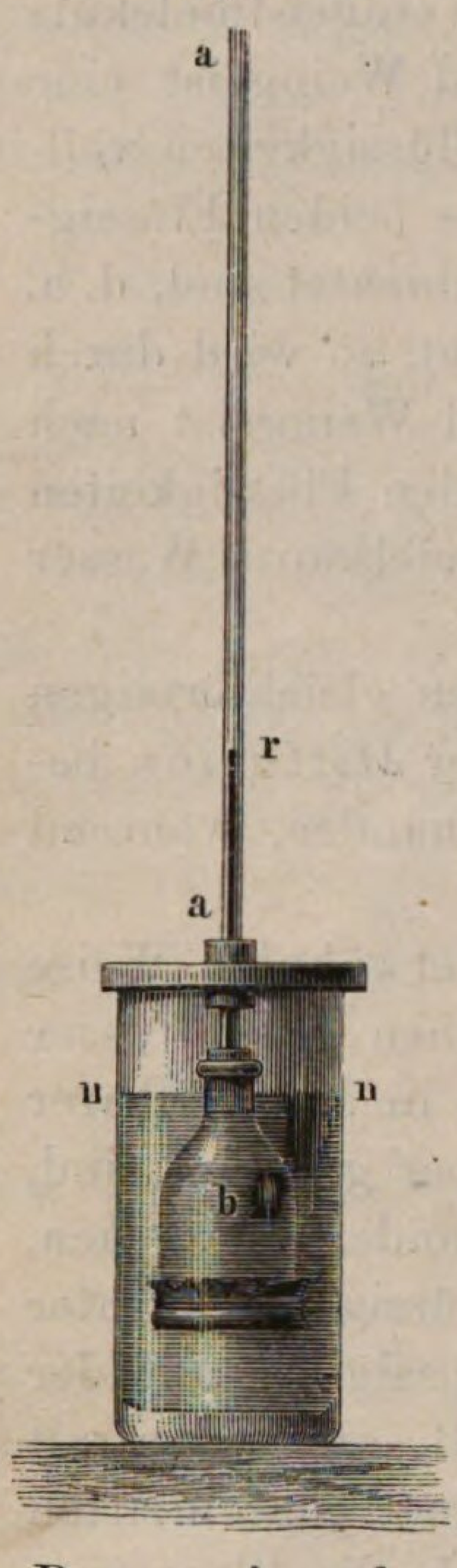
Man nennt diesen Austausch von Flüssigkeiten durch eine poröse Scheidewand hindurch Endosmose, oder richtiger Diosmose.

Um die Zunahme der Flüssigkeit auf der einen Seite recht auffallend zu machen, dient das von Dutrochet construirte Endosmometer, Fig. 212 (a. f. S.); *a* ist eine Glasröhre, deren innerer Durchmesser 1 bis

11*

2 Millimeter beträgt und die durch einen sehr wohl schliessenden Kork in dem Halse eines weiteren Glasgefässes *b* befestigt ist. Das Gefäss *b* ist unten durch eine Thierblase verschlossen. Dieser mit der einen Flüssigkeit gefüllte Apparat wird nun in ein weiteres Gefäss, welches die andere Flüssigkeit enthält, eingesetzt, ohne dass jedoch die Blase auf dem Boden des äusseren Gefässes aufsitzt.

Fig. 212.



Das Gefäss *b* mit der Röhre *a* sei z. B. mit Weingeist gefüllt, das äussere Gefäss enthalte Wasser. Sobald das Gefäss *b* eingesetzt ist, wird sich alsbald ein mechanisches Gleichgewicht zwischen der inneren und äusseren Flüssigkeit und der Spannung der Blase herstellen. Es sei *nn* das Niveau des äusseren Wassers, und *r* der Gipfel der Weingeistsäule in der Röhre. Nach einer Viertelstunde beobachtet man schon eine bedeutende Veränderung; die Flüssigkeit ist nämlich schon um einige Millimeter über *r* hinaus gestiegen, und dieses Steigen dauert fort. Selbst wenn die Röhre 4 bis 5 Decimeter hoch ist, lässt sich erwarten, dass die Flüssigkeit nach einigen Stunden den Gipfel erreicht hat, um oben auszufliessen. Das Wasser ist also trotz des Druckes, welchen der Alkohol in Folge seiner Schwere auf die Blase ausübt, durch die Poren derselben in das Gefäss *b* eingedrungen; es hat also eine Endosmose des Wassers zum Alkohol durch die Blase hindurch stattgefunden. Macht man den Versuch in umgekehrter Ordnung, indem man das Wasser innen, den Alkohol aussen hinbringt, so sinkt das Niveau in der Röhre, während es von aussen steigt.

Wenn man in ein Gefäss von ungebranntem Thon (etwa eine poröse Thonzelle, wie sie zu Grove's und Bunsen's galvanischen Batterien gebraucht werden) Schwefelsäure giesst und es dann in ein anderes Gefäss mit Wasser stellt, so findet eine ähnliche Erscheinung statt; das Wasser sickert durch den Thon durch, das Niveau der Flüssigkeit im Inneren der Thonzelle steigt, während es aussen sinkt.

Die Wirkung der Endosmose dauert fort, wenn auch allmälig immer schwächer, bis die Flüssigkeiten zu beiden Seiten der Scheidewand ganz gleichartig sind.

Dass der Spiegel der Flüssigkeit auf der einen Seite so hoch über das Niveau der anderen Seite steigen kann, rührt daher, dass die Poren der Scheidewand zu fein sind, als dass ein hydrostatischer Druck sich durch dieselben fortpflanzen könnte. Wenn man Wasser in eine poröse Thonzelle giesst, so werden die Wände zwar feucht, aber das Wasser tropft nicht durch, und eine Thierblase, welche gleichfalls vom Wasser befeuchtet wird, kann nicht zum Filtriren des Wassers gebraucht werden.

Welche der getrennten Flüssigkeiten an Volumen zunimmt, hängt wesentlich von der Natur der trennenden Scheidewand ab; wenn Wasser und Weingeist durch eine Kautschukplatte getrennt sind, so nimmt das Wasser an Volumen zu, indem der Weingeist leichter durch den Kautschuk wandert als Wasser.

Das alltägliche Leben bietet uns mancherlei Beispiele endosmotischer Erscheinungen, wohin unter anderen auch das Aufquellen von Erbsen, Bohnen u. s. w. zu rechnen ist, welche man in Wasser legt. — Wird eine etwas dicke gelbe Rübe oben abgeschnitten und ausgehöhlt, wie Fig. 213 zeigt, so dass noch eine 2 bis 3 Linien dicke Wand übrig bleibt, und dann die Höhlung mit gestossenem Zucker gefüllt, so findet man denselben nach einiger Zeit in eine concentrirte Lösung verwandelt, während die umgebende Wurzelwand sichtlich zusammenschrumpft. Hier wird offenbar durch einen endosmotischen Process das Wasser aus den Zellen der Wurzel ausgezogen.

Fig. 213.



Das endosmotische Aequivalent. Jolly hat gezeigt, dass 67
Dutrochet's Endosmometer kein richtiges Maass für die Grösse des durch die Scheidewand stattfindenden Austausches von Flüssigkeiten sein kann, indem keineswegs bloss die eine Flüssigkeit durch die Scheidewand hindurchgeht. Untersucht man mit einem Aräometer das Wasser und den Weingeist, bevor man sie in den Apparat Fig. 212 einfüllt, und nachher, nachdem man den Versuch abgebrochen hat, so findet man, dass das specifische Gewicht des Wassers abgenommen hat, während das des Weingeistes stieg; es ist also nicht bloss Wasser zum Weingeist, sondern auch umgekehrt Weingeist zum Wasser übergegangen; die Volumenvermehrung des Weingeistes rührt also nur von der Differenz der beiden entgegengesetzten Strömungen her. Es könnte ein sehr bedeutender Austausch der beiden Flüssigkeiten stattfinden, ohne dass das Endosmometer die geringste Anzeige davon giebt, wenn nämlich beide Flüssigkeiten in gleichem Maasse durch die Scheidewand hindurchdringen.

Um zu ermitteln, in welchem Verhältniss die Wanderung der Substanzen nach entgegengesetzter Richtung geht, wandte Jolly folgendes Verfahren an:

Das eine Ende einer Glasröhre wurde mit einem Stück Schweinsblase zugebunden, in dieselbe Substanz gebracht, deren endosmotisches Verhalten gegen Wasser untersucht werden sollte, z. B. Weingeist. — Das untere Ende dieser Röhre wurde nun, nachdem sie gewogen worden war, in ein grösseres Gefäss mit Wasser eingetaucht; nach einiger Zeit, etwa nach einem Tage, wurde die in Folge der Endosmose eingetretene Gewichtszunahme des Inhalts der Glasröhre ermittelt (natürlich mit Beachtung aller nöthigen Vorsichtsmaassregeln, deren Besprechung nicht hierher gehört) und das äussere Wasser durch frisches ersetzt.

So wurde nun fortgefahren, bis die Röhre keine Gewichtszunahme mehr zeigte; es ergab sich nun, dass der Röhreninhalt reines Wasser war; die vorher in der Röhre befindlich gewesene Substanz ist allmälig zu dem immer wieder weggegossenen Wasser des äusseren Gefässes übergegangen.

Hier lässt sich nun ausmitteln, wie viel Wasser gegen die ausgetretene Substanz in die Röhre eingetreten ist.

Um den Gang der Untersuchung besser übersehen zu können, wollen wir einen solchen Versuch genauer verfolgen.

Das Gewicht der Röhre, leer, aber mit feuchter Blase, betrug 37·81 Gramme.

In dieselbe wurden 2·4 Gramme trockenen Kochsalzes gebracht und sie in das Wassergefäss eingesetzt. Allmälig ging Wasser durch die Blase zum Kochsalz, welches gelöst wurde; das Volumen dieser Lösung, welche natürlich immer verdünnter wurde, nahm mehr und mehr zu, bis sich endlich nach vier Tagen keine Gewichtszunahme mehr zeigte. Das Gewicht der Röhre betrug nun 48·17 Gramme, der Inhalt derselben, welcher aus reinem Wasser bestand, wog 48·17 — 37·81 = 10·36 Gramme. Während diese 10·36 Gramme Wasser durch die Blase in die Röhre eintraten, sind aber die 2·4 Gramme Kochsalz in entgegengesetzter Richtung hindurchgegangen oder auf 1 Gramm Kochsalz 4·3 Gramme Wasser.

Jolly nennt das endosmotische Aequivalent einer Substanz die Zahl, welche angiebt, wie viel Gewichtstheile Wasser gegen einen Gewichtstheil der fraglichen Substanz durch die Blase hindurchgehen; es ist also 4·3 das endosmotische Aequivalent des Kochsalzes.

Auf diese Weise ermittelte Jolly das endosmotische Aequivalent folgender Substanzen:

Kochsalz	4·3
Glaubersalz	11·6
Schwefelsaures Kali	12
Schwefelsaure Magnesia . .	11·7
Schwefelsaures Kupferoxyd .	9·5
Kalihydrat	215
Schwefelsäurehydrat	0·39
Saures schwefelsaures Kali .	2·3
Alkohol	4·2
Zucker	7·1

Im Allgemeinen nimmt das endosmotische Aequivalent mit der Temperatur zu.

Die Menge der in gleichen Zeiten durch die Blase zum Wasser übertretenden Stoffe ist dem Concentrationsgrad der Lösung proportional.

Ludwig hat durch eine sehr genaue Versuchsreihe dargethan, dass das endosmotische Aequivalent für denselben Stoff keineswegs eine constante, sondern dass es eine von dem Concentrationsgrade der Flüssigkeiten abhängige Grösse ist. (Pogg. Annal. LXXVIII, 307.)

Theorie der Endosmose. Alle zu endosmotischen Versuchen brauchbaren Scheidewände sind von unzählig vielen ausnehmend feinen Poren durchzogen, welche zu fein sind, als dass sich durch dieselben ein hydrostatischer Druck fortpflanzen könnte. — Wird eine solche Zwischenwand in eine Flüssigkeit getaucht, so wird, je nach der Molekularanziehung, welche zwischen der Membran und der Flüssigkeit besteht, eine grössere oder kleinere Menge der Flüssigkeit resorbirt und zurückgehalten werden. 68

Ueber die Resorption von Flüssigkeiten durch thierische Blasen hat Liebig Versuche angestellt, welche den Vorgang bei den endosmotischen Erscheinungen sehr schön erläutern.

100 Gewichtstheile trockener Ochsenblase nehmen in 24 Stunden auf:

268	Gewichtstheile	Wasser
133	„	Kochsalzlösung (1·204 specif. Gewicht)
38	„	Weingeist (84 Proc.)
17	„	Knochenöl.

Das Absorptionsvermögen der thierischen Membranen für verschiedenartige Flüssigkeiten ist also sehr ungleich. In Wasser gelegt, quillt die Blase auf und wird weich, in Alkohol bleibt sie hart.

Durch Druck lässt sich die resorbirte Flüssigkeit aus den Poren der Membran nach und nach entfernen, durch Druck kann man die Flüssigkeiten durch die Poren der Membranen hindurchtreiben.

Wenn eine Blase, welche irgend eine Flüssigkeit resorbirt hat, mit einer Substanz in Berührung gebracht wird, welche gleichfalls eine Anziehung auf die Theilchen der resorbirten Flüssigkeit äussert, so wird ein Theil dieser Flüssigkeit der Blase entzogen.

Wenn eine mit Wasser gesättigte Blase mit Kochsalz bestreut wird, so entsteht überall da, wo das Salz mit dem Wasser in Berührung kommt, welches die offenen Poren erfüllt, eine gesättigte Salzlösung, da aber die Resorptionsfähigkeit der Blase für die Salzlösung geringer ist als für reines Wasser, so tritt ein Theil der Flüssigkeit aus und fliesst in Tropfen ab; dabei schrumpft die Blase zusammen.

Wird ein Stück mit Wasser gesättigter Blase in Alkohol gelegt, so verliert sie in 24 Stunden ungefähr die Hälfte ihres Gewichtes, was von einem Zusammenschrumpfen und Hartwerden der Blase begleitet ist.

Diese Thatsachen erläutern nun den Vorgang der Endosmose ganz vortrefflich.

Wenn eine Membran zur Trennung zweier Flüssigkeiten dient, so wird sie von jedem der getrennten Stoffe durch Molekularanziehung, durch Resorption, in sich aufnehmen; die resorbirte Flüssigkeit wird aber nach der anderen Seite der Blase wieder austreten, weil sie von dort her durch eine chemische Anziehung den Poren der Blase entzogen wird. Dieser Process wird fortdauern, bis die auf beiden Seiten befindlichen Flüssigkeiten einander gleich geworden sind.

69 **Einfluss der Verdunstung auf die Endosmose.** Durch Verdunstung wird einer Blase in ähnlicher Weise das resorbirte Wasser entzogen, wie wenn man sie mit Salz bestreut oder in Alkohol legt. Wenn also ein Blasenstück fortwährend einerseits mit Wasser, andererseits mit trockener Luft in Berührung ist, so wird für das Wasser, welches auf der einen Seite verdunstet, von der anderen Seite her frisches Wasser in die Poren eintreten.

Füllt man eine Röhre, welche auf einer Seite mit einer Blase zugebunden ist, ganz mit Wasser, stellt man sie mit dem offenen Ende in ein Gefäss mit Quecksilber, wie es Fig. 214 zeigt, so wird in dem Maasse, in welchem das Wasser an der Blase verdunstet, das Quecksilber in der Röhre steigen; für eine einfache Ochsenblase steigt es bis zu einer Höhe von 12 Zoll.

Fig. 214.

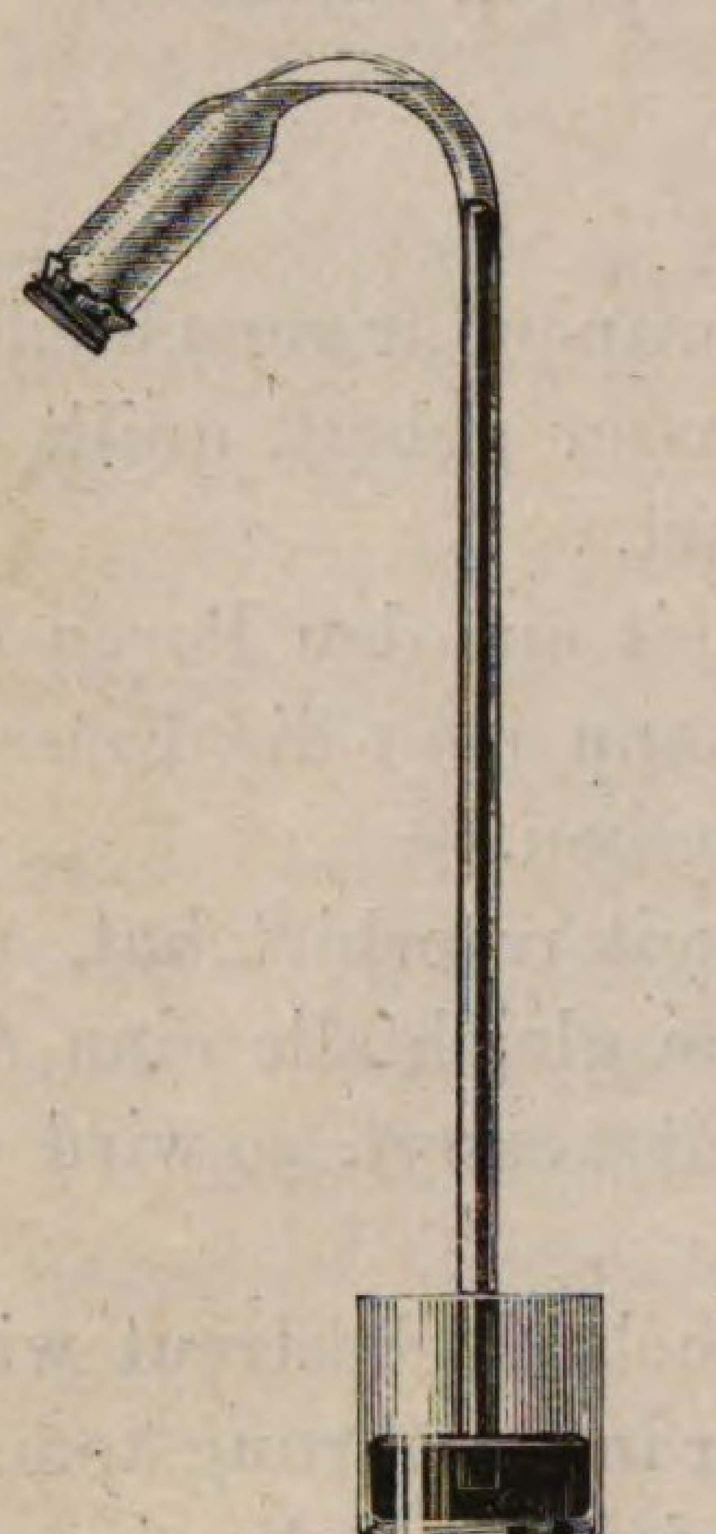


Fig. 215.

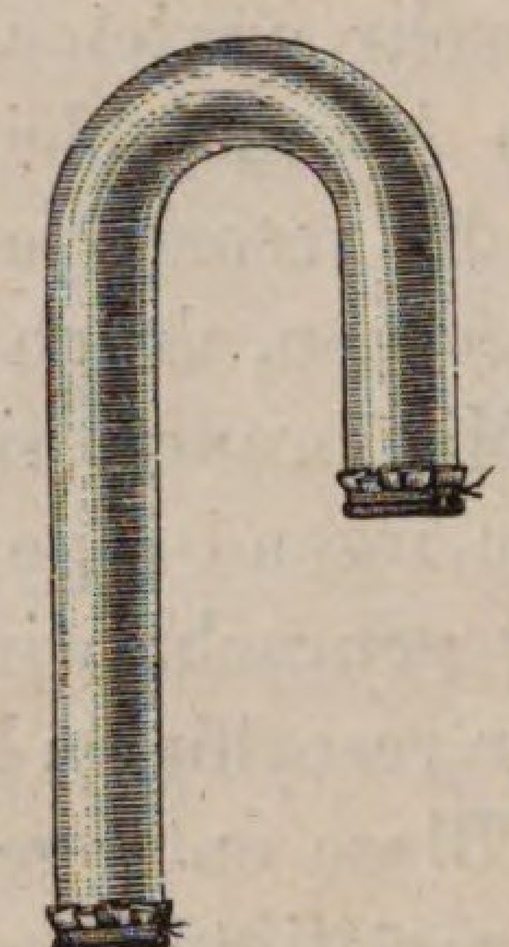
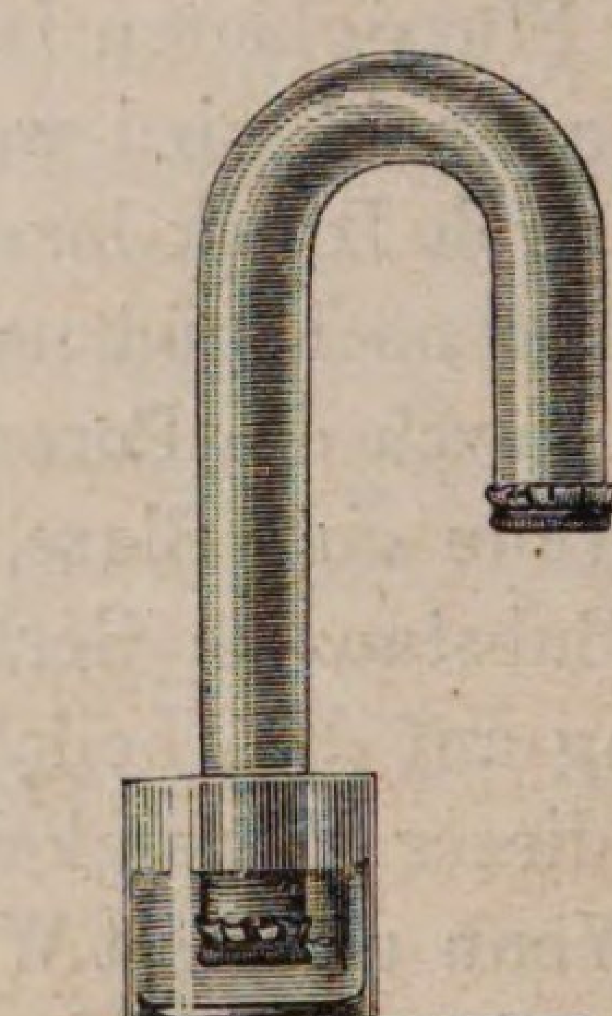


Fig. 216.



Wenn die Röhre, Fig. 215, ganz mit Wasser gefüllt und an beiden Enden mit Blase zugebunden ist, so kann in die Röhre keine neue Flüssigkeit als Ersatz für die verdunstete eintreten, wenn kein Röhrenende in eine Flüssigkeit eintaucht; in Folge dessen entsteht aber ein luftverdünnter Raum in der Röhre, welcher sich durch eine concave Wölbung der Blasen zu erkennen giebt; wird aber das eine Ende der Röhre in ein Gefäss mit Salzwasser gestellt, wie Fig. 216 zeigt, während der andere Schenkel der Luftverdunstung freigegeben bleibt, so ist einleuchtend, dass, wenn die Verdunstung bis zu einem gewissen Grade fortgeschritten ist, der atmosphärische Luftdruck das Salzwasser durch die Poren der Blase hindurchdrückt.

Wenn das Salzwasser durch Indigotinctur blau gefärbt worden ist, so sieht man schon nach wenigen Stunden, dass sich innerhalb der Röhre eine blaue Schicht bildet, die sich beständig vermehrt.

Wenn man eine mit wasserhaltigem Weingeist gefüllte Schweinsblase in die Luft hängt, so findet eine Exosmose des Wassers durch die Poren der Blase und eine Verdunstung desselben an seiner Oberfläche Statt, in Folge deren der zurückbleibende Weingeist mehr und mehr concentrirt wird.

Es ist klar, dass die Endosmose eine grosse Rolle bei der Verbreitung der Säfte im Pflanzen- und Thierkörper spielt, weshalb ihre Kenntniss für die Physiologie von grosser Wichtigkeit ist.

Diffusionsanalyse. Das Diffusionsvermögen verschiedener Sub- 70
stanzen ist, wie sich aus den vergleichenden Versuchen von Graham (Annal. d. Chem. u. Pharm. Bd. CXXI.) ergiebt, sehr verschieden. Unter einer Wassersäule von ungefähr 14 cm Höhe, welche sich in einem Glascylinder befand, breitete er mittelst einer dünnen, bis auf den Boden reichenden Pipette eine Schicht 10procentiger verdünnter Salzsäure aus, welche gerade 10 Gramme Salzsäure enthielt und deren Höhe ungefähr $^1/_7$ von der Höhe der Wassersäule betrug. Nachdem der Cylinder 3 Tage lang ruhig stehen geblieben war, hatte sich die Salzsäure in der ganzen Flüssigkeitssäule verbreitet. Es wurden nun der Reihe nach Schichten von der Säule abgehoben, deren Höhe jeweils $^1/_{16}$ von der Gesammthöhe der Flüssigkeitssäule betrug, und jede dieser Schichten auf ihren Gehalt an Salzsäure untersucht; es ergab sich

der Salzsäuregehalt der obersten Schicht	0·003 Gramm.
„ „ „ fünften „	0·043 „
„ „ „ zehnten „	0·595 „
„ „ „ beiden untersten Schichten	3·699 „

Als der Versuch ganz in gleicher Weise mit einer 10procentigen Lösung von Chlornatrium wiederholt wurde, ergab sich, dass für diese Substanz die Diffusion nach 7 Tagen ungefähr eben so weit vorgeschritten war, wie für Salzsäure nach 3 Tagen. Chlornatrium diffundirt also 2·33mal langsamer als Salzsäure.

In diesem Sinne fand Graham ferner, dass

schwefelsaure Magnesia	ungefähr	7mal
Zucker	„	7 „
Eiweiss	„	49 „
Caramel	„	98 „

langsamer diffundirt als Salzsäure.

Caramel ist ein Zersetzungsproduct des Stärkezuckers, welches erhalten wird, wenn man denselben über 100⁰ erwärmt. Der Stärkezucker wird dadurch unter Bräunung und Wasserverlust in einen Körper verwandelt, welcher nicht mehr süss schmeckt, nicht mehr gährungsfähig ist und die Formel $C_{12}H_9O_9$ hat.

Der Unterschied im Diffusionsvermögen der beiden zuletzt genannten Substanzen zu den ersteren ist enorm. Andere Substanzen, welche gleichfalls sehr langsam diffundiren, sind: Kieselsäurehydrat, die

Hydrate der Thonerde und analoger Metalloxyde, wenn sie in der löslichen Form existiren; ferner Stärkemehl, Dextrin, die Gummiarten, Albumin, Leim u. s. w. Alle diese Substanzen sind durch die Unfähigkeit, den krystallinischen Zustand anzunehmen, und durch den gallertartigen Zustand ihrer Hydrate charakterisirt. — Den Leim als Typus dieser Substanzen betrachtend, schlägt Graham vor, sie Colloïdsubstanzen zu nennen, im Gegensatz zu den ungleich leichter diffundirenden Krystalloïdsubstanzen.

Dieses ungleiche Verhalten der genannten Substanzen kann man zur Trennung derselben benutzen. Schichtet man vorsichtig eine Säule von Wasser über einer Schicht, welche aus gelösten Colloïd- und Krystalloïdsubstanzen besteht, so wird sich nach einiger Zeit eine Quantität der letzteren bis in die obersten Wasserschichten verbreiten, während die ersteren zurückbleiben.

Eine solche Trennung wird noch durch den Umstand befördert, dass die durch Stärkemehl, thierischen Schleim u. s. w. gebildeten gallertartigen Massen dem Wasser sowohl wie den gelösten Krystalloïdsubstanzen den Durchgang gestatten, die Colloïdsubstanzen aber zurückhalten. Schon ein dünnes Häutchen einer solchen Gallerte bewirkt eine derartige Trennung, wie folgender Versuch zeigt.

Ein Blatt dünnen gut planirten Briefpapiers, welches keine porösen Stellen hatte, wurde durchgefeuchtet und dann auf die Oberfläche von Wasser gelegt, das sich in einem Gefässe befand, dessen Durchmesser kleiner war als der des Papiers. Das Papier wurde alsdann in der Mitte so herabgedrückt, dass sich eine Vertiefung bildete, in welche eine gemischte Lösung von Rohrzucker und arabischem Gummi gegossen wurde. Die Lösung enthielt 5 Proc. von jeder der beiden Substanzen. Nach 24 Stunden hatte das Volumen der oberen Flüssigkeit in Folge endosmotischer Wirkung bedeutend zugenommen; das Wasser unten aber enthielt nun $^3/_4$ der gesammten Zuckermasse und eine Spur von Gummi.

Das Papier war mit Stärkemehl planirt; das Häutchen von Stärkemehlgallerte in dem befeuchteten Papier liess den Zucker durch, aber nicht das Gummi.

Graham bezeichnet eine solche mittelst Diffusion durch eine Scheidewand von gallertartiger Substanz bewirkte Scheidung als Dialyse.

Das zweckmässigste Material zur Herstellung einer dialytischen Scheidewand ist das vegetabilische Pergament oder Pergamentpapier. Es ist nicht planirtes Papier, welches durch kurzes Eintauchen in Schwefelsäure eine eigenthümliche Metamorphose erlitten hat, indem es bei pergamentähnlicher Consistenz eine grosse Festigkeit besitzt. Solches Pergamentpapier wird bereits fabrikmässig dargestellt, und kann in vielen Fällen die thierische Blase ersetzen. Befeuchtet lässt sich das Pergamentpapier leicht über einen Ring von Guttapercha spannen, welcher ungefähr 2 Zoll hoch ist und 8 bis 10 Zoll im Durchmesser hat, und so ein Gefäss herstellen, dessen Boden durch Pergamentpapier gebildet ist.

Die so erhaltene Vorrichtung (den Dialysator) lässt man dann in einem eine beträchtliche Menge Wasser enthaltenden Gefässe schwimmen, nachdem man die gemischte Lösung hineingegossen hat, welche dialysirt werden soll. Ein halbes Liter Urin gab, in den Dialysator gebracht, nach 24stündiger Dialyse die darin enthaltenen Krystalloïdsubstanzen an das Wasser ab; letzteres liess dann bei dem Verdampfen im Wasserbade eine weisse Salzmasse zurück, aus welcher durch Behandlung mit Alkohol Harnstoff in so reinem Zustande ausgezogen werden konnte, dass er sich beim Verdunsten des Alkohols in Krystallbüscheln ausschied.

Man begreift, welchen Vortheil dieses Verfahren gewährt, um die Gegenwart von arseniger Säure in organischen Gemengen, z. B. im Mageninhalt, nachzuweisen.

Ein weiteres Verfolgen dieses interessanten Gegenstandes würde uns zu tief in chemische Details führen.

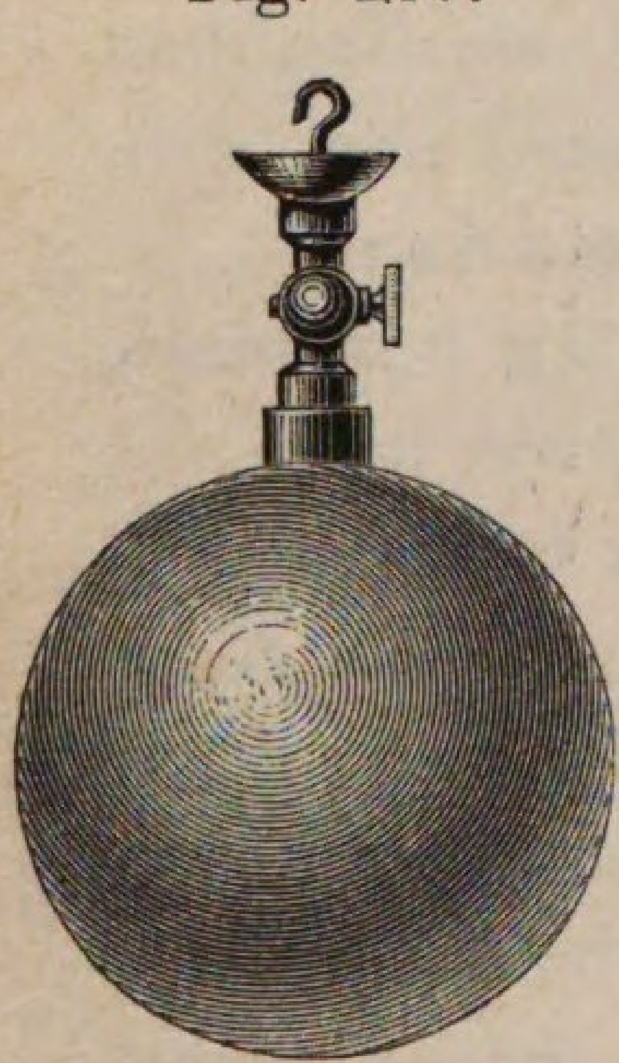
Fünftes Capitel.

Vom Gleichgewicht der Gase und dem atmosphärischen Druck.

71 **Schwere der Luft.** Die Luft, welche unseren ganzen Erdball als eine leicht bewegliche, mit dem Namen Atmosphäre bezeichnete Hülle umgiebt, stellt sich unseren Sinnen nicht so unmittelbar als raumerfüllender Stoff dar wie feste und tropfbar flüssige Körper, aber mittelbar erkennen wir ihre Existenz in zahlreichen Erscheinungen, wie z. B. in dem Druck, welcher auf dem Boden des Luftmeeres lastet, in den mechanischen Wirkungen des Windes u. s. w.

Die chemischen Entdeckungen des vorigen Jahrhunderts lehrten mehrere Körper kennen, welche, obgleich ihrer chemischen Natur nach von der Luft verschieden, doch dieselben physikalischen Eigenschaften besitzen und welche man mit dem gemeinschaftlichen Namen der Gase bezeichnet. Die bekanntesten Gase sind Sauerstoffgas, Stickgas (die atmosphärische Luft ist ein Gemisch dieser beiden), Wasserstoffgas, Kohlensäure, Chlorgas u. s. w.

Fig. 217.



Schon sehr früh, ja selbst schon vor Aristoteles, vermuthete man, dass auch die Luft schwer sei. Diese Wahrheit wurde jedoch erst 1640 durch Galiläi bewiesen und später durch Toricelli's schöne Versuche bestätigt. Durch folgenden Versuch lässt sich die Schwere der Luft direct nachweisen: Auf den Hals eines Glasballons, Fig. 217, ist eine Messingeinfassung gekittet, die auf eine Luftpumpe (deren Einrichtung alsbald besprochen werden wird) aufgeschraubt werden kann. In dieser Fassung befindet sich ein Hahn, mittelst dessen man den Ballon nach Belieben öffnen oder schliessen kann. Ist der Ballon auf die Luftpumpe aufgeschraubt, so kann man ihn evacuiren und, nachdem der Hahn geschlossen worden ist, an den einen Arm einer Wage anhängen. Durch

Auflegen von Gewicht auf der anderen Seite wird das Gleichgewicht hergestellt. Oeffnet man nun den Hahn, so füllt sich der Ballon wieder mit Luft, das Gleichgewicht wird gestört, und die Wage neigt sich nach der Seite des Ballons hin. Auf der andern Seite muss man von Neuem Gewichte auflegen, um das Gleichgewicht wieder herzustellen, und zwar gerade so viel, als die Luft im Ballon wiegt. Für einen Ballon von 1 Liter Inhalt beträgt die Differenz der Gewichte mehr als 1 Gramm, woraus als erste Annäherung folgt, dass 1 Liter (1·14 Quart) Luft unter den gewöhnlichen Umständen etwas über 1 Gramm (16 Gran) wiegt, d. h. dass das Wasser nicht ganz 1000mal so schwer ist als gewöhnliche Luft.

Wie die atmosphärische Luft, so sind auch alle anderen Gase der Schwerkraft unterworfen; von der Bestimmung des specifischen Gewichts der verschiedenen Gasarten kann erst weiter unten, bei der Lehre von der Wärme, die Rede sein.

Elasticität der Luft. Bei den gasförmigen Körpern ist die Expansionskraft der Aetherhüllen (§. 19) weit stärker als die Cohäsion der Körpermoleküle, so dass ein Gleichgewichtszustand zwischen den Molekularkräften, die in den Gasen thätig sind, nicht möglich ist. Ein solcher Gleichgewichtszustand kann erst durch Hinzutreten eines äusseren Drucks hergestellt werden, welcher der die Theilchen der Gase auseinandertreibenden Expansionskraft entgegenwirkt, welcher also dem Bestreben der Gase nach einer grösseren Ausdehnung eine Gränze setzt. 72

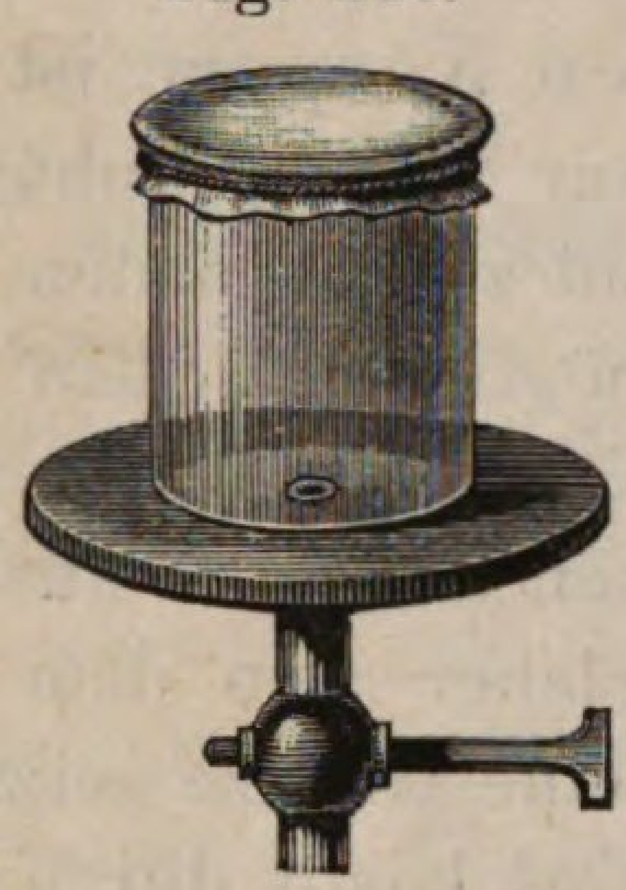
Dieses Bestreben der Luft, sich auszudehnen, wird leicht durch folgenden Versuch nachgewiesen. Man legt unter die Glocke der Luftpumpe eine nur wenig Luft enthaltende und deshalb runzlige Thierblase, deren Oeffnung fest zugebunden ist. Nach einigen Kolbenzügen schon bläht sich die Blase auf, und ist endlich gerade so straff angespannt, als ob man mit aller Gewalt Luft hineingeblasen hätte. Lässt man die Luft wieder in den Recipienten hineintreten, so schrumpft die Blase wieder zusammen. Die in der Blase eingeschlossene Luft hat also wirklich ein Bestreben sich auszudehnen, nur wird demselben durch die umgebende Luft Widerstand geleistet. Dieser Druck, welchen die Luft gegen die Wände der sie einschliessenden Gefässe ausübt, wird ihre Spannkraft, ihre Tension oder ihre Expansionskraft genannt.

Eine Spiralfeder zeigt nur dann Elasticität, wenn man sie zusammendrückt, sie verliert ihre Spannkraft, sobald sie in ihren ursprünglichen Zustand zurückgekehrt ist. Die Luft hat aber immer eine Expansionskraft, es giebt für sie kein ursprüngliches Volumen, weil sie immer einen grösseren Raum einzunehmen strebt. Brächte man 1 Liter gewöhnlicher Luft in einen leeren Raum von mehreren Cubikmetern, so würde sie sich in dem ganzen Raume gleichförmig verbreiten, sie würde immer noch ein Bestreben haben, sich auszudehnen, und würde also auch noch einen Druck auf die Wände ausüben.

In Folge ihres Expansionsvermögens können die Gase keine freie Oberfläche haben, wie die tropfbar flüssigen Körper. — Selbst die Atmosphäre hat keine scharfe Gränze. Mit der Erhebung über die Erdoberfläche nimmt die Dichtigkeit und mit ihr auch die Expansionskraft der Luft allmälig ab, und die Gränze der Atmosphäre wird da zu suchen sein, wo die Expansionskraft, mit welcher die Lufttheilchen sich gegenseitig abstossen, der Schwerkraft gleich ist, mit welcher sie von der Erde angezogen werden. Bei der ausserordentlichen Verdünnung aber, welche die Luft in jenen Regionen darbietet, kann sie keine so scharfe Gränzfläche darbieten, wie wir sie an den Oberflächen der Gewässer wahrnehmen.

73 **Druck der Luft.** In Folge ihrer Schwere muss die Luft auf alle Körper der Erdoberfläche einen Druck ausüben, wie das Wasser auf den Boden der Gefässe, in denen es enthalten ist. Von der Existenz dieses Druckes kann man sich durch folgenden Versuch überzeugen.

Fig. 218.



Man setze auf den Teller der Luftpumpe einen Glas- oder Metallcylinder mit etwas dicken Wänden, welcher oben mit einer Thierblase verschlossen ist, die stark angespannt und an dem Rande recht festgebunden sein muss. Die Blase erleidet von beiden Seiten gleichen Druck und bildet deshalb eine Ebene. Zieht man nun mittelst der Luftpumpe die Luft aus dem Cylinder heraus, so gewinnt der äussere Luftdruck das Uebergewicht und drückt die Blase nach innen. Je mehr man auspumpt, desto mehr nimmt die Krümmung der Blase zu, bis sie endlich in Stücke reisst, wobei ein heftiger Knall gehört wird. Dieser Knall wird durch das rasche Eindringen der Luft hervorgebracht.

Auf den ersten Augenblick scheint dieser Versuch sehr auffallend, weil doch die Luft im Zimmer unmöglich einen so enormen Druck ausüben kann. Von dem Gewichte der Luftsäule, welche auf der Blase ruht und sich von derselben bis zur Decke des Zimmers erstreckt, rührt freilich diese Wirkung nicht her, denn selbst eine Wassersäule von dieser Höhe könnte sie nicht hervorbringen. Hätte man den Versuch unter freiem Himmel angestellt, so hätte die Blase offenbar den Druck einer Luftsäule auszuhalten gehabt, deren Höhe gleich ist der Höhe der ganzen Atmosphäre. Derselbe Druck wirkt aber auch noch im Zimmer, denn die Luft des Zimmers ist ja durch den vollen Atmosphärendruck gepresst.

Wir wollen hier zunächst noch einige Erscheinungen betrachten, welche sich durch die Wirkung des Luftdrucks erklären lassen.

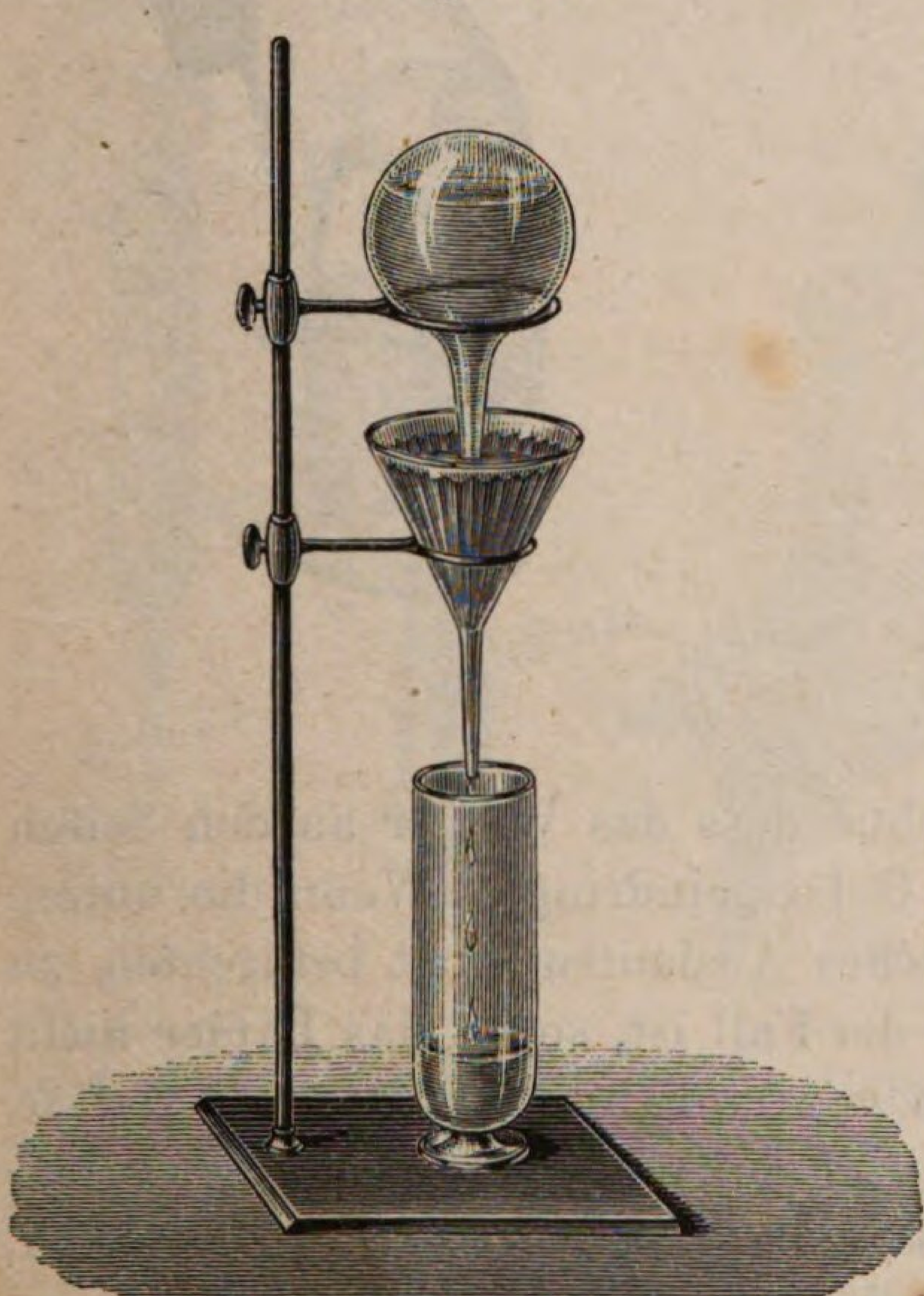
Taucht man das eine Ende einer Röhre in ein mit Wasser gefülltes Gefäss, so wird sich die Flüssigkeit in der Röhre, vorausgesetzt, dass dieselbe nicht zu enge ist, eben so hoch stellen wie ausserhalb, weil der Luftdruck in der Röhre gerade so auf das Niveau der Flüssigkeit wirkt wie ausserhalb. Saugt man aber einen Theil der Luft aus der Röhre, so

steigt die Flüssigkeit in ihr um so mehr, je länger man saugt. Durch dieses Saugen wird nämlich der Luftdruck im Inneren der Röhre vermindert, während der äussere Luftdruck unverändert bleibt. Der Ueberschuss des äusseren Luftdrucks nun presst die Flüssigkeit im Inneren der Röhre in die Höhe, bis das Gewicht der gehobenen Wassersäule diesem Ueberschuss das Gleichgewicht hält.

Wenn man eine mit Wasser gefüllte, mit einem Kork geschlossene Flasche umkehrt und den Hals in ein Becken mit Wasser taucht, so kann man nun unter dem Wasser diesen Kork herausziehen, ohne dass das Wasser aus der Flasche ausfliesst, weil es so zu sagen durch den Luftdruck getragen wird.

Hebt man die Flasche langsam in die Höhe, bis die Mündung des Halses über dem Spiegel des Wassers im Becken steht, so beginnt jetzt freilich das Wasser auszulaufen, aber nicht etwa weil der Luftdruck zu wirken aufhörte, sondern weil nun Luftblasen in die Flasche eindringen können. Darauf gründen sich einige Vorrichtungen, um in Gefässen, aus welchen ein gleichförmiger Wasserabfluss stattfindet, stets ein nahezu unveränderliches Niveau zu erhalten, wie dies z. B. bei dem Apparat Fig. 219 der Fall ist. Durch das Filter des Trichters tropft beständig Wasser in das untergesetzte Gefäss, in Folge dessen sinkt der Spiegel der Flüssigkeit im Trichter. Dieses Sinken kann nur fortdauern, bis die untere Oeffnung des in das Wasser des Trichters eingetauchten und gleichfalls mit Wasser gefüllten Ballons frei wird, denn nun dringt eine Luftblase in den Ballon ein, eine ihr entsprechende Quantität Wasser fliesst aus, um die Oeffnung des Ballons wieder auf kurze Zeit zu schliessen.

Fig. 219.



Der intermittirende Brunnen ist eine auf demselben Principe beruhende Spielerei.

So kann aus dem unten offenen Oelgefäss *a* unserer Lampen, Fig. 220 (a. f. S.), erst dann Oel ausfliessen, wenn das äussere Niveau *bb* so weit gesunken ist, dass die untere Oeffnung des Oelgefässes *a* für einen Augenblick frei wird. Dahin gehört auch das Tintenfass, Fig. 221 (a. f. S.). Aus dem Hauptgefässe kann nur dann wieder etwas Tinte in das seitliche oben offene Eintauchrohr eintreten, wenn in dem-

selben die Flüssigkeit so weit gesunken ist, dass eine Luftblase in das Hauptgefäss eindringen kann.

Wenn man ein Trinkglas, dessen Rand möglichst eben ist (am besten mit abgeschliffenem Rande) ganz mit Wasser füllt, ein Papier darauf deckt und dann das Glas umkehrt, Fig. 222, so läuft das Wasser nicht aus; der gegen die untere Fläche des Papiers wirkende Luftdruck hindert das Herabfallen der Wassermasse. Das Papier ist nur deshalb nöthig,

Fig. 220.

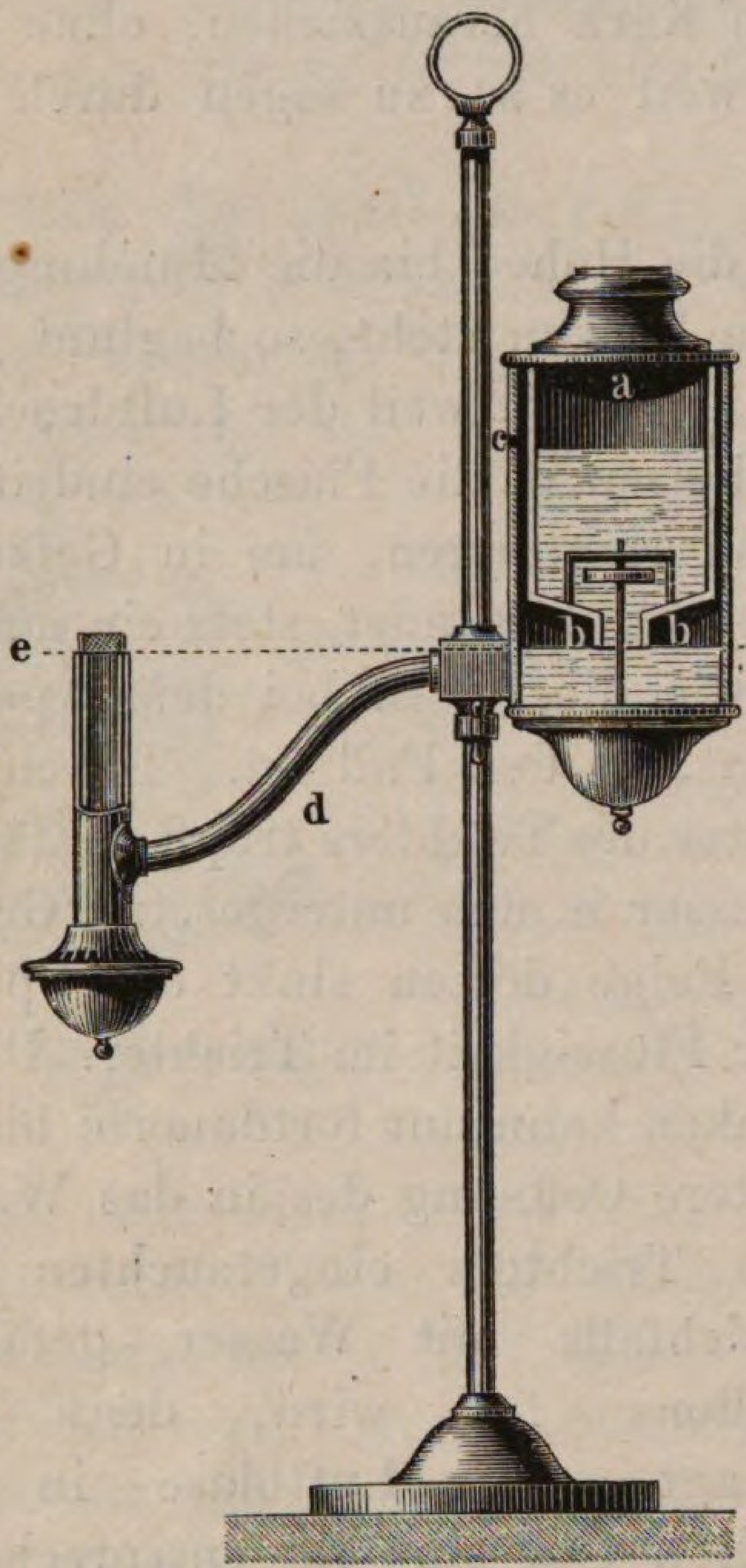


Fig. 221.

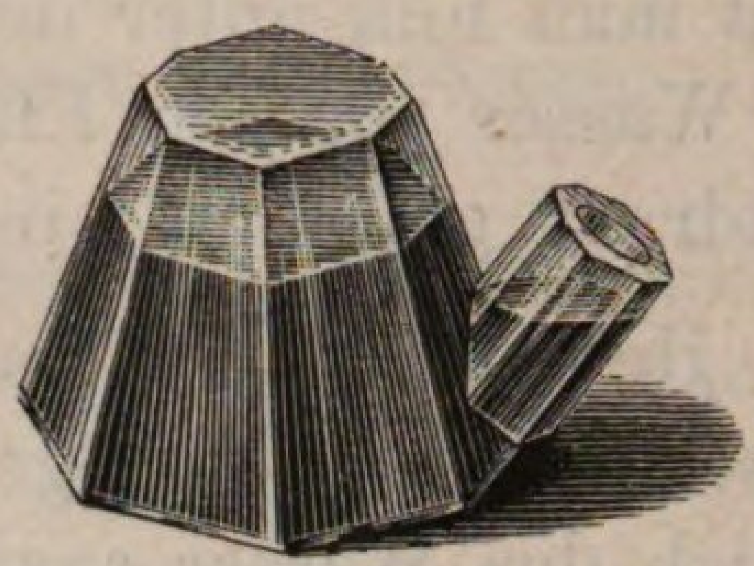


Fig. 222.



um das Glas umkehren zu können, ohne dass das Wasser an den Seiten ausläuft und statt dessen Luft in das Gefäss eindringt. Wenn die untere Oeffnung klein genug ist, um ein solches Auslaufen nicht befürchten zu müssen, wie dies beim Stechheber der Fall ist, so ist das Papier nicht mehr nöthig. Der Stechheber ist ein gewöhnlich röhrenförmiges Gefäss, Fig. 223 und Fig. 224, welches oben und unten etwas enger und an beiden Enden offen ist. Taucht man es, wenn beide Oeffnungen frei sind, ganz in eine Flüssigkeit, so füllt es sich mit derselben, und wenn man nun die obere Oeffnung mit dem Daumen verschliesst, so kann man den Stechheber in die Höhe ziehen, ohne dass die in demselben enthaltene Flüssigkeit ausläuft.

Der Heber ist eine gekrümmte Röhre *bsa*, Fig. 225, deren Schenkel ungleiche Länge haben. Wenn der kürzere Schenkel in eine Flüssig-

keit eingetaucht und die ganze Röhre mit derselben gefüllt ist, so läuft sie am Ende *a* des längeren Schenkels, welches tiefer liegt als *b*, fortwährend aus; man kann also mit Hülfe eines Hebers leicht ein Gefäss entleeren. Die Wirkung des Hebers ist leicht zu erklären. Auf der einen Seite hat die Wassersäule *sa*, auf der anderen die Wassersäule von *s* bis zum Spiegel der Flüssigkeit im Gefäss ein Bestreben, vermöge ihrer Schwere herabzufallen; der Schwere der in beiden Schenkeln befindlichen Wassersäulen wirkt aber auf beiden Seiten der Luftdruck entgegen, welcher auf der einen Seite gegen die Oeffnung *a*, auf der anderen Seite aber auf den Spiegel des Wassers im Gefäss wirkt, und dadurch die Bildung eines leeren Raumes im Inneren der Röhre verhindert, welcher sich nothwendiger Weise bei *s* bilden würde, wenn die Wassersäulen auf beiden Seiten herabliefen. Da der Luftdruck auf der einen Seite so stark wirkt wie auf der anderen, so würde vollkommenes Gleichgewicht stattfinden, wenn die Wassersäulen in beiden Schenkeln gleich hoch wären, wenn sich also die Oeffnung *a* in der Höhe des Wasserspiegels im Gefässe befände; sobald aber *a* tiefer liegt, erhält die Wassersäule im Schenkel *sa* das Uebergewicht, und in dem Maasse, als hier das Wasser ausläuft, wird auf der anderen Seite durch den Luft-

Fig. 223.



Fig. 224.



Fig. 225.

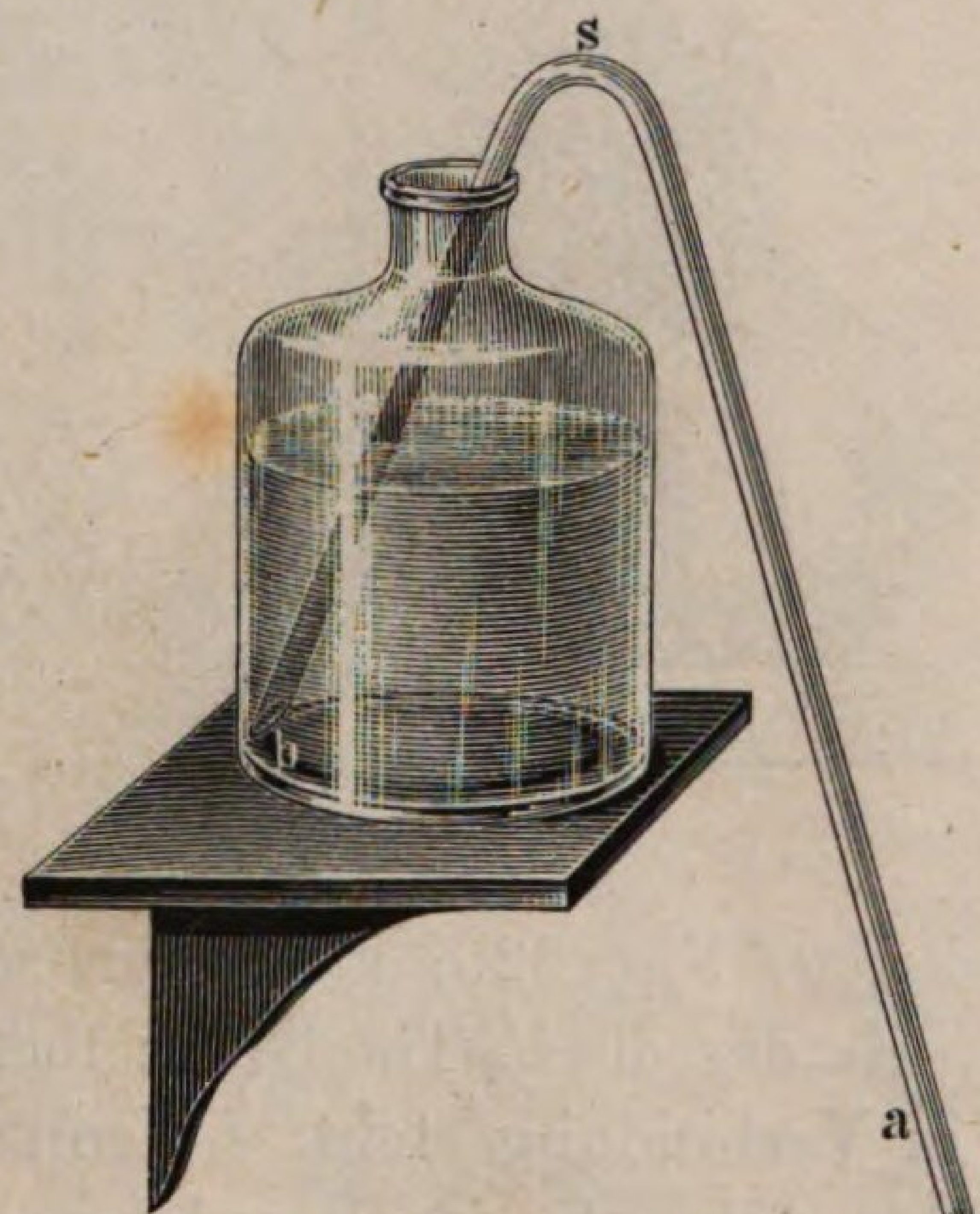
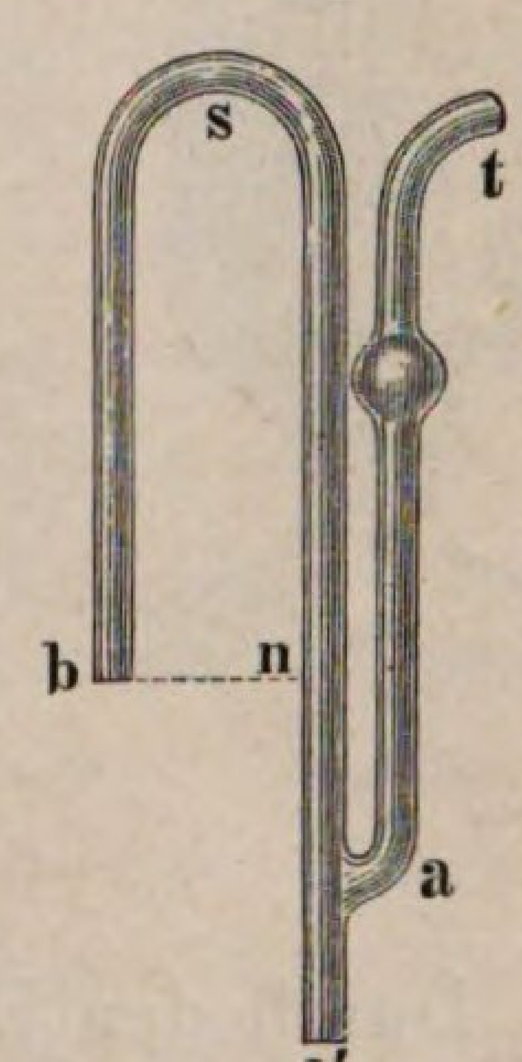


Fig. 226.



druck von neuem Wasser in die Röhre hineingetrieben, so dass das Ausfliessen bei *a* fortdauert, bis der Spiegel der Flüssigkeit im Gefässe so weit gefallen ist, dass die Oeffnung *b* frei wird.

Um den Heber bequem füllen und in Wirksamkeit setzen zu können, wird eine Saugröhre *at*, Fig. 226, angebracht. Einen gewöhnlichen Heber füllt man nämlich dadurch, dass man bei *a*, Fig. 225, saugt; dabei ist aber nicht zu vermeiden, dass man etwas von der Flüssigkeit in den Mund bekommt, was in manchen Fällen unangenehm, oft sogar gefährlich sein kann, wie z. B. wenn man den Heber anwenden

will, um ein Gefäss mit Schwefelsäure zu entleeren. In einem solchen Falle ist das Saugrohr unentbehrlich; denn wenn man die Röhre bei b', Fig. 226 (a. v. S.), verschliesst, so kann man durch Saugen bei t den ganzen Schenkel sb' füllen, ohne dass die Flüssigkeit an den Mund kommt. Das Auslaufen beginnt alsdann, sobald man das Röhrenende b' wieder öffnet.

Eine auf die Wirkung des Hebers gegründete Spielerei ist der Zauberbecher, Fig. 227.

Dass beim Heber wirklich der Luftdruck die eben bezeichnete Rolle spielt, lässt sich mit Hülfe des einfachen Apparates Fig. 228 zeigen. Der Hals eines zum Theil mit Wasser gefüllten Glasballons ist mit einem wohlschliessenden Kork verschlossen, welcher doppelt durchbohrt ist. In dem einen Loche steckt das kurze Röhrchen ab, im anderen der fast bis auf den Boden reichende Heber cde. Wenn man den Heber durch Einblasen bei a zum Fliessen gebracht hat, so hört dieses Fliessen alsbald auf, sobald man auf irgend eine Weise die Oeffnung bei a verschliesst, weil nun die äussere Luft nicht mehr auf den Spiegel des Wassers im Ballon drücken kann.

Fig. 227.

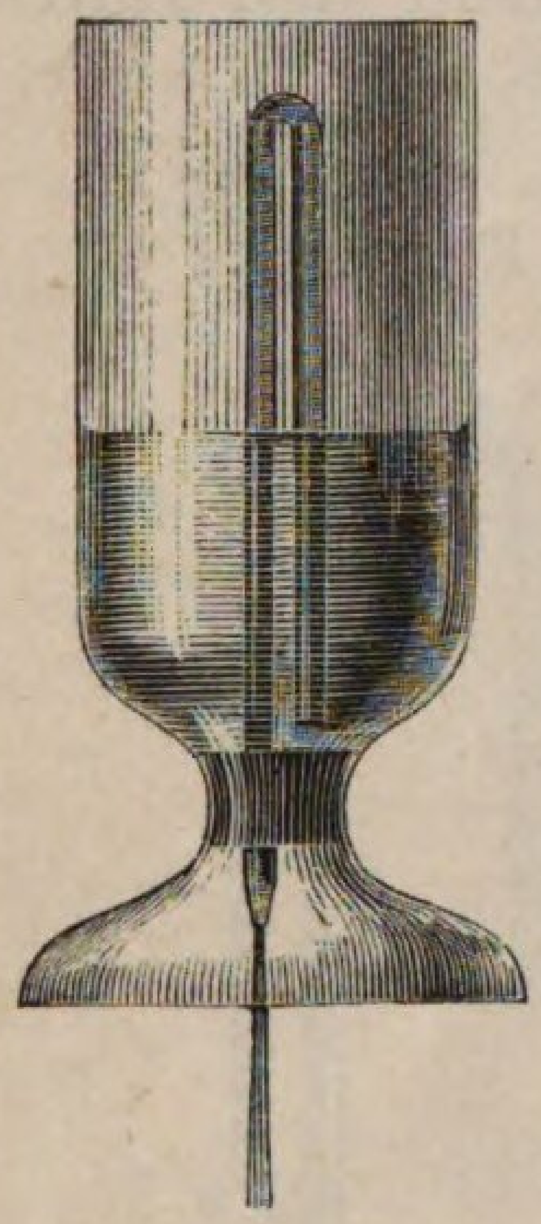


Fig. 228.

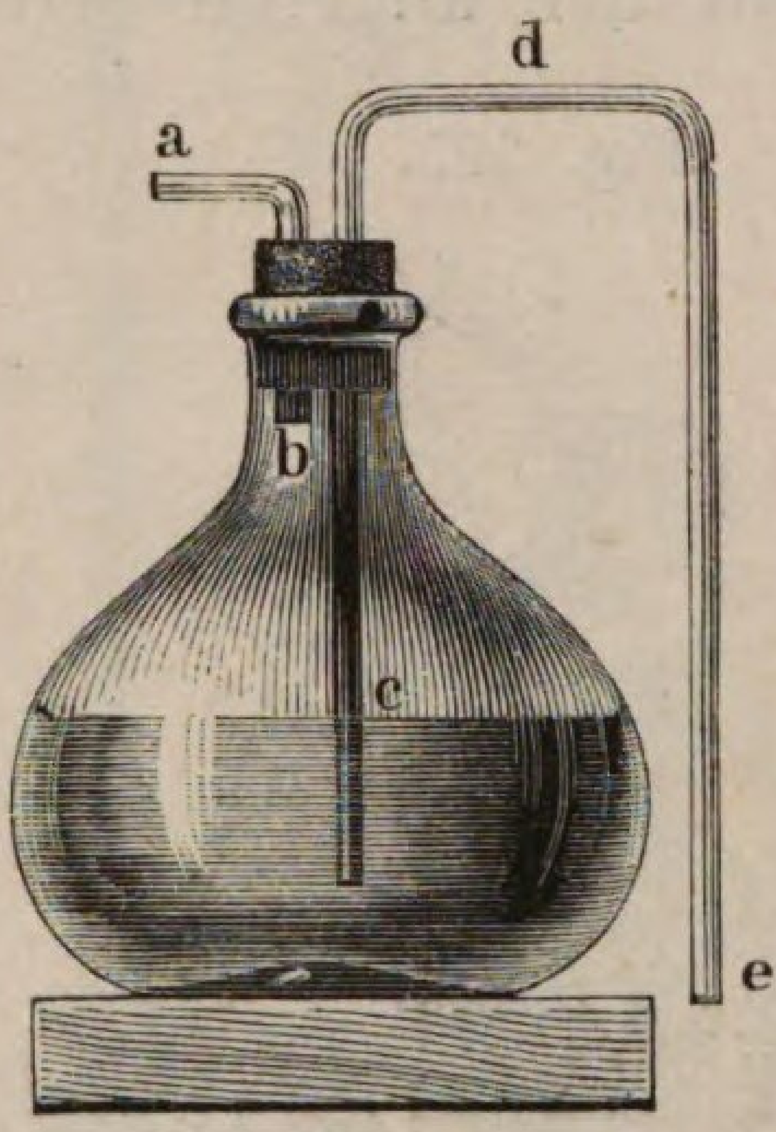
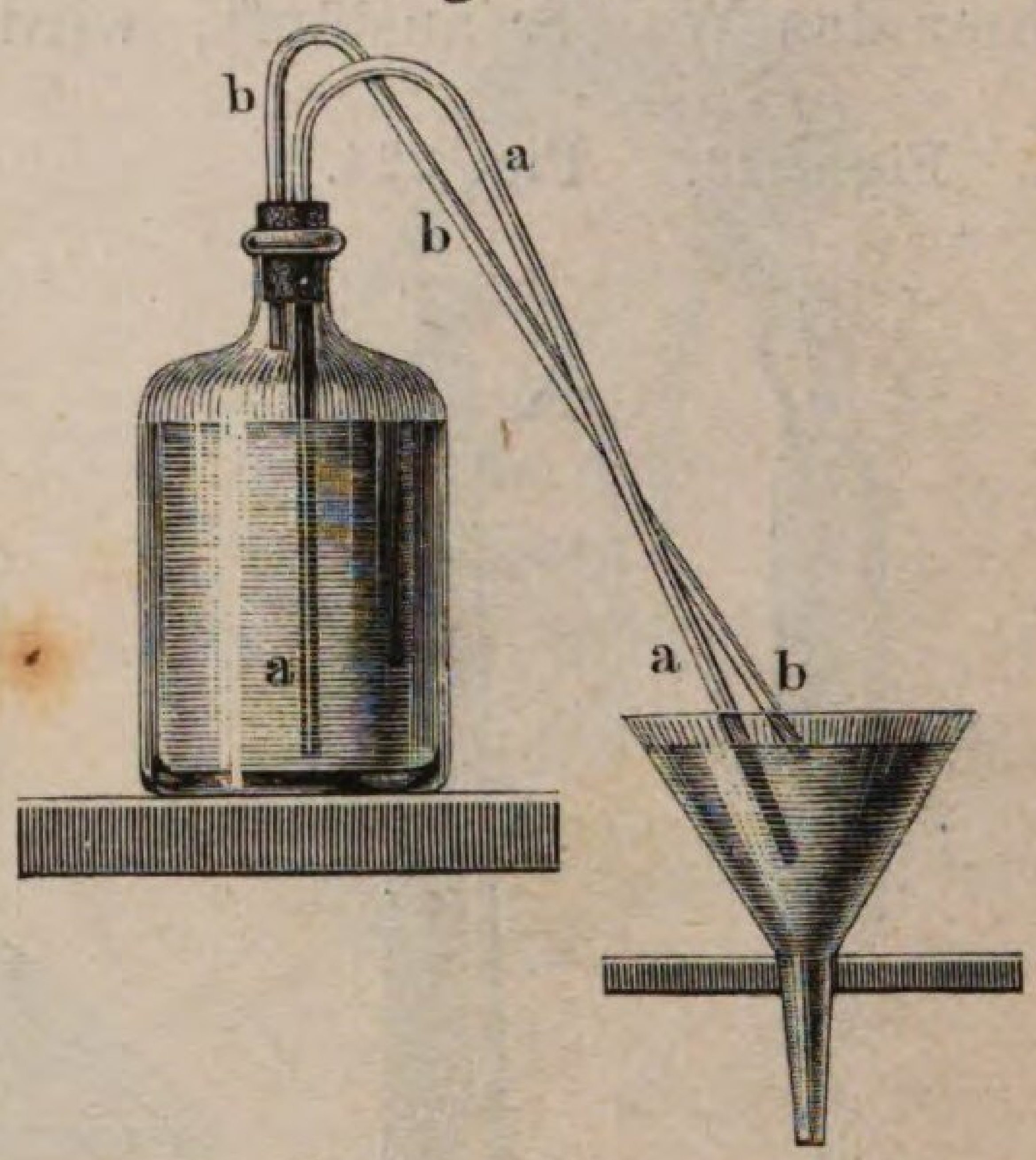


Fig. 229.

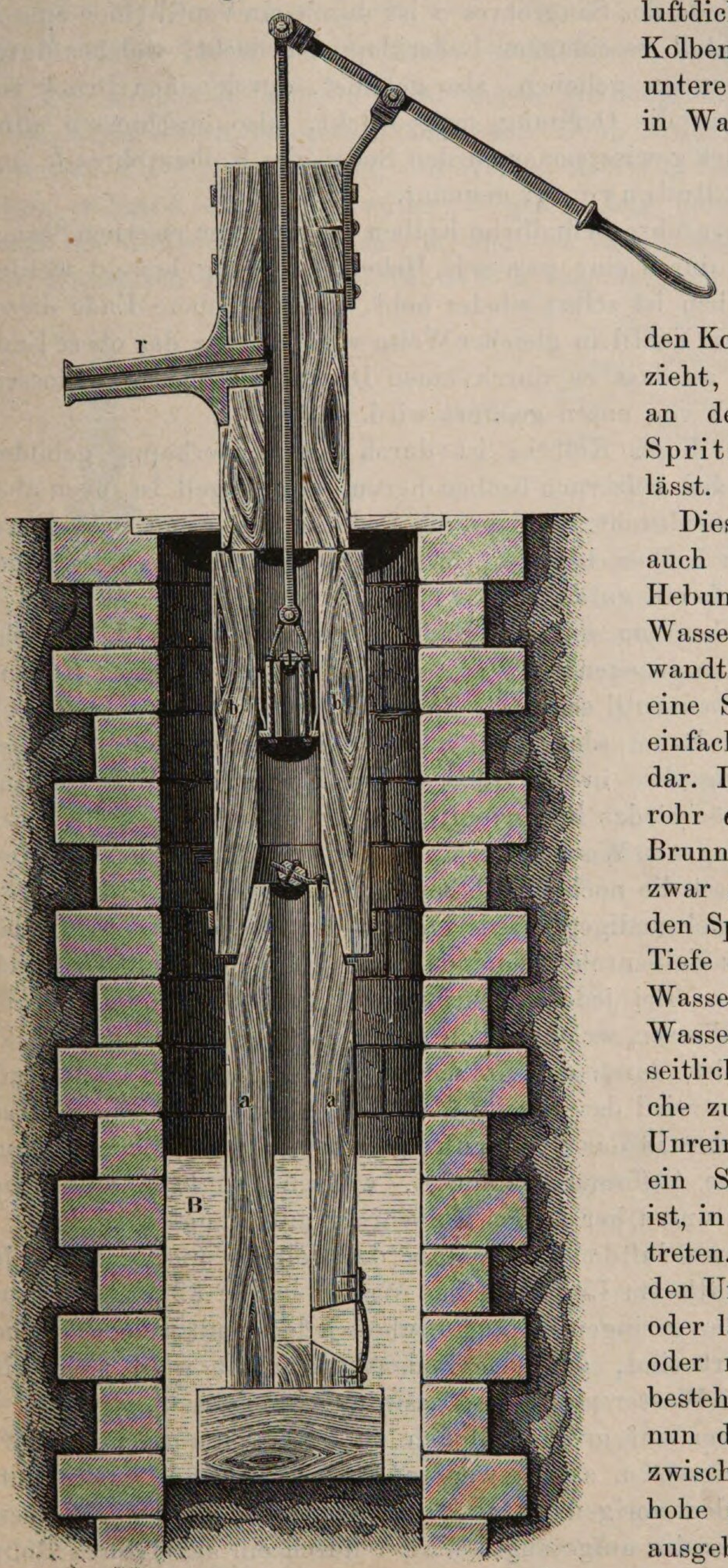


Durch den Heber a, Fig. 229, kann nur so lange Wasser aus der Flasche ausfliessen, als der obere Theil derselben durch das Rohr b mit der äusseren Luft in Verbindung steht. Wenn das aus a ausfliessende Wasser auf ein Filter gelangt, durch welches es nur tropfenweise abfliesst, so wird das Niveau des Wassers im Trichter bald steigen, bis die freie Oeffnung von b verschlossen ist. Nun hört der Heber a zu fliessen auf und fängt erst wieder zu fliessen an, wenn so viel Wasser durch das Filter abgeflossen ist, dass das untere Ende des Rohres b nicht mehr in das Wasser des Trichters eintaucht.

74 **Pumpen.** Wir haben bereits in Paragraph 73 gesehen, wie man in einer Röhre, deren unteres Ende in Wasser getaucht ist, dasselbe dadurch in die Höhe steigen macht, dass man an dem oberen Ende saugt. Den luftverdünnten Raum, welcher in diesem Falle durch den Mund er-

zeugt wurde, kann man aber auch dadurch hervorbringen, dass man in das Rohr einen luftdicht schliessenden Kolben einsetzt. Ist das untere Ende des Rohres in Wasser eingetaucht, so füllt sich das Rohr mit dieser Flüssigkeit, wenn man den Kolben in die Höhe zieht, wie sich dies an den gewöhnlichen Spritzbüchsen zeigen lässt.

Fig. 230.



Dies Princip wird nun auch bei Pumpen zur Hebung bedeutenderer Wassermengen angewandt. Fig. 230 stellt eine Saugpumpe der einfachsten Construction dar. Das hölzerne Saugrohr *a* steht in dem Brunnenschacht, und zwar geht es bis unter den Spiegel des in der Tiefe sich sammelnden Wassers *B* hinab. Das Wasser kann durch eine seitliche Oeffnung, welche zur Abhaltung von Unreinigkeiten durch ein Sieb verschlossen ist, in das Saugrohr eintreten. Auf das nach den Umständen kürzere oder längere, aus einem oder mehreren Stücken bestehende Saugrohr ist nun das etwas weitere, zwischen 2 und 3 Fuss hohe genau cylindrisch ausgebohrte Kolben-

rohr *b* aufgesetzt, in welchem ein Kolben luft- und wasserdicht schliessend auf- und abbewegt werden kann.

Das obere Ende des Saugrohres *a* ist durch ein Ventil (hier eine in der Mitte mit Metall beschlagene Lederklappe) bedeckt, welches durch einen Druck von unten gehoben, also geöffnet, durch einen Druck von oben aber fest auf die Oeffnung aufgedrückt, also geschlossen wird. Dieses Ventil bildet gewissermaassen den Boden des Kolbenrohres *b*, und wird deshalb das Bodenventil genannt.

Der im Kolbenrohre befindliche Kolben ist an einer eisernen Stange befestigt, welche durch eine passende Hebelvorrichtung bewegt werden kann; dieser Kolben ist selbst wieder hohl, und das obere Ende dieser Höhlung mit einem Ventil in gleicher Weise versehen wie das obere Ende des Saugrohres, so dass es durch einen Druck von oben geschlossen, durch einen Druck von unten geöffnet wird.

Der Umfang dieses Kolbens ist durch eine Lederkappe gebildet, welche unten um den hölzernen Kolben herum festgenagelt ist, oben aber frei von demselben absteht, so dass die Lederkappe, wenn sich einmal Wasser über dem Kolben befindet, fest gegen die Röhrenwände angepresst und dadurch ein guter Schluss erhalten wird.

Wenn der eben am unteren Ende des Kolbenrohres befindliche Kolben in die Höhe gezogen wird, so wirkt er wie ein massiver Kolben, weil sich das Kolbenventil schliesst, und es bildet sich unter demselben ein luftverdünnter Raum; das Bodenventil öffnet sich und das Wasser steigt in dem Saugrohre in die Höhe. Beim Niedergange des Kolbens schliesst sich zunächst das Bodenventil, wodurch das Zurückfallen des im Saugrohr gestiegenen Wassers verhindert wird, das Kolbenventil aber öffnet sich und lässt die noch im Kolbenrohre befindliche Luft durch.

Erst nach mehrmaliger Wiederholung der Operation, wenn das Wasser bis in das Kolbenrohr gestiegen ist, beginnt die Pumpe wirklich Wasser zu fördern. Bei jedem Niedergange wird dann das im Kolbenrohre befindliche Wasser, welchem nun durch das Bodenventil der Rückweg verschlossen ist, durch den Kolben hindurchgehen; bei jedem Aufziehen des Kolbens wird das bereits über demselben befindliche Wasser aus dem Kolbenrohre in das Steigrohr gehoben, aus welchem es dann durch die seitliche Oeffnung *r* abfliesst, während zugleich eine neue Wassermenge von unten her in das Kolbenrohr aufgesaugt wird.

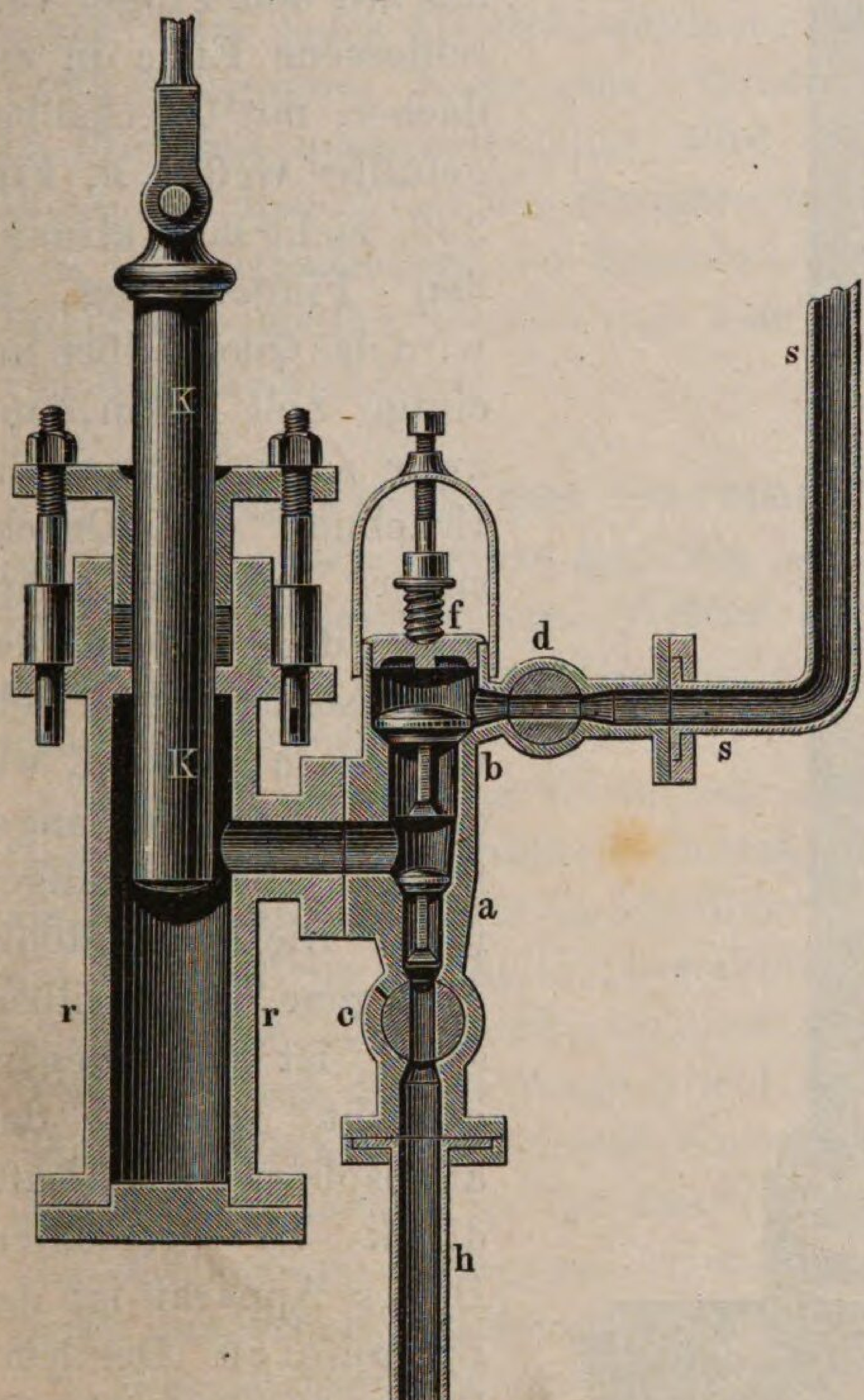
Bei vollkommen luftdichtem Schluss des Kolbens und der Ventile würde man bei mittlerem Luftdruck das Wasser bis zu 32 Fuss aufsaugen können; bei der geringen Vollkommenheit jedoch, mit welcher solche Pumpen ausgeführt sind, darf das Bodenventil nicht wohl mehr als 20 Fuss über dem Wasserspiegel im Bassin angebracht sein.

Um das Wasser auf grössere Höhen zu heben, um es in Dampfkessel hineinzupressen u. s. w., werden Druckpumpen angewandt, welche sich von den vorigen dadurch unterscheiden, dass der Kolben massiv ist und dass das aufgesaugte Wasser durch ein seitliches Rohr

in die Höhe gedrückt wird, dessen unteres Ende durch ein nach oben sich öffnendes Ventil geschlossen wird. Fig. 231 stellt eine Druckpumpe dar; *h* ist das Saugrohr, *r* das Kolbenrohr, *s* das Steigrohr.

Der Kolben *K* geht luftdicht durch die Stopfbüchse, welche das obere Ende des Kolbenrohres schliesst. Beim Aufgange des Kolbens hebt sich das Saugventil *a*, um Wasser aus dem Saugrohr durchzulassen, während das Druckventil *b* geschlossen bleibt; beim Niedergange des Kolbens schliesst sich *a*, und das vorher aufgesaugte Wasser wird nun durch das geöffnete Ventil *b* in das Steigrohr *s* gepresst.

Fig. 231.



Bei *d* und *c* sind Hähne angebracht, die man abstellen kann, wenn die Pumpe nicht mehr arbeiten soll.

Der Deckel *f* kann entfernt werden, wenn man die Ventile nachsehen will. Er ist durch eine starke Drahtfeder aufgedrückt, so dass er gehoben wird, wenn der Druck zu stark werden sollte, wie es z. B. erfolgen kann, wenn das Steigrohr sich verstopft hat oder der Hahn *d* geschlossen bleibt, während *c* offen ist und die Ventile spielen. Der Deckel *f* dient also in diesem Falle als Sicherheitsventil, indem durch sein Heben das Bersten der Röhrenwände verhindert wird.

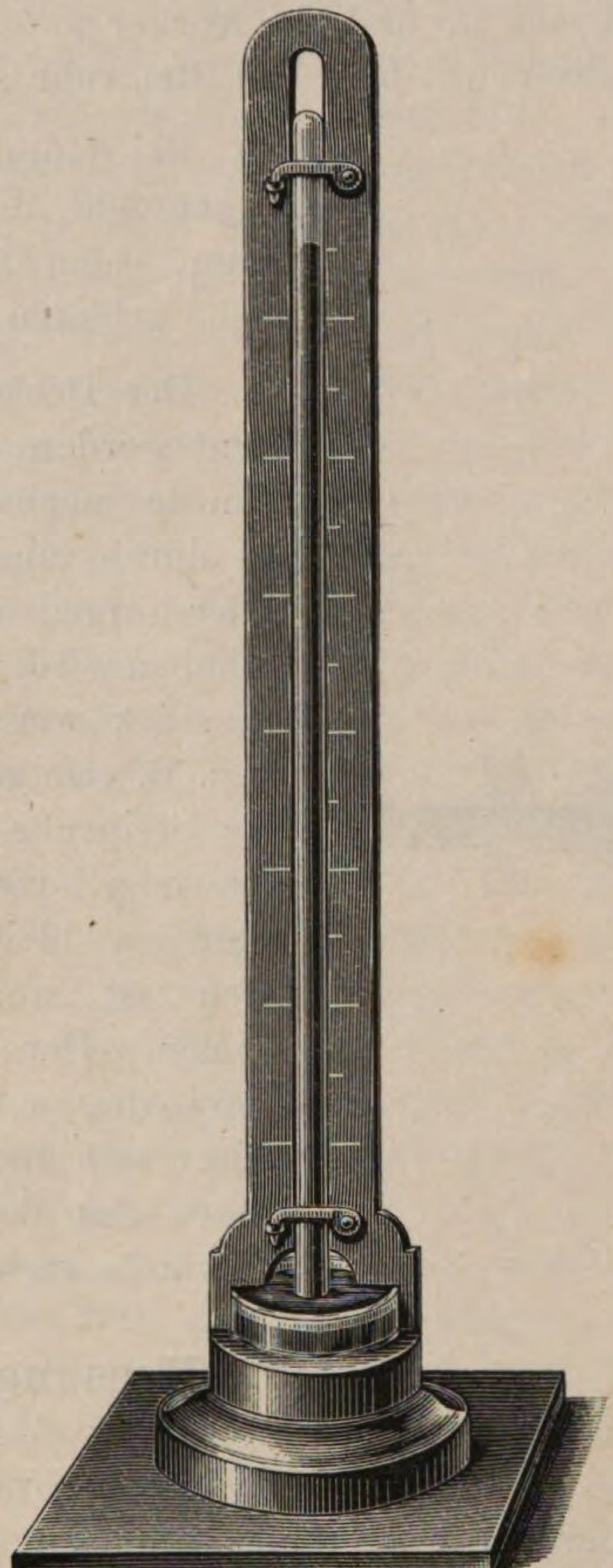
Messung des Luftdrucks. Als die Pumpen- 75
macher in Florenz in einem Saugrohre das Wasser über 32 Fuss heben wollten, sahen sie zu ihrem grössten Erstaunen, dass es nicht höher stieg. Damals erklärte man das Aufsteigen der Flüssigkeiten, indem man sagte, die Natur habe einen horror vacui. Galiläi genügte eine solche Erklärung nicht, und als ihm die von den Pumpenmeistern gemachte Beobachtung mitgetheilt wurde, kam er sogleich auf die Vermuthung, dass die Schwere der Luft die wahre Ursache dieser Erscheinung sei. Sein Schüler Toricelli gab dafür entscheidende Beweise. Er machte ungefähr folgende Schlussfolge. Wenn zwei verschiedene Flüssigkeitssäulen sich das Gleichgewicht halten sollen, so müssen die Höhen der beiden Säulen sich umgekehrt

verhalten wie ihre specifischen Gewichte. Das Quecksilber wiegt nahe 14mal so schwer als Wasser; wenn also der Druck der atmosphärischen Luft eine Wassersäule von 32 Fuss tragen kann, so muss er auch gerade eine Quecksilbersäule von $^{32}/_{14}$ Fuss, d. h. von nahe 28 Zoll tragen können. Der Versuch ist leicht anzustellen. Man füllt eine Glasröhre, welche ungefähr 30 Zoll lang und an dem einen Ende verschlossen ist, mit Quecksilber, hält das offene Ende mit dem Finger zu und kehrt die Röhre um. Taucht man das mit dem Finger verschlossene Ende in ein flaches, mit Quecksilber gefülltes Gefäss *n*, Fig. 232, zieht man alsdann den Finger weg, so wird das Quecksilber um einige Zoll fallen, und zwar so weit, dass die Erhebung des Quecksilbers in der Röhre über das Niveau des Quecksilbers in dem Gefässe so gross ist, wie es aus den eben angeführten Betrachtungen folgt. Die in der Röhre getragene Quecksilbersäule ist als Gegengewicht gegen den atmosphärischen Luftdruck zu betrachten. Dieser Apparat ist das Barometer. Der leere Raum über der Quecksilbersäule des Barometers ist die Toricelli'sche Leere.

Fig. 232.



Fig. 233.



Um das Rohr zu halten und um es zugleich mit einer Scala zu versehen, kann man das Gefäss *n* in einen Fuss von Holz stellen, wie es Fig. 233 zeigt, und in welchen ein getheiltes Brett eingeschoben wird, welches in der Mitte mit einem Schlitze zur Aufnahme der Röhre versehen ist.

Wir können nun die vorher besprochenen Resultate präciser ausdrücken. Die verticale Höhe des Niveaus in der Röhre über dem Niveau

im Gefässe heisst die Barometerhöhe. Sie ist nicht an allen Orten und nicht zu allen Zeiten dieselbe. Am Ufer des Meeres beträgt sie durchschnittlich 76 Centimeter oder, was sehr nahe dasselbe ist, 28 pariser Zoll. Eine solche Quecksilbersäule von 1 Quadratcentimeter Grundfläche hat einen Cubikinhalt von 76 Cubikcentimetern. Da nun ein Cubikcentimeter Quecksilber 13·59 Gramm wiegt, so ist der Druck dieser Säule auf ihre Basis 76 $\times$ 13·59 Gramme = 1,033 Kilogrammen. Die atmosphärische Luftsäule, welche im Niveau des Meeres auf einem Quadratcentimeter Basis ruht, drückt also auf diese Fläche mit einem Gewichte von 1,033 Kilogrammen.

Ein gleichförmiger Gas- oder Flüssigkeitsdruck, welcher in der Art wirkt, dass jedes Quadratcentimeter der Gefässwand einen Druck von 1,033 Kilogramm (oder jeder Quadratzoll einen Druck von ungefähr 15 Pfunden) auszuhalten hat, wird ein Atmosphärendruck genannt. Wenn die Spannkraft des Dampfes in einem Dampfkessel so gross ist, dass jeder Quadratzoll der Kesselwand einen Druck von 90, d. h. 6 . 15 Pfund auszuhalten hat, so sagt man, der Dampf habe eine Spannkraft von 6 Atmosphären.

Construction des Barometers. Man hat dem Barometer 76
sehr verschiedene Formen gegeben, welche in dem nächsten Paragraphen besprochen werden sollen. Welche Form man aber auch wählen mag, so müssen doch stets gewisse Bedingungen erfüllt sein, wenn man Genauigkeit fordert.

1) Das Quecksilber muss sehr rein sein, weil sich sein specifisches Gewicht mit seiner Reinheit ändert, und weil das unreine Quecksilber am Glase anhängt. Das Quecksilber des Handels hat in der Regel nicht die erforderliche Reinheit. Man reinigt es am besten dadurch, dass man es mit reiner, aber stark verdünnter Salpetersäure wiederholt schüttelt. Will man auf diesem Wege alle Unreinigkeiten wegschaffen, so muss man das Quecksilber mehrere Wochen lang mit der Säure in Berührung lassen. Nachdem man die Säure vom Quecksilber entfernt hat, muss man dafür sorgen, dass auch keine Spur derselben zurückbleibt, was man durch wiederholtes Auswaschen mit destillirtem Wasser erreicht.

Das destillirte Quecksilber enthält stets aufgelöstes Quecksilberoxyd, welches jedoch durch Schütteln mit verdünntem Schwefelammonium weggeschafft werden kann.

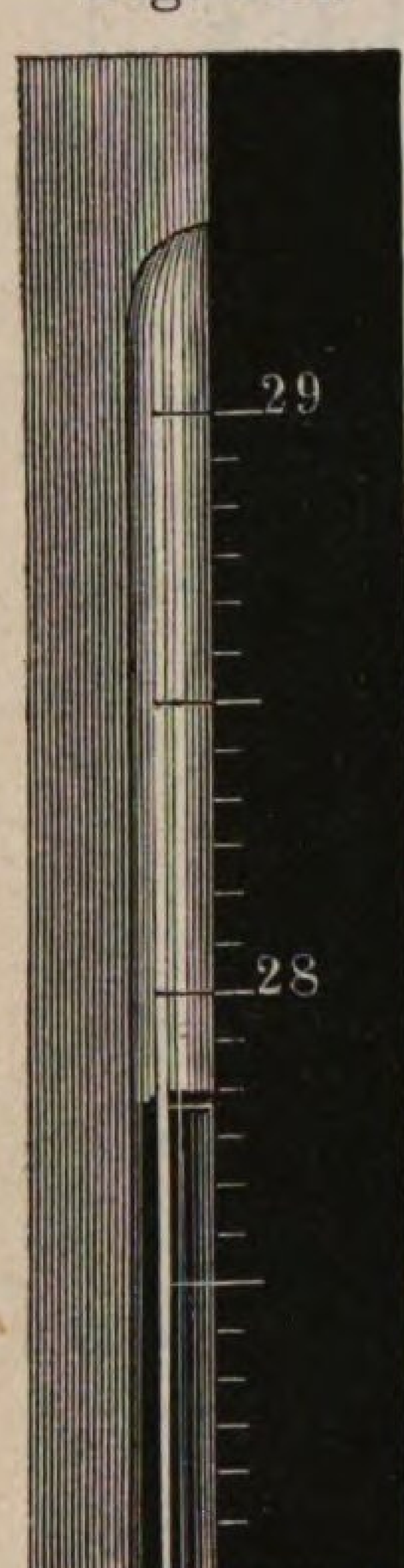
2) Die Höhe der durch den Luftdruck getragenen Quecksilbersäule muss sehr genau gemessen werden können. Dies ist jedoch nur dann möglich, wenn das Barometerrohr eine vollkommen verticale Stellung hat. Zur Messung dieser Höhe ist in der Regel neben der Quecksilbersäule ein Maassstab angebracht. An diesem Maassstabe befindet sich ein beweglicher Zeiger, der mit einem Nonius verbunden ist und einen Theil des Glasrohrs umschliesst. Dieser Zeiger wird in die Höhe der zu beobachtenden Quecksilberkuppe gerückt und dann der Nonius abgelesen.

Hat man jedoch während des Einstellens das Auge nicht genau in die Höhe der zu beachtenden Quecksilberkuppe gehalten, so ist auch der Zeiger nothwendig falsch eingestellt worden, nämlich zu hoch oder zu tief, wenn sich das Auge über oder unter der Kuppe befand.

Manchmal ist die Theilung auf dem Barometerrohre selbst eingeätzt, oder man hat die Theilung gerade hinter das Rohr gebracht, so dass das beobachtende Auge die Quecksilberkuppe gerade vor der Theilung erblickt. Auch hier ist ein Beobachtungsfehler möglich wie beim Zeiger, dass man nämlich das Auge nicht genau in die Höhe der Quecksilberkuppe hält und deshalb die Höhe der Säule etwas zu gross oder zu klein schätzt.

Eine äusserst sinnreiche Einrichtung hat Wilhelm Weber angegeben, wodurch dieser Fehler völlig vermieden wird (Pogg. Annal. Bd. XL, S. 28). Die Theilung befindet sich auf der Vorderseite eines Streifens von dickem Spiegelglase, aus dessen Hinterseite die eine Längenhälfte foliirt ist, so dass der Glasstreifen, von vorn betrachtet, zur Häfte durchsichtig ist, zur Häfte als Spiegel erscheint, Fig. 234. Das Barometerrohr ist hinter diesem Glasstreifen so angebracht, dass seine Mittellinie gerade hinter der Gränzlinie des Spiegels liegt, dass man also nur die eine Hälfte der Quecksilbersäule sieht. Wenn die Scala vertical steht, so ist der Punkt des Spiegels, an welchem der Beobachter das Bild seines Auges erblickt, genau in der Höhe des Auges selbst; wenn man also das Bild des Auges gerade neben dem der Quecksilberkuppe erblickt, so hat das Auge die richtige Stellung, und die Beobachtung ist somit von dem vorher gerügten Fehler frei.

Fig. 234.



Dies ist jedenfalls der wesentlichste Vortheil der Weber'schen Einrichtung, überdies aber ersetzt sie den Nonius vollkommen. Es ist klar, dass man in dem Spiegel das Bild der Theilung erblickt, im Bilde erscheint aber die Entfernung zweier Theilstriche kleiner als auf der Theilung selbst, denn das Bild der Theilung erscheint dem Beobachter gerade so, als ob man die Theilung um die doppelte Dicke des Glases zurückgerückt hätte. Es stehen demnach die Theilung und ihr Bild gerade in einer solchen Beziehung zu einander, wie Haupttheilung eines Maassstabes zu der Noniustheilung. Es gehört jedoch viel Gewandtheit im Beobachten dazu, um von der Weber'schen Scala auch noch diesen Vortheil zu ziehen.

Häufig bringt man bei Barometern auch Mikroskope an, um die Quecksilberkuppe zu beobachten. Bei diesen ist natürlich auch ein vollkommen richtiges Einstellen gesichert.

3) Der Raum über der Quecksilbersäule muss vollkommen luftleer sein, denn wenn Luft in diesem Raum zurückbliebe, so würde ihre Tension die Quecksilbersäule niederdrücken. Um diesen Zweck zu erreichen,

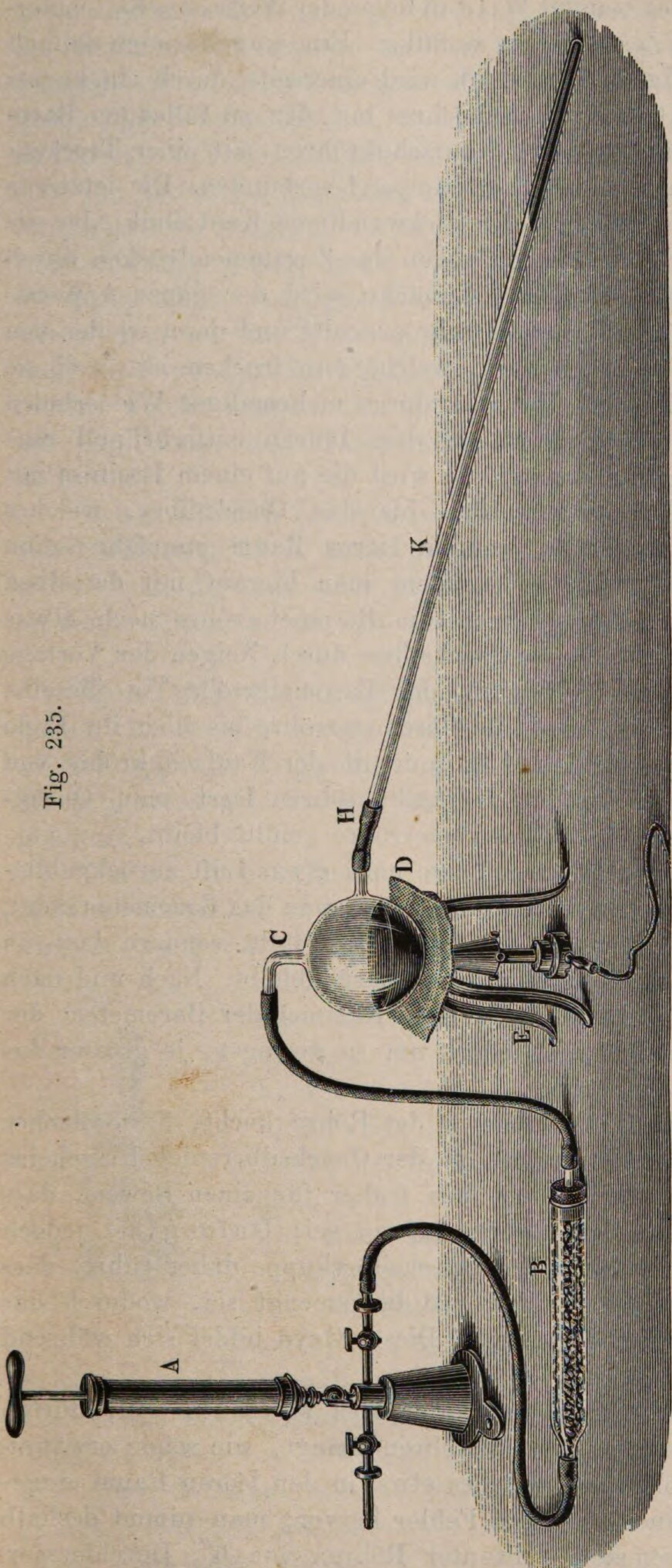


Fig. 235.

wird das Quecksilber in der Röhre auf folgende Weise ausgekocht: Man füllt $1/_3$ der Röhrenlänge mit Quecksilber an und kocht es seiner ganzen Ausdehnung nach über einem Kohlenfeuer; alsdann giesst man eine neue Portion Quecksilber zu, welches aber etwas warm sein muss, damit die Röhre nicht springt, und kocht die neu hinzugegossene Quecksilbersäule auf dieselbe Weise, und so fort, bis man fast die ganze Röhre auf diese Weise behandelt hat, und giesst zuletzt noch etwas heisses Quecksilber auf, um die Röhre vollständig zu füllen. Durch diese Operation, bei welcher aber die Röhren leicht springen, wird sowohl die Luft, als auch die Feuchtigkeit, welche an den Röhrenwänden anhaftet, entfernt.

Das Auskochen des Quecksilbers im Barometerrohre wird wesentlich dadurch erleichtert, dass man den Druck der Atmosphäre von

demselben entfernt. Dies benutzt Wild in folgender Weise, um Barometerröhren ohne Gefahr des Zerspringens zu füllen. Eine kugelförmige doppelt tubulirte Retorte *C*, Fig. 235 (a. v. S.), wird einerseits durch ein kurzes Stück ungeschwefelten Kautschukrohres mit der zu füllenden Barometerröhre *K*, andererseits durch Kautschukröhren mit einer Trockenröhre *B* und weiterhin mit einer Luftpumpe *A* verbunden. Die letzteren Röhren bestehen entweder aus sehr dickwandigem Kautschuk oder sie sind durch eingelegte Drahtspiralen gegen das Zusammendrücken durch den äusseren Luftdruck geschützt. Zunächst wird der ganze Apparat: Trockenröhre, Vorlage und Barometerrohr evacuirt und dann wieder von der Luftpumpe her Luft eingelassen, welche nun trocken ist, weil sie die Trockenröhre passirt hat. Hat man durch mehrmaliges Wiederholen dieser Operation alle Feuchtigkeit aus dem Innern entfernt und eine möglichste Luftverdünnung erzeugt, so wird die auf einem Dreifuss mit Drahtnetz liegende Vorlage erwärmt, bis das Quecksilber, welches sie enthält, ins Kochen geräth, was im leeren Raum ungefähr schon bei 300° ohne Stossen erfolgt. Nachdem man hierauf mit derselben oder mit einer zweiten Lampe auch die Barometerröhre noch etwas erwärmt hat, lässt man das heisse Quecksilber durch Neigen der Vorlage langsam und bei schwacher Neigung der Barometerröhre in dieselbe einlaufen. In dieser Weise wird die Barometerröhre bis über ihr Ende hinaus mit Quecksilber gefüllt und darauf mit der Kautschukröhre von der Vorlage abgezogen. In den Kautschukröhren lässt man Quecksilber, damit beim Erkalten die Barometerröhre gefüllt bleibt.

Wenn in der Toricelli'schen Leere noch etwas Luft zurückgeblieben ist, so erkennt man dies daran, dass, wenn man das Barometer neigt, das Rohr sich nicht vollkommen mit Quecksilber füllt, sondern dass ein kleines Luftbläschen am Gipfel der Röhre zurückbleibt. Nach und nach dringt fast immer etwas Luft in die leere Kammer der Barometer; der Fehler, der daraus entsteht, ist jedoch um so geringer, je grösser das Volumen der leeren Kammer ist.

Je länger man das Quecksilber in der Röhre kocht, desto flacher wird die Kuppe im Barometerrohre, ja der Quecksilberspiegel erscheint zuletzt fast ganz eben. Man hielt dies früher für einen Beweis, dass alle Luft vollständig aus dem Rohre entfernt sei; Dulong hat jedoch gezeigt, dass das Verschwinden der Quecksilberkuppe daher rühre, dass dem Quecksilber etwas Quecksilberoxyd beigemengt sei, wodurch das Anhaften an das Glas vermehrt wird. Dieses Oxyd bildet sich während des Auskochens.

Die Röhren, welche man zu Barometern anwenden will, dürfen nicht zu eng sein, denn bei weiten Röhren bringt, wie schon erwähnt, ein ganz kleines Luftbläschen, welches etwa in den leeren Raum eingedrungen sein sollte, einen geringen Fehler hervor; man nimmt deshalb zu sehr genauen Barometern mitunter Röhren von 6''' Durchmesser. Enge Röhren haben aber noch den grossen Nachtheil, dass sie das Baro-

meter unempfindlich machen. Bei engen Röhren ist nämlich der Einfluss des Reibungswiderstandes an den Glaswänden und das Anhaften des Quecksilbers an denselben, namentlich wenn etwas Quecksilberoxyd dem Quecksilber beigemischt ist, so bedeutend, dass geringe Veränderungen im Luftdrucke von einem solchen Barometer gar nicht angegeben werden, d. h. der Luftdruck kann sich etwas ändern, ohne dass die Quecksilberkuppe ihre Stellung ändert; es ist ein Anstossen des Instrumentes, eine Erschütterung nöthig, damit diese Widerstände überwunden werden und die Kuppe ihre richtige Stellung einnimmt. Selbst bei Barometern, welche man nur zu Witterungsbeobachtungen anwenden will, darf das Rohr nicht weniger als $1^1/_2$ Linien Durchmesser haben. Von den Correctionen, welche man an den gemessenen Barometerhöhen in Beziehung auf Capillarität und Temperatur anzubringen hat, wird später die Rede sein.

Gehen wir nun zur näheren Beschreibung der verschiedenen Arten von Barometern über, ohne jedoch die Künsteleien anzuführen, durch welche man die Barometer in zierliche Möbel umgestalten wollte oder sie empfindlicher zu machen suchte, ohne jedoch den Zweck zu erreichen.

Das Gefässbarometer. Die einfachste Form des Gefässbarometers haben wir bereits auf Seite 182 kennen gelernt. Allein ein 77
solcher Apparat, so geeignet er auch zur Demonstration sein mag, ist zu fortgesetztem Gebrauche weder bequem, noch zu genauen Messungen geeignet.

Um aus dem Barometer ein Instrument zu machen, welches stets bequem und sicher zu handhaben ist, muss man vor allen Dingen dafür sorgen, dass das Rohr mit dem Gefäss in fester Verbindung ist, was man z. B. dadurch erreichen kann, dass man ein Gefäss mit engerem Halse, etwa ein Opodeldocglas, Fig. 236, anwendet, in welchem man die Röhre mittelst eines Korkes einsetzt, welcher mit einer eingeschnittenen Rinne versehen sein muss, damit die Luft im oberen Theile des Gefässes mit der äusseren Luft in Verbindung stehe.

Fig. 236.

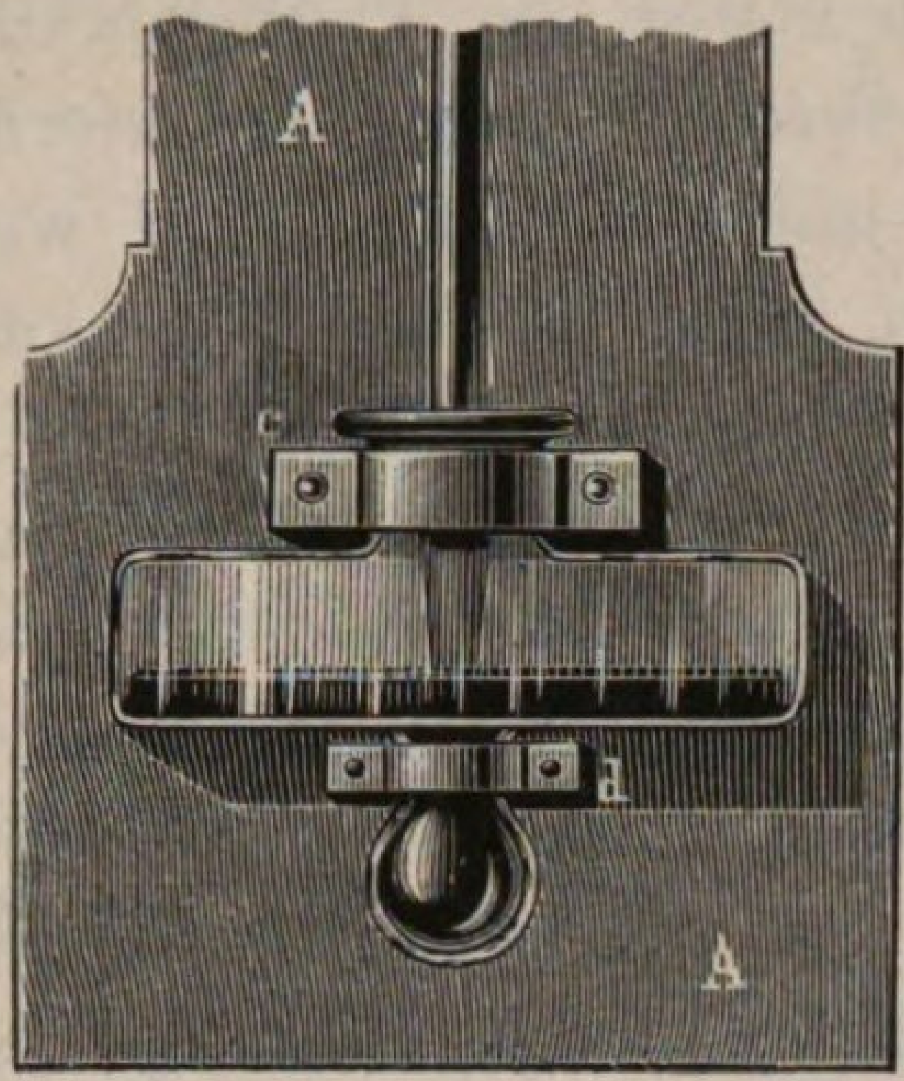


$\frac{1}{4}$

Nach demselben Princip sind die, auch auf den schweizerischen und badischen meteorologischen Stationen aufgestellten, Barometer construirt, deren Gefäss in Fig. 237 (a. f. S.) von Vorne und in Fig. 238 von der Seite gesehen dargestellt ist. Um mit geringer Quecksilbermenge doch eine grosse Quecksilberoberfläche im Gefäss zu erzielen, ist der mittlere Theil desselben von bedeutend grösserem Durchmesser als der Hals und die untere Verlängerung, in welche die freie Oeffnung des Barometerrohres hinabragt. Das Barometerrohr ist in den Hals des Gefässes in der Weise eingesetzt, welche wir bereits in Fig. 238 kennen lernten. Der mittlere Theil des Gefässes steckt in einer Oeffnung des Brettes A, wäh-

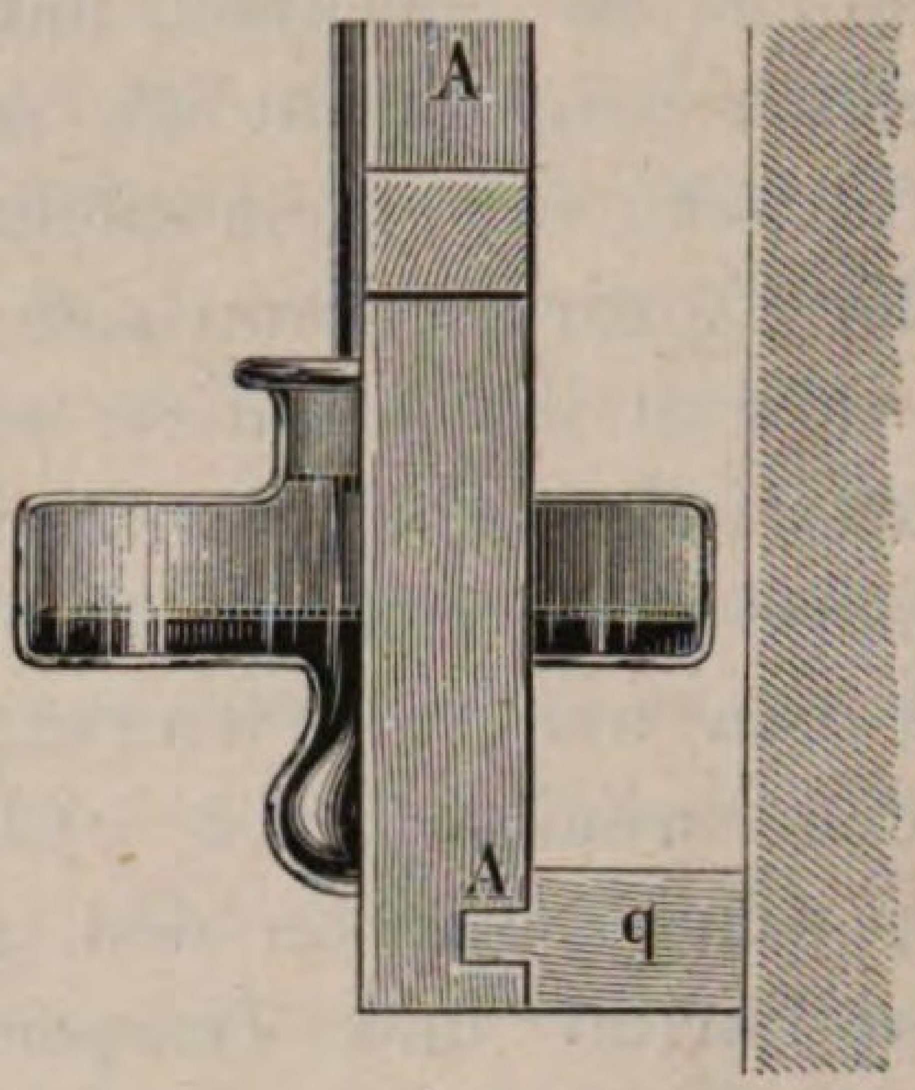
rend das Barometerrohr, der Hals des Gefässes und dessen untere Ver-

Fig. 237.



$\frac{1}{4}$

Fig. 238.



$\frac{1}{4}$

Fig. 239.

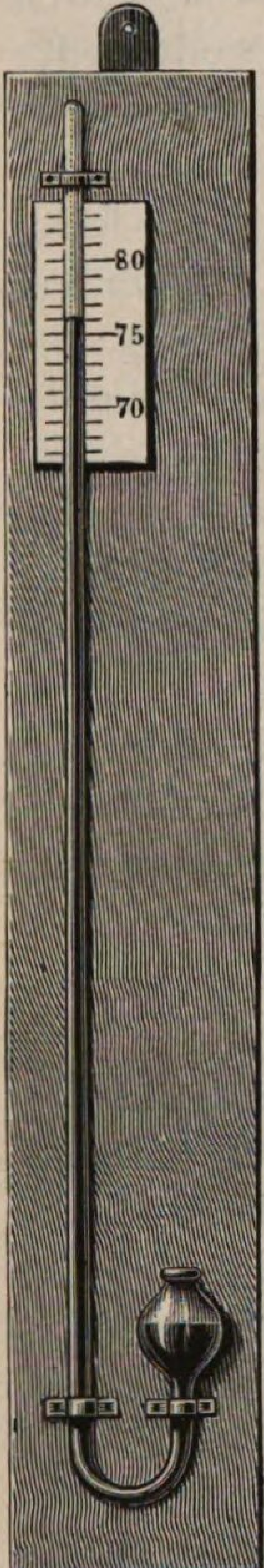


Fig. 240.



längerung in entsprechende Vertiefungen desselben eingelassen sind. Das Gefäss ist durch zwei Banden von Messingblech *c* und *d* (die in Fig. 238 weggelassen sind) auf dem Brett befestigt. In ähnlicher Weise ist auch für die Befestigung des oberen Theils der Barometerröhre auf das Brett gesorgt. Der mittlere Theil des Gefässes ragt auf der Rückseite des Brettes vor, wie man Fig. 238 sieht; deshalb sind an dem oberen und unteren Ende des Brettes *A* Querstäbchen *q* angebracht, von denen jedoch nur das untere in Fig. 238 sichtbar ist und welche dazu dienen, das Gefäss vor dem Anstossen an die Wand zu schützen, an welcher das Instrument aufgehängt ist.

Bei dem gewöhnlichen Barometer bildet die Röhre und das Gefäss ein Stück; es besteht nämlich aus einer Röhre, Fig. 239 welche unten gekrümmt ist, mit einem weiteren Gefässe endigt und auf einem Brette befestigt ist. Bei diesen Barometern, die zu genauen Untersuchungen weniger geeignet sind, befindet sich die Scala meist auch nur am oberen Theile des Instrumentes.

Um das Gefässbarometer zum Transport auf Reisen geeigneter zu machen, hat ihm Lamont die Fig. 240 dargestellte Form gegeben. Will man das Barometer transportiren, so neigt man es langsam, bis die Toricelli'sche Leere ganz mit Quecksilber gefüllt ist,

wobei dasselbe vollständig aus dem Gefäss zurücktritt; alsdann wird das unten enge Barometerrohr bei *a* durch ein mit etwas Baumwolle umwickeltes Hölzchen verschlossen, wie man in Fig. 241 sieht.

Fig. 241.

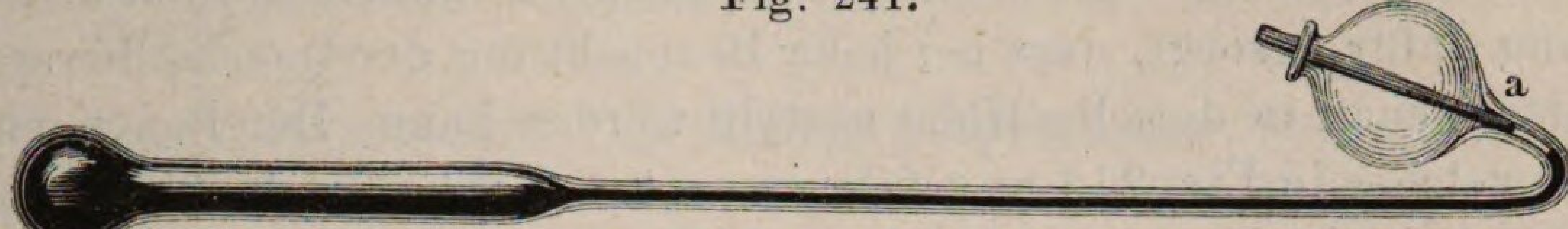
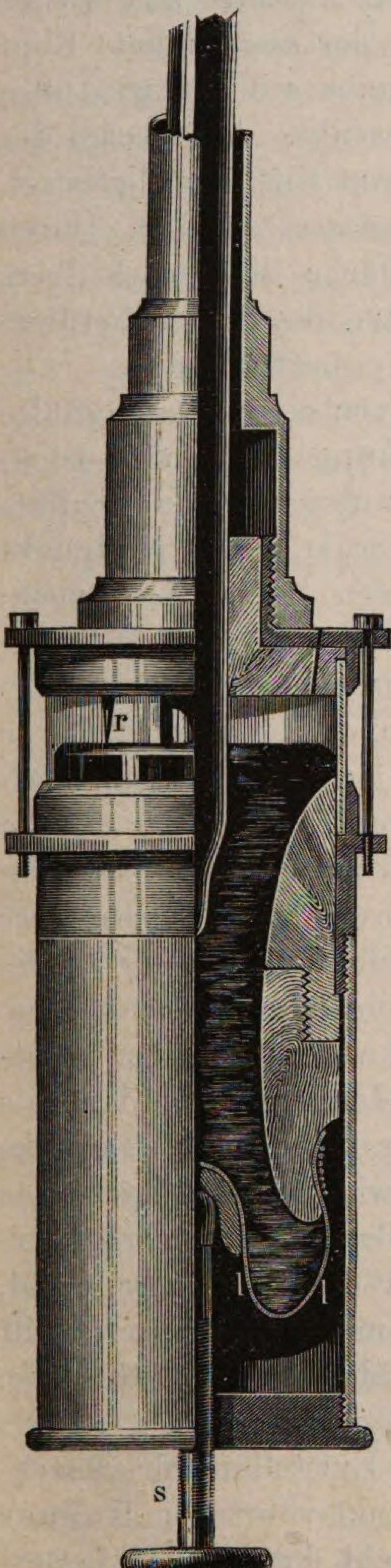


Fig. 242.



Die Gefässbarometer leiden an dem Uebelstande, dass der Spiegel des Quecksilbers im Gefäss, welcher doch den Nullpunkt der Theilung bilden soll, keineswegs unverändert bleibt. Wenn der horizontale Querschnitt des Gefässes *n*mal grösser ist als der Querschnitt der Röhre, so werden auch die Höhenschwankungen im Gefäss *n*mal kleiner sein als die in der Röhre, das Steigen und Fallen des Quecksilbers im Gefäss wird also um so unbedeutender sein, je weiter das Gefäss im Verhältniss zur Röhre ist. Bei genauen Messungen muss man deshalb an

Fig. 243.

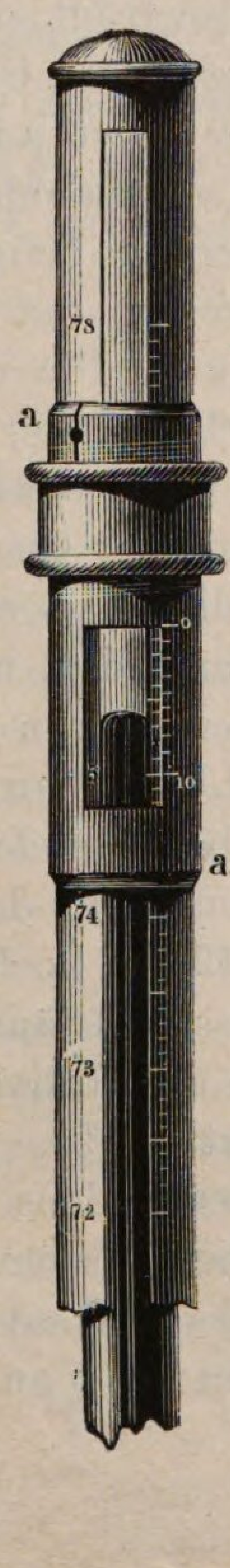
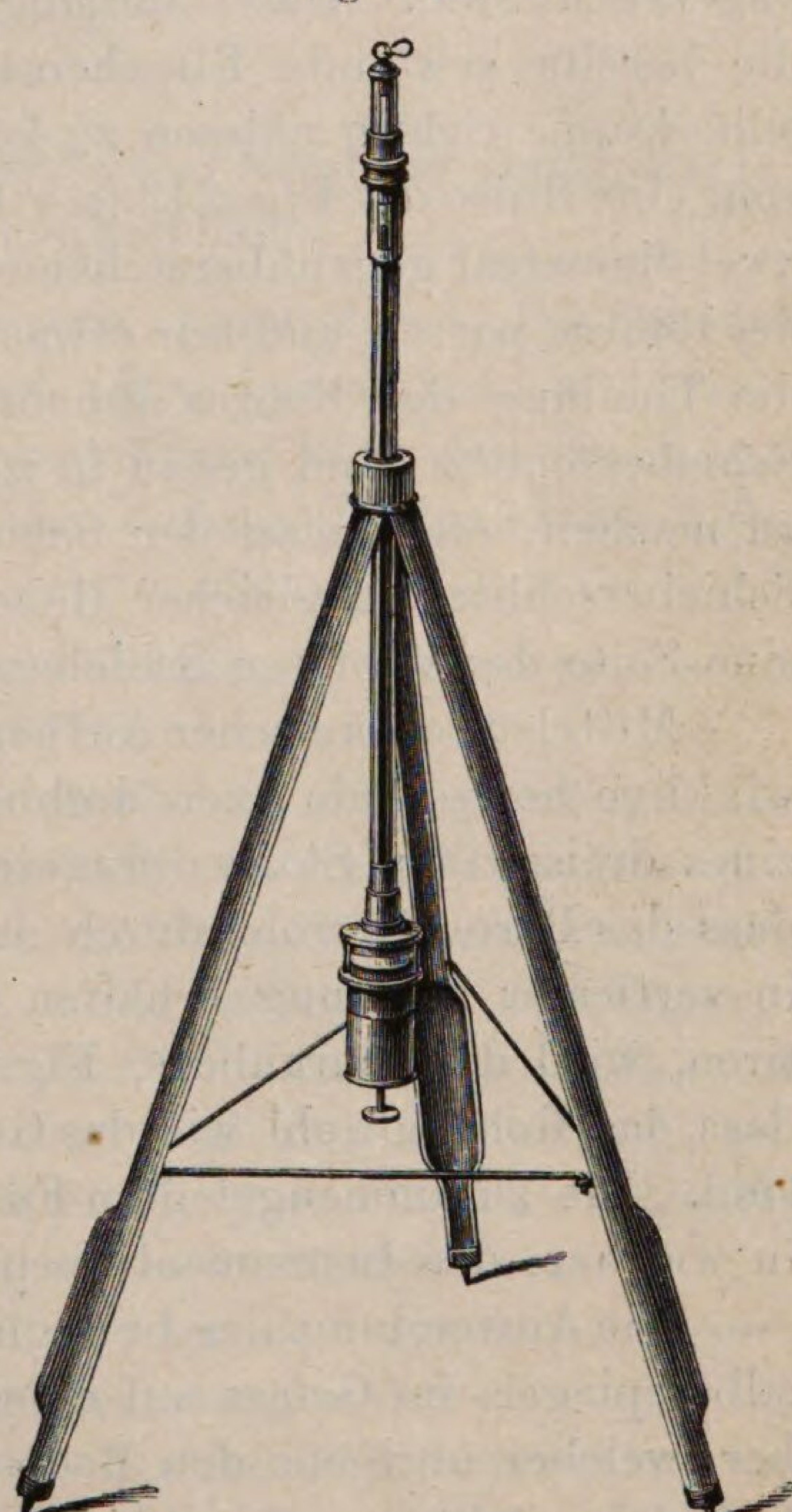


Fig. 244.



den beobachteten Barometerhöhen noch eine Correction wegen der Schwankungen des Quecksilberspiegels im Gefäss anbringen, deren Grösse natürlich für jedes Instrument besonders ermittelt werden muss.

Bei dem Fortin'schen Barometer ist durch eine eigenthümliche Vorrichtung dafür gesorgt, dass bei jeder Beobachtung der Quecksilberspiegel im Gefäss genau in dieselbe Höhe gestellt werden kann. Der Boden des Gefässes, welches in Fig. 242 ungefähr in natürlicher Grösse halb in äusserer Ansicht, halb im Durchschnitt dargestellt ist, wird nämlich durch einen Lederbeutel *l* (oder besser durch einen Beutel, dessen innere Seite aus nicht vulcanisirtem Kautschuk und dessen äussere aus Leder besteht) gebildet, gegen welchen von unten her der abgerundete Kopf der Schraube *s* drückt; je nachdem man die Schraube *s* dreht, wird also der Quecksilberspiegel im Gefäss gehoben oder gesenkt. Am Deckel des Gefässes aber ist ein unten zugespitzter Stift *r* von Elfenbein befestigt, dessen Bild man in dem Quecksilberspiegel des Gefässes erblickt. Durch Drehen der Schraube *s* ist es leicht, die Oberfläche des Quecksilbers gerade so hoch zu heben, dass sie eben die Spitze des Stiftes berührt. Diese Spitze nun ist der Nullpunkt der Barometerscala.

Das Rohr dieses Barometers ist vollständig von einer Messinghülse eingeschlossen, in welcher, um die Quecksilberkuppe im Rohre beobachten zu können, oben zwei einander gegenüberstehende Schlitze angebracht sind. Diese Messinghülse trägt eine Scala, deren Nullpunkt die bereits erwähnte Elfenbeinspitze ist. Um den Stand der Quecksilberkuppe richtig ablesen zu können, ist auf dem getheilten Messingrohr eine Hülse *aa*, Fig. 243 (a. v. S.), verschiebbar, in welcher sich ebenfalls zwei diametral gegenüberstehende Schlitze befinden, welche auf die Schlitze des Rohres passen und nur etwas breiter sind als jene, so dass man noch die Theilung des Rohres sehen kann. Die oberen Ränder der beiden Schieberschlitze sind genau in gleicher Höhe, und um eine Beobachtung zu machen, stellt man den Schieber so, dass diese oberen Ränder der Schieberschlitze in gleicher Höhe mit der Quecksilberkuppe stehen. Die eine Seite des vorderen Schieberschlitzes ist mit einem Nonius versehen.

Mittelst cardanischer Aufhängung, d. h. um zwei zu einander rechtwinklige horizontale Axen drehbar, wird nun das Instrument in den Hals eines dreiseitigen Stativs eingesetzt, wie man Fig. 244 (a. v. S.) sieht, so dass das Barometerrohr durch das bedeutende Gewicht des Gefässes stets in verticaler Richtung erhalten wird. Um das Barometer zu transportiren, wird die Schraube *s*, Fig. 242, so hoch in die Höhe geschraubt, dass das Rohr sowohl wie das Gefäss vollständig mit Quecksilber gefüllt sind. Die zusammengelegten Füsse des Stativs bilden dann das Gehäuse, in welchem das Instrument verpackt wird.

Die Anwendung des beweglichen Bodens zur Einstellung des Quecksilberspiegels im Gefäss auf einen bestimmten Punkt rührt von Horner her, welcher übrigens den Boden des Gefässes nicht durch einen Lederbeutel herstellte, sondern dazu einen dicht an die Wände anschliessenden

mit Leder überzogenen Kolben gebrauchte, welcher durch eine Schraube auf- und niedergeschoben werden konnte.

Die Aufhängung des Barometers in einem dreibeinigen Stativ wurde zuerst von Engelfield angewandt.

Heberbarometer. Den bisher besprochenen Gefässbarometern 78
gegenüber bilden die Heberbarometer eine zweite Hauptform dieses wichtigen Instrumentes, welche sich durch mehrfache Vortheile auszeichnet, namentlich sind die Heberbarometer bei gleicher Genauigkeit weit transportabler als die Gefässbarometer.

Die Heberbarometer, Fig. 245, sind aus einem heberförmig gebogenen Glasrohre verfertigt, welches wenigstens an den Stellen der oberen und unteren Quecksilberkuppe gleichen Durchmesser haben muss.

Bei diesen Barometern hat die Quecksilberkuppe im kürzeren Schenkel durchaus keine feste Stellung. So lange die Temperatur nicht wechselt, muss bei verändertem Luftdruck die Quecksilbersäule in dem einen Schenkel genau so viel steigen, wie sie im anderen fällt, man könnte also aus den Schwankungen im einen Schenkel auf die im anderen schliessen; da jedoch bei wechselnder Temperatur auch das Volumen des Quecksilbers im Barometer sich ändert, so ist die Beobachtung beider Kuppen unerlässlich.

Bei den Heberbarometern sind entweder

1) das Rohr und die Scala fest;
2) die Scala fest und das Rohr in verticaler Richtung verschiebbar;
3) das Rohr fest und die Scala verschiebbar.

Im ersten Falle ist es am bequemsten, wenn der Nullpunkt der Scala noch unter der unteren Kuppe liegt. Man hat alsdann abzulesen, wie hoch die obere und wie hoch die untere Kuppe über dem fraglichen Nullpunkte liegt; die Differenz der beiden Ablesungen giebt dann die Barometerhöhe.

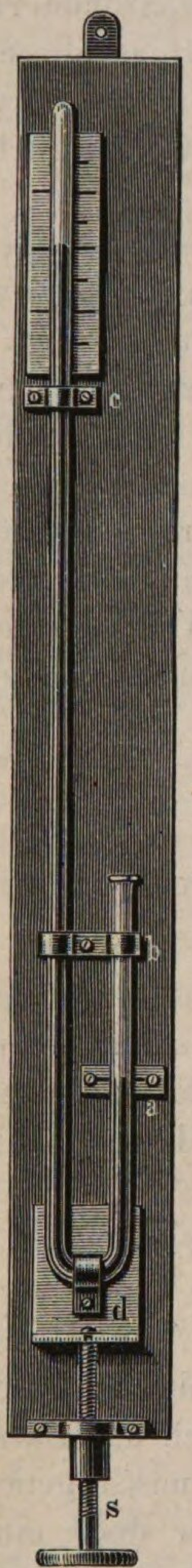
Bei den besten nach diesem Princip construirten Barometern ist die Theilung oft auf das Glasrohr selbst geätzt.

Die Fig. 245 (a. f. S.) stellt ein Heberbarometer der zweiten Art dar. Das Rohr ist auf der Messingplatte *d* befestigt, welche mit Hülfe der Schraube *s* auf- und niedergeschoben werden kann, wodurch dann auch das Barometerrohr selbst gehoben oder gesenkt wird, indem die messingenen Halter *b* und *c* dasselbe zwar auf dem Brette halten, aber doch eine Verschiebung in verticalem Sinne gestatten. Soll eine Beobachtung gemacht werden, so wird zunächst die untere Kuppe auf den Nullpunkt der Scala eingestellt und dann der Stand der oberen abgelesen.

Bei den Heberbarometern der dritten Art ist die Scala mittelst eines in eine gezahnte Stange eingreifenden Triebes verschiebbar; sie wird bei jeder Beobachtung so eingestellt, dass der Nullpunkt der Scala in die Höhe der unteren Quecksilberkuppe zu stehen kommt. Barometer dieser

Construction werden namentlich von J. G. Greiner jun. in Berlin ganz vortrefflich ausgeführt. — Die Barometerröhre ist ganz in ein Brett eingelassen, welches nur an den beiden Stellen durchbrochen ist, an welchen beobachtet werden soll; die verschiebbare Scala ist auf der Vorderseite dieses Brettes angebracht. Am unteren Ende der getheilten Stange ist ein kleines Mikroskop befestigt, welches so eingerichtet ist, dass man durch dasselbe die untere Kuppe des Barometers scharf sehen kann. Der Kreuzungspunkt des in diesem Mikroskop angebrachten Fadenkreuzes liegt in gleicher Horizontallinie mit dem Nullpunkte der Scala und dieser Kreuzungspunkt wird genau auf den Gipfel der unteren Kuppe eingestellt. Am oberen Ende der getheilten Stange ist gleichfalls aufs Feinste verschiebbar ein Nonius angebracht, dessen Nullpunkt in der Horizontallinie eines von ihm getragenen zweiten Mikroskops liegt, welches auf die obere Kuppe eingestellt wird. Der Nonius ist so getheilt, dass man mit demselben unmittelbar 0·02''' ablesen kann. Ein gleicher Grad von Genauigkeit ist bei dem Fortin'schen Barometer nicht möglich, selbst wenn man die Einstellung auf die obere Kuppe mit dem Mikroskrop ausführen wollte, weil die Einstellung auf die Spitze *r* im Gefäss, Fig. 242, nicht mit der Genauigkeit ausgeführt werden kann, wie die Einstellung auf die untere Kuppe des eben beschriebenen Instrumentes.

Fig. 245.



Dessenungeachtet behält das Fortin'sche Barometer seinen Werth für heisse Länder, für welche eine Befestigung des Barometerrohres auf Holz nicht rathsam sein dürfte.

Besondere Mühe hat man darauf verwandt, die Heberbarometer so zu construiren, dass sie bequem und sicher transportirt werden können Fig. 246 stellt das Rohr des von Gay-Lussac angegebenen Barometers dar. Der offene Schenkel hat nur eine capillare Oeffnung *a*, gross genug, um die Luft frei eintreten zu lassen, aber zu klein, als dass Quecksilber durch dieselbe auslaufen könnte; man darf also das Instrument umkehren, Fig. 247, ohne fürchten zu müssen, dass man Quecksilber verliert. Damit man das Barometer aus der Lage Fig. 247 wieder zur Beobachtung umkehren könne, ohne dass Luft in den längeren Schenkel eintreten kann, hat Bunten an diesen Barometern die Fig. 248 abgebildete Einrichtung getroffen.

Bei den Gay-Lussac'schen Barometern findet man die Theilung meist auf das Glas geätzt.

Fig. 249 stellt den sehr zweckmässigen Verschluss der Greiner'schen Heberbarometer dar. Der offene Schenkel ist nämlich nahe über

der Krümmung bei *d* etwas verengert und unter dieser Einschnürung bauchig erweitert. In diese Erweiterung erhebt sich vom unteren Rande aus eine konisch verjüngte, und oben bei *i* offene Fortsetzung des unteren Röhrentheils. Das Barometer enthält nun gerade so viel Quecksilber, dass die bauchige Erweiterung noch bis *d* mit Quecksilber gefüllt bleibt, wenn man durch Neigen des Instrumentes die Toricelli'sche Leere vollständig mit Quecksilber ausgefüllt hat. Zum Verschluss dient alsdann ein genau in die Verengung bei *d* passender Kork *k*, welcher am unteren Ende einer im Lichten ungefähr 1 mm weiten, bei *n* zugeschmolzenen Glasröhre befestigt ist. Wenn nun selbst kleine Luftblasen in

Fig. 249.

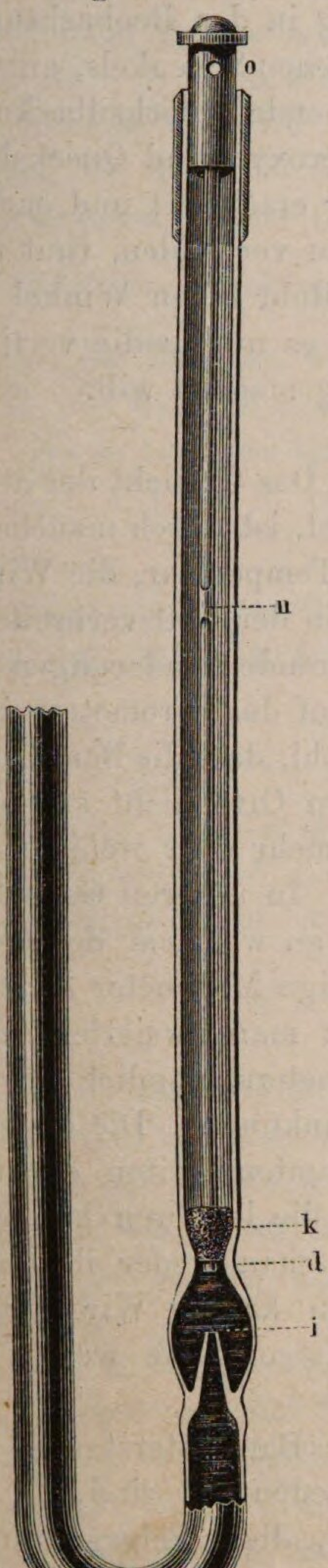


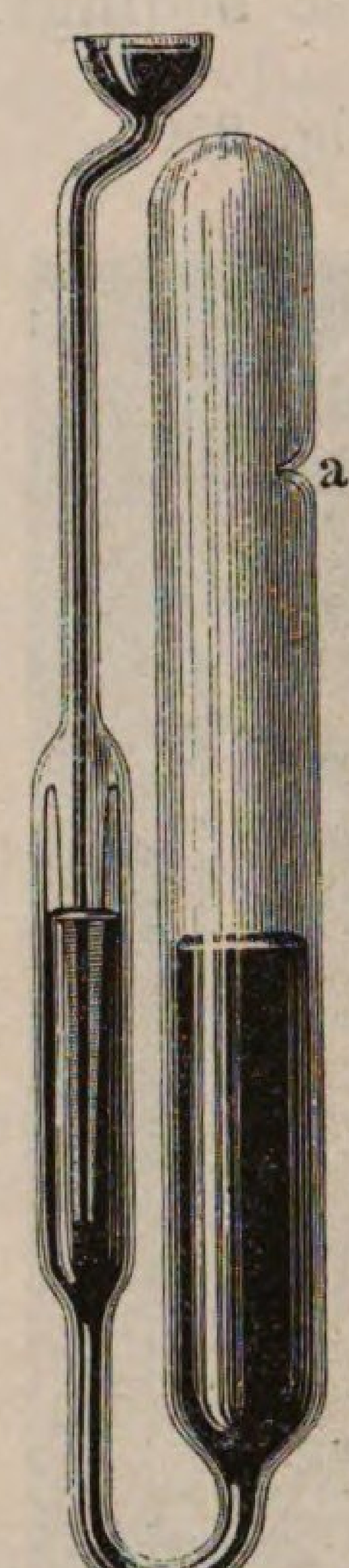
Fig. 246.



Fig. 247.



Fig. 248.



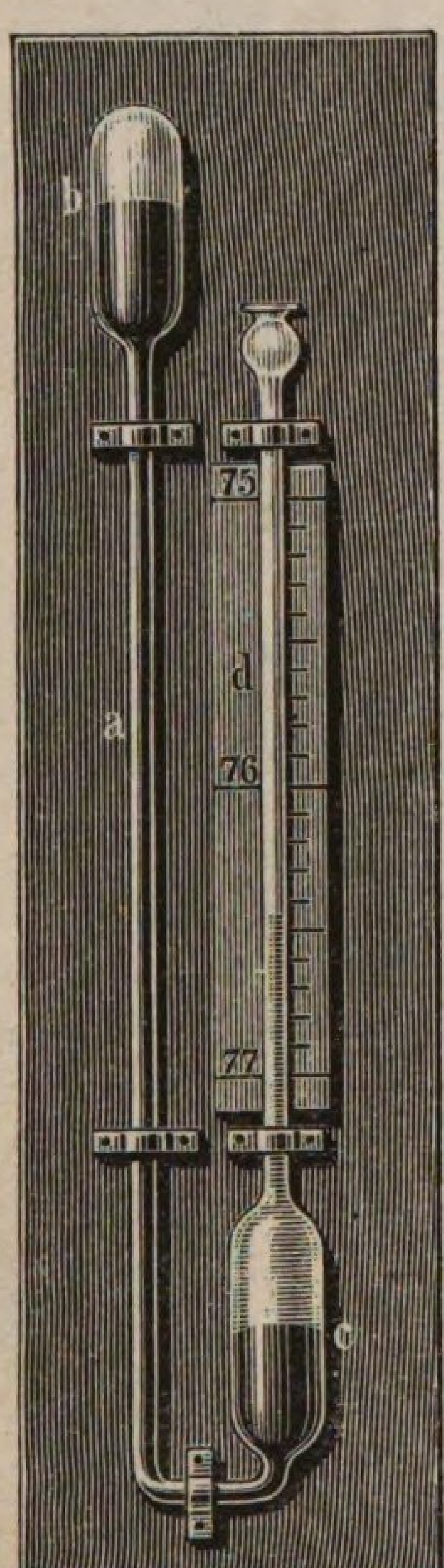
dem abgesperrten Theile zurückblieben, so können diese doch niemals in der Oeffnung bei *i* und durch diese in den längeren Schenkel des Barometers eindringen. Wenn bei steigender Temperatur das abgesperrte Quecksilber sich ausdehnt, so kann es in die durch den Kork *k* gesteckte Glasröhre eintreten. Es ist dafür gesorgt, dass während des Transports die fragliche Glasröhre sammt dem Kork *k* in der Stellung festgehalten wird, in welcher

sie Fig. 249 darstellt. Soll das Instrument gebraucht werden, so wird die enge Glasröhre sammt dem daran steckenden Kork *k* in die Höhe gezogen.

Wenn ein Heberbarometer einige Jahre lang in der Beobachtungsstellung hängen bleibt, so wird die Stelle des offenen Schenkels, an welcher die untere mit der Luft in Berührung stehende Quecksilberkuppe auf- und abspielt, durch anhaftendes Quecksilberoxyd und Quecksilber verunreinigt, was eine genaue Beobachtung sehr erschwert und endlich ganz unmöglich macht. Um diesen Uebelstand zu vermeiden, thut man wohl, das Barometer so aufzuhängen, dass das Rohr einen Winkel von 20 bis 30 Graden mit der Verticalen macht, und es nur in die verticale Stellung zu bringen, wenn man eine Beobachtung machen will.

79 **Variationen des Barometerstandes.** Das Gewicht der atmosphärischen Luftsäule, welche sich über uns befindet, ist durch mancherlei Einflüsse bedingt. Der beständige Wechsel der Temperatur, die Winde, die veränderliche Menge der in der Luft verbreiteten Wasserdämpfe führen fortwährende Aenderungen des Luftdrucks mit sich, welcher auf das Barometer wirkt. Man begreift demnach sehr wohl, dass die Barometersäule an einem und demselben Orte nicht stationär bleiben kann, und dass sie mehr oder weniger bedeutende Variationen erleidet. In unseren Gegenden z. B. vergeht fast kein Tag, an welchem der Barometerstand sich nicht um einige Millimeter änderte. Im Allgemeinen unterscheidet man zweierlei Arten von Schwankungen des Barometers, nämlich periodische und zufällige Schwankungen. Die ersteren treten regelmässig an bestimmten Zeiten ein und haben eine constante Grösse; die letzteren hingegen sind unregelmässig, so dass man weder ihre Zeit noch ihre Grösse voraussehen kann. Wir werden diesen Gegenstand in der Meteorologie weiter besprechen.

Fig. 250.



Da die Variationen des Barometerstandes an demselben Orte nicht sehr bedeutend sind, so hat man sich viel Mühe gegeben, diese Schwankungen dem Auge merklicher zu machen. Wir wollen hier nur zwei solcher Vorrichtungen betrachten, die ziemlich verbreitet sind.

Fig. 250 stellt ein von Huyghens construirtes Barometer dar. Die Barometerröhre *a* erweitert sich oben bei *b*, wo sich die Toricelli'sche Leere befindet, und unten bei *c*, wo eine Flüssigkeit von geringerem specifischen Gewicht auf das Quecksilber aufgegossen ist. Das Gefäss *c* geht in eine engere oben offene Röhre *d* über, so dass die leichtere

Flüssigkeit, etwa gefärbtes Wasser oder gefärbter Weingeist, den oberen Theil von c und den unteren von d füllt.

Das Gefäss bei b habe gleichen Durchmesser wie das bei c; das Rohr bei d habe aber einen nmal kleineren Querschnitt. Wenn die Quecksilbersäule in b um x Linien sinkt, so steigt der Quecksilberspiegel in c um eben so viel, die farbige Flüssigkeit in der Röhre d aber um nx Linien, die Höhe der farbigen Flüssigkeit hat also um $(n - 1)x$ Linien zugenommen. Eine $(n - 1)x$ Linien hohe Säule dieser Flüssigkeit drückt ebenso stark, wie eine $\frac{(n-1)x}{s}$ Linien hohe Quecksilbersäule, wenn s die Zahl ist, welche angiebt, um wie vielmal das specifische Gewicht der farbigen Flüssigkeit geringer ist als das des Quecksilbers.

Wenn also das Quecksilber in b um x Linien sinkt, so ist

$$y = 2x + \frac{n-1}{s}x$$

die Höhe einer Quecksilbersäule, welche der Abnahme des Luftdrucks entspricht. Aus dieser Gleichung ergiebt sich

$$x = \frac{sy}{2s + n - 1}.$$

Es sei z. B. der Querschnitt der Röhre d 20mal kleiner als der von b und c; ferner sei die farbige Flüssigkeit Wasser, also 13·6mal leichter als Quecksilber, so ist $n = 20$, $s = 13{\cdot}6$ und also

$$x = \frac{13{\cdot}6y}{2 \,.\, 13{\cdot}6 + 20 - 1} = 0{\cdot}294y.$$

Fällt ein gewöhnliches Barometer um y Linien, so fällt also das Quecksilber in b um $0{\cdot}294\ y$ Linien, die farbige Flüssigkeit in d steigt aber um $20 \,.\, 0{\cdot}294\ y$, also um $5{\cdot}88\ y$ Linien. So oft also ein gewöhnliches Gefässbarometer um 1 Linie steigt oder fällt, wird die farbige Flüssigkeit unseres Barometers um 5·88 Linien, also fast 6mal so viel, fallen oder steigen.

Ein solches Barometer ist sehr zweckmässig, wenn es sich nur um die Beobachtung der Barometerschwankungen und nicht um genaue Ermittelung der absoluten Barometerhöhe handelt. Die Scala, welche hinter der Röhre d angebracht ist, wird am besten so angefertigt, dass man einen Punkt nahe am oberen und einen nahe am unteren Ende derselben durch Vergleichung mit einem Normalbarometer bestimmt und den Zwischenraum eintheilt.

Hook's Radbarometer hat folgende Einrichtung: Auf dem Quecksilber im offenen Schenkel eines Heberbarometers schwimmt ein eisernes Gewicht; von diesem Gewichte geht eine Schnur über eine Rolle, welche auf der anderen Seite durch ein etwas geringeres Gewicht gespannt ist. An der Axe der Rolle ist ein langer Zeiger befestigt, dessen Endpunkt also einen grossen Weg durchläuft, wenn das Queck-

silber nur wenig steigt oder fällt und dadurch die Rolle dreht. — Zu Messungen ist begreiflicher Weise auch ein solches Instrument nicht zu gebrauchen.

80 **Grösse des Luftdrucks bei verschiedenem Barometerstande.** Wir haben oben ermittelt, wie gross der Luftdruck ist, welcher dem Barometerstande von 760 Millimeter entspricht. Ganz auf dieselbe Weise lässt sich die Grösse des Luftdrucks für jede Barometerhöhe berechnen. Man wird die Resultate finden, wie sie in folgender Tabelle enthalten sind.

Höhe der Quecksilbersäule.	Druck auf ein Quadratmeter.	Höhe der Quecksilbersäule.	Druck auf ein Quadratmeter.	Höhe der Quecksilbersäule.	Druck auf ein Quadratmeter.
Millimeter.	Kilogramme.	Millimeter.	Kilogramme.	Millimeter.	Kilogramme.
500	6793	600	8152	700	9510
510	6929	610	8287	710	9646
520	7065	620	8423	720	9782
530	7201	630	8559	730	9918
540	7336	640	8695	740	10054
550	7472	650	8831	750	10189
560	7608	660	8967	760	10325
570	7744	670	9105	770	10461
580	7880	680	9238	780	10597
590	8016	690	9374	790	10733

81 **Wirkung des Luftdrucks auf den menschlichen Körper.** Der menschliche Körper ist so gut wie jeder andere dem Drucke der Atmosphäre ausgesetzt, und da die Oberfläche eines ausgewachsenen Menschen weit mehr als ein Quadratmeter beträgt, so ist der Totaldruck, der von allen Seiten her gleichförmig vertheilt gegen den Körper wirkt, allerdings sehr bedeutend, er beträgt 30 000 bis 40 000 Pfund.

Das scheint für den ersten Augenblick allerdings unglaublich, und es giebt viele selbst gebildete und geistreiche Leute, welche eine solche Behauptung für baren Unsinn halten, welche die ganze Lehre vom Luftdruck als falsch verwerfen, weil sie zu solchen, ihrer Ansicht nach ganz absurden Folgerungen führt. Drieberg, welcher ein Werkchen gegen den Luftdruck schrieb, sagt in seiner Vorrede: „Nach dem weisen Rathschlusse der Physikbeflissenen müssen wir armen Creaturen uns bekanntlich mit einer Luftlast von 30 000 bis 40 000 Pfund herumschleppen,

und selbst die Elsler, wenn sie auf der grossen Zehe steht, trägt ihre 30 000 Pfündchen u. s. w."

Eine solche Ausdrucksweise zeigt schon ein Missverstehen der Lehre vom Luftdrucke, denn da er ja gleichmässig von allen Seiten, also von oben und unten, von vorn und hinten, von der rechten und linken Seite wirkt, so kann hier weder von einem „Schleppen", noch von einem „Tragen" die Rede sein; solche Ausdrücke sind nur auf einen einseitigen Druck anwendbar.

Aber man könnte einwenden, wenn ein so starker Druck auch ganz gleichförmig und von allen Seiten her gegen den Körper wirkt, so müsste er ja den Körper in sich selbst zusammenpressen, er müsste ihn zermalmen!

Was soll also zermalmt werden? Das Knochengerüst? Es könnte noch einen weit stärkeren Druck aushalten. Die mit Flüssigkeiten und Luft gefüllten Gefässe und Höhlungen des Körpers? Die im Körper befindliche Luft ist von gleicher Dichtigkeit mit der äusseren, sie kann also durch den Luftdruck nicht weiter comprimirt werden; dass aber die im Körper enthaltenen Flüssigkeiten nicht zerdrückt werden können, versteht sich von selbst.

Es bleibt demnach nur noch etwa der Zweifel zu heben übrig, ob nicht die zarten Häutchen und Gewebe, welche die Hüllen der einzelnen Gefässchen bilden, durch einen so starken Druck Noth leiden müssten. Von einem Zerreissen der zarten Gewebe kann aber keine Rede sein, weil der Druck gleichmässig von beiden Seiten wirkt; um aber die Häutchen etwa zu zerquetschen, ist der Druck nicht stark genug. Da es sich hier nur um kleine Gefässchen handelt, so kommt auch nur der Druck in Betracht, der auf die kleine Oberfläche derselben wirkt; aus der obigen Tabelle aber kann man entnehmen, dass der Luftdruck auf eine 1 Quadratcentimeter (ungefähr 20 Quadratlinien) grosse Oberfläche nur 1 Kilogramm (2 Pfund), auf 1 Quadratmillimeter (ungefähr $^2/_{10}$ Quadratlinien) aber nur 10 Gramm (ungefähr $^3/_5$ Loth) beträgt.

Wenn man die Sache auf diese Weise betrachtet, so fällt alles Auffallende und Unbegreifliche weg. Die Lehre vom Luftdrucke, der auf den menschlichen Körper wirkt, erhält nur dadurch etwas Paradoxes, dass man durch die Summation der Pressungen, welche auf die einzelnen Theilchen wirken, enorme Zahlen erhält, während doch jedes einzelne Theilchen für sich mit dem Luftdrucke im Gleichgewicht steht, und nicht der Totaldruck einseitig gegen eine Stelle des Körpers wirkt.

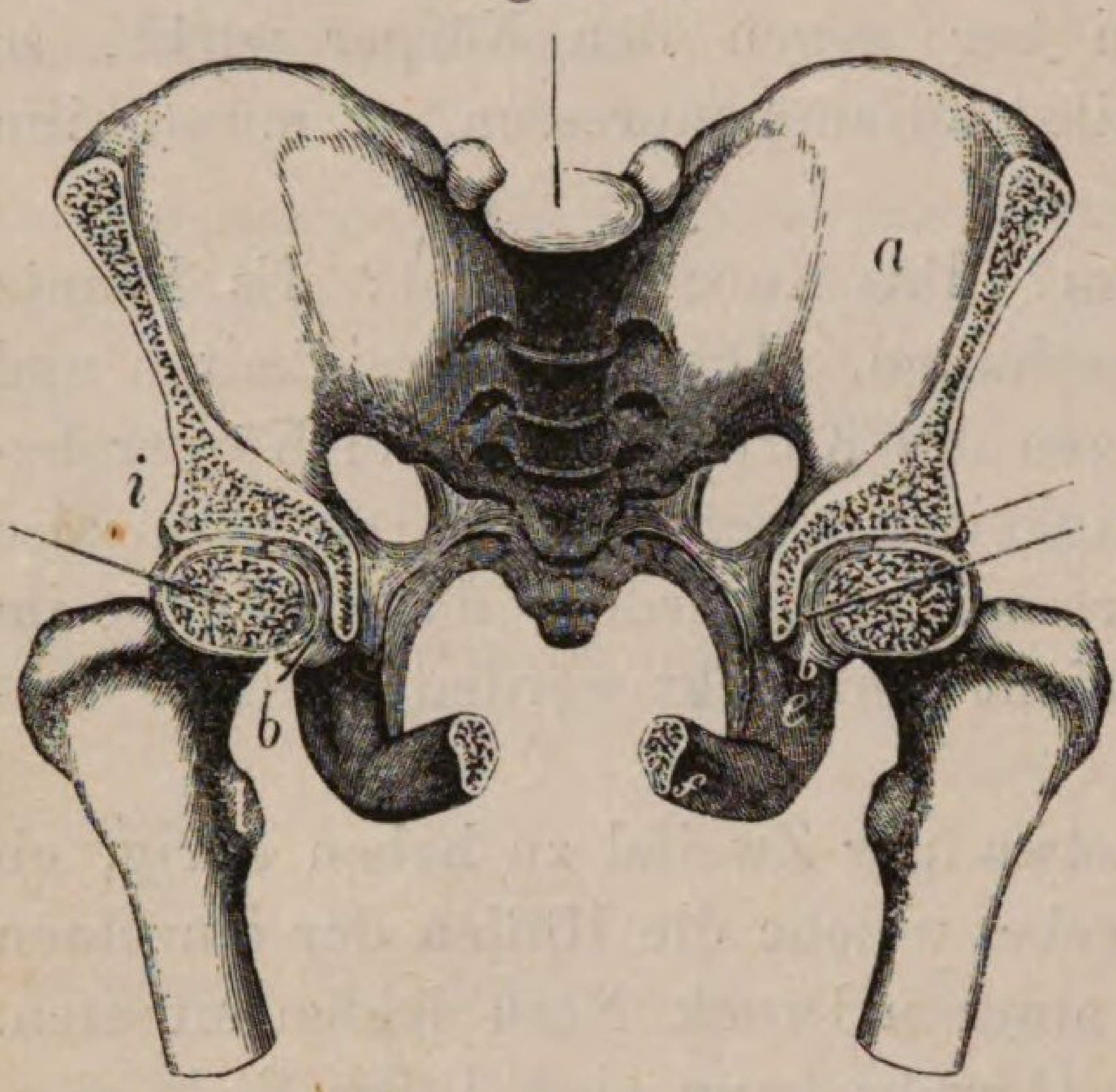
Wenn man den Luftdruck von irgend einer Stelle des Körpers entweder mit Hülfe eines Schröpfkopfes oder einer Luftpumpe wegnimmt, so wird der Inhalt der Gefässchen ein Bestreben geltend machen, sich auszudehnen.

Wie wichtig der Luftdruck für die Oekonomie der Kräfte des menschlichen Körpers ist, haben die classischen Untersuchungen der Gebrüder Weber gezeigt.

Betrachtet man das Knochengerüst des menschlichen Körpers, so findet man an jeder Seite des Beckens eine spiegelglatte, mit einer schlüpfrigen Flüssigkeit benetzte Vertiefung, die Pfanne, in welche der kugelförmige Kopf des Schenkelknochens genau hineinpasst, wie man dies in Fig. 251 deutlich sehen kann, welche das Becken mit den Schenkelknochen darstellt.

Der vordere Theil des Beckens und der beiden Schenkelköpfe ist in Fig. 251 durch einen senkrechten Schnitt weggenommen, damit man besser sehen kann, wie die Schenkelköpfe in den Pfannen sitzen; da sich nun der Schenkelkopf in der Pfanne nach allen Seiten leicht drehen lässt, so begreift man, dass das Bein nach allen Seiten hin beweglich ist.

Fig. 251.



Das ganze Gelenk ist durch eine Kapselmembran eingehüllt, welche, das Becken mit dem Schenkelkopfe verbindend, an dem knöchernen Pfannenrande und am Halse des Schenkelkopfes angewachsen ist.

Wenn man auf einem Beine steht und das andere nur so viel krümmt, dass es hängt, ohne den Boden zu berühren, so kann man mit ungemein geringer Muskelanstrengung das hängende Bein hin und her schwingen lassen. Während das Bein so schwingt, sind die Muskeln, welche das Becken mit dem Schenkelbeine verbinden, ganz schlaff, und daraus schon geht hervor, dass diese Muskeln es nicht sein können, welche das schwebende Bein tragen. Die Gebrüder Weber haben dies auch durch den Versuch nachgewiesen, indem sie an einem Leichname alle Muskeln durchschnitten, welche den Schenkel mit dem Becken verbinden. Das frei schwebende Bein fiel nicht herab, wie es der Fall gewesen wäre, wenn es im Leben durch die Muskeln getragen würde.

Auch die Kapselmembran wurde durchschnitten, und das Bein fiel nicht herab.

Der Schenkelkopf wird also in der luftdicht schliessenden Pfanne durch den Druck der atmosphärischen Luft zurückgehalten, oder das Gewicht des Beines wird von dem Drucke, den die atmosphärische Luft auf dasselbe von unten nach oben ausübt, äquilibrirt, es bedarf also keinerlei Kraftanstrengung, um während des Gehens das eben nicht auf dem Boden stehende Bein zu tragen, obgleich das Gewicht desselben nicht unbedeutend ist.

Die Richtigkeit dieses Satzes wurde noch durch folgenden Versuch bestätigt. Es wurde durch das Becken hindurch mitten in die Pfanne

ein kleines Loch gebohrt; das Bein fiel in demselben Augenblicke herab, in welchem die Spitze des Bohrers die Pfanne eben durchbrochen hatte und den Schenkelkopf noch nicht berührte. Als der Schenkelkopf nun wieder in die Pfanne hineingeschoben wurde, so dass seine Kugelfläche wieder genau mit der Kugelfläche der Pfanne in Berührung kam, und man dann das Loch im Becken mit dem Finger zuhielt, wurde das Bein auch wieder durch den Luftdruck getragen; es fiel aber sogleich wieder herab, sobald man den Finger wieder von dem Loche wegnahm, so dass die Luft von oben eindringen konnte.

Die Arme werden in derselben Weise durch den Luftdruck getragen wie die Beine.

Das Mariotte'sche Gesetz. Das Mariotte'sche Gesetz sagt: 82
Das Volumen einer gegebenen Gasmenge verhält sich umgekehrt wie der Druck, dem sie ausgesetzt ist, oder in einer Formel ausgedrückt:

$$V : v = p : P \qquad 1)$$

also auch

$$VP = vp \qquad 2)$$

wenn V das Volumen einer gegebenen Luftmasse unter dem Drucke P, v aber das Volumen derselben Luftmasse unter dem Drucke p bezeichnet.

Um dieses Fundamentalgesetz durch den Versuch zu beweisen, nehme man eine gekrümmte cylindrische Röhre, deren kürzerer Schenkel oben geschlossen ist, während der längere Schenkel offen bleibt, Fig. 252 (a. f. S.), und welche auf einem Brett befestigt ist. Man giesse zu Anfang nur wenig Quecksilber ein, neige dann den Apparat ein wenig, damit etwas Luft aus dem kürzeren Schenkel entweicht; so kann man es leicht dahin bringen, dass das Quecksilber in beiden Schenkeln gleich hoch steht, Fig. 253. Alsdann ist die in dem geschlossenen Schenkel abgesperrte Luft genau dem Drucke der Atmosphäre ausgesetzt. Giesst man nun von Neuem Quecksilber in den offenen Schenkel, so wird der Druck, den die eingeschlossene Luft auszuhalten hat, vermehrt, sie wird dadurch auf einen kleineren Raum zusammengepresst. Wenn das Quecksilber im kürzeren Schenkel bis zum Punkte N, Fig. 254, gestiegen ist, welcher sich in der Mitte zwischen M und dem Gipfel A der geschlossenen Röhre befindet, so ist die Luft auf die Hälfte ihres vorherigen Volumens zusammengepresst; bezeichnet man nun auf dem längeren Schenkel den Punkt N', welcher mit N gleiche Höhe hat, und misst man dann, wie hoch das Quecksilber sich im längeren Schenkel noch über N' erhebt, so findet man, dass die Höhe dieser Quecksilbersäule genau der Barometerhöhe gleich ist; die in dem kurzen Rohre abgeschlossene Luft hat demnach jetzt einen Druck von zwei Atmosphären auszuhalten.

Bequemer und zweckmässiger als der Apparat Fig. 252, ist der für denselben Zweck construirte Apparat Fig. 255. Die kürzere Röhre, welche wir die Manometerröhre nennen wollen, ist oben nicht zuge-

Fig. 255.

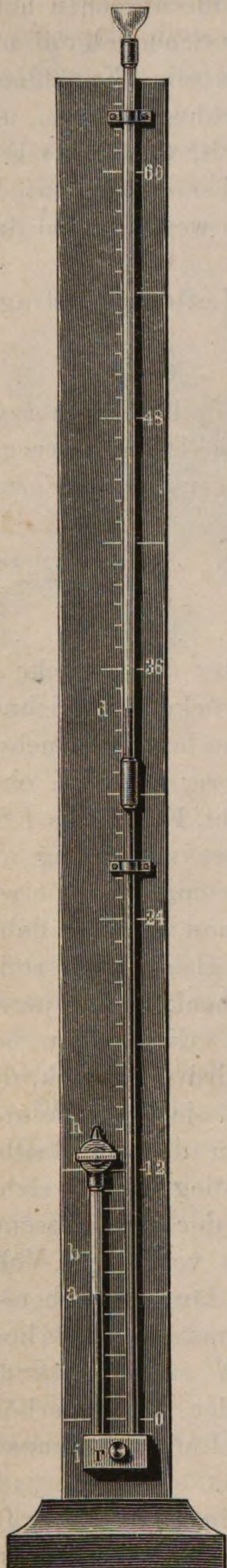


Fig. 252.

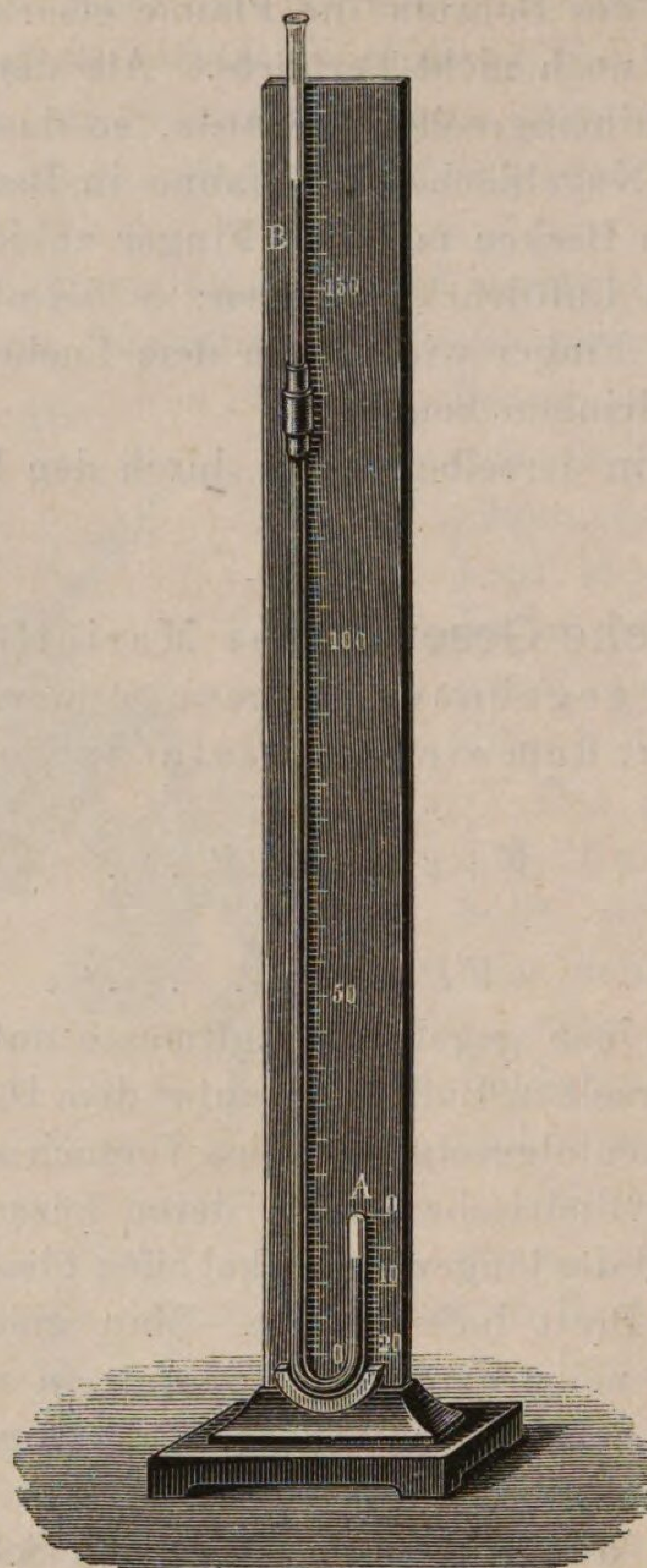


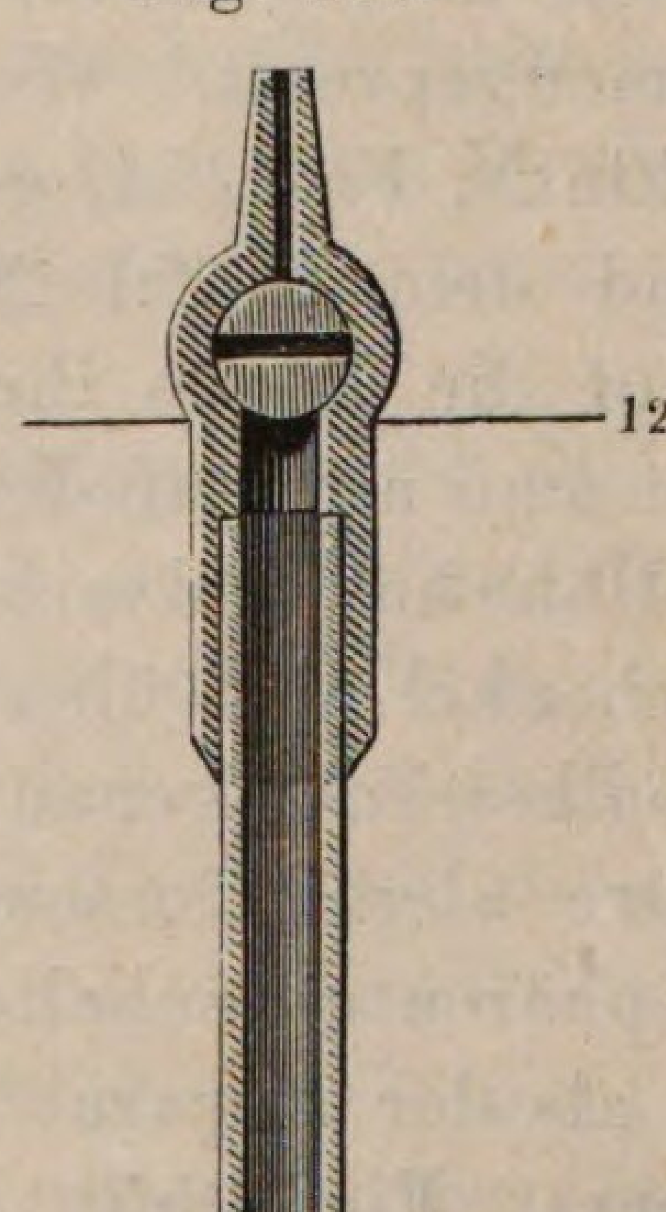
Fig. 253.



Fig. 254.



Fig. 256.



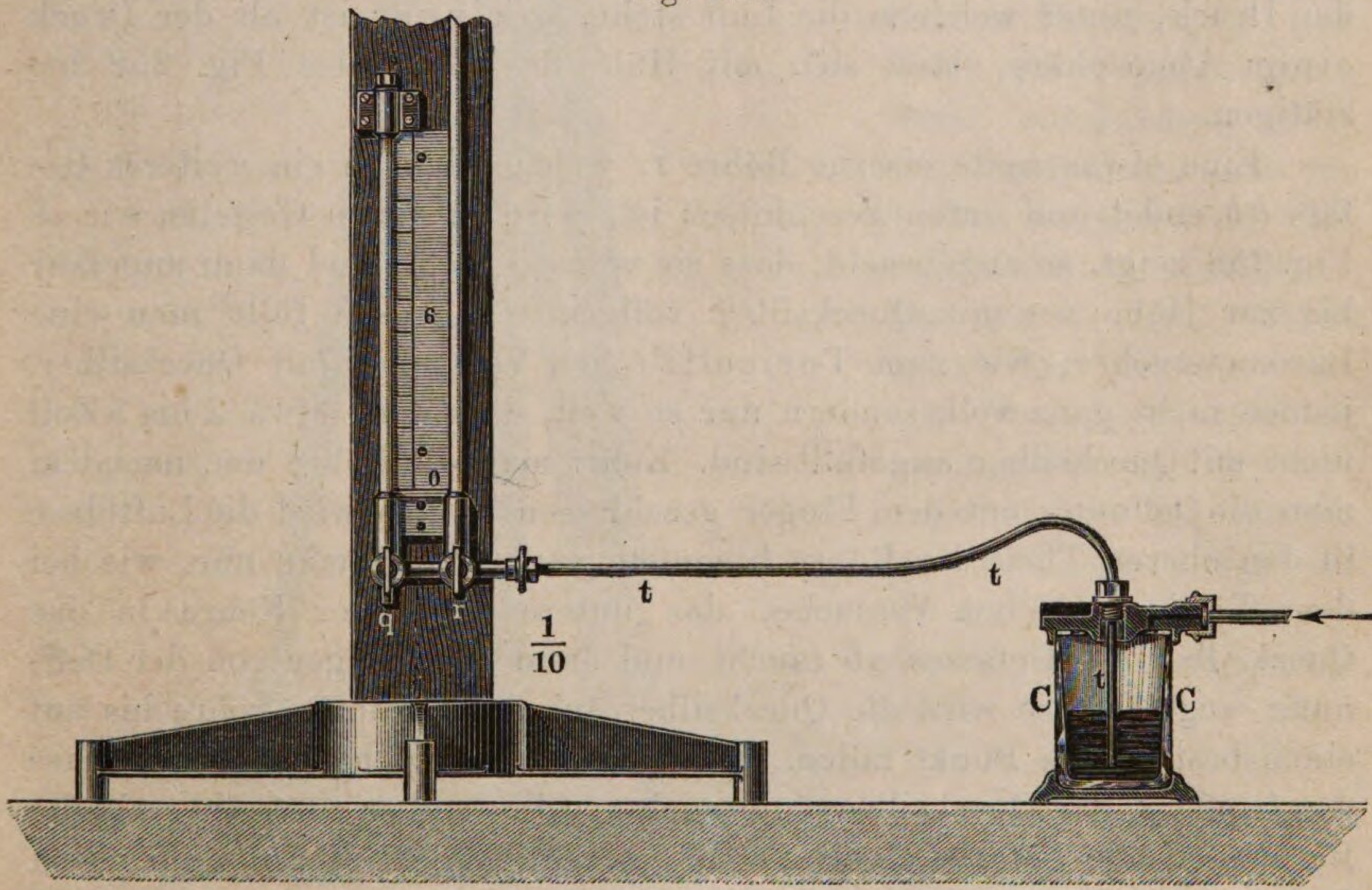
schmolzen, sondern mit einem Hahn versehen, dessen Einrichtung durch Fig. 256 erläutert wird; sie ist etwas über 12, die Druckröhre ist ungefähr 65 Zoll lang. Die beiden Röhren sind in zwei verticale cylindrische Löcher des Eisenstücks *i* eingekittet, welche unten durch einen horizontalen Canal verbunden sind. — Dieses Eisenstück ist sammt den beiden Röhren auf einem in Zolle getheilten Brette befestigt; der

Nullpunkt der Theilung ist etwas über dem Eisenstück *i*, und der Theilstrich 12 bezeichnet gerade das obere Ende der Compressionsröhre. Die Schraube *r*, welche auf den horizontalen Verbindungscanal führt, dient, um das Quecksilber aus dem Apparat abzulassen und seinen Stand zu reguliren.

Um den Versuch anzustellen, wird der Hahn *h* geöffnet und so viel Quecksilber durch den Trichter des langen Rohres eingegossen, dass es in beiden Röhren gerade bis an den Nullpunkt der Theilung reicht, worauf dann der Hahn *h* geschlossen wird.

Die abgesperrte unter dem Drucke der Atmosphäre stehende Luft nimmt nun im Manometerrohre gerade die Länge von 12 Zollen ein; um sie auf die Hälfte ihres Volumens zusammenzupressen, muss man in dem längeren Druckrohre so viel Quecksilber aufgiessen, dass es in demselben gerade um die Barometerhöhe über *a* steht, um aber die abgesperrte Luft auf den Raum von 4 Zoll, also auf $^1/_3$ ihres ursprünglichen Volumens zusammenzupressen, müsste man so viel Quecksilber aufgiessen, dass es im Druckrohre um zwei Barometerhöhen über *b* steht.

Fig. 257.



Das Eingiessen des Quecksilbers in die offene Röhre ist eben so unbequem wie unzweckmässig; in der mechanischen Werkstätte zu Genf wird deshalb der Mariotte'sche Apparat so construirt, dass das Quecksilber von unten her in die Druck- und Manometerröhre eingepresst wird, wie man Fig. 257 sieht. *CC* ist ein starkes Glasgefäss, welches oben luftdicht geschlossen und zur Hälfte mit Quecksilber gefüllt ist. Die Röhre *t* geht fast auf den Boden des Druckgefässes *C*, in welchem sich über dem Quecksilber Wasser oder Luft befindet. Wird nun durch die

Druckpumpe einer kleinen hydraulischen Presse ferner Wasser oder mit einer Luftcompressionspumpe ferner Luft in C eingepumpt, so wird das Quecksilber durch die Röhre t gleichzeitig in die Manometerröhre und die Druckröhre hinübergepresst, in welcher es auf diese Weise gleichförmig steigt.

Arago und Dulong haben durch eine besondere Versuchsreihe dargethan, dass das Mariotte'sche Gesetz wenigstens für atmosphärische Luft bis zu einem Drucke von 27 Atmosphären noch keine Aenderung erleidet. Die aus 13 sechsfüssigen Glasröhren mittelst eiserner Fassungen zusammengesetzte Druckröhre ihres Apparates war an einem Mastbaume befestigt, welcher in einem Thurme des Collège Henri IV. aufgerichtet worden war. Die Manometerröhre war 1·7 Meter lang und 5 Millimeter weit. Das Quecksilber wurde durch eine Druckpumpe in die beiden Röhren in ähnlicher Weise eingepresst wie wir es oben beim Genfer Apparat gesehen haben. Eine genaue Beschreibung des Apparates von Arago und Dulong, sowie der mit demselben angestellten Versuche findet man im 18ten Bande von Poggendorff's Annalen.

Dass das Mariotte'sche Gesetz auch noch gültig bleibt, wenn der Druck, unter welchem die Luft steht, geringer ist als der Druck einer Atmosphäre, lässt sich mit Hülfe des Apparates Fig. 258 bestätigen.

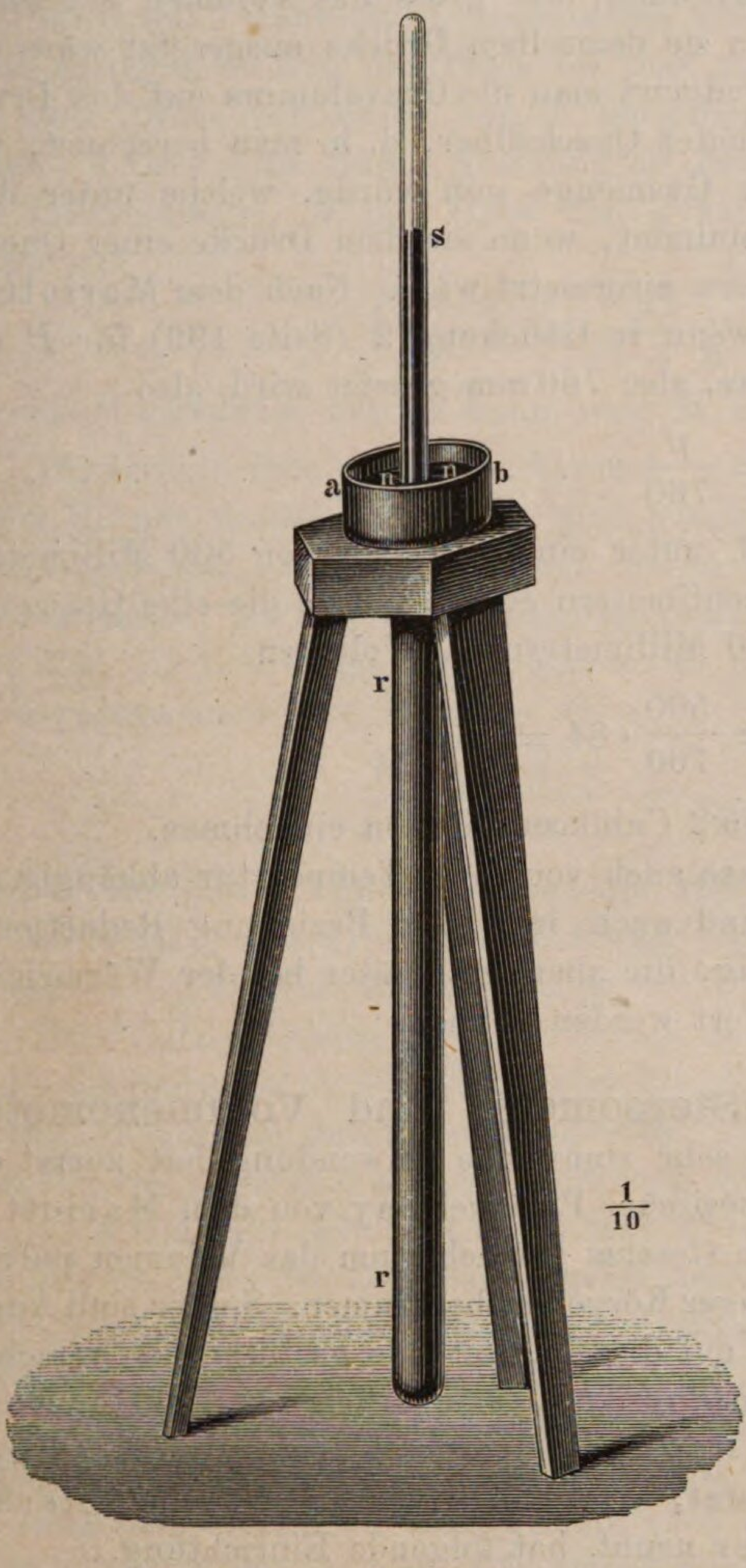
Eine etwas weite eiserne Röhre r, welche oben in ein weiteres Gefäss ab endet und unten geschlossen ist, wird in einem Gestelle, wie es Fig. 258 zeigt, so angebracht, dass sie vertical steht, und dann ungefähr bis zur Höhe nn mit Quecksilber vollgegossen. Nun füllt man eine Barometerröhre, wie zum Toricelli'schen Versuche, mit Quecksilber, jedoch nicht ganz voll, sondern nur so weit, dass noch etwa 2 bis 3 Zoll nicht mit Quecksilber angefüllt sind. Kehrt man die Röhre um, nachdem man die Oeffnung mit dem Finger geschlossen hat, so wird die Luftblase in den oberen Theil der Röhre hinaufsteigen. Wenn man nun, wie bei dem Toricelli'schen Versuche, das untere Ende der Röhre in das Quecksilber des Gefässes ab taucht und dann den Finger von der Oeffnung wegzieht, so wird die Quecksilbersäule im Barometerrohre bis auf einen bestimmten Punkt fallen. Man wird aber sogleich bemerken, dass der Gipfel s der Quecksilbersäule nicht so hoch über nn steht, als die Barometerhöhe beträgt, weil ja im oberen Theile unserer Röhre sich Luft befindet und kein Vacuum wie beim Barometer.

Wenn man die Röhre niederdrückt, so dass sie weiter und weiter in das Quecksilber des Rohres r hinabreicht, so wird das Volumen der oben eingeschlossenen Luft immer kleiner. Man drückt nun die Röhre so weit hinab, dass das Quecksilber in derselben genau in der Höhe des Quecksilberspiegels nn steht; in diesem Falle steht die abgesperrte Luft genau unter dem Drucke einer Atmosphäre.

Die Länge der abgesperrten Luftsäule, welche dem Drucke einer Atmosphäre ausgesetzt ist, wird nun gemessen; sie sei gleich v.

Zieht man das Glasrohr wieder in die Höhe, so vermehrt sich das Volumen der abgesperrten Luft, zugleich erhebt sich auch die Quecksilberkuppe *s* über den Spiegel *nn*. Gesetzt, man habe das Rohr so weit gehoben, dass die abgesperrte Luft eine Länge 2 *v* in der Röhre einnimmt, so wird die Höhe der Quecksilberkuppe über dem Spiegel *nn* gerade die Hälfte des im Augenblicke zu beobachtenden Barometerstandes sein. Stände das Barometer auf 28″, so würde die Quecksilberkuppe *s* gerade 14″ über *nn* stehen.

Fig. 258.



Die Hälfte des atmosphärischen Druckes ist also durch die Quecksilbersäule, welche sich unter der abgesperrten Luft befindet, aufgehoben, und der Druck, welchen diese abgesperrte Luft auszuhalten hat, ist nur noch dem Drucke einer halben Atmosphäre gleich, ihr Volumen aber ist doppelt so gross, als es war, da sie den Druck der ganzen Atmosphäre auszuhalten hatte.

Hebt man die Röhre so weit, dass die abgesperrte Luft eine Länge 3 *v* in der Röhre einnimmt, dass ihr Volumen also 3 mal grösser geworden ist, so beträgt die Höhe der Quecksilbersäule in unserm Rohr $^2/_3$ der Barometerhöhe; die abgesperrte Luft hat also nur noch einen Druck von $^1/_3$ Atmosphäre auszuhalten.

Reduction der Gasvolumina auf den Atmosphärendruck. Da das Volumen der Gase von dem Drucke abhängt, dem sie ausgesetzt sind, so kann man aus dem gemessenen Gasvolumen nur dann 83

einen sicheren Schluss auf die Gasmengen machen, wenn dieser Druck bekannt ist. Verschiedene Gasmengen können nur dann ihrem Volumen proportional sein, wenn sie gleichem Drucke ausgesetzt sind; will man also zwei Gasvolumina vergleichen, welche ungleichem Drucke ausgesetzt sind, so muss man berechnen, wie gross das Volumen der einen Gasmenge sein würde, wenn sie demselben Drucke ausgesetzt wäre wie die andere. In der Regel reducirt man die Gasvolumina auf den Druck von 28 Zoll oder 760 Millimeter Quecksilber, d. h. man berechnet, wie gross das Volumen V einer Gasmenge sein würde, welche unter dem Drucke p das Volumen v einnimmt, wenn sie dem Drucke einer Quecksilbersäule von 760 Millimetern ausgesetzt wäre. Nach dem Mariotte'schen Gesetze haben wir, wenn in Gleichung 2 (Seite 199) für P der Normaldruck der Atmosphäre, also 760 mm gesetzt wird, also

$$V = \frac{p}{760} v \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad 1)$$

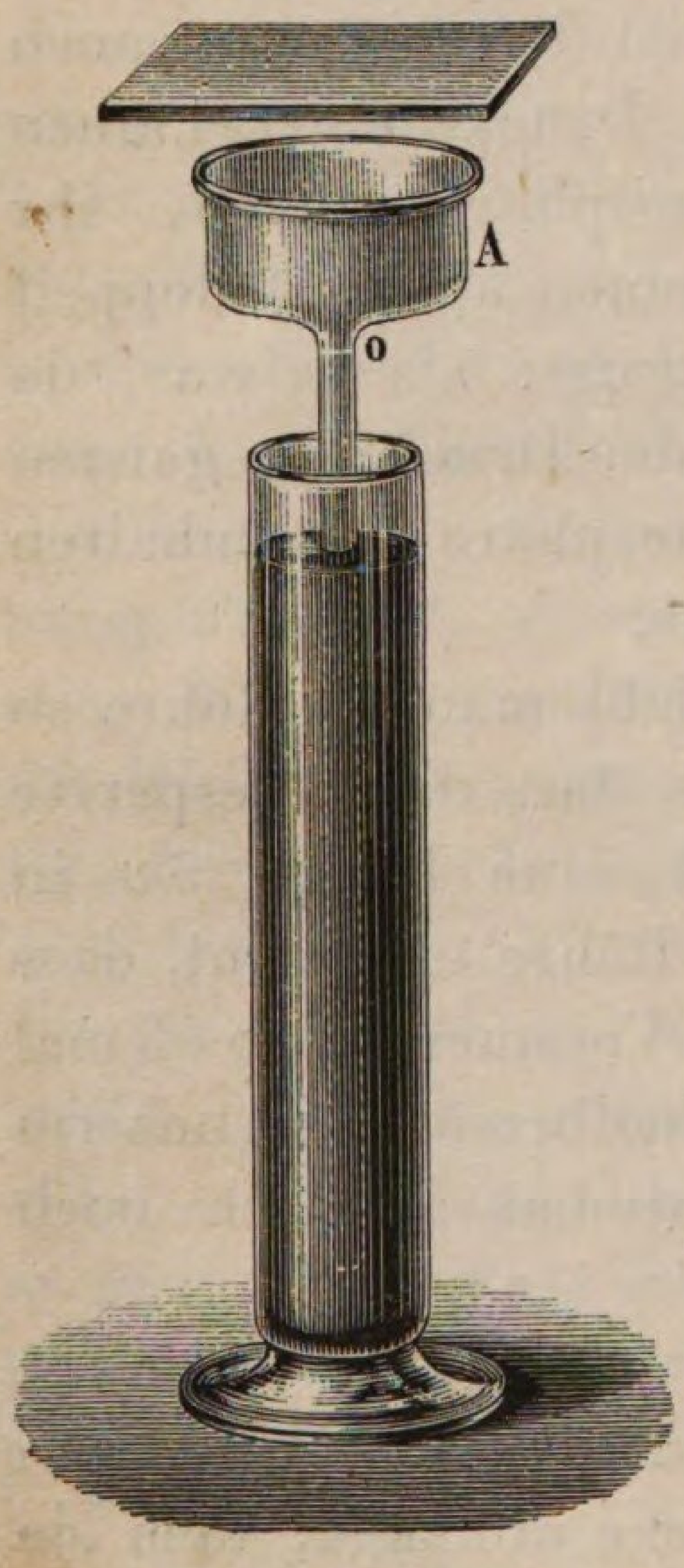
Eine Gasmenge nehme z. B. unter einem Drucke von 500 Millimetern das Volumen von 84 Cubikcentimetern ein, so würde dieselbe Gasmenge unter einem Drucke von 760 Millimetern das Volumen

$$V = \frac{500}{760} \cdot 84 = 55{\cdot}2,$$

also nur ein Volumen von 55·2 Cubikcentimetern einnehmen.

Da das Volumen der Gase auch von ihrer Temperatur abhängig ist, so sind auch in dieser Beziehung Reductionen nöthig, die aber erst später bei der Wärmelehre erörtert werden können.

Fig. 259.



84 **Stereometer und Volumenometer.** Eine sehr sinnreiche Anwendung hat zuerst ein französischer Physiker Say von dem Mariotte'schen Gesetze gemacht, um das Volumen pulverförmiger Körper zu bestimmen. Später sind Apparate, auf dieselbe Methode gestützt, von verschiedenen Physikern, namentlich von Leslie, Kopp und Regnault vorgeschlagen worden. Say's Apparat, Fig. 259, welchen derselbe Stereometer nennt, hat folgende Einrichtung.

An das Glasgefäss A setzt sich eine möglichst genau cylindrische Glasröhre an. Der Rand des Gefässes ist mit Smirgel abgeschliffen, so dass der innere Raum mittelst einer Glasplatte luftdicht abgesperrt werden kann. Das Rohr ist mit einer Längentheilung versehen und genau bestimmt, welches der dem Zwischenraume zweier Theilstriche entsprechende Rauminhalt der Röhre ist.

Während der Behälter A offen ist, wird die Röhre in ein mit Quecksilber gefülltes Gefäss bis zum Nullpunkte o der Theilung eingetaucht. Wird alsdann die Glasplatte auf den Rand von A luftdicht aufgesetzt, so ist ein bestimmtes Luftvolumen V von einer Dichtigkeit abgesperrt, welche dem Barometerstande H entspricht.

Wird nun, während A geschlossen bleibt, das Instrument in die Höhe gezogen, so tritt ein Theil der Luft aus A in die Röhre, während das Quecksilber von unten her in derselben über das äussere Niveau steigt. Es sei v die durch Ablesung an der Röhre ermittelte Zunahme des Luftvolumens, h die Höhe der gehobenen Quecksilbersäule, so haben wir

$$\frac{V+v}{V} = \frac{H}{H-h} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 1)$$

woraus V berechnet werden kann, weil H, h und v bekannt sind.

Wiederholt man denselben Versuch, nachdem man den pulverförmigen Körper, dessen Volumen x man bestimmen will, in das Reservoir A gebracht hat, so ist das Volumen der in A abgesperrten Luft, wenn das Instrument bis zum Nullpunkte eingetaucht ist, gleich $V - x$. Erhebt man die Röhre, bis das Volumen der abgesperrten Luft gleichfalls um v zugenommen hat, so haben wir

$$\frac{V-x+v}{V-x} = \frac{H}{H-h'} \quad \ldots\ldots \quad 2)$$

wenn h' die diesem Falle entsprechende Hebung der Quecksilbersäule in der Röhre ist. Aus 2) kann man aber x berechnen, da V schon durch die Gleichung 1) ermittelt worden ist.

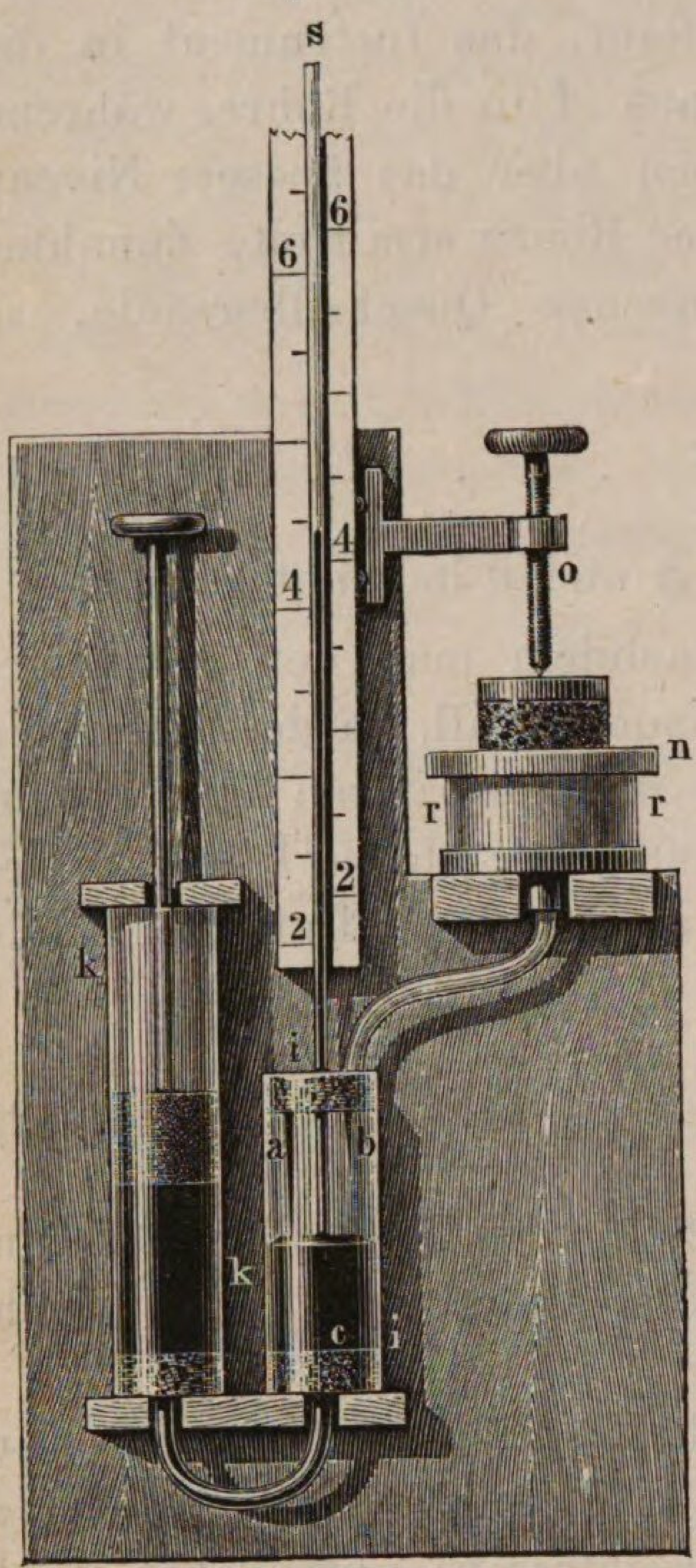
Das Volumenometer von Kopp ist Fig. 260 (a. f. S.) ungefähr in 0·4 der natürlichen Grösse dargestellt. Die cylindrische Glasröhre ii ist oben und unten durch Kork luftdicht verschlossen; unten aber steht ii durch ein gebogenes engeres Röhrchen mit dem Glascylinder k, oben durch ein Glasrohr mit dem Glasgefäss rr in Verbindung. Durch den oberen Verschluss des Cylinders i geht noch ein verticales engeres Glasrohr s hindurch, welches, unten und oben offen, fast bis auf den Boden des Cylinders i hinabreicht.

Der obere etwas breite Rand des Glascylinders r ist sorgfältig plan abgeschliffen, so dass man mit Hülfe von etwas Fett eine Glasplatte luftdicht aufsetzen kann, welche dann noch durch eine Schraube o fester aufgedrückt wird. In dem Glascylinder r befindet sich ein zunächst noch leeres Platingefäss.

Der untere Theil von i und k ist mit Quecksilber gefüllt, wie es unsere Figur zeigt. In der Röhre k aber sitzt auf dem Quecksilber ein Lederkolben auf, welcher zwar nicht absolut luftdicht, aber doch quecksilberdicht schliesst. Wird dieser Kolben in die Höhe gezogen, so geht das Quecksilber aus i nach k hinüber, das untere Ende c der Steigröhre s wird frei und es wird sich alsdann der obere Theil von i und das mit

demselben in Verbindung stehende Gefäss r mit Luft von atmosphärischer Dichtigkeit füllen.

Fig. 260.



$\frac{2}{5}$

Sobald aber nun der Kolben in k niedergedrückt und dadurch das Quecksilber nach i getrieben wird, kommt auch das untere Ende des Steigrohrs s wieder unter den Quecksilberspiegel, es ist also dadurch ein gewisses Quantum Luft in i und r abgesperrt, welche eben unter atmosphärischem Druck stehend das Volumen V einnahm, welche aber durch ferneres Niederdrücken des Kolbens in k mehr und mehr comprimirt wird. Hat man den Kolben in k niedergedrückt, bis der Quecksilberspiegel in i eben die Spitze a berührt, welche ähnlich wie beim Fortin'schen Barometer von dem oberen Verschluss der Röhre i hinabreicht, so ist die abgesperrte Luft um das Volumen v (den Rauminhalt der Röhre i zwischen c und a) comprimirt, während in Folge ihrer Verdichtung das Quecksilber in dem Steigrohre s um die Höhe h über das Niveau des Quecksilbers in i gestiegen ist.

Hat man den eben herrschenden Barometerstand b und die Höhe h der Quecksilbersäule in s beobachtet, so ergiebt sich die Gleichung:

$$v : V = h : b + h \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 1)$$

Wiederholt man nun denselben Versuch, nachdem man n Grm. Wasser in das vorher erwähnte Platingefäss eingefüllt hat, so wird in s eine Quecksilbersäule h' gehoben sein, wenn das Quecksilber in i bis zur Spitze a hinauf gepresst worden ist und demnach ergiebt sich nun die Gleichung

$$v : V - n = h' : b + h' \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 2)$$

aus der Combination der Gleichungen 1) und 2) ergeben sich aber die Werthe von v und V, da alle anderen Grössen, nämlich h, h' und b, bekannt sind.

Nachdem einmal die Werthe von V und v ermittelt sind, ist es leicht, das Volumen x eines beliebigen und zwar auch eines pulverförmigen Körpers zu bestimmen. Man bringe denselben nur in das in r befindliche Platingefäss und wiederhole den Versuch ganz in der oben angegebenen Weise. Es sei nun B der jetzt herrschende Barometerstand und H die Höhe, bis zu welcher die Quecksilbersäule in s über die Spitze a gehoben ist, wenn das Quecksilber in i oben die Spitze a berührt, so haben wir die Gleichung:

$$B + H : B = V - x : V - x - v,$$

aus welcher sich x berechnen lässt.

Eine zweite Drahtspitze b dient zu Controlversuchen. An der Steigröhre sind zwei Scalen angebracht, der Nullpunkt der einen ist a, der der anderen aber b. Die Höhe der Steigröhre beträgt etwa 16 Zoll.

Für solche Substanzen, welche bei höherem Drucke eine grössere Quantität Luft absorbiren, wie dies z. B. bei der Kohle der Fall ist, lässt sich natürlich auch dieses Instrument nicht anwenden.

Hat man mit Hülfe des Kopp'schen Volumenometers das Volumen und durch die Wage das absolute Gewicht des zu untersuchenden Körpers bestimmt, so ist sein specifisches Gewicht leicht zu berechnen.

Die folgende Tabelle enthält das specifische Gewicht einiger Körper, wie es Kopp mit Hülfe seines Instrumentes bestimmte.

Körper.	Specif. Gewicht.		Körper.	Specif. Gewicht.
Bimsstein (gepulvert) . . .	2·15	Holzfaser von	Lindenholz	1·13
Asche von Buchenholz . .	2·85		Tannenholz	1·16
Stärkemehl	1·56		Nussbaumholz	1·17
Flachs.	1·45		Birnbaumholz	1·23
Seide (rohe Coconfäden) . .	1·56		Eichenholz	1·27
Baumwolle	1·27		Buchenholz	1·29

Um das specifische Gewicht der Holzfaser zu erhalten, war das Holz fein geraspelt und gut getrocknet worden. Man sieht hier, dass das specifische Gewicht der Holzfaser weit grösser ist als das eines massiven Holzstücks, dass also das Holzstück ein Aggregat von Holzfaser und Luft ist.

Regnault's Volumenometer ist Fig. 261 bis 265 (a. f. S.) abgebildet. A ist ein Glasballon von ungefähr 300 Cubikcentimeter Inhalt. Der Hals desselben trägt eine Metallplatte, welche erlaubt, den Ballon mit Hülfe von vier Schrauben durch Zwischenlegen eines gefetteten Leders (noch besser einer Platte von vulcanisirtem Kautschuk) an den manometrischen Apparat luftdicht zu befestigen.

Von A führt nun eine Röhre direct in die Höhe; sie kann durch den Hahn s abgesperrt werden, eine andere führt zu der verticalen 14 Millimeter weiten Röhre ab, welche nahe an ihrem oberen Ende zu einer Kugel B erweitert ist. Auf dieser Röhre ist ein Merkstrich bei m und einer bei p gemacht; unten ist sie in eine eiserne Fassung eingekittet und kann mittelst des Hahnes r entweder nach unten geöffnet,

oder mit der Röhre *cd* in Verbindung gesetzt werden, wie es die Figuren 263 bis 265 erläutern.

Das Volumen *v* der Röhre *ab* zwischen *m* und *p* wird dadurch ermittelt, dass man bei geöffnetem Hahn *s* durch die Röhre *cd* Quecksilber

Fig. 261. Fig. 262.

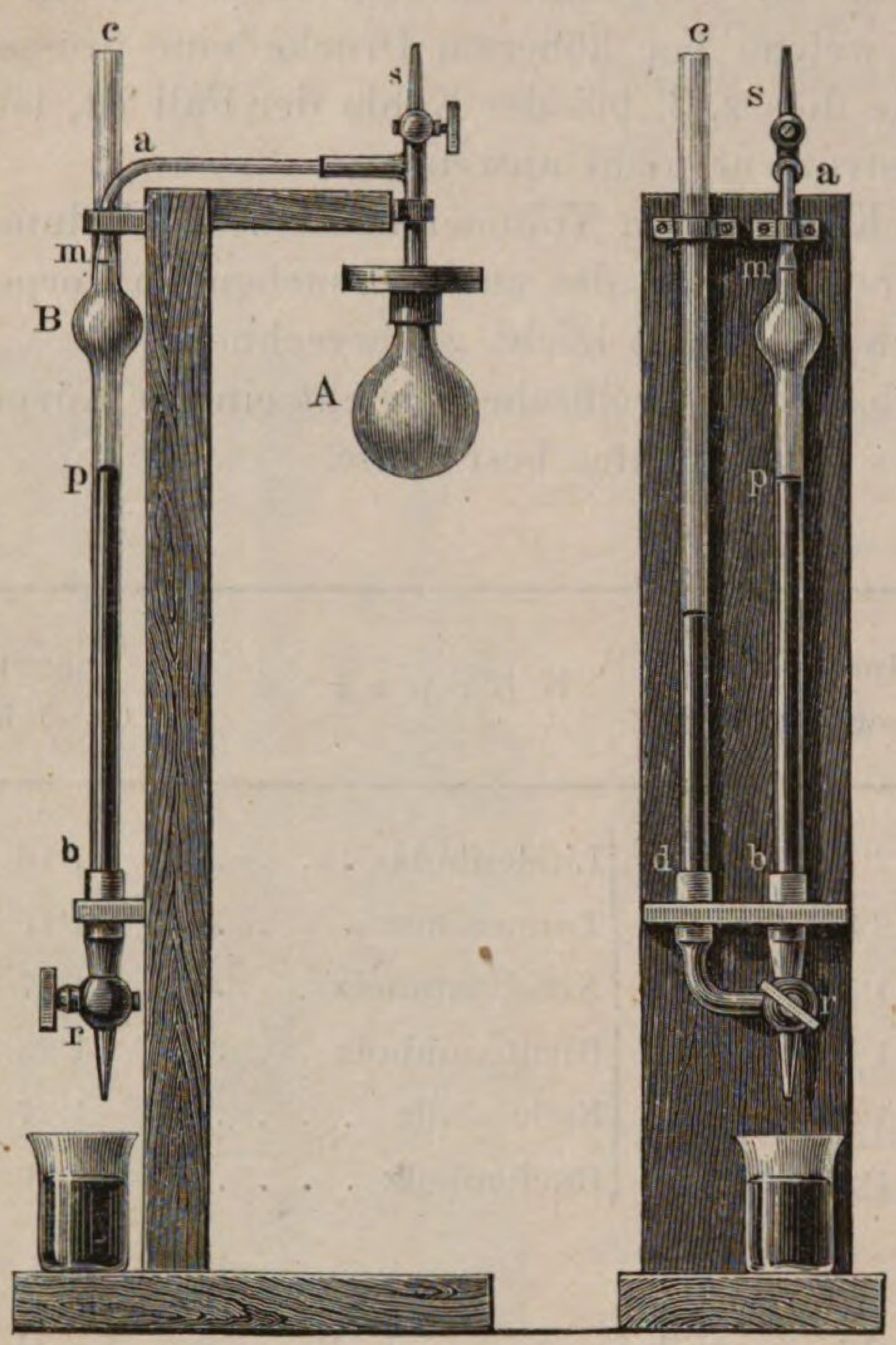


Fig. 263.

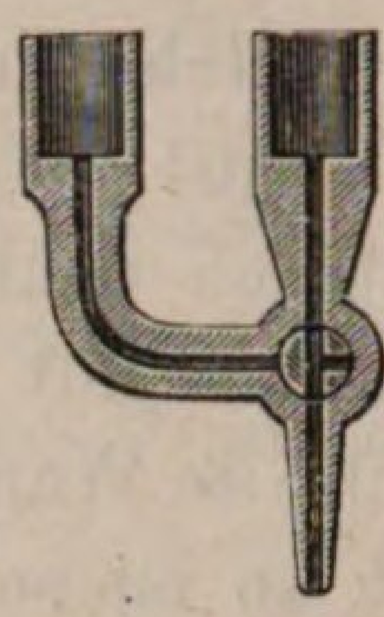


Fig. 264.

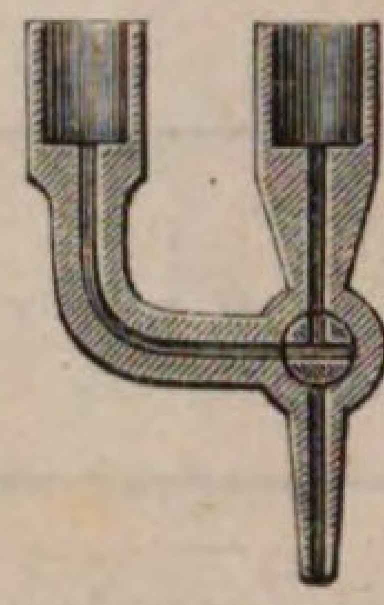
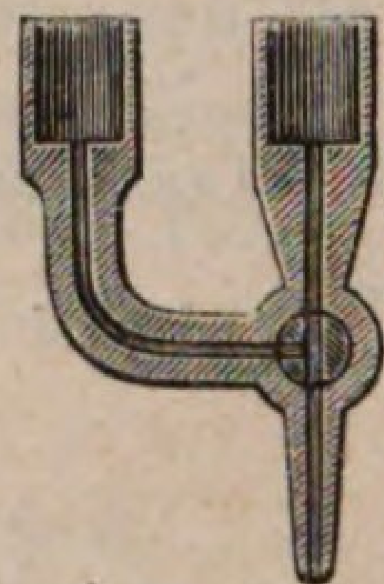


Fig. 265.



eingiesst, bis es bei *m* steht, und dann durch den in die Stellung Fig. 263 gebrachten Hahn *r* ausfliessen lässt, bis es auf *p* gesunken ist. Die ausgeflossene Quecksilbermenge wird gemessen.

Auf ähnliche Weise wird das Volumen *V* der Kugel *A* und der Röhrenverbindung zwischen *A* und *m* ermittelt, indem man das Volumen des Quecksilbers misst, welches diesen Raum füllt.

Ist nun *V*, *v* und ausserdem noch die Höhendifferenz *h* zwischen *m* und *p* ein- für allemal ermittelt, so ist es leicht, mit diesem Instrumente das Volumen pulverförmiger Körper zu bestimmen.

Erst wird die Kugel *A* leer und dann ungefähr bis zur Häfte mit dem zu untersuchenden Pulver gefüllt gewogen, um das absolute Gewicht der Substanz zu erhalten. Nach dieser Wägung wird *A* angeschraubt; bei geöffnetem Hahne *s* die Röhre *ab* bis *m* mit Quecksilber gefüllt und dann *s* geschlossen. Die abgesperrte Luft hat jetzt das Volumen $V - x$, wenn x das Volumen des Pulvers bezeichnet; sie steht unter dem Drucke der Atmosphäre, den wir mit *H* bezeichnen wollen.

Nun bringt man, während s geschlossen bleibt, den Hahn r in die Stellung Fig. 263 und lässt Quecksilber auslaufen, bis es zum Merkstrich p gesunken ist, worauf der Hahn r um 90^0 nach rechts gedreht, also in eine solche Stellung gebracht wird, dass das Rohr ab unten ganz abgesperrt ist, also weder mit dem Schenkel cd, noch mit der Ausflussspitze in Verbindung steht. Jetzt hat die abgesperrte Luft das Volumen $V - x + v$ und sie steht unter dem Drucke $H - h$, wir haben also

$$\frac{V - x + v}{V - x} = \frac{H}{H - h},$$

woraus

$$x = V - \frac{v\,(H - h)}{h} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 1)$$

Man kann den Versuch auch dahin abändern, dass man den Hahn r zuerst in die Stellung Fig. 265 bringt, so dass Quecksilber aus beiden Schenkeln des Apparates ausfliesst und nachdem das Quecksilber in ab bis p gesunken ist, dem Hahn r die Stellung Fig. 264 giebt. Zur Berechnung von x dient auch jetzt noch die Gleichung 1), in welcher aber für h die mit dem Kathetometer zu messende Höhendifferenz von p und der Quecksilberkuppe im anderen Schenkel zu setzen ist.

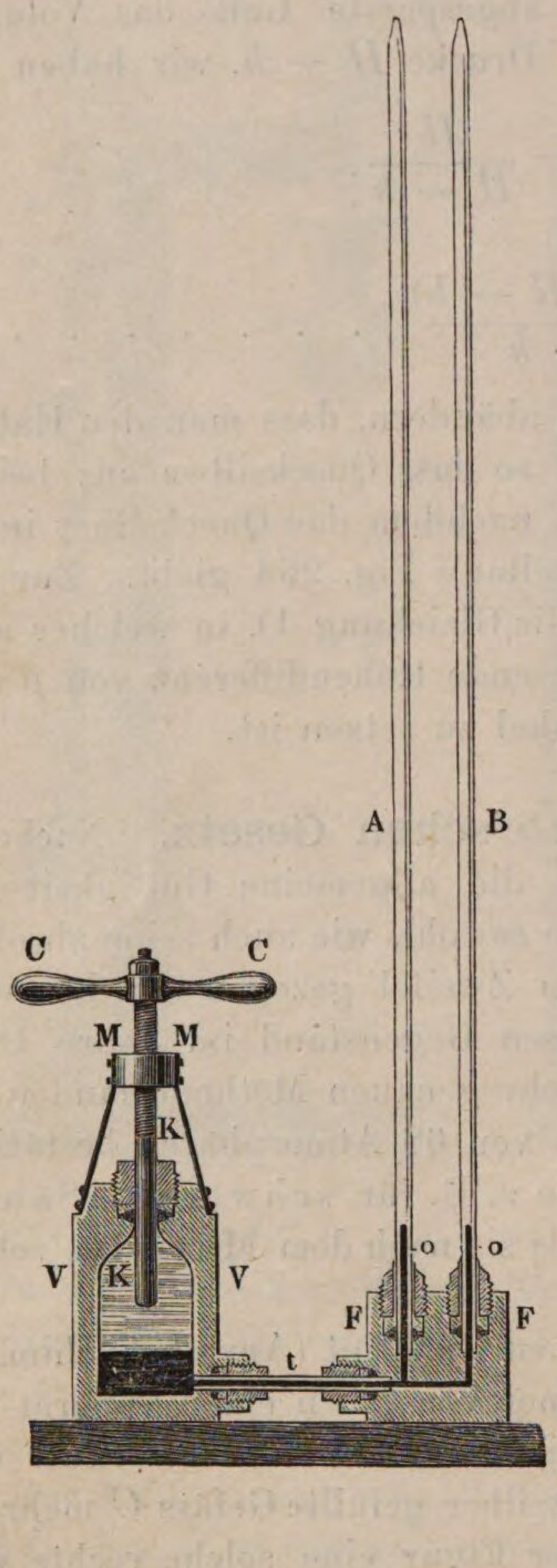
Abweichungen vom Mariotte'schen Gesetz. Nachdem 85
schon früher durch mehrere Physiker die allgemeine Gültigkeit des Mariotte'schen Gesetzes für alle Gase sowohl, wie auch seine absolute Genauigkeit für atmosphärische Luft in Zweifel gezogen worden war, nahmen Oersted und Swendsen diesen Gegenstand im Jahre 1826 wieder auf. Nach einer freilich nicht sehr genauen Methode fanden sie das Gesetz für Luft bis zu einem Druck von 68 Atmosphären bestätigt; für nicht permanente Gase dagegen, wie z. B. für schweflige Säure, fanden sie die Compressibilität grösser, als sie nach dem Mariotte'schen Gesetze hätte sein sollen.

Letzteres fand Despretz vollkommen bestätigt (Annal. de chim. et de phys. T. XXXIV.). Er wandte zu seinen Versuchen einen Apparat an, welcher dem in Fig. 172 S. 138 abgebildeten ähnlich war. Statt des Piezometers B wurden in das mit Quecksilber gefüllte Gefäss C mehrere Manometerröhren eingesetzt, wie in jener Figur eine solche rechts von B steht. Die eine dieser Röhren war mit atmosphärischer Luft, die übrigen waren mit anderen Gasen, und zwar so weit gefüllt, dass das Quecksilber in allen gleich hoch stand. Als nun diese verschiedenen Gase in dem Apparat, Fig. 172, einem gleichen Druck ausgesetzt wurden, stieg das Quecksilber in den mit Kohlensäure, Schwefelwasserstoffgas, Ammoniakgas u. s. w. gefüllten Röhren höher als in derjenigen, welche atmosphärische Luft enthielt, die genannten Gase werden also durch gleiche Vermehrung des Drucks weit stärker comprimirt als Luft. Wasserstoffgas zeigte ein entgegengesetztes Verhalten. Bis

zu 15 Atmosphären verhielt sich dieses Gas wie die Luft, bei stärkerem Druck aber wurde es weniger stark comprimirt.

Pouillet constatirte diese Thatsache mit Hülfe des Apparates Fig. 266. Der Hals des gusseisernen Gefässes *V* ist mittelst einer Stopfbüchse geschlossen, durch welche der massive Kolben *K* hindurchgeht; der obere Theil desselben ist mit einem Schraubengewinde versehen, welches sich in der Schraubenmutter *M* drehen lässt. Aus dem unteren Theil des Gefässes *V* führt die eiserne Röhre *t* zu einem horizontalen Canal des gusseisernen Klotzes *F*, auf welchen von oben her zwei verticale Canäle münden. Auf diese verticalen Canäle sind die 2 Meter langen, genau getheilten Glasröhren *A* und *B* aufgeschraubt. Oben sind diese Glasröhren offen, aber in eine feine Spitze ausgezogen.

Fig. 266.



Der untere Theil des Gefässes *V* enthält Quecksilber, der obere Theil desselben ist mit Oel gefüllt. Durch Umdrehung des Hebels *C* wird der Kolben *K* niedergeschraubt, und dadurch das Quecksilber in die Röhren *A* und *B* hineingetrieben, bis es die Spitzen derselben erreicht hat. Sobald dies der Fall ist, setzt man die Spitze der einen Röhre mit einer Glocke in Verbindung, welche mit dem zu prüfenden Gas gefüllt ist, während die Spitze der anderen durch eine Trockenröhre mit der äusseren Luft in Verbindung steht. Schraubt man nun den Kolben in die Höhe, so sinkt das Quecksilber langsam in beiden Röhren; die eine füllt sich mit trockener Luft, die andere mit dem Gas der Glocke, beide aber unter dem Druck der Atmosphäre. Sobald das Quecksilber in beiden Röhren bis zum Punkte *o* gesunken ist, werden die Spitzen beider Röhren vor dem Löthrohr zugeschmolzen, und somit ist der Versuch vorbereitet.

Wird nun der Kolben *K* abermals niedergeschraubt, so wird in der einen der beiden Glasröhren atmosphärische Luft, in der anderen das zu prüfende Gas comprimirt, und man kann bei dieser Vorrichtung den Druck

bis auf 100 Atmosphären steigern. Die folgende kleine Tabelle ist ein Auszug aus den von Pouillet auf diese Weise erhaltenen Resultaten.

V.	$v : V$			
	Kohlensäure.	Stickoxydul.	Sumpfgas, C_2H_4.	Oelbildendes Gas, C_4H_4.
1·00	1·000	1·000	1·000	1·000
0·20	0·989	0·983	0·992	0·986
0·10	0·965	0·956	0·981	0·972
0·05	0·919	0·896	0·956	0·955
0·025	0·739	0·732	0·940	0·919
0·012	—	—	—	0·850

Die Tabelle giebt für vier Gase den Werth des Quotienten $\frac{v}{V}$, d. h. den Quotienten, welchen man erhält, wenn man das Volumen v, auf welches das Gas zusammengedrückt wurde, dividirt durch das Volumen V, welches unter gleichem Druck die atmosphärische Luft einnimmt. Die Werthe von V in der ersten Verticalreihe geben an, auf den wievielsten Theil seines ursprünglichen Volumens die Luft in der einen Röhre nach und nach comprimirt wurde.

Stickstoff, Sauerstoff, Wasserstoff, Kohlenoxydgas u. s. w. verhielten sich bis zu einem Druck von 100 Atmosphären nach diesen Versuchen wie Luft.

Sumpfgas und ölbildendes Gas, obgleich sie bei einem Druck von 100 Atmosphären noch nicht flüssig wurden, wurden doch stärker comprimirt als Luft.

Die Gase, welche bei relativ geringem Druck schon tropfbar flüssig werden, wie schweflige Säure, Kohlensäure, Stickoxydulgas, Ammoniakgas u. s. w., sind dagegen merklich stärker compressibel als Luft.

Was nun die Luft selbst anlangt, so deuteten schon die bereits im §. 82 erwähnten Versuche von Dulong und Arago darauf hin, dass bei wachsendem Druck das Volumen derselben rascher abnimmt, als man nach dem Mariotte'schen Gesetz erwarten sollte, wie folgender Auszug aus den von ihnen erhaltenen Resultaten zeigt.

Druck.	Beobachtetes Volumen.	Berechnetes Volumen.
Centimeter.		
76·000	501·300	—
500·078	76·095	76·198
999·236	37·851	38·132
1466·736	25·885	25·978
2049·868	18·525	18·588

Wie man sieht, sind die beobachteten Volumina stets kleiner als die nach dem Mariotte'schen Gesetz für den in der ersten Columne angegebenen Druck berechneten. Weil aber die Differenzen gering sind, so nahmen Arago und Dulong an, dass sie von Beobachtungsfehlern herrührten.

Eine definitive Lösung erhielt endlich die Frage durch eine von Regnault im Jahre 1845 ausgeführte Untersuchung (Mémoires de l'Académie des Sciences de l'Institut de France, T. XXI). Der äusserst zweckmässig und sorgfältig construirte Apparat, dessen er sich bediente, hatte grosse Aehnlichkeit mit dem in §. 82 erwähnten Apparat von Arago und Dulong. Die 3 Meter lange Manometerröhre war im Inneren nahezu 1 Centimeter weit; ihr unteres Ende communicirte mit einer 30 Meter hohen Druckröhre. Durch eine Druckpumpe wurde das Quecksilber von unten her gleichzeitig in die Manometerröhre und in die Druckröhre hineingepresst.

Bei den Arago-Dulong'schen Versuchen wird die nämliche Luftmenge, welche in der Manometerröhre ursprünglich eine Länge von 2 Meter einnahm, durch den Druck einer Quecksilbersäule von 30 Meter Höhe auf die Länge von 0·066... Meter zusammengedrückt, der gleiche Fehler in der Ablesung der Quecksilberkuppe wird deshalb bei hohem Druck auf die Messung des Gasvolumens einen verhältnissmässig viel nachtheiligeren Einfluss ausüben, als bei geringem Druck. Ein Ablesungsfehler von 1 mm z. B. würde das ursprüngliche Volumen um $^1/_{2000}$ fehlerhaft angeben, während der gleiche Ablesungsfehler die Bestimmung des Gasvolumens bei einem Druck von 30 Metern um $^1/_{66}$ fehlerhaft macht.

Regnault hat diesen Uebelstand auf folgende Weise vermieden. Statt das Manometerrohr oben zuzuschmelzen, setzt er einen sehr gut gearbeiteten vollkommen sicher schliessenden Hahn auf das obere Ende der Manometerröhre, durch welchen derselbe mit einem kupfernen mit comprimirtem Gas gefüllten Reservoir in Verbindung gesetzt werden kann. Ein Merkzeichen war am unteren Ende der Manometerröhre angebracht und ein zweites in der Mitte derselben, so dass durch dasselbe das Volumen der Röhre vom Hahn bis zum unteren Merkzeichen in zwei

gleiche Theile getheilt wurde. Um einen Versuch zu machen, wird der Hahn am oberen Ende des Manometers, den wir *h* nennen wollen, geöffnet, und aus dem Gasreservoir so viel Gas in die Manometerröhre hinübergetrieben, dass dieselbe bis zum unteren Merkzeichen mit Gas gefüllt ist. Nun wird der Hahn *h* geschlossen, das im Manometerrohre abgesperrte Gas nimmt nun den Raum V_0 unter dem Druck P_0 ein.

Jetzt lässt man die Druckpumpe spielen, bis das Quecksilber im Manometerrohre die zweite Marke erreicht hat; das Volumen des abgesperrten Gases ist dadurch auf V_1 (die Hälfte von V_0) vermindert, der Druck, unter welchem es steht, aber auf P_1 erhöht worden. — Die Versuche werden nun ganz in der gleichen Weise für einen anfänglichen Druck P_0 wiederholt, welcher nach und nach von 739 mm bis 9336 mm gesteigert wurde; es wurde also bei niederem und hohem Druck mit gleich grossem Gasvolumen operirt.

Die Endresultate der Regnault'schen Untersuchung sind in der folgenden Tabelle zusammengestellt. Sie giebt den Druck (in Metern ausgedrückt) an, welcher nöthig ist, ein anfänglich unter 1 Meter Quecksilberdruck stehendes Gas auf $^1/_5$, $^1/_{10}$, $^1/_{15}$ und $^1/_{20}$ seines ursprünglichen Volumens zu comprimiren.

Volumen.	Druck.		
	Luft.	Kohlensäure.	Wasserstoffgas.
	Meter.	Meter.	Meter.
1	1·0000	1·0000	1·0000
$^1/_5$	4·9794	4·8288	5·0116
$^1/_{10}$	9·9162	9·2262	10·0560
$^1/_{15}$	14·8248	13·1869	15·1359
$^1/_{20}$	19·7198	16·7054	20·2687

Das Mariotte'sche Gesetz gilt also für kein Gas mit voller Strenge. Das Wasserstoffgas weicht von demselben in entgegengesetzter Richtung ab als die übrigen Gase.

Die Luftpumpe. Zu den unentbehrlichsten und wichtigsten Instrumenten des Physikers gehört die Luftpumpe, welche seit ihrer Erfin- 86
dung (1650) durch Otto von Guericke mancherlei Veränderungen und Verbesserungen erfahren hat. Wir wollen sie zunächst in einer möglichst einfachen Gestalt kennen lernen.

Fig. 267 (a. f. S.) stellt eine sogenannte Handluftpumpe dar, wie sie gewöhnlich in chemischen Laboratorien gebraucht wird. *CC* ist der Stie-

fel, d. h. ein hohler Messingcylinder, in welchem ein luftdicht schliessender Kolben *A* auf und ab bewegt werden kann.

Von dem Boden des Cylinders führt ein verticaler Canal herab bis zu dem horizontalen Rohre *s*, welches durch ein Glasrohr *t* mit Hülfe von

Fig. 267.

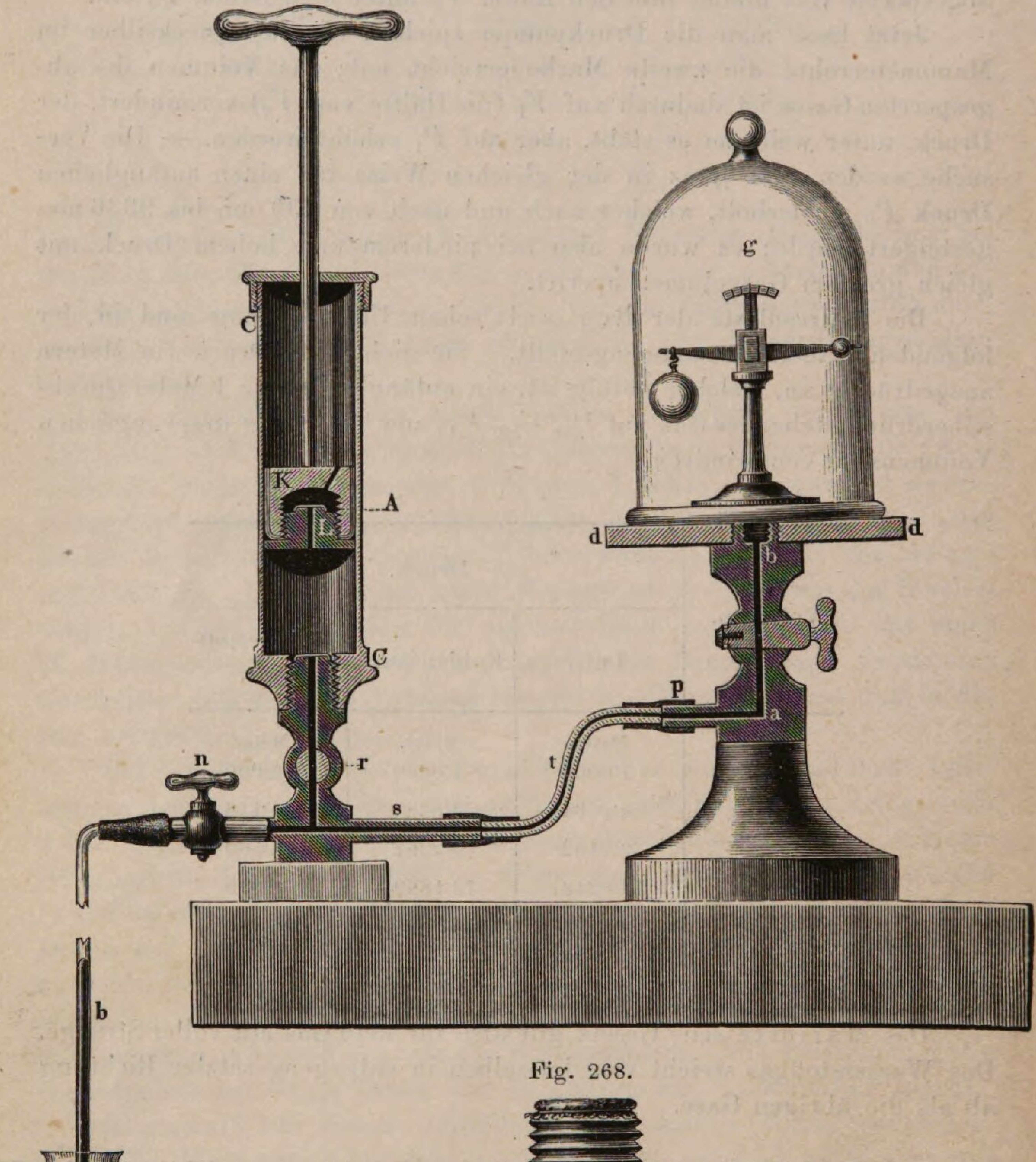
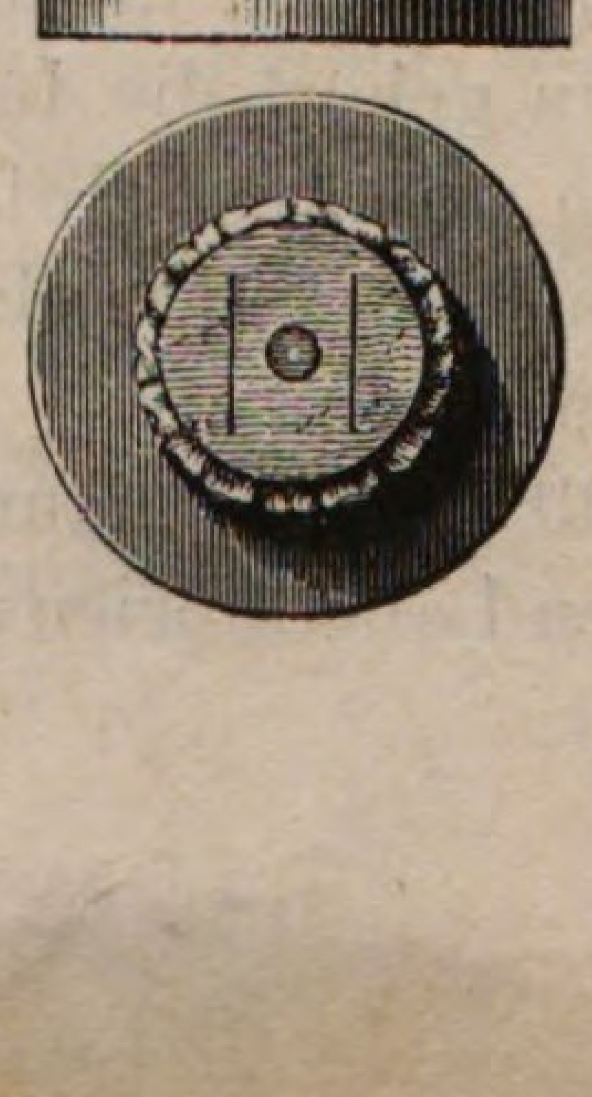


Fig. 268.



Kautschukröhrchen mit dem Recipienten *g*, d. h. mit dem Raume in Verbindung gesetzt werden kann, aus welchem man die Luft entfernen will. Die Glasröhre *t* verbindet nämlich die Messingröhren *s* und *p*, von welchen letztere zu dem verticalen Canale *ab* führt, der oben in der Mitte des eben abgeschliffenen Tellers *dd* mündet. Auf diesen Teller wird dann die Glasglocke *g* aufgesetzt, deren unterer Rand ebenfalls eben abgeschliffen ist, und der des besseren Schlusses wegen mit Talg oder Schweinefett bestrichen wird.

Der Kolben *A* besteht aus verschiedenen Stücken, nämlich erstens einem zum Theil hohlen Messingstücke *K*, welches von einer Lederkappe umgeben ist, die fest an die Wände des Cylinders andrückt, und namentlich beim Aufziehen des Kolbens noch durch den von oben her wirkenden Luftdruck an dieselben gepresst wird, und zweitens aus einem von unten her in *K* eingeschraubten Metallstücke *L*, welches in der Mitte durchbohrt ist und die Bodenplatte des Kolbens bildet.

Dieses Metallstück *L* ist nun oben mit einem Ventil versehen, welches dadurch gebildet wird, dass man ein Stück Schweinsblase so über dasselbe bindet, dass es die Oeffnung des verticalen Canals verschliesst, und dann seitlich von dieser Oeffnung zwei Einschnitte anbringt, wie Fig. 268 zeigt, welche das fragliche Stück im Grund- und Aufriss darstellt.

Dieses Ventil wird fest auf die Oeffnung aufgepresst, wenn der Luftdruck von oben her, es wird geöffnet, wenn er von unten her stärker ist.

Wird der eben am unteren Ende des Stiefels *C* aufsitzende Kolben *A* in die Höhe gezogen, so entsteht unter dem Kolben ein luftverdünnter Raum, und in Folge davon tritt ein Theil der in *g* befindlichen Luft in den Cylinder über. Wird dann, wenn der Kolben am oberen Ende des Cylinders *C* angekommen ist, der Hahn *r* geschlossen und so die Communication zwischen dem Stiefel *C* und dem Recipienten *g* unterbrochen, so kann beim Niederdrücken des Kolbens *A* die herübergesaugte Luft nicht wieder in den Recipienten zurückkehren, die Luft unter dem Kolben wird, da ihr kein Ausweg bleibt, allmälig so verdichtet, dass sie einen stärkeren Druck ausübt als die äussere Luft, sie wird also das Kolbenventil heben und durch dasselbe entweichen.

Sobald der Kolben auf dem Boden des Stiefels angekommen ist, wird der Hahn *r* wieder geöffnet und dann durch Wiederholung derselben Operation von Neuem eine Portion Luft aus dem Recipienten *g* fortgeschafft.

Da das beständige Oeffnen und Schliessen des Hahns *r* lästig ist, so hat man die centrale Oeffnung im Boden des Cylinders mit einem ähnlichen Ventil versehen, wie das ist, welches sich im Kolben befindet. Dieses untere Ventil öffnet sich beim Aufziehen und schliesst sich beim Niederdücken des Kolbens.

In unserer Figur sehen wir unter der Glocke der Luftpumpe einen

Apparat stehen, welcher erst später, und zwar in demjenigen Paragraphen besprochen werden wird, welcher vom Luftballon handelt.

Den Grad der Luftverdünnung, welchen man durch Auspumpen hervorgebracht hat, kann man durch eine sogenannte Barometerprobe messen. Für die kleinen Handluftpumpen ist die Barometerprobe so eingerichtet, wie Fig. 267 zeigt. Eine etwa 30 Zoll lange Glasröhre *b* taucht mit ihrem unteren Ende in ein Gefäss voll Quecksilber; oben ist sie umgebogen und mittelst eines Kautschukröhrchens an die Pumpe befestigt. Wenn der Hahn *n* geöffnet ist, so steigt das Quecksilber in die Röhre *b*, und zwar um so höher, je weiter die Verdünnung getrieben wird. Wenn es möglich wäre, einen ganz luftleeren Raum durch die Luftpumpe zu erzeugen, so würde die Höhe der im Rohre *b* gehobenen Quecksilbersäule der Barometerhöhe gleich sein.

Man begreift leicht, dass mit einem derartigen Instrumente niemals ein absolut luftleerer Raum hervorgebracht werden kann, wie vollkommen es auch construirt sein mag; denn wie lange man auch fortpumpen mag, so wird durch jeden neuen Kolbenzug die im Recipienten befindliche Luft doch nur von Neuem verdünnt und nie vollständig entfernt. Aber auch durch noch so lange fortgesetztes Pumpen kann man die Verdünnung der Luft im Recipienten nicht über eine gewisse Gränze bringen, welche im nächsten Paragraphen näher bezeichnet werden soll.

Grössere Luftpumpen hat man in sehr verschiedenen Formen construirt, welche der Hauptsache nach in zwei Hauptclassen zerfallen, nämlich in Ventilluftpumpen und Hahnenluftpumpen. Bei den ersteren wird die Unterbrechung und Wiederherstellung der Communication des Stiefels mit dem Recipienten durch ein Ventil bewerkstelligt, bei den letzteren geschieht dieses durch einen Hahn.

Bei grösseren Luftpumpen, seien es nun Hahnen- oder Ventilluftpumpen, sind gewöhnlich zwei Stiefel angebracht, um schneller evacuiren zu können.

87 **Die zweistiefelige Ventilluftpumpe.** Fig. 269 stellt eine zweistiefelige Ventilluftpumpe von der Seite gesehen, Fig 270 stellt die vordere Ansicht desselben Instrumentes dar. Die innere Einrichtung einer solchen Luftpumpe erkennt man aus dem Grundriss, Fig. 271 a. S. 218, und dem Durchschnitte, Fig. 272 a. S. 218, für welchen zu bemerken ist, dass die Durchschnittsebene für den vorderen Theil des Instrumentes durch die Mitte des Stiefels *D*, für den hinteren Theil durch die Mitte des ganzen Instrumentes geht.

Im Kolben *B*, dessen Einrichtung aus Fig. 273, a. S. 218, deutlicher ersehen werden kann, ist ein Ventil angebracht, welches sich durch einen Druck von unten öffnet, durch einen Druck von oben aber geschlossen wird.

Die Stange *ca*, Fig. 272, bildet das Bodenventil. Wenn der Kolben gehoben wird, so wird die ganze Stange gehoben, bald aber stösst der

Fig. 269.

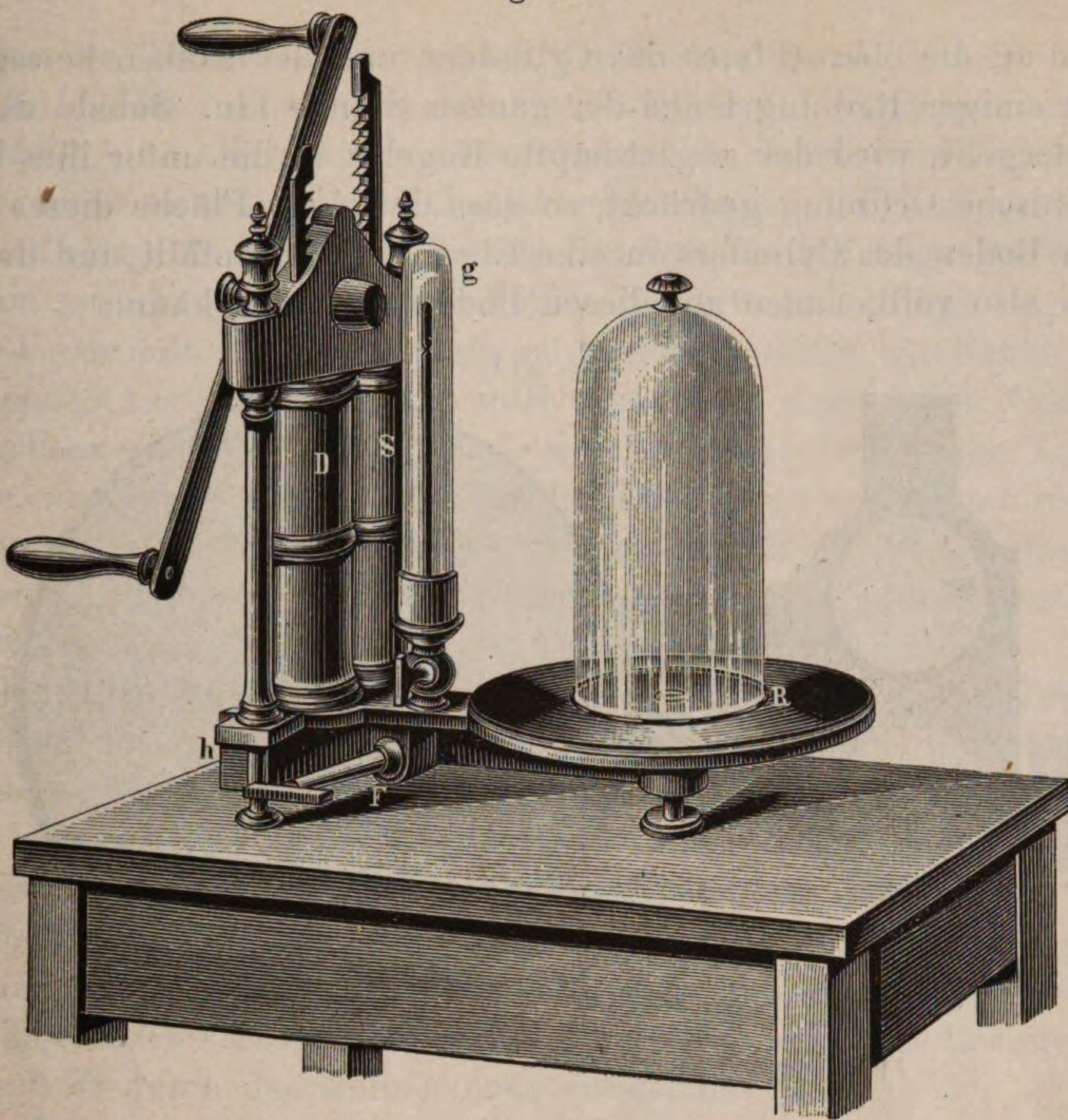
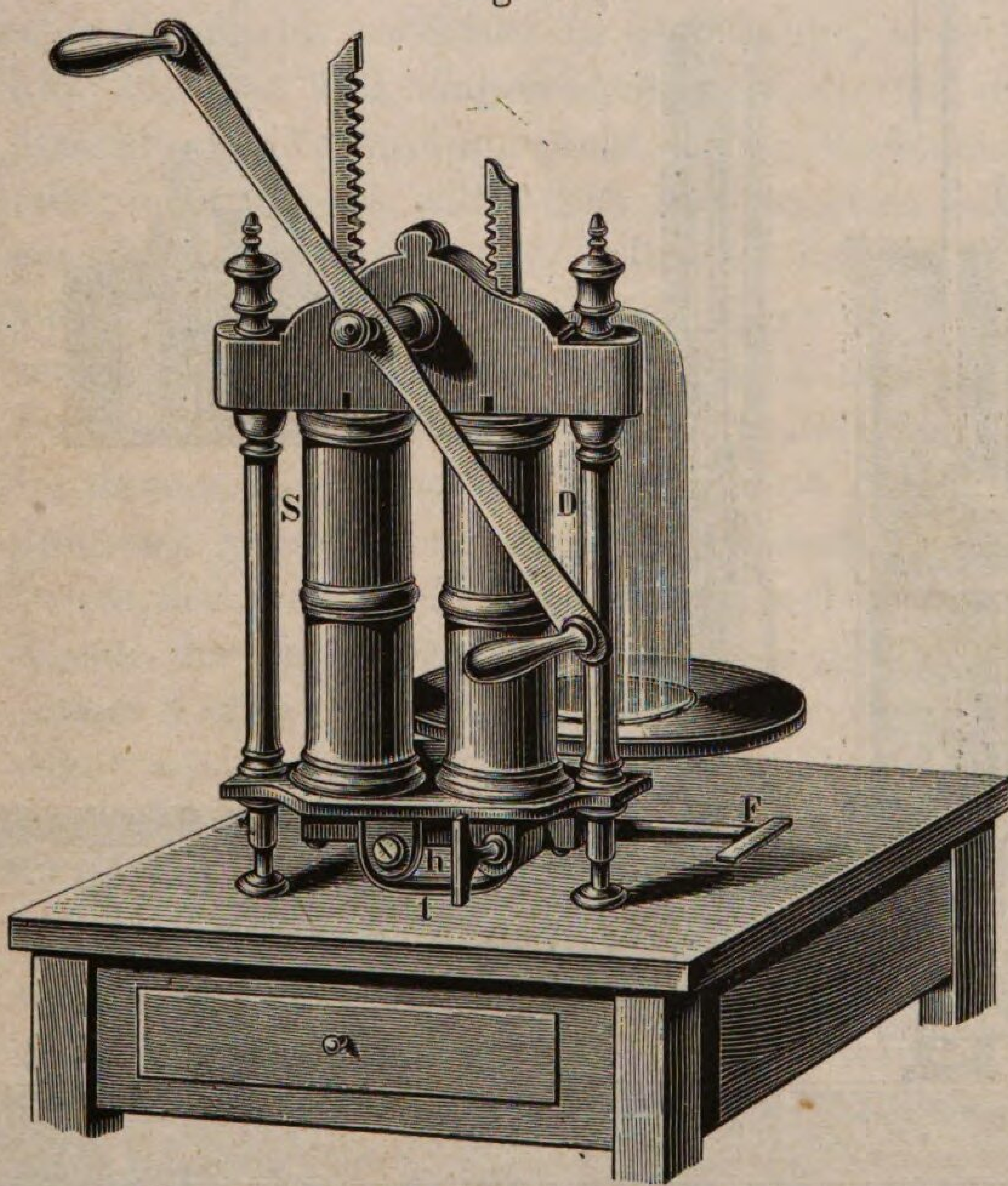


Fig. 270.



Absatz *c* an die obere Platte des Cylinders, und der Kolben bewegt sich nun mit einiger Reibung längs der ganzen Stange hin. Sobald der Kolben niedergeht, wird der abgestumpfte Kegel *a* in die unter ihm befindliche konische Oeffnung gedrückt, so dass die obere Fläche dieses Kegels mit dem Boden des Cylinders in eine Ebene zusammenfällt und der Kolben sich also vollkommen auf diesen Boden aufsetzen kann.

Fig. 271.

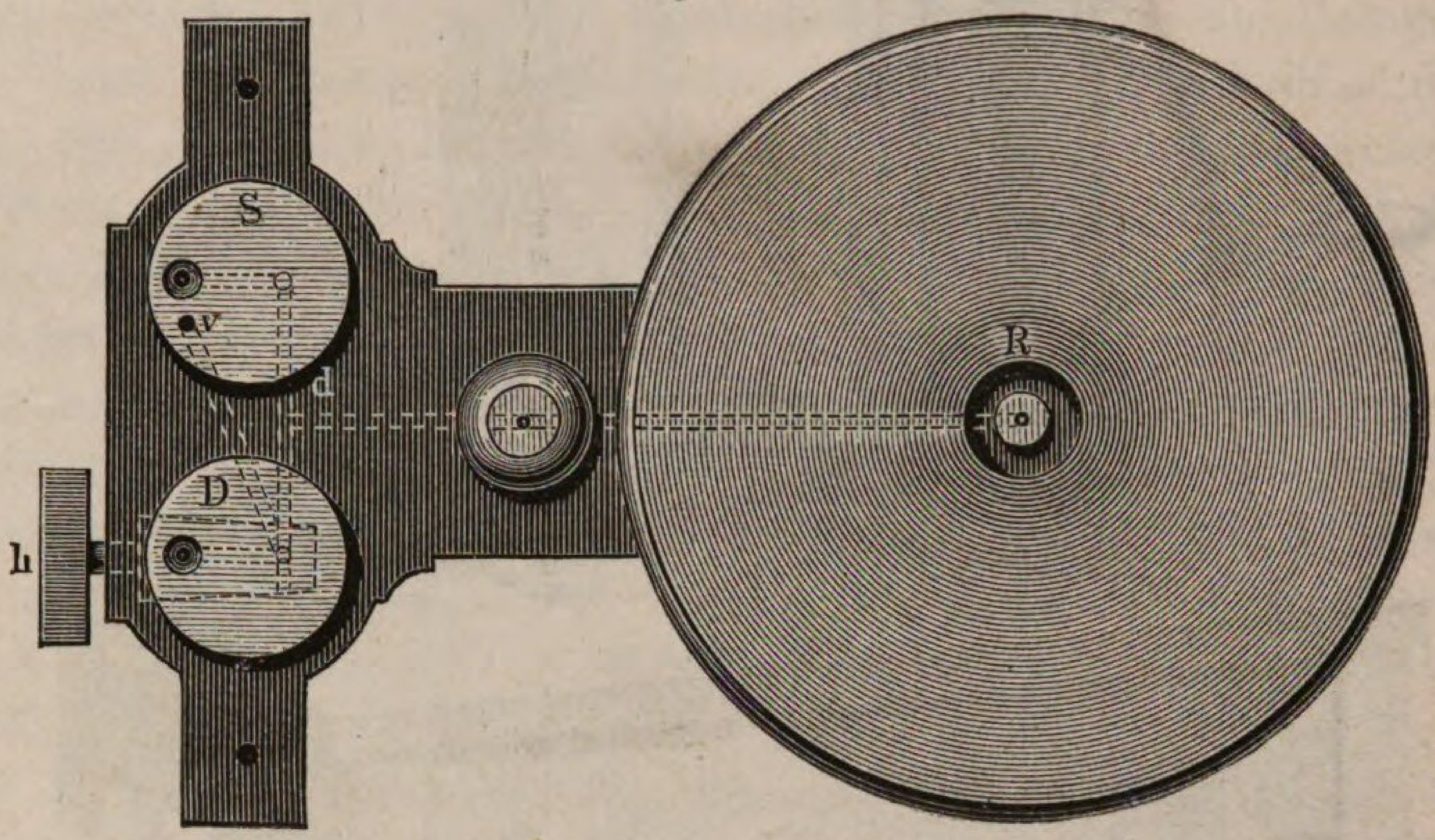
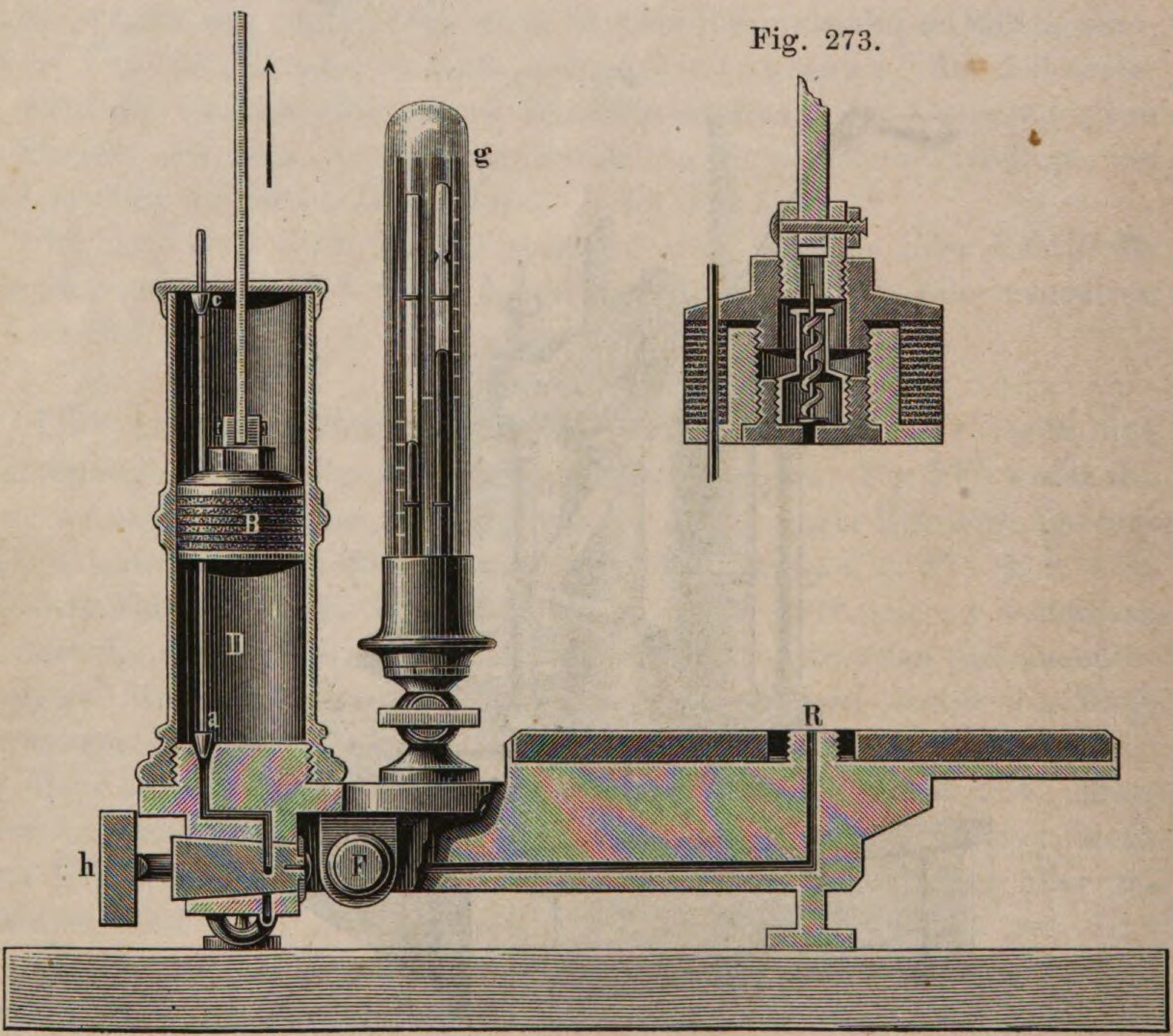


Fig. 272.

Fig. 273.



Dieselbe Einrichtung hat auch der Kolben im anderen Stiefel *S*.

Die in dem Kolben der eben beschriebenen Luftpumpe angebrachten Ventile sind allerdings schwer zugänglich, so dass ein Reinigen desselben immer ein theilweises Auseinandernehmen der Luftpumpe erfordert. Ekling in Wien hat diesem Uebelstande auf folgende Weise abzuhelfen gesucht: er lässt den Kolben massiv und bringt dagegen ein Ventil ausserhalb des Stiefels an, zu welchem dann ein Canal von der Bodenplatte aus führt. Dieses Ventil öffnet sich, wenn beim Niedergange des Kolbens die im unteren Theile des Cylinders befindliche Luft comprimirt wird, und nun durch den besprochenen Canal hindurch gegen die untere Fläche des Ventils drückt, um endlich durch dasselbe zu entweichen. Beim Aufziehen des Kolbens schliesst sich dies Ventil natürlich wieder.

Die Mitte des Tellers *R*, Fig. 271 und 272, welcher zum Aufsetzen von Glasglocken dient, wird durch eine Schraube gebildet, auf welche man Ballons u. s. w. aufschrauben kann. Von hier führt ein Canal bis *d*, wo er sich in zwei Arme theilt, von welchen der eine zum Boden des Cylinders *D*, der andere zum Boden des Cylinders *S* führt.

Derjenige Cylinder, in welchem der Kolben gerade aufsteigt, saugt Luft aus dem Recipienten, während in dem anderen Stiefel, in welchem der Kolben gleichzeitig niedergeht, die vorher aus dem Recipienten gesaugte Luft durch das Kolbenventil entweicht.

Bei diesen Luftpumpen ist die Barometerprobe in der Regel von etwas anderer Einrichtung als die vorher erwähnte. Gewöhnlich ist sie ein abgekürztes Barometer, welches in eine lange, enge Glasglocke *g*, Fig. 269 und 272, eingeschlossen ist, die mit dem Canal der Maschine in Verbindung steht. Diese Verbindung kann mittelst eines Hahnes willkürlich unterbrochen und wieder hergestellt werden. Fig. 274 stellt eine isolirte Barometerprobe von 7 Zoll Länge dar. Das Quecksilber füllt den zugeschmolzenen Schenkel ganz aus und beginnt erst zu sinken, wenn der auf den offenen Schenkel wirkende Luftdruck bis auf $^1/_4$ Atmosphärendruck reducirt ist. Ist dieser Grad von Verdünnung erreicht, so giebt die Barometerprobe stets den Druck der Luft im Recipienten an, welcher der Differenz im Stande der beiden Quecksilberkuppen gleich ist. Sobald man wieder Luft zulässt, treibt der Druck derselben das Quecksilber mit Gewalt in die verschlossene Röhre zurück; man muss deshalb das Einströmen mässigen, damit der Gipfel der Glasröhre nicht durchgeschlagen wird.

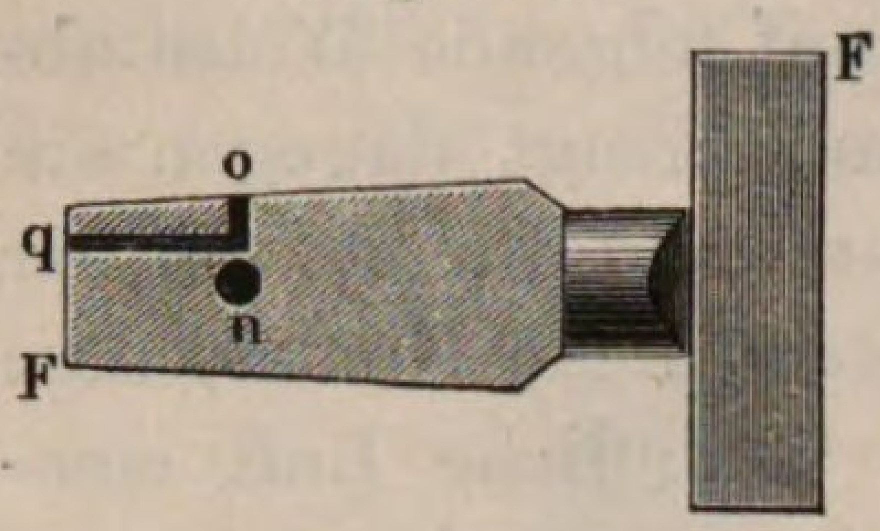
Fig. 274.



Die Kolbenstangen der beiden Cylinder sind gezahnt und greifen in dasselbe Getriebe ein; wenn die eine steigt, geht die andere nieder, und diese alternirende Bewegung wird durch die Drehung einer Kurbel in alternirender Richtung hervorgebracht.

Der doppelt durchbohrte Senguerd'sche Hahn F, welcher Fig. 275 für sich allein dargestellt ist, dient dazu, um den Recipienten nach Belieben mit den Stiefeln oder mit der äusseren Luft in Verbindung zu setzen, oder endlich ihn ganz abzusperren.

Fig. 275.



Während die Luftpumpe arbeitet, wird die Verbindung des Recipienten mit den Stiefeln durch den in Fig. 275 zum Punkt verkürzten Canal n des Hahnes hergestellt. Dreht man den Hahn aus dieser Stellung durch eine Viertelumdrehung so, dass die Oeffnung o gerade auf den nach dem Recipienten führenden Canal stösst, so ist der Recipient mit der äusseren Luft in Verbindung; wenn aber o gegen die Stiefel gekehrt wird, so ist der Recipient vollständig abgesperrt.

Wie vollkommen man auch alle Theile der Luftpumpe ausarbeiten mag, so ist es doch nicht möglich, den Kolben so zu machen, dass, wenn er auf dem Boden des Stiefels sitzt, sich nun gar kein Raum mehr zwischen dem Kolben und dem Stiefelboden befände. Ja, selbst wenn der Kolben absolut genau auf den Boden passte, so ist noch ein namhafter Raum unmittelbar unter der unteren Fläche des Kolbenventils. Wenn nun beim Niedergange des Kolbens das Kolbenventil sich hebt, um die zusammengepresste Luft entweichen zu lassen, so bleibt immer noch in dem erwähnten schädlichen Raume etwas Luft von der Dichtigkeit der Atmosphäre zurück. Denken wir uns nun während des Aufsteigens des Kolbens den Recipienten abgeschlossen, so wird sich die Luft des schädlichen Raumes in dem ganzen Stiefelraume verbreiten, und ihre Dichtigkeit wird sich nun zur Dichtigkeit der atmosphärischen Luft gerade so verhalten, wie das Volumen des schädlichen Raumes zum Volumen des ganzen Stiefels. Wenn nun die im Recipienten zurückgebliebene Luft auch schon bis zu diesem Grade verdünnt ist, so ist klar, dass durchaus keine Luft mehr aus dem Recipienten in den Stiefel übergehen kann, wenn auch eine Verbindung zwischen beiden besteht, und somit ist denn die Gränze der Luftverdünnung mittelst einer gewöhnlichen Luftpumpe gegeben. Hat man einmal diesen Punkt erreicht, so ist alles fernere Pumpen nutzlos, die Barometerprobe bleibt stationär.

Der nachtheilige Einfluss des schädlichen Raumes lässt sich durch Vorrichtungen vermindern, welche nicht Luft von atmosphärischer Dichtigkeit, sondern nur stark verdünnte Luft in den schädlichen Raum eindringen lassen. Am einfachsten lässt sich dies dadurch erreichen, dass man den Stiefel auch oben luftdicht schliesst, die runde Kolbenstange durch eine Stopfbüchse gehen lässt und in der oberen Deckplatte des Cylinders ein Ventil anbringt, welches beim Aufziehen des Kolbens die Luft aus dem oberen Theile des Cylinders entweichen, beim Niedergehen des Kolbens aber keine Luft in den Cylinder eintreten lässt. Bei dieser Einrichtung befindet sich, wenn der Kolben unten ankommt, nur

verdünnte Luft über dem Kolbenventil, der schädliche Raum kann sich also auch nur mit verdünnter Luft füllen. Diese Einrichtung wendet u. A. auch Carrée bei seinen für künstliche Eisbereitung construirten Luftpumpen, Fig. 276, an. *ab* ist der Pumpenstiefel, dessen Boden sich bei *b*, etwas oberhalb der Stelle befindet, an welcher das Kupferrohr *cc* mündet, welches die Luft vom Recipienten her dem Stiefel zuführt. Das Bodenventil ist in gleicher Weise construirt, wie das der Luftpumpe,

Fig. 276.

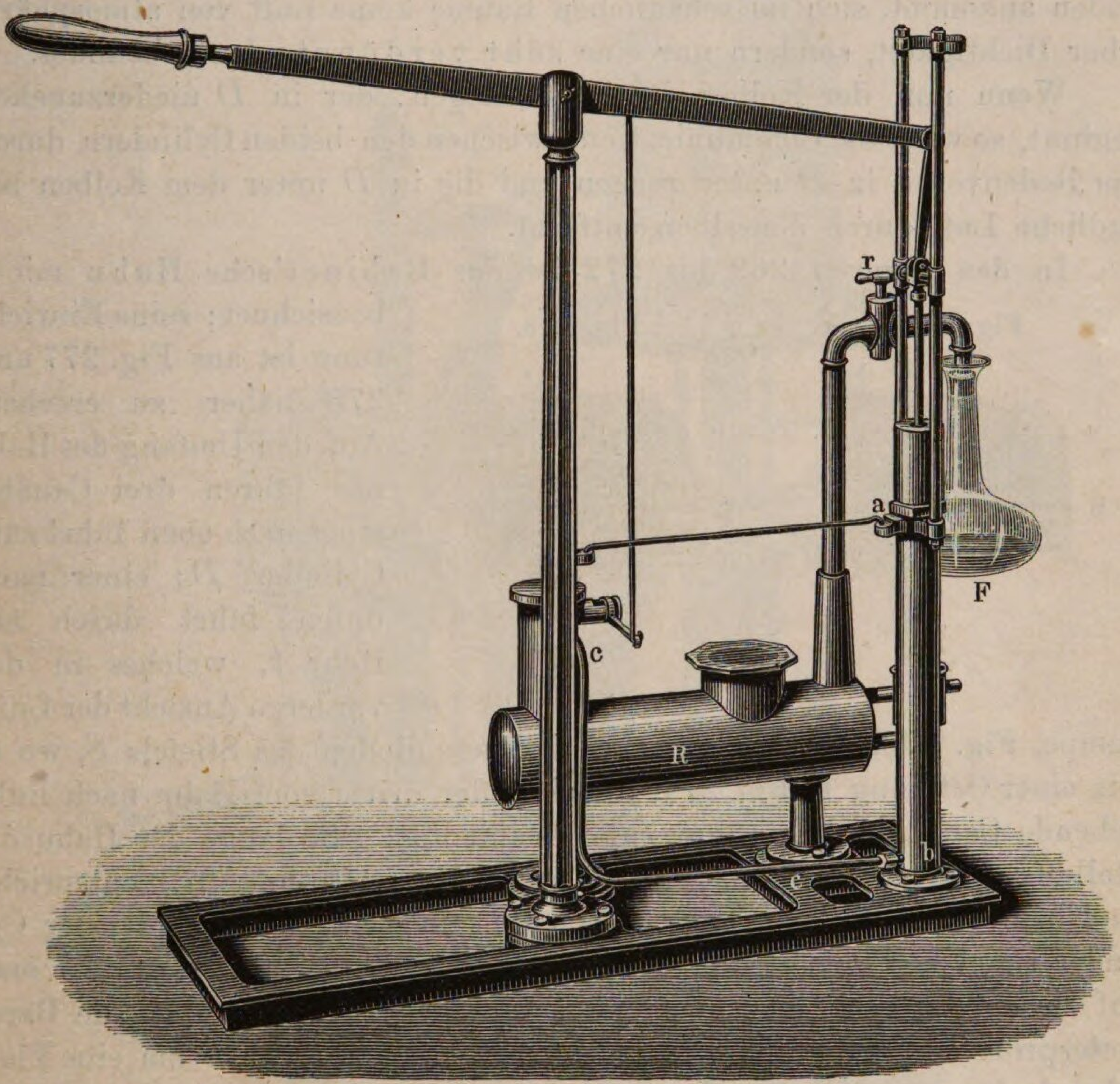


Fig. 272, nur ist das Stäbchen, welches den kleinen Conus trägt, innerhalb der hohlen Kolbenstange angebracht. Der luftdicht schliessende Deckel bei *a* ist mit einer Stopfbüchse und mit einem nach oben sich öffnenden Ventil versehen. Wie die Kolbenstange auf- und niederbewegt wird, ist aus der Figur zu ersehen. Die übrigen Theile des Apparates, Fig. 276, werden später besprochen werden.

Auch Staudinger in Giessen und Stöhrer in Leipzig haben die eben besprochene Einrichtung bei ihren Handluftpumpen in Anwendung gebracht.

Bei den zweistiefeligen Ventilluftpumpen, wie sie oben beschrieben sind, wird derselbe Vortheil durch den Babinet'schen Hahn erreicht.

Das Wesentliche dieser Einrichtung besteht darin, dass, wenn ein gewisser Grad von Verdünnung erreicht ist, die Verbindung des Stiefels *D* mit dem Recipienten abgesperrt, dagegen eine Verbindung des Stiefels *S* mit dem Stiefel *D* hergestellt wird. Nun kann nur noch der Stiefel *S* Luft aus dem Recipienten saugen; wenn aber der Kolben in *S* niedergeht und der in *D* steigt, so wird die unter dem Kolben in *S* befindliche Luft nicht verdichtet, sondern sie wird ohne Verdichtung in den Cylinder *D* hinübergeschafft, so dass, wenn der Kolben in *S* auf dem Boden ankommt, sich im schädlichen Raume keine Luft von atmosphärischer Dichtigkeit, sondern nur eine sehr verdünnte Luft befindet.

Wenn nun der Kolben in *S* zu steigen, der in *D* niederzugehen beginnt, so wird die Communication zwischen den beiden Cylindern durch das Bodenventil in *D* unterbrochen und die in *D* unter dem Kolben befindliche Luft durch denselben entfernt.

In den Figuren 269 bis 272 ist der Babinet'sche Hahn mit *h* bezeichnet; seine Einrichtung ist aus Fig. 277 und 278 näher zu ersehen. Auf den Umfang des Hahnes führen drei Canäle; einer nach oben führt zum Cylinder *D*; einer nach unten führt durch ein Rohr *t*, welches in der vorderen Ansicht der Luftpumpe, Fig. 270, deutlich zu sehen ist, zum Boden des Stiefels *S*, wo es mit einer Oeffnung *v*, Fig. 271, mündet; der dritte vom Hahn nach links gehende Canal endlich führt zum Recipienten. So lange der Hahn die Stellung Fig. 277 behält, welcher auch Fig. 270 und 272 entspricht, sind beide Cylinder mit dem Recipienten in Verbindung und jeder Cylinder saugt aus dem Recipienten, wenn sein Kolben aufsteigt. Ist man auf diese Weise so weit gekommen, dass ein ferneres Pumpen die Barometerprobe nicht weiter fallen macht, so wird der Hahn *h* um eine Viertelumdrehung gedreht, so dass er in die Stellung Fig. 278 kommt. Jetzt ist, wie man sieht, die Verbindung zwischen *D* und *S*, d. h. die Verbindung zwischen beiden Stiefeln, hergestellt, aber die Verbindung zwischen dem Stiefel *D* und dem Recipienten *R* unterbrochen. Nun wird bei weiterem Pumpen die Barometerprobe von Neuem sinken, bis eine neue weitere Gränze der Verdünnung erreicht ist. Mit Hülfe des Babinet'schen Hahnes lässt sich die Verdünnung so weit treiben, dass die Barometerprobe nur noch einen Luftdruck von 1 Millimeter anzeigt.

Fig. 277.

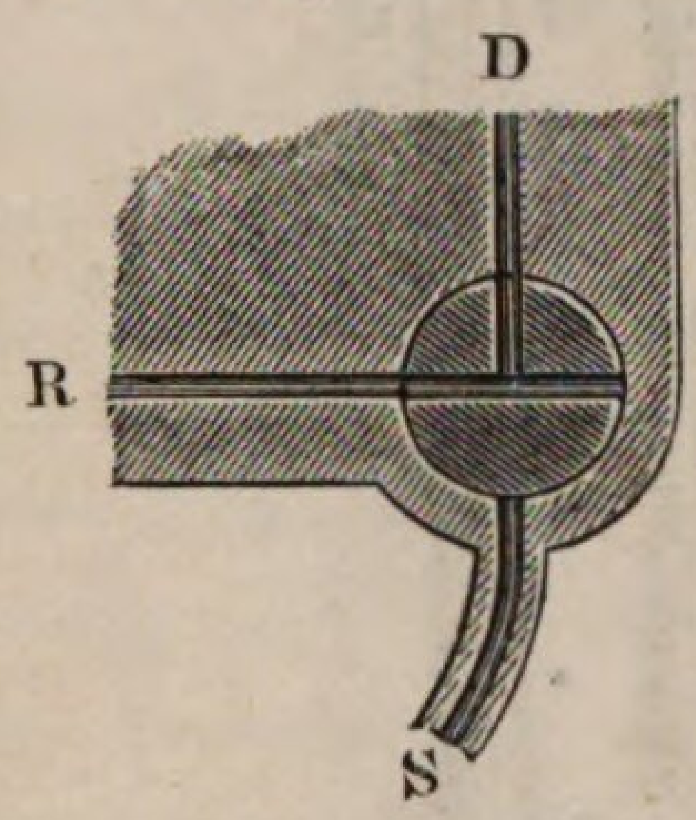
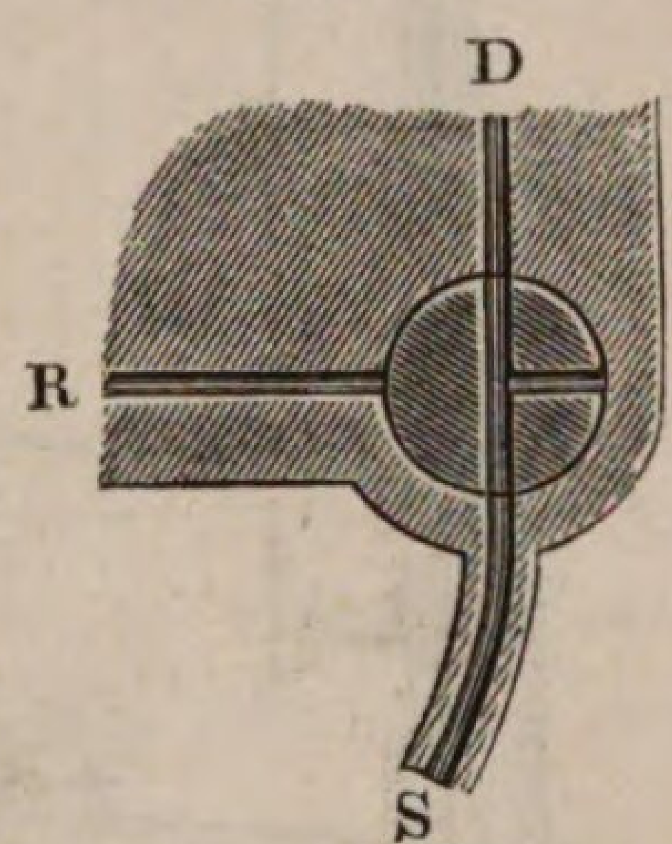


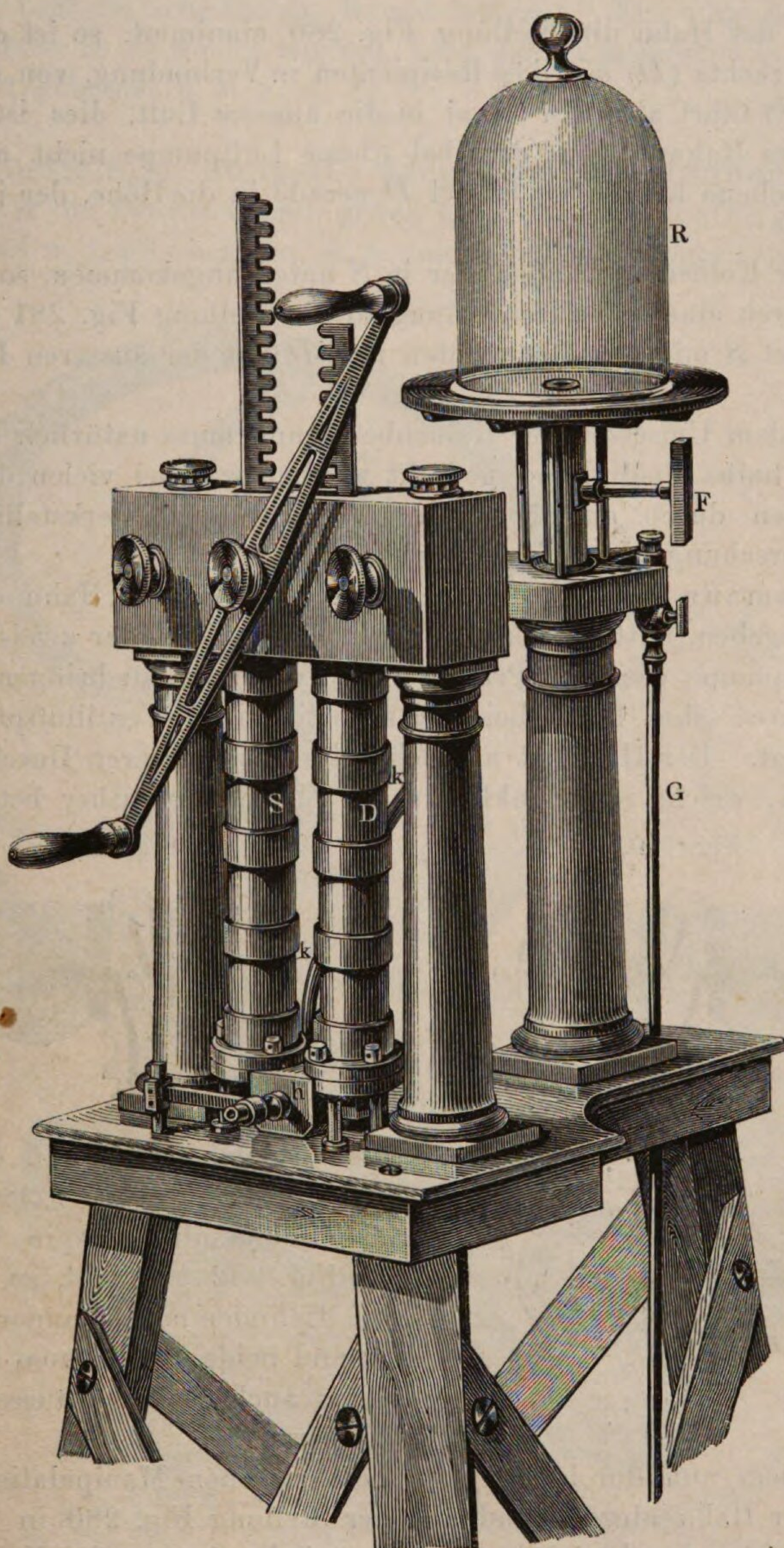
Fig. 278.



88 **Zweistiefelige Hahnenluftpumpe.** Während die im vorigen Paragraphen beschriebenen zweistiefeligen Ventilluftpumpen vorzugsweise in Paris verfertigt werden, construiren die Berliner Mechaniker

Hahnenluftpumpen von der Fig. 279 dargestellten Form, welche wohl auch ohne detaillirte Beschreibung verständlich sein wird, und zwar um so mehr, da alle Theile mit denselben Buchstaben bezeichnet sind, wie die entsprechenden Theile der zweistiefeligen Ventilluftpumpe. Von dem

Fig. 279.



Recipienten führt ein Rohr *k*, welches in unserer Figur nur stellenweise sichtbar ist, zu einem Hahn *h*, welcher sich in der Bodenplatte zwischen den beiden Cylindern befindet; je nachdem dieser Hahn gestellt ist, wird durch ihn die Verbindung entweder des einen oder des anderen Stiefels mit dem Recipienten vermittelt, wie dies Fig. 280 und 281 erläutern.

Wenn der Hahn die Stellung Fig. 280 einnimmt, so ist durch ihn der Stiefel rechts (*D*) mit dem Recipienten in Verbindung, von dem Stiefel links (*S*) führt aber ein Canal in die äussere Luft, dies ist also die Stellung des Hahns, wenn der, bei dieser Luftpumpe nicht mit einem Ventil versehene Kolben im Stiefel *D* gerade in die Höhe, der in *S* aber niedergeht.

Ist der Kolben in *D* oben, der in *S* unten angekommen, so wird der Hahn *h* durch eine halbe Umdrehung in die Stellung Fig. 281 gebracht, so dass jetzt *S* mit dem Recipienten und *D* mit der äusseren Luft communicirt.

Bei jedem Umsetzen der Kolbenbewegung muss natürlich der Hahn *h* um eine halbe Umdrehung gedreht werden, was bei vielen derartigen Instrumenten durch eine besondere Vorrichtung bewerkstelligt wird, deren Besprechung nicht hierher gehört.

Grassmann hat bereits im Jahre 1819 diesem Hahn eine Einrichtung gegeben, mittelst deren er tauglich wird, bei der zweistiefeligen Hahnenluftpumpe dasselbe Princip in Anwendung zu bringen, welches dem Babinet'schen Hahn bei den zweistiefeligen Ventilluftpumpen zu Grunde liegt. Der Hahn ist nämlich mit einer weiteren Durchbohrung *n* versehen, welche rechtwinklig zu der Ebene der bisher betrachteten

Fig. 280.

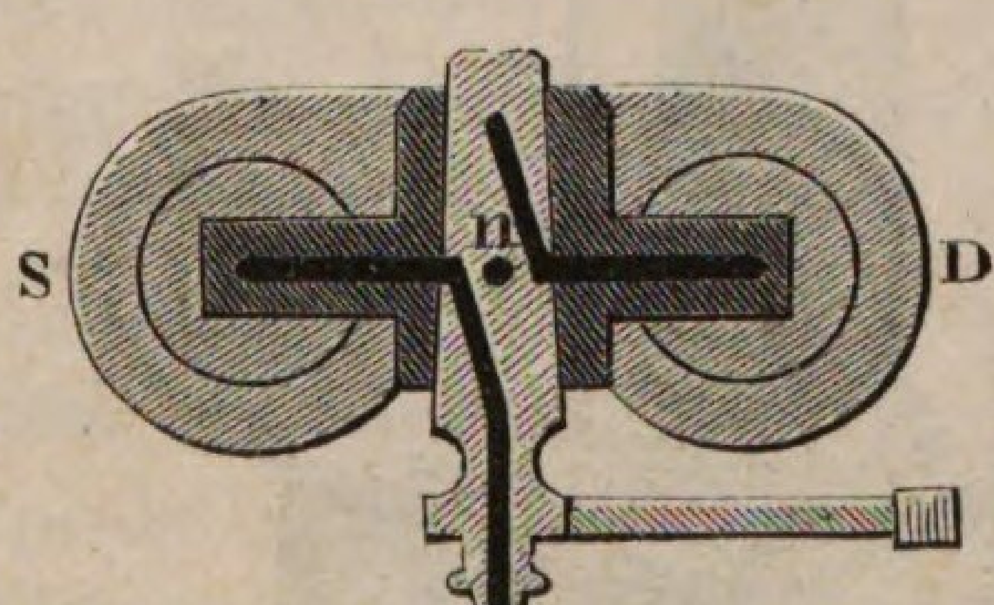


Fig. 281.

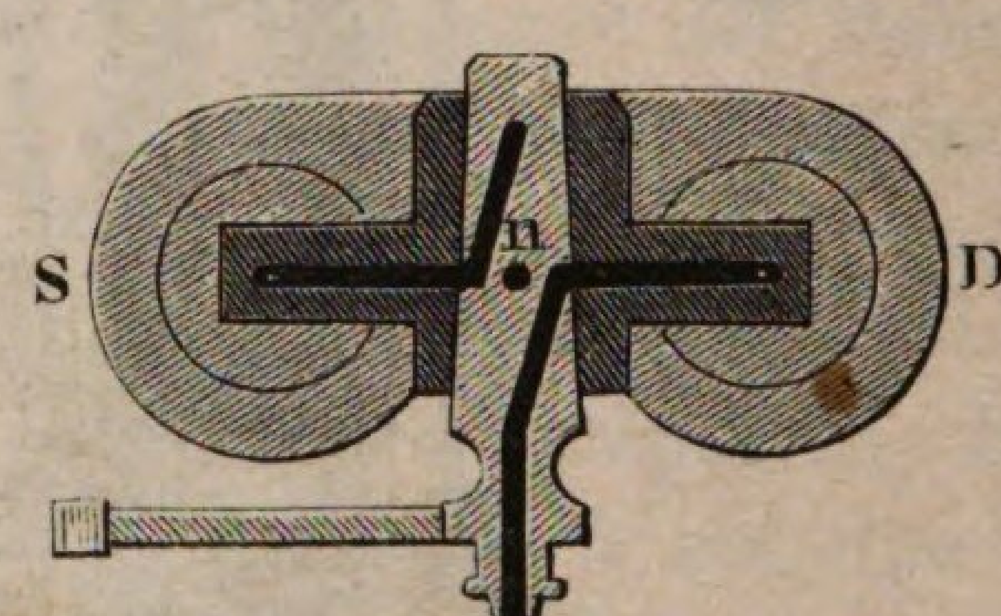
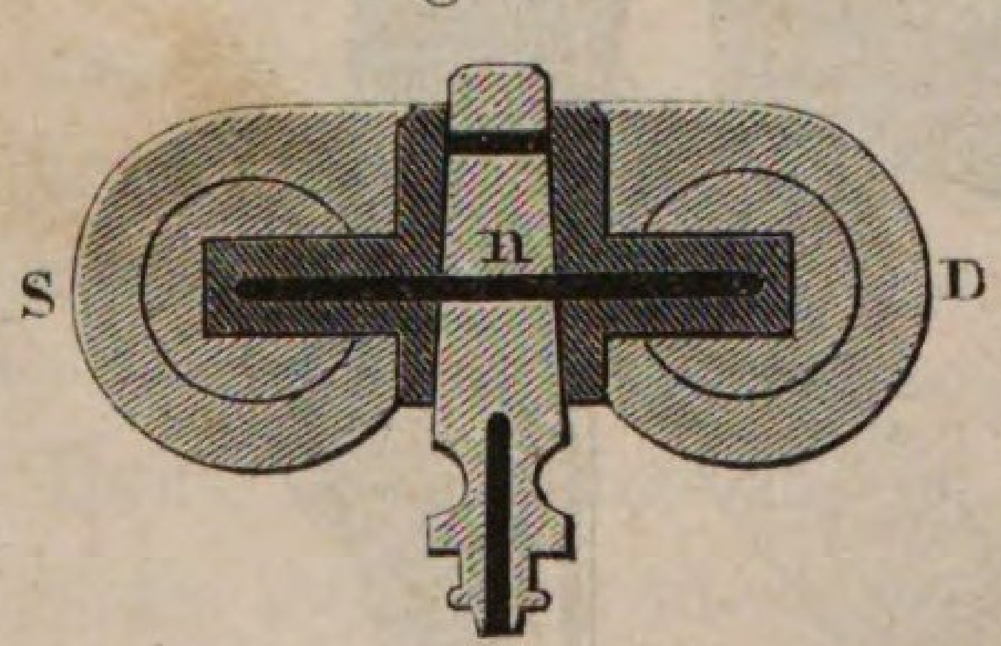


Fig. 282.



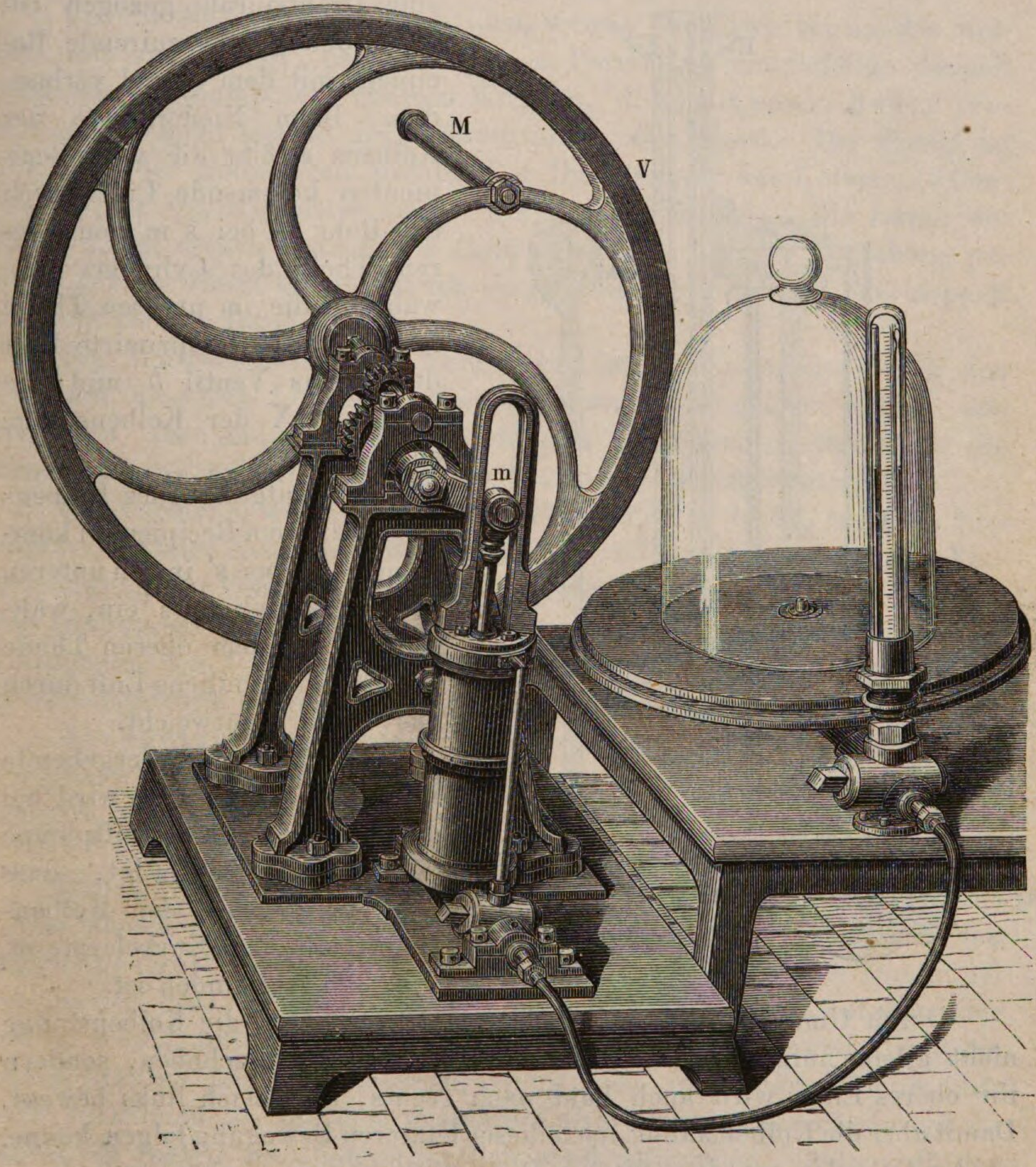
Canäle steht. Wird nun der Hahn aus der Stellung Fig. 280 durch eine Viertelumdrehung in die Stellung Fig. 282 gebracht, so sind nun beide Cylinder mit einander verbunden, und beide sowohl vom Recipienten als auch von der äusseren Luft abgesperrt.

Nachdem nun durch die oben beschriebenen Manipulationen, bei welchen der Hahn abwechselnd aus der Stellung Fig. 280 in die Stellung Fig. 281 gebracht wird, die so mögliche Gränze der Verdünnung

erreicht ist, wird von nun an, wenn der Cylinder *S* Luft aus dem Recipienten gesaugt hat, der Hahn aus der Stellung Fig. 281 in die Stellung Fig. 282 gebracht, und also beim Niedergange des Kolbens in *S* die unter demselben befindliche Luft in den Cylinder *D* geschafft, so dass, wenn nun der Kolben in *S* unten ankommt, sich nur bedeutend verdünnte Luft im schädlichen Raume befindet. Ehe nun das Aufziehen des Kolbens in *S* wieder beginnt, wird der Hahn wieder in die Stellung Fig. 281 gebracht u. s. w.

Einstiefelig doppelt wirkende Luftpumpen. Gleichen 89
Effect wie die zweistiefeligen geben auch die einstiefeligen doppelt wirkenden Luftpumpen, d. h. solche, bei welchen, während der Kol-

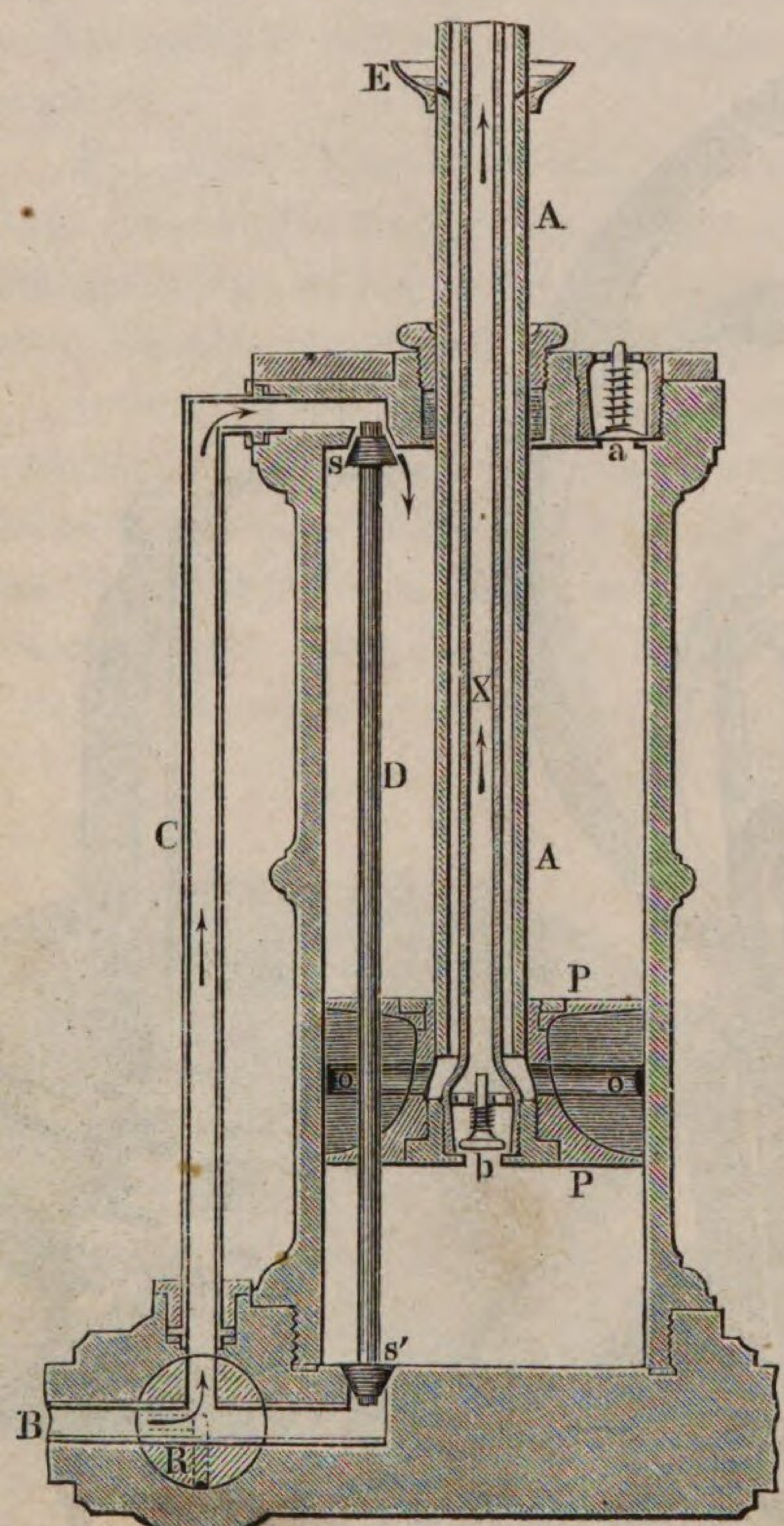
Fig. 283.



ben in die Höhe geht, die Luft aus dem Recipienten in den unteren, während er hinabgeht aber in den oberen Theil des Stiefels gesaugt wird. An solchen doppelt wirkenden Luftpumpen, welche übrigens weit weniger verbreitet sind als die zweistiefeligen, hat man in neuerer Zeit noch die Verbesserung angebracht, dass die auf- und abgehende Bewegung des Kolbens durch eine Kurbel vermittelt wird, deren mit einem Schwungrad versehene Axe stets in gleicher Richtung gedreht wird. Ausgezeichnete Instrumente dieser Art werden von Staudinger in Giessen verfertigt.

Sehr einfach und zweckmässig ist die Construction der doppelt wirkenden Luftpumpe von Bianchi, Fig. 283 (a. v. S.), deren Spiel durch die Durchschnittsfigur 284 erläutert wird. Durch einen vor B angesetzten Kautschukschlauch, der über eine Drahtspirale gezogen ist, wird der zu evacuirende Recipient mit dem Stiefel verbunden. Beim Niedergange des Kolbens strömt die vom Recipienten kommende Luft durch das Rohr C bei s in den oberen Theil des Cylinders ein, während die im unteren Theile des Cylinders comprimirte Luft durch das Ventil b und die Höhlung X der Kolbenstange entweicht.

Fig. 284.



Beim Aufgange des Kolbens strömt die vom Recipienten kommende Luft bei s' in den unteren Theil des Cylinders ein, während die in dem oberen Theile desselben befindliche Luft durch das Ventil a entweicht.

Die auf- und niedergehende Bewegung des Kolbens wird bei der Bianchi'schen Luftpumpe dadurch bewerkstelligt, dass das obere Ende der Kolbenstange mit dem Kurbelarme m, Fig. 283, verbunden ist.

Durch Umdrehung des Kurbelarmes m wird aber die Kolbenstange nicht allein aufgezogen und dann wieder hinuntergeschoben, sondern ihr oberes Ende wird auch bald nach rechts, bald nach links bewegt. Damit aber die Kolbenstange nach dieser letzteren Bewegung folgen könne, ist der Cylinder um eine mit der Bodenplatte zusammenhängende hori-

zontale Axe drehbar, in deren vorderem Theile bei *B* sich der Canal befindet, durch welchen die vom Recipienten kommende Luft in den Stiefel eintritt, und welche in zwei Zapfenlagern ruht, von welchen in Fig. 283 nur das vordere sichtbar ist. Wenn also die Kurbel umgedreht wird, so muss der Cylinder um diese Axe ganz so oscilliren, wie es bei oscillirenden Dampfmaschinen der Fall ist.

Da die Maschine durch ein gleichförmiges Umdrehen des Schwungrades *V* in Gang gesetzt wird, so bedarf sie nur einer sehr geringen Kraftanstrengung und da der gusseiserne Cylinder derselben ziemlich bedeutende Dimensionen hat, so evacuirt sie sehr rasch.

Bei *R* ist ein dem Babinet'schen (S. 222) entsprechender Hahn angebracht, auf dessen nähere Beschreibung wir hier nicht eingehen können.

Um die Nachtheile zu vermeiden, welche die Einfettung des Kolbens mit sich bringt, hat Deleuil in Paris eine einstiefelige doppelt wirkende Luftpumpe mit freiem Kolben, d. h. mit einem Kolben construirt, der nicht fest an die Cylinderwände anschliesst. Der Stiefel ist von Glas, der Kolben von Metall. Der Durchmesser des Kolbens (6 Centimeter) ist $^1/_{20}$ Millimeter kleiner als der des Stiefels. Die Länge des Kolbens, auf dessen Umfang ein Centimeter von einander abstehend parallel mit der Basis kleine Rinnen eingedreht sind, ist ungefähr doppelt so gross als der Durchmesser.

Die Wirksamkeit dieser Pumpe erklärt sich einerseits durch den Umstand, dass sich Luft in capillaren Räumen nur schwer bewegt, andererseits aber dadurch, dass in doppelt wirkenden Luftpumpen die Druckdifferenz zu beiden Seiten des Kolbens stets unbedeutend ist.

Die Vortheile, welche die Deleuil'sche Pumpe bietet, beruhen vorzugsweise darin, dass keine Kolbenreibung stattfindet und dass alle Verunreinigung der Ventile durch Fett wegfällt. Deleuil brachte mit diesem Instrument unter Anwendung eines Babinet'schen Hahns in einem Recipienten von 1 Liter Inhalt eine Luftverdünnung bis zu 4 Millimeter Quecksilberdruck hervor.

Hochgesang in Ohrdruf bei Gotha hat eine zweistiefelige doppeltwirkende Luftpumpe construirt, welche natürlich sehr rasch evacuirt.

Die wichtigsten Luftpumpenversuche. Otto von Guericke machte mit seiner Maschine den merkwürdigen Versuch mit den Magdeburger Halbkugeln, welcher darin bestand, eine Hohlkugel von Metall, deren Hälften, Fig. 285 (a. f. S.), nur einfach auf einander gesetzt waren, luftleer zu machen. Ehe die Luft ausgepumpt ist, sind die beiden Hälften leicht zu trennen, wenn aber im Inneren keine Luft mehr vorhanden ist, um dem äusseren Luftdrucke das Gleichgewicht zu halten, so haften sie ausserordentlich stark zusammen. Mag z. B. der Radius der Kugel nur 1 Decimeter sein, so beträgt der Querschnitt der 90

Kugel 314 Quadratcentimeter, und demnach beträgt der äussere Druck, welcher die Hälften zusammenpresst, mehr als 314 k. Um den Contact

Fig. 285.

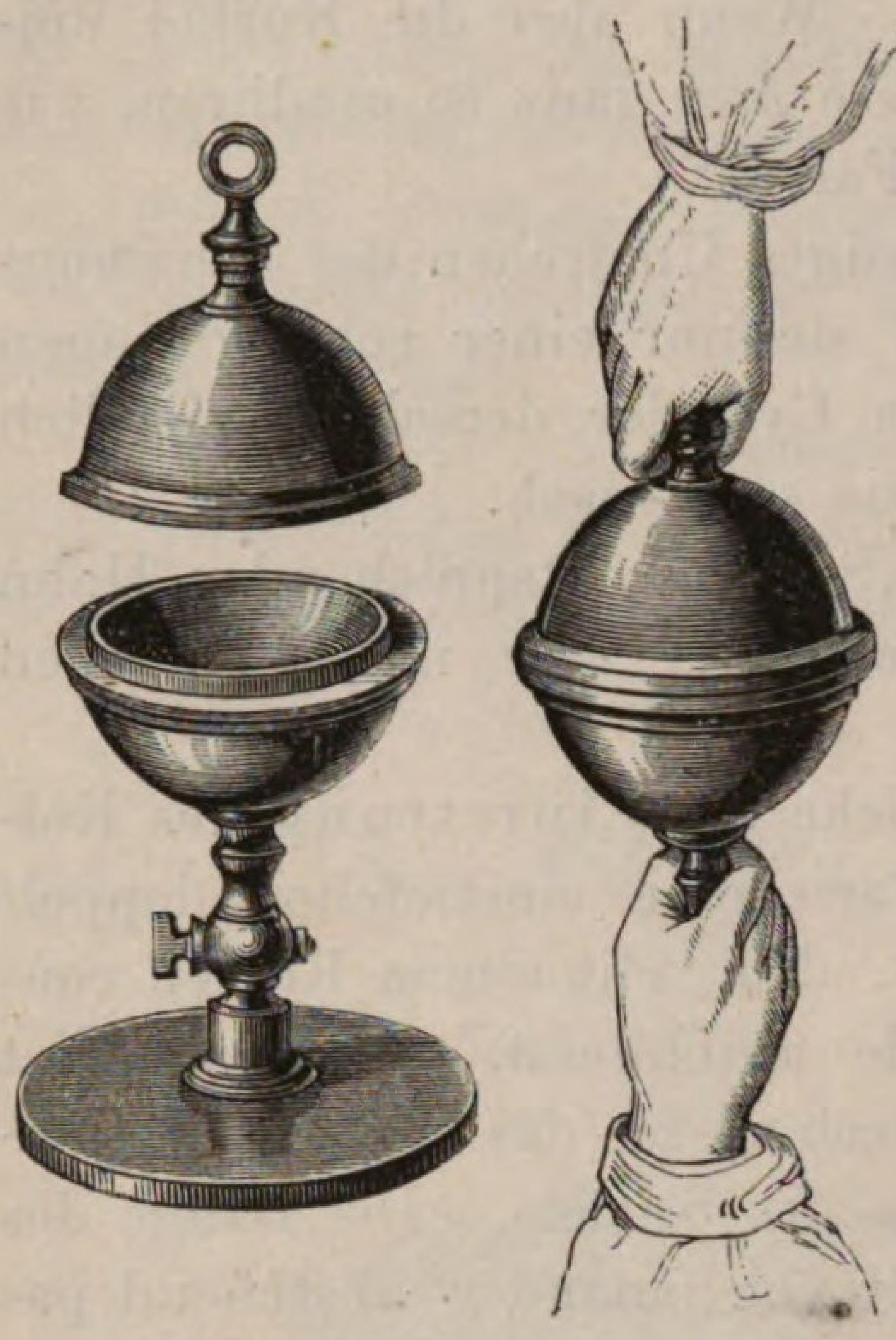


Fig. 286.

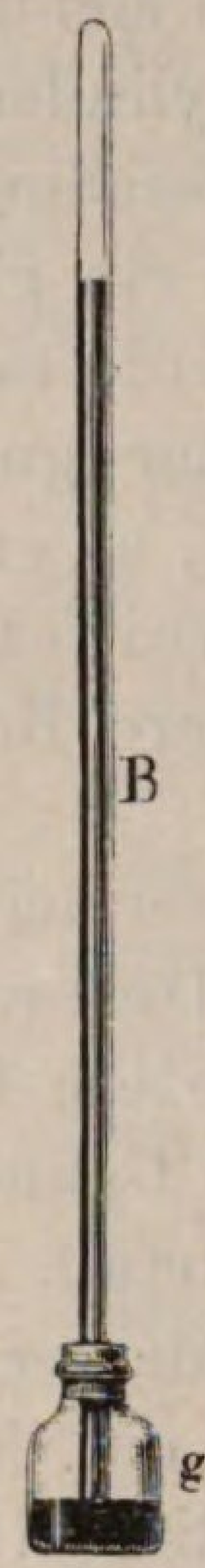


Fig. 287.



Fig. 288.



vollständiger zu machen, beschmiert man die Ränder der Halbkugeln, welche auf einander gesetzt werden, mit Fett, wie eine auf den Teller der Luftpumpe zu setzende Glocke; ein Hahn, welcher während des Auspumpens geöffnet ist, wird, bevor man die zusammengedrückten Halbkugeln von der Luftpumpe abschraubt, geschlossen, um den Wiedereintritt der Luft zu verhindern.

Dass der Druck der Atmosphäre es ist, welcher das Quecksilber ins Barometerrohr hinaufdrückt, lässt sich sehr schön mittelst der Luftpumpe zeigen. Ein Barometer *B*, Fig. 286, von der bereits auf S. 187 besprochenen und durch Fig. 236 erläuterten Einrichtung, wird unter dem langen und engen Recipienten *R*, Fig. 287, auf den Teller der Luftpumpe gebracht. Wird nun evacuirt, so wird der Druck vermindert, welcher auf dem Quecksilberspiegel im Gefäss *g* lastet, das Quecksilber in der Röhre sinkt; es steigt wieder, sobald die Luft wieder zugelassen wird.

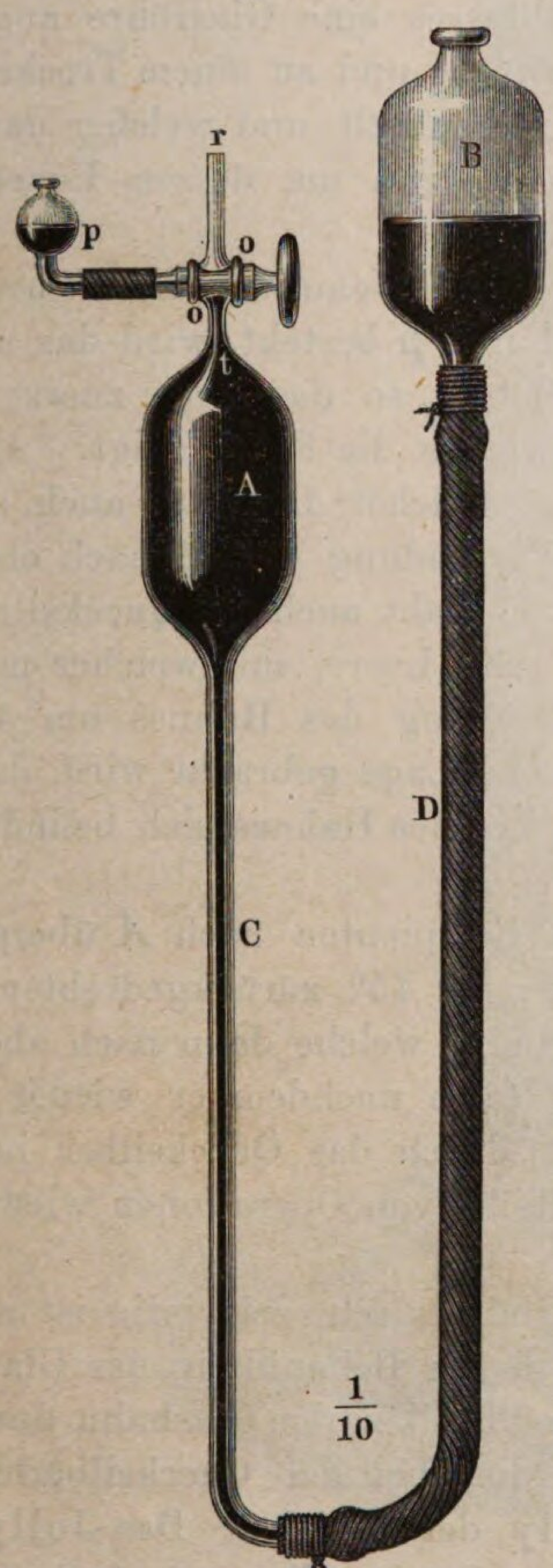
Unter den vielen Luftpumpenversuchen wollen wir nur noch einige andeuten. Man zeigt z. B. mit Hülfe der Luftpumpe, dass brennende Körper im luftleeren Raume verlöschen; dass der Rauch wie ein schwerer Körper zu Boden

fällt; dass Luft im Wasser absorbirt enthalten ist; dass sich eine Luftschicht zwischen den Flüssigkeiten und den Wänden der Gefässe befindet, in welchen sie enthalten sind, denn diese Luftschicht zeigt sich durch eine Menge kleiner Bläschen, welche in dem Verhältniss wachsen, als der Luftdruck abnimmt. Mit Hülfe der Luftpumpe kann man laues Wasser zum Kochen bringen u. s. w.

Von einigen Versuchen mit der Luftpumpe war schon früher die Rede, von anderen, wie z. B. dem Sieden unter geringem Luftdruck, dem Gefrieren durch rasche Verdampfung u. s. w., wird noch später die Rede sein; es bleibt hier nur noch der Fallversuch im leeren Raume zu betrachten übrig, welcher schon oben erwähnt wurde.

Am bequemsten lässt sich der Fallversuch im leeren Raume mit der Fallröhre, Fig. 288, anstellen. Eine Glasröhre von ungefähr 1 Zoll Durchmesser und 6 Fuss Länge ist oben und unten mit einer Messingfassung luftdicht zugekittet; die untere enthält einen Hahn und kann auf die Luftpumpe aufgeschraubt werden. In der Röhre befindet sich ein etwas grosses Schrotkorn und eine Papierscheibe von ungefähr 4 Linien Durchmesser. Wenn nun die Röhre, nachdem sie luftleer gemacht worden ist, vertical gehalten und dann rasch umgekehrt wird, so fällt das Bleikügelchen und das Papierstück gleich schnell, was bei der lufterfüllten Röhre nicht der Fall ist. Man hat hier einen ziemlich langen Fallraum und kann den Versuch beliebig oft wiederholen, weil nur ein abermaliges Umkehren der Röhre nöthig ist, um ein abermaliges Fallen zu bewirken.

Fig. 289.



Quecksilber-Luftpumpen. 91

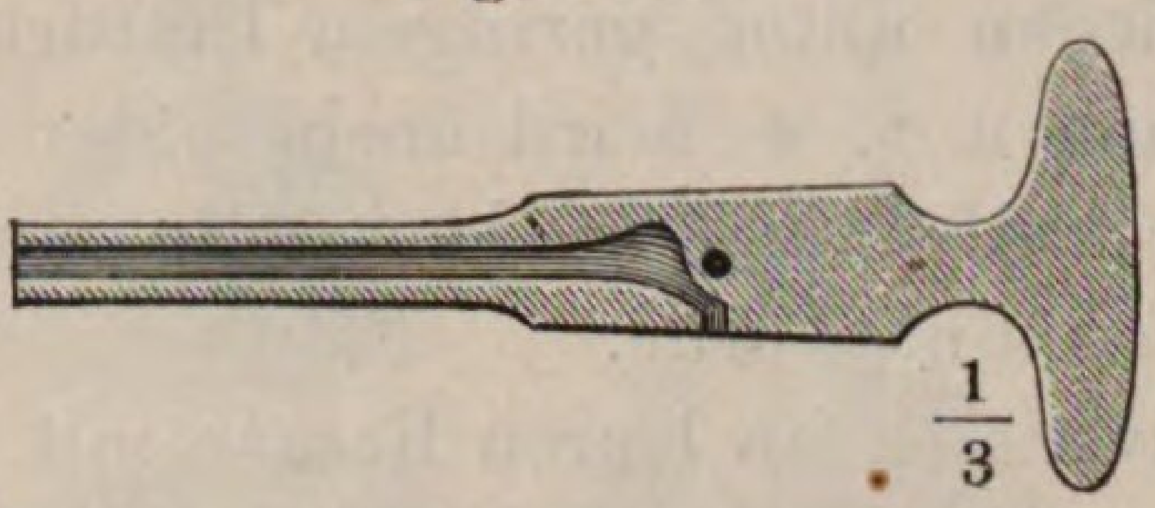
Schon frühe hat man versucht, das Toricelli'sche Vacuum zum Auspumpen der Luft zu benutzen, aber erst Geissler ist es gelungen, Quecksilberluftpumpen in solchem Grade von Vollkommenheit herzustellen, dass sie ein werthvolles Stück physikalischer Cabinette bilden.

Fig. 289 stellt eine Geissler'sche Pumpe dar. Das Glasrohr *C*,

dessen Länge ungefähr der Höhe der Quecksilbersäule im Barometer gleich ist, endet oben mit einem Glasgefäss *A*, während sein unteres Ende durch einen sehr starken Gummischlauch mit dem oben offenen Glasgefäss *B* in Verbindung steht.

An das Gefäss *A* ist oben ein Glasrohr *tr* angesetzt, in dessen Erweiterung bei *o* ein nach dem Princip des Senguerd'schen durchbohrter Glashahn eingeschliffen ist. Des besseren Verständnisses wegen ist dieser Hahn in Fig. 290 für sich allein im Durchschnitt dargestellt. Je nach der Stellung des Hahnes ist durch ihn die Verbindung zwischen *t* und *r* oder zwischen *t* und der Glaskugel *p* hergestellt, welche mittelst eines kurzen Kautschukröhrchens an die verlängerte Axe des Hahnes angesteckt ist.

Fig. 290.



$\frac{1}{3}$

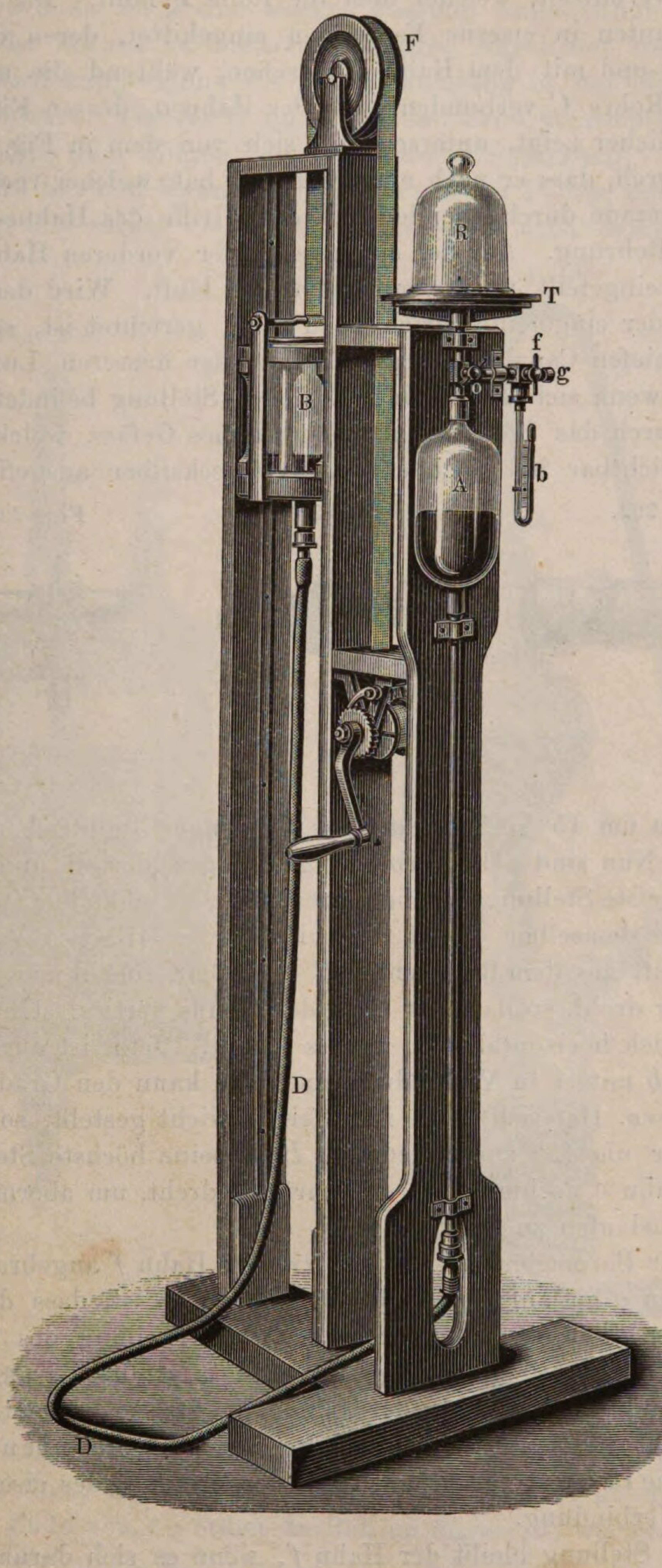
Bei *r* wird mittelst luftdichten Verschlusses eine Glasröhre angesteckt, welche zunächst zu einer Barometerprobe und zu einem Trockenraume führt, welcher englische Schwefelsäure enthält und welcher dann mit dem kleinen Recipienten in Verbindung steht, um dessen Evacuirung es sich handelt.

Das Spiel des Apparates ist nun folgendes: Wenn der Hahn bei *o* so gestellt ist, dass Verbindung zwischen *A* und *p* besteht, wird das mit Quecksilber gefüllte Gefäss *B* langsam gehoben, so dass sich zuerst *A* und dann auch *p* ungefähr so weit füllt, wie es die Figur zeigt. Alsdann wird der Hahn um 45^0 gedreht (an welcher Drehung auch die Kugel *p* Theil nimmt) und dadurch alle Verbindung von *A* nach oben abgesperrt. Wird nun *B* allmälig gesenkt, so sinkt auch das Quecksilber in *A* und es entsteht hier eine Toricelli'sche Leere, mit welcher man den Recipienten durch eine abermalige Drehung des Hahnes um 45^0 (durch welche nun die Kugel *p* in eine solche Lage gebracht wird, dass ihr Mittelpunkt in gleicher Höhe mit der Axe des Hahnes sich befindet) in Verbindung setzt.

Ist dann ein Theil der Luft aus dem Recipienten nach *A* übergegangen, so wird der Hahn zunächst wieder um 45^0 zurückgedreht und durch Hebung von *B* die Luft in *A* comprimirt, welche dann nach abermaliger Rückdrehung des Hahns um 45^0 (also nachdem er wieder in seine Anfangsstellung gebracht worden ist) durch das Quecksilber in *p* ausgetrieben wird, worauf dann dieselbe Reihe von Operationen wiederholt wird.

Da nun die Darstellung eines solchen Hahnes sehr schwierig ist und wohl nur Wenige solche Geschicklichkeit in der Behandlung des Glases haben wie Geissler, so haben verschiedene Physiker den Glashahn durch einen Stahlhahn zu ersetzen gesucht, wie dies bei der Quecksilberluftpumpe von Morren und bei der von Jolly der Fall ist. Das Jolly'sche Instrument ist auf einem sehr soliden Stativ, Fig. 291, befestigt.

Fig. 291.



Das Heben und Senken des Gefässes *B* wird durch eine Winde und einen starken Gurt vermittelt, welcher über die Rolle *F* läuft. Das Gefäss *A* ist oben und unten in eiserne Fassungen eingekittet, deren obere den Teller *T* trägt und mit dem Hahn *o* versehen, während die untere mit dem eisernen Rohre *C* verbunden ist. Der Hahn *o*, dessen Einrichtung Fig. 292 deutlicher zeigt, unterscheidet sich von dem in Fig. 290 dargestellten dadurch, dass er noch einen Canal *K* hat, welcher rechtwinklig steht zu der gerade durchgehenden, mit dem Griffe des Hahnes *o* parallel laufenden Bohrung. Auf der einen Seite der vorderen Hahnenfläche ist eine Linie eingefeilt, welche mit *K* parallel läuft. Wird der Hahn so gedreht, dass der eingefeilte Strich nach Oben gerichtet ist, so steht *A* durch den schiefen Canal des Hahnes *o* mit der äusseren Luft in Verbindung, und wenn sich *B* in seiner höchsten Stellung befindet, so läuft Quecksilber durch das Röhrchen *n* in ein kleines Gefäss, welches in der Figur nicht sichtbar ist. Nachdem etwas Quecksilber ausgeflossen ist,

Fig. 292.

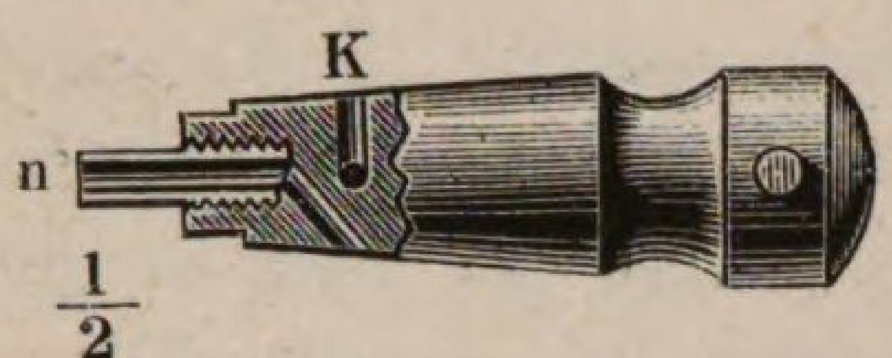


Fig. 293.

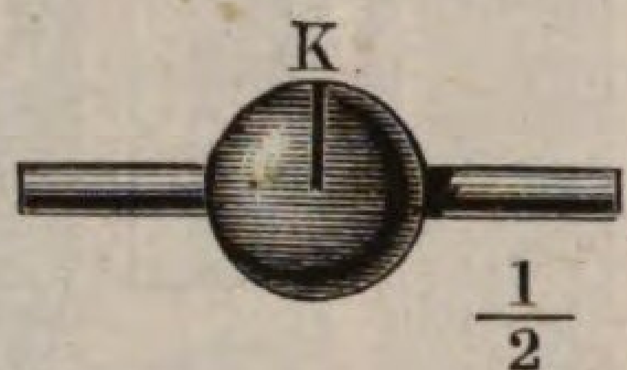
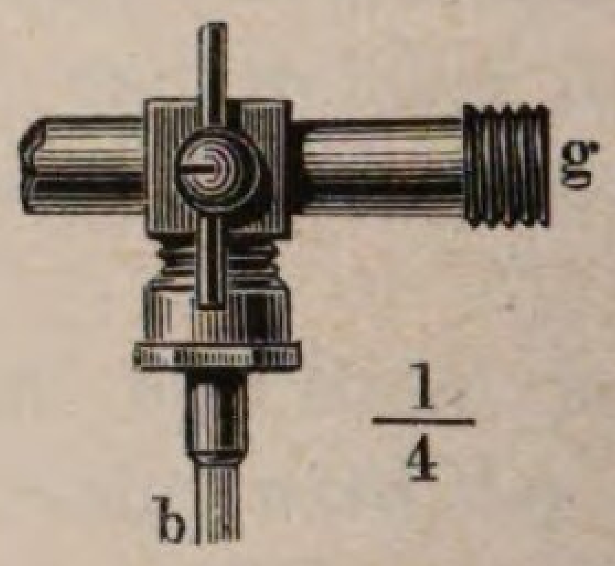


Fig. 294.



wird der Hahn um 45⁰ so gedreht, dass der eingefeilte Strich nach oben rechts geht. Nun sind alle Verbindungen abgeschlossen und wenn *B* bis in seine tiefste Stellung herabgelassen wird, so sinkt das Quecksilber in *A* und über demselben bildet sich ein Toricelli'sches Vacuum, in welches die Luft aus dem Recipienten *R* einströmt, sobald man den Hahn um 45^0 weiter dreht, so dass der Griff des Hahns vertical steht und der eingefeilte Strich horizontal nach rechts schaut. Jetzt ist auch die Barometerprobe *b* mit *A* in Verbindung und man kann den Grad der Verdünnung ablesen. Hat sich Alles ins Gleichgewicht gestellt, so wird der Hahn *o* wieder um 45^0 zurückgedreht, *B* in seine höchste Stellung gebracht, der Hahn *o* nochmals um 45^0 zurückgedreht, um abermals etwas Quecksilber auslaufen zu lassen u. s. w.

Ueber der Barometerprobe ist ein zweiter Hahn *f* angebracht, welcher dem Hahn *o* bis auf den Umstand ganz gleich ist, dass der schiefe Canal mit der Mündung *n* ganz fehlt. In der Stellung des Hahnes *f*, wie ihn Fig. 291 (deutlicher in Fig. 294) zeigt, ist die Barometerprobe mit *A* in Verbindung; wird aber der Hahn *f* um 90^0 so gedreht, dass der Griff wagerecht steht und der eingefeilte Strich nach Unten gerichtet ist, so steht die Barometerprobe auch mit der Mündung des eisernen Rohres bei *g* in Verbindung.

In dieser Stellung bleibt der Hahn *f*, wenn es sich darum handelt,

kleinere Räume, etwa Geissler'sche Röhren und dergleichen, zu evacuiren. Es wird dann bei *g* eine eiserne Fassung angeschraubt, in welche die Enden der luftleer zu machenden Röhren eingekittet sind. Der Recipient *R* wird entfernt und die Röhrenmündung in der Mitte des Tellers zugeschraubt. Wie der Hahn *o* während der Operation zu verstellen ist, bedarf nach dem Obigen keiner weiteren Erläuterung.

v. Babo hat den Hahn der Geissler'schen Pumpe durch Ventile ersetzt. Fig. 295 zeigt, wie das Gefäss *A* etwa nach dem Babo'schen

Fig. 295.

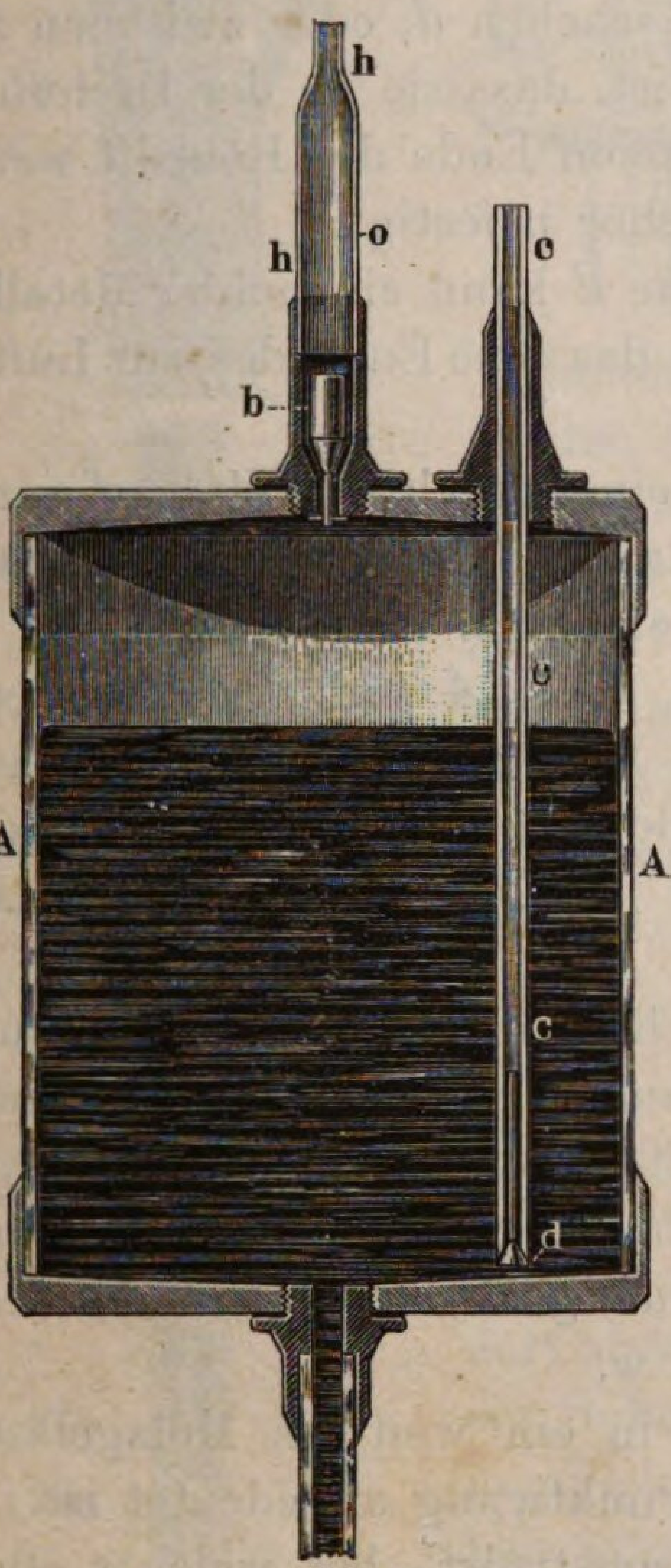
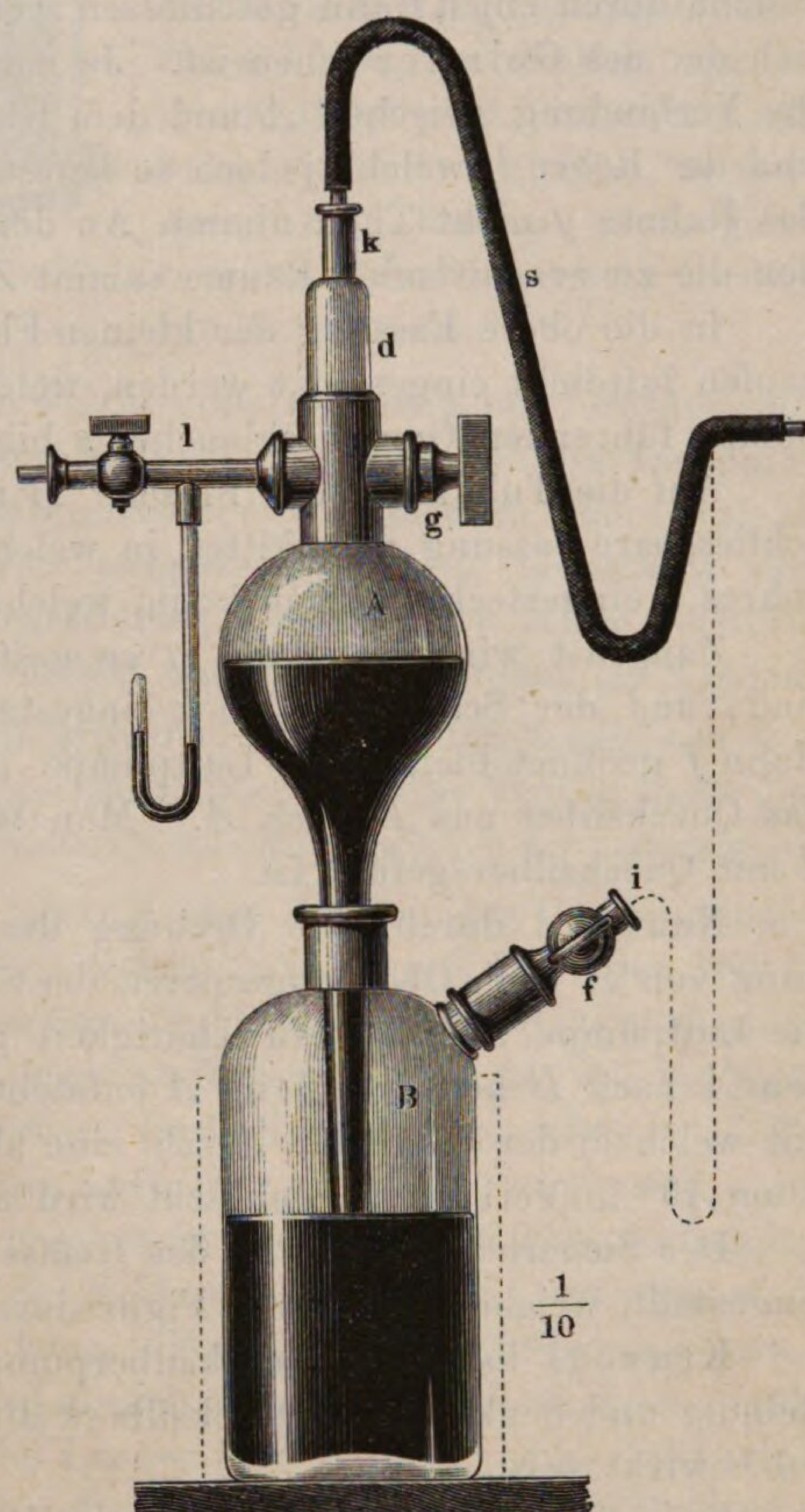


Fig. 296.



Systeme einzurichten wäre. Oben ist es mit einer eisernen Fassung versehen, von welcher die Röhre *c* fast bis auf den Boden des Gefässes hinabgeht. Unten ist *c* durch ein Ventil *d* geschlossen, welches sich nach unten öffnet, durch einen Druck von unten aber geschlossen wird. Am oberen Ende von *c* werden die Röhren angesetzt, welche *A* mit dem Recipienten verbinden.

Poggendorff (Annal. CXXV) hat das mühsame und heiklige Heben und Senken des durch seinen Quecksilbergehalt sehr schweren Gefässes *B*, Fig. 289, durch Anwendung einer gewöhnlichen Luftpumpe vermieden. Der Körper des Poggendorff'schen Instrumentes, Fig. 296 (a. v. S.), besteht aus zwei Theilen, einer Glasflasche *B* und einem eiförmigen Glasgefäss *A* mit einem kurzen Hals nach oben und einem langen nach unten, welche in den Hals der Flasche *B* eingeschliffen fast auf den Boden derselben hinabreicht.

Auf dem oberen Hals von *A* ist eine eiserne Fassung aufgekittet, welche durch einen Hahn geschlossen werden kann, dessen Bohrung ähnlich der des Geissler'schen ist. Je nach seiner Stellung vermittelt er die Verbindung zwischen *A* und dem Glasfläschchen *d*, oder zwischen *A* und der Röhre *l*, welche jedoch so befestigt ist, dass sie an der Drehung des Hahnes *g* nicht Theil nimmt. An dem freien Ende der Röhre *l* werden die zu evacuirenden Räume sammt Zubehör befestigt.

In die obere Fassung der kleinen Flasche *d* kann ein hohler Metallzapfen luftdicht eingesteckt werden, welcher das eine Ende des zur Luftpumpe führenden Gummischlauches *s* bildet.

Auf die Tubulatur der Flasche *B* ist eine durch den Hahn *f* verschliessbare Fassung aufgekittet, in welche dasselbe Ende des Kautschukrohres *s* eingesteckt werden kann, welches jetzt in *k* steckt.

Zunächst wird der Hahn *g* so gestellt, dass *A* und *d* verbunden sind, und der Schlauch *s* bei *k* eingesteckt. Wird nun, während der Hahn *f* geöffnet bleibt, die Luftpumpe in Bewegung gesetzt, so steigt das Quecksilber aus *B* nach *A*. Man fährt mit Pumpen fort, bis auch *d* mit Quecksilber gefüllt ist.

Nun wird durch eine Drehung des Hahnes *g* um 45^0 alle Verbindung von *A* nach Oben abgesperrt, der Schlauch *s* bei *i* eingesteckt und die Luftpumpe abermals in Thätigkeit gesetzt. Das Quecksilber geht von *A* nach *B* herab und in *A* entsteht ein Toricelli'sches Vacuum, mit welchem der Recipient durch eine abermalige Drehung des Hahnes *g* um 45^0 in Verbindung gebracht wird u. s. w.

Der Sicherheit halber ist das Gefäss *B* in ein weiteres Holzgefäss eingestellt, welches in unserer Figur durch Punktirung angedeutet ist.

Kravogl hat eine Quecksilberpumpe construirt, bei welcher die Hebung und Senkung des Quecksilbers direct durch einen eisernen Stempel bewirkt wird.

Geissler hat seinen Apparat zur Herstellung der nach ihm benannten Röhren construirt, in welchen der elektrische Strom zwischen zwei Metallelektroden durch sehr verdünnte Gase gehend die herrlichen Lichtphänomene zeigt, welche wir im zweiten Bande näher betrachten werden. Es lässt sich die Evacuirung solcher Röhren so weit treiben, dass der elektrische Strom zwischen den Metallelektroden gar nicht mehr übergehen kann, selbst wenn die Elektroden in der Röhre nur 1 Millimeter von einander abstehen. Der elektrische Funken schlägt

dann aussen um die Röhre herum, wenn die Schlagweite des Inductionsapparates grösser ist, als die Länge der Röhre.

Fig. 298.

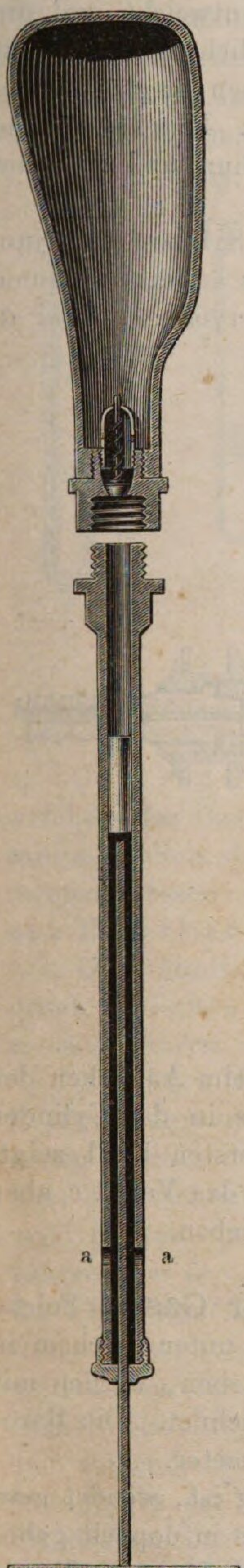
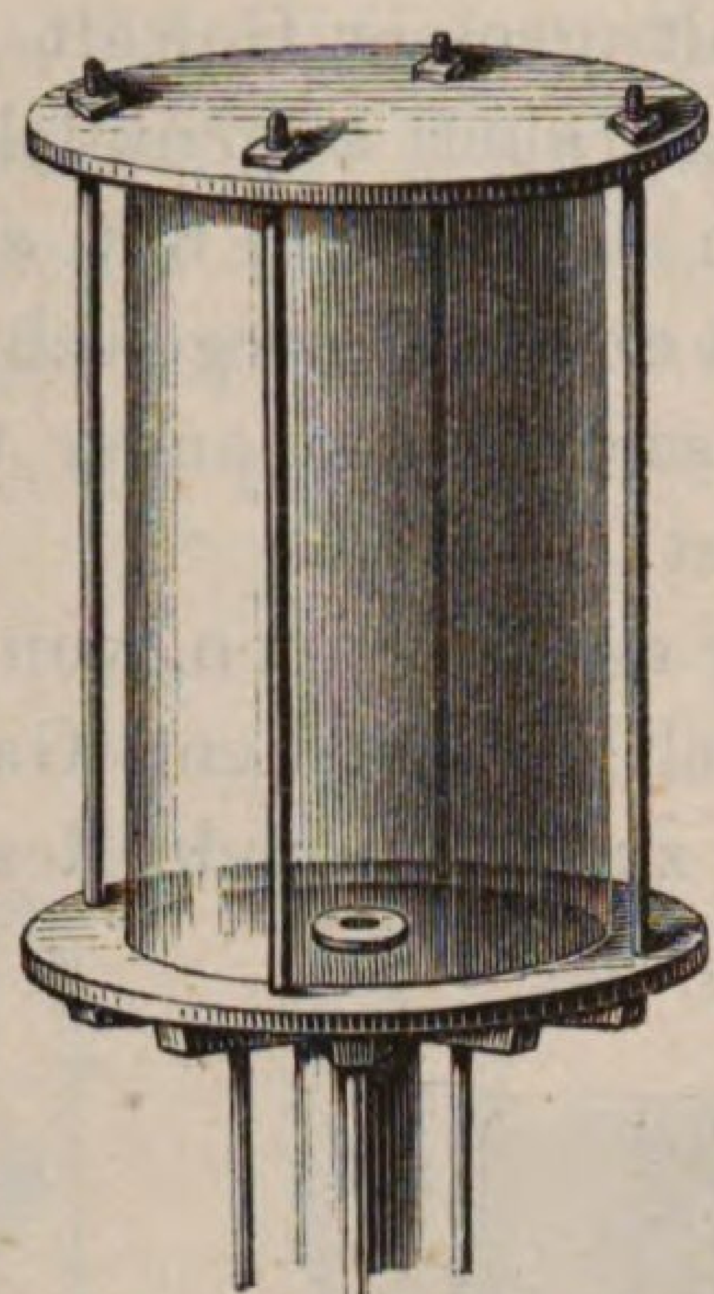


Fig. 297.



Compressionspumpen. 92

Um die Luft in einem Recipienten zu verdichten, kann man jede Hahnenluftpumpe gebrauchen, nur muss der Hahn entgegengesetzt gestellt werden, wie beim Verdünnen, d. h. derjenige Stiefel, in welchem der Kolben gerade in die Höhe geht, muss mit der äusseren Luft, derjenige, in welchem der Kolben niedergeht, muss mit dem Recipienten in Verbindung stehen.

Ballons, in welchen die Luft comprimirt werden soll, werden auf der Schraube in der Mitte des Luftpumpentellers aufgeschraubt; Recipienten aber, welche auf den Teller aufgesetzt werden, müssen in der Fig. 297 dargestellten Weise auf den Teller der Luftpumpe aufgedrückt und auf ihm festgehalten werden.

Bei Ventilapparaten, welche zum Verdichten der Luft dienen sollen, müssen sich die Ventile nach der entgegengesetzten Seite öffnen, wie bei der Luftpumpe.

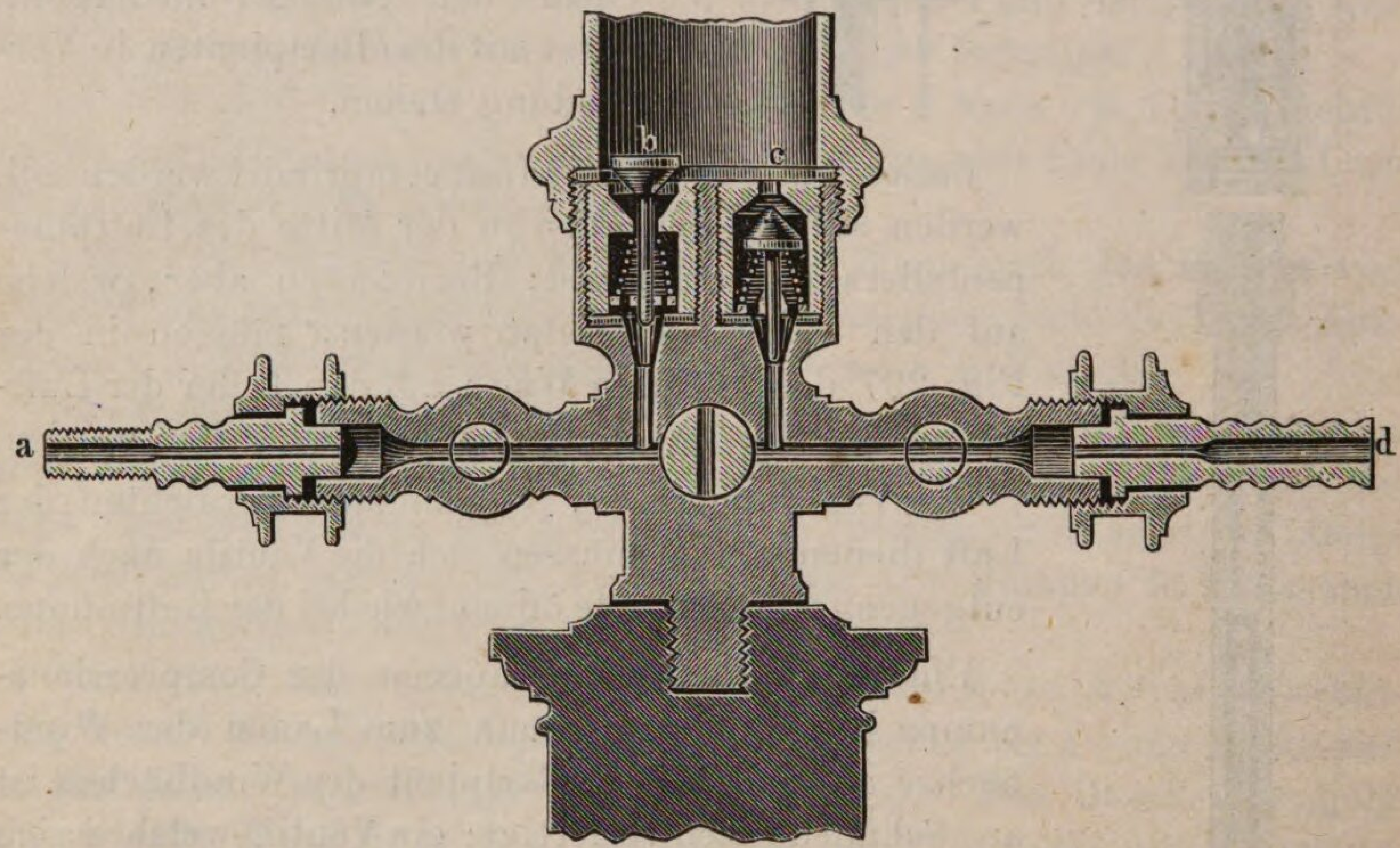
Eine der bekanntesten Formen der Compressionspumpe ist die, welche man zum Laden der Windbüchse anwendet. Der Recipient der Windbüchse ist aus Schmiedeeisen verfertigt; ein Ventil, welches sich nach innen öffnet, lässt die Luft zwar eintreten, hindert aber ihren Austritt. An diesen Recipienten wird ein Rohr angeschraubt, wie man in Fig. 298 sieht, in welchem ein Kolben luftdicht auf- und abgeschoben werden kann. Wenn sich der Kolben am unteren Ende des Laderohrs befindet, so kann Luft durch zwei seitliche Löcher *a* eintreten; diese Luft wird nun beim Hinauftreiben des Kolbens in das Reservoir hineingepresst. Zieht man den Kolben wieder nieder, so kann die Luft aus dem Reservoir nicht zurücktreten, die Röhre aber füllt sich mit einer neuen Portion Luft, die nun auch in das Reservoir gepresst wird, u. s. w.

Wenn man mit Hülfe der Compressionspumpe die Luft im Recipienten der Windbüchse bis auf 8 oder

10 Atmosphären comprimirt hat, wird ein Lauf angeschraubt, welcher der Kugel die Richtung geben soll. Das Ventil, welches den Recipienten verschliesst, wird durch den Drücker momentan geöffnet, so dass ein Theil der eingeschlossenen Luft mit grosser Gewalt entweicht und die Kugel forttreibt; das Ventil schliesst aber augenblicklich wieder. Mit einer guten Windbüchse kann man eine Kugel mit eben so grosser Geschwindigkeit fortschiessen, wie mit einem Feuergewehr. Man kann, ohne von Neuem zu laden, mehrere Schüsse nach einander thun, und zwar um so mehr, je grösser der Recipient ist.

Fig. 299 zeigt die Einrichtung einer kleinen, von Silbermann jun. construirten Compressionspumpe, welche dazu dient, Gas aus einem Raume in einen anderen zu bringen. Das zu entleerende Reservoir wird bei *a*,

Fig. 299.



der zu füllende Recipient wird bei *d* angeschraubt. Beim Aufziehen des massiven Kolbens öffnet sich das Ventil *b*, um das Gas in den Cylinder zu saugen, von welchem unsere Figur nur den untersten Theil zeigt. Beim Niederdrücken des Kolbens wird *b* geschlossen, das Ventil *c* aber geöffnet und das Gas durch *d* in den Recipienten getrieben.

93 **Messung des Druckes eingeschlossener Gase.** Solche Apparate, welche dazu dienen, den Druck zu messen, unter welchem in irgend einem abgesperrten Raume befindliche Gase stehen, werden mit dem gemeinschaftlichen Namen der Manometer bezeichnet. Die Barometerproben der Luftpumpen sind also auch ein Manometer.

In Fällen, wo der zu messende Druck sehr gering ist, wendet man für den fraglichen Zweck Flüssigkeitssäulen an, welche in doppelt gebogenen Röhren, Fig. 300, enthalten sind. Das eine Ende *a* des Mano-

meterrohres wird mittelst eines Korkes in eine entsprechende Oeffnung des Gasbehälters eingesetzt, oder mittelst einer Messingfassung auf dieselbe aufgeschraubt. Ist nun der Druck des Gases auf den Gipfel der Flüssigkeitssäule im Schenkel *bc* grösser als der Druck der atmosphärischen Luft, welcher auf die Flüssigkeitssäule in *dc* wirkt, so muss die Flüssigkeit im äusseren Schenkel *cd* höher stehen als im inneren.

Solche Manometer wendet man zur Messung des Druckes an, unter

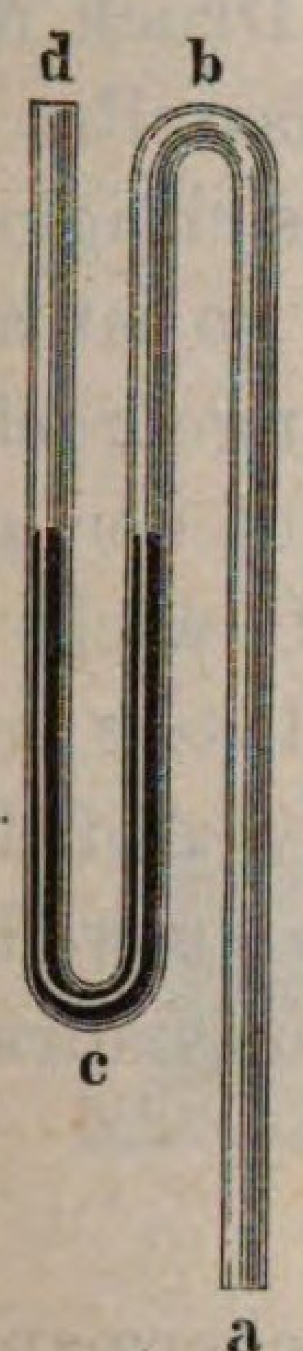


Fig. 300.

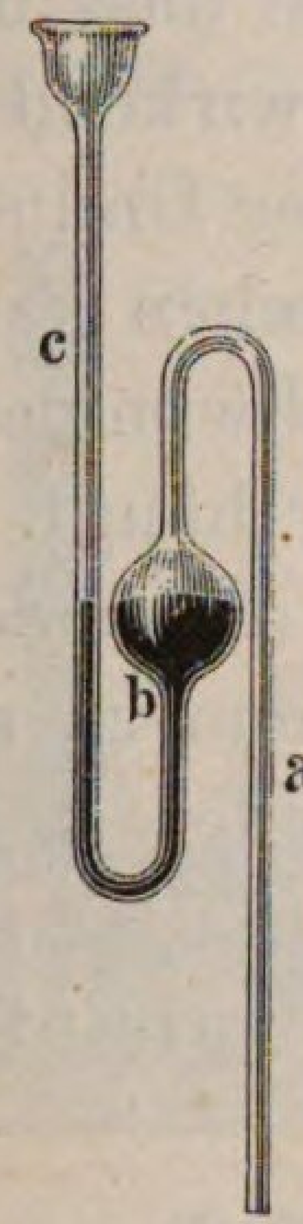


Fig. 301.

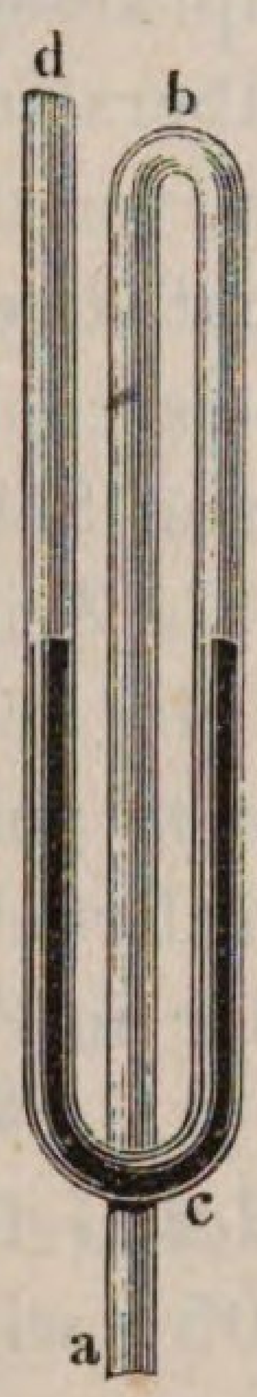
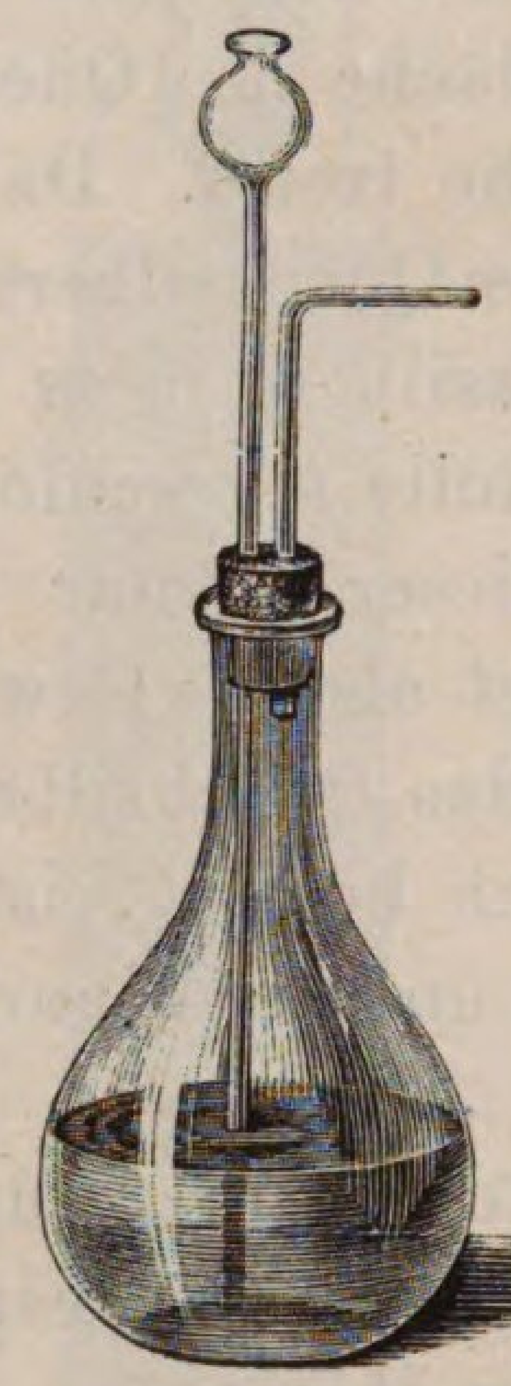
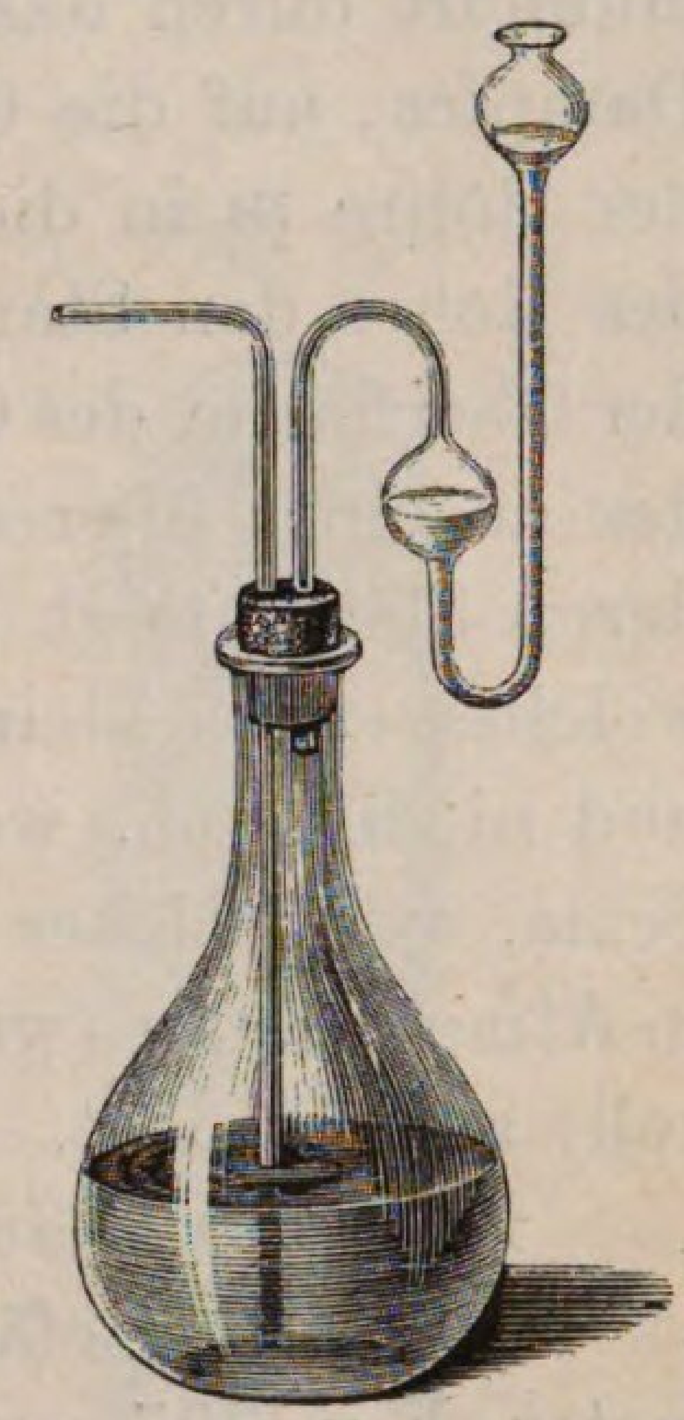


Fig. 302.


Fig. 303.


Fig. 304.

welchem das Gas in den Gasometern und Leitungsröhren der Gasbeleuchtungsanstalten steht. Als Sperrungsflüssigkeit dient in diesem Falle gefärbtes Wasser. Fig. 301 u. 302 zeigen etwas andere Formen des offenen Hebermanometers.

Ganz ähnlich sind die Manometer construirt, durch welche der Luftdruck in Gebläsen gemessen wird und welche den Namen der Windmesser führen.

Zu diesen Manometern können wir auch die Welter'schen Sicherheitsröhren rechnen, welche Fig. 303 und Fig. 304, in zwei verschiedenen Formen dargestellt sind. Durch den Kork, welcher das Glasgefäss, Fig. 303, verschliesst, in welchem ein Gas entwickelt werden soll, gehen zwei Röhren hindurch. Die eine, nicht weiter in das Gefäss hinunterführend, ist die Abzugsröhre für das entwickelte Gas, die andere, bis in die Flüssigkeit hinunterreichend, ist die Sicherheitsröhre. Soll das Gas ausströmen, so muss der Gasdruck im Inneren des Glasgefässes grösser sein als der Druck der äusseren Luft, die Flüssigkeit wird also in der Sicherheitsröhre in die Höhe getrieben, und aus der Höhe der in derselben stehenden Flüssigkeitssäule erkennt man die Grösse des Ueberdruckes im Inneren des Gefässes. In gleicher Weise kann man die Grösse des Gasdruckes im Gefäss Fig. 304 aus der Niveaudifferenz der Sperrflüssigkeit in der doppelt gebogenen Röhre erkennen.

Wenn der Druck des eingeschlossenen Gases oder Dampfes stärker wird, als in den bisher betrachteten Fällen, so muss man Quecksilber statt des Wassers als Sperrungsflüssigkeit anwenden; für bedeutend stärkeren Druck aber muss man die Dimensionen des Apparates vergrössern. Fig. 305 stellt ein grösseres Manometer dar. Der untere Theil eines überall luftdicht verschlossenen gusseisernen Gefässes *g* ist mit Quecksilber gefüllt, und in dieses taucht eine ungefähr 120 Zoll hohe eiserne Röhre *m* von 1 Zoll äusserem Durchmesser. Der obere Theil von *g* communicirt durch das Rohr *r* mit dem Dampfkessel, so dass der Druck des Dampfes, auf die Oberfläche des Quecksilbers in *g* wirkend, dasselbe in der Röhre *m* in die Höhe treibt. Da man wegen der Undurchsichtigkeit des Rohrs den Stand des Quecksilbers nicht direct sehen kann, so ist auf der Oberfläche des Quecksilbers in *m* ein eiserner Schwimmer angebracht, der an einer über die Rolle *t* geschlungenen Schnur hängt. Auf der anderen Seite hängt an dieser Schnur ein als Zeiger dienendes Gewicht *z*, welches etwas kleiner ist als das Gewicht des Schwimmers, so dass *z* auf- und niedergeht, wenn das Quecksilber in *m* sinkt oder steigt. Auf der Scala, vor welcher *z* sich bewegt, ist der Druck des Dampfes entweder in Atmosphären (wie in unserer Figur) oder in Pfunden (auf den Quadratzoll) ausgedrückt.

Fig. 306 erläutert die Einrichtung des Gefässes *g*.

Statt des Gefässmanometers, Fig. 305, wird auch das Hebermanometer, Fig. 307, angewandt.

Solch lange Röhren, die bei höherem Dampfdrucke nicht einmal ausreichen, kann man natürlich nur bei stehenden Dampfmaschinen anbringen. In Fällen, wo es darauf ankommt, den Manometerapparat auf einen kleineren Raum zusammenzubringen, werden oft solche gebraucht, welche nach dem durch Fig. 308 erläuterten Princip construirt sind.

Eine ganze Reihe heberförmig gebogener Röhren ist mit einander verbunden; die untere Hälfte derselben bis zum Strich *oo* ist mit Quecksilber, die obere Hälfte ist mit Wasser gefüllt. Nur in der äussersten Röhre *a* steht kein Wasser auf dem Quecksilber. Hier drückt die atmosphärische Luft auf das Quecksilber, während von *b* her der Dampfdruck wirkt; durch diesen Dampfdruck wird nun das Quecksilber in der ersten Röhre niedergedrückt, es muss also in der zweiten steigen; das Gleiche wird nun bei den folgenden Röhrenpaaren stattfinden, das Quecksilber wird niedergedrückt in der ersten, dritten, fünften und siebenten Röhre; gehoben in der zweiten, vierten, sechsten und achten.

Ist in der letzten Röhre Nr. 8 das Quecksilber um x Zoll über sein ursprüngliches Niveau gehoben, so ist es in 7 um eben so viel niedergedrückt; durch das Wasser in dem oberen Theile der Röhren 7 und 6 pflanzt sich also ein Druck $B + 2x$ auf die Oberfläche des Quecksilbers in 6 fort, wenn man mit B den Druck der bei a in die Röhre 8 eindringenden Atmosphäre bezeichnet. Da das Quecksilber in 6 aber gleichzeitig um $2x$ höher steht als in 5, so pflanzt sich auf die Oberfläche des

Quecksilbers in 4 der Druck $B + 2x + 2x$ fort. In derselben Weise fortschliessend, findet man, dass in der Röhre 1 der Dampf mit einer Kraft $D = B + 4 . 2x = B + 8x$ drücken muss, wenn in 8 das Quecksilber um x Zoll über sein ursprüngliches Niveau gehoben werden soll.

Bei dieser Betrachtung ist das Gewicht des Wassers gegen das des

Fig. 305.

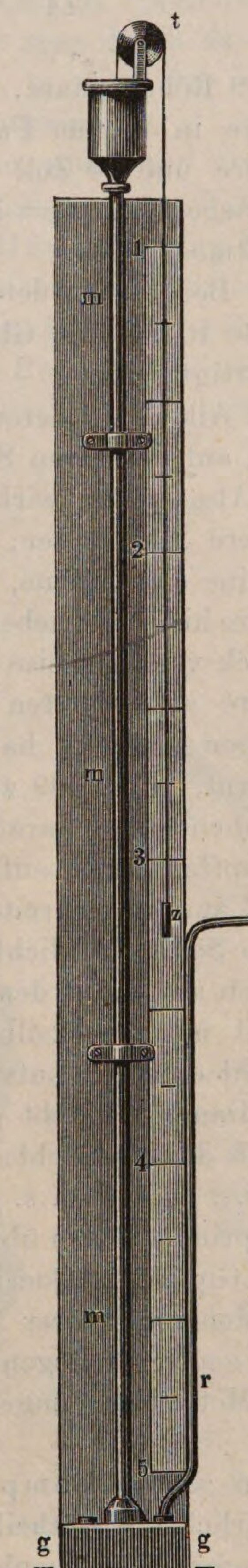


Fig. 306.

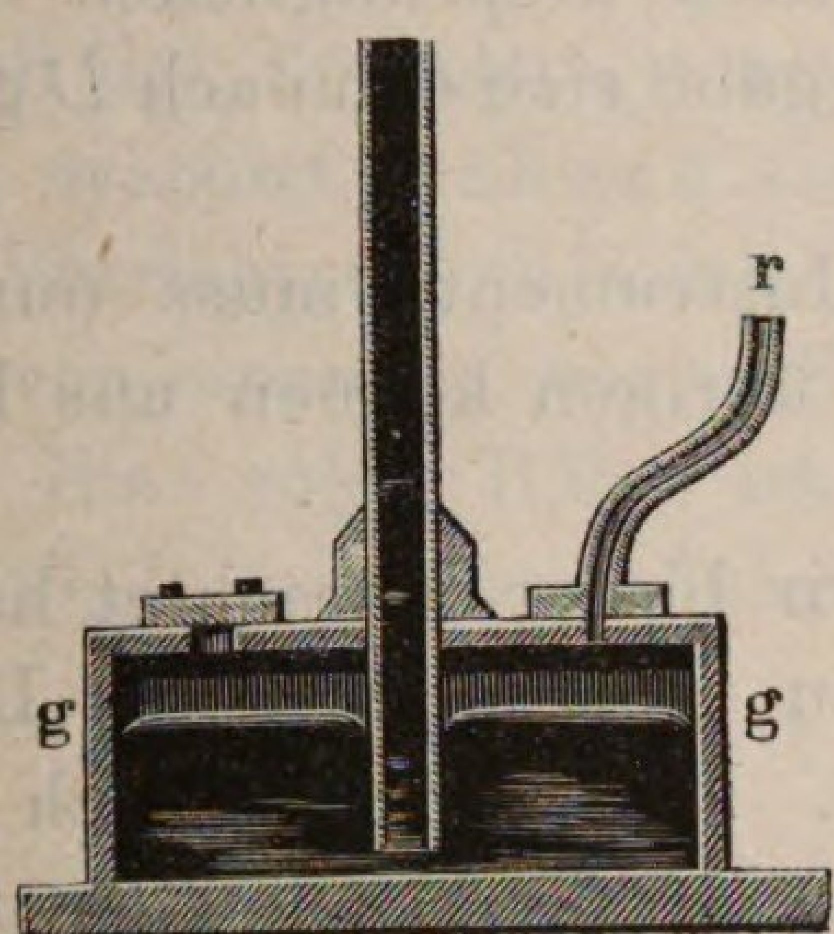


Fig. 307.

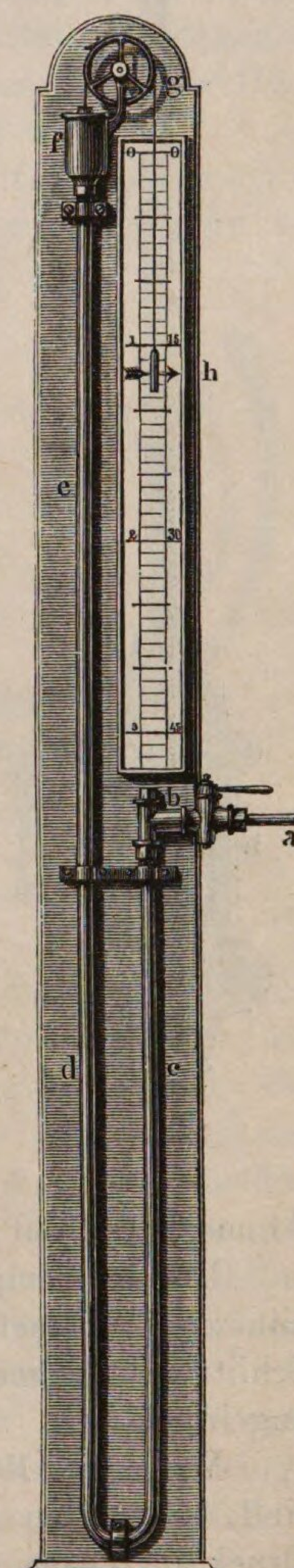
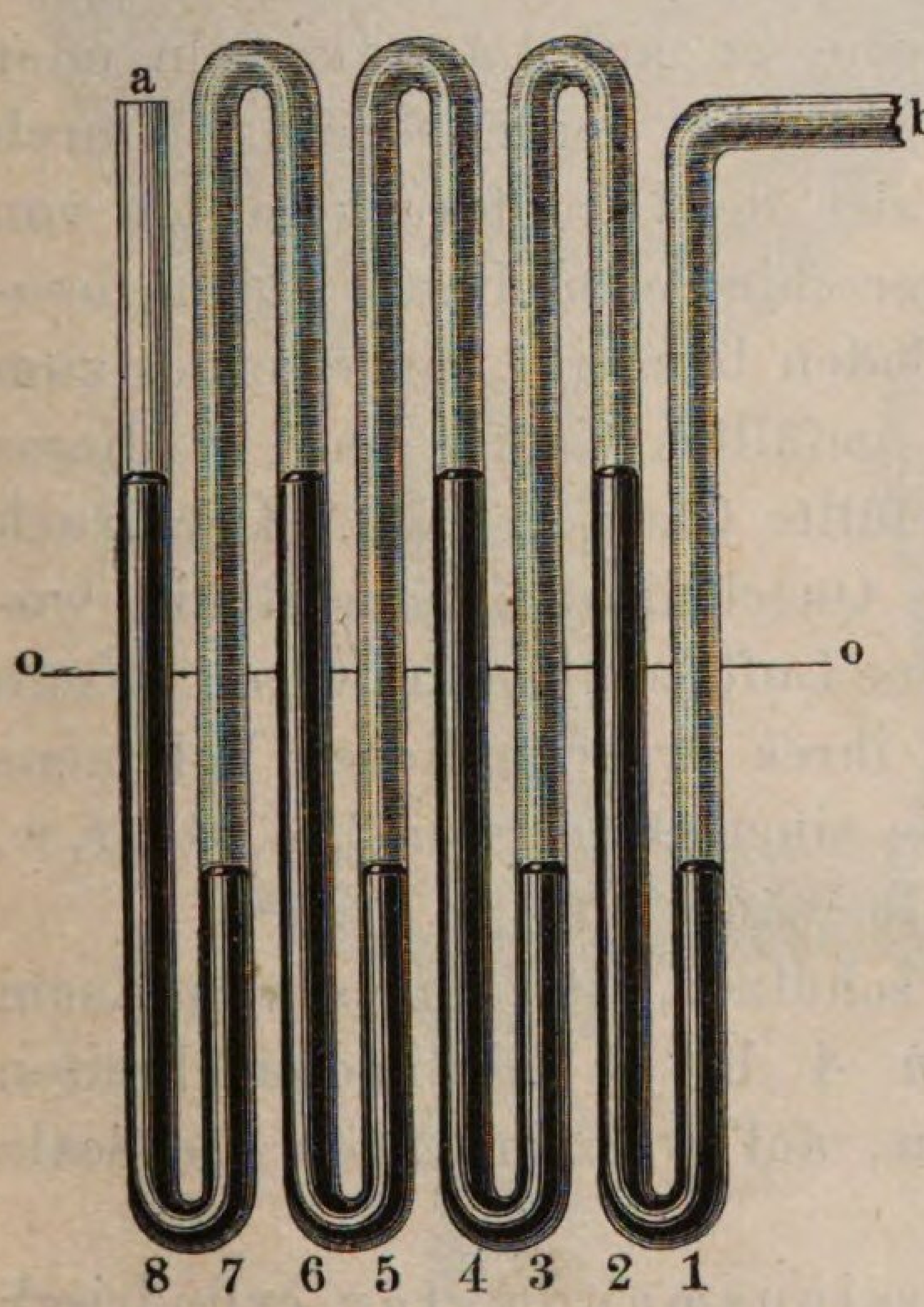


Fig. 308.



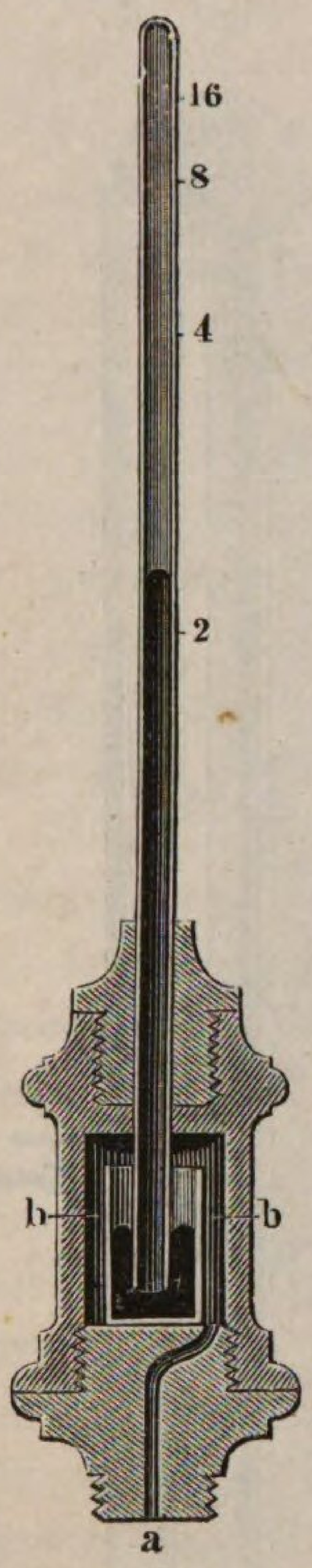
Quecksilbers ganz vernachlässigt worden; bedenkt man aber, dass in Summa eine Wassersäule von 8 x Zoll Höhe dem Quecksilberdrucke entgegen wirkt, und dass das Wasser 14mal leichter ist als Quecksilber, so ist der genaue Werth von $D = B + 8x - \frac{8}{14}x = B + 7{\cdot}43\,x$.

Hat der Apparat im Allgemeinen n Röhrenpaare, so ist

$$D = B + 2nx - \frac{2n}{14}x = B + 2nx\,(1 - \tfrac{1}{14})$$
$$= B + 1{\cdot}857\,.\,n\,.\,x.$$

Für 16 Röhren, also 8 Röhrenpaare, hätte man also $D = B + 14{\cdot}8\,x$.

Fig. 309.



Wäre in diesem Falle das Quecksilber in der offenen Röhre um 10 Zoll über seinen ursprünglichen Stand gestiegen, also $x = 10$, so ergäbe sich demnach D gleich 6 Atmosphären.

Bei einem derartigen Instrumente muss nur die letzte Röhre von Glas, die übrigen können aus Eisen gefertigt sein.

Alle Manometer, die wir bisher betrachtet haben, sind auf der einen Seite offen, so dass hier der Druck der Atmosphäre wirken kann. Man hat aber auch noch andere Manometer, bei denen das Quecksilber nicht in eine oben offene, sondern in eine oben verschlossene Röhre hineingetrieben wird, so dass der hervorgebrachte Druck vorzugsweise durch die Compression der in der Röhre abgesperrten Luft gemessen wird. Einen derartigen Apparat haben wir schon Seite 138 kennen gelernt. Fig. 309 zeigt einen auf demselben Principe beruhenden Apparat, wie er auf Dampfkesseln oder Dampfleitungen aufgeschraubt werden kann. Durch den Canal a verbreitet sich der Dampfdruck in den von allen Seiten luftdicht verschlossenen Raum b. In demselben steht, auf dem Boden befestigt, ein eisernes zum Theil mit Quecksilber gefülltes Gefäss und in dieses taucht eine mit Luft gefüllte Glasröhre ein. Der Druck des Dampfes treibt das Quecksilber in das Rohr, wodurch die eingeschlossene Luft comprimirt wird. Wenn sie $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{8}$ u. s. w. ihres ursprünglichen Volumens comprimirt ist, so übt sie einen Druck von 2, 4, 8 u. s. w. Atmosphären auf den Gipfel der Quecksilbersäule aus.

Um das Compressionsrohr besser zu schützen, ist es meist von einem mit zwei diametral gegenüberliegenden 4 bis 5 Millimeter breiten Schlitzen versehenen Metallrohr umgeben, auf welchem auch die Scala angebracht ist.

Wenn die Röhren solcher Compressionsmanometer cylindrisch sind, so werden natürlich die Abtheilungen der Scala, welche gleichen Druckdifferenzen entsprechen, nach oben hin sehr rasch abnehmen. Um

dies zu verhindern, macht man die Röhren oft von unten nach oben verjüngt, ganz oben aber in eine kugelförmige Erweiterung auslaufend.

Metallmanometer. Wenn eine aus dünnem Metallblech gebil- 94
dete Röhre von abgeplattetem Querschnitt und ungefähr so gebogen, wie es Fig. 310 darstellt, überall hermetisch verschlossen ist und nur durch das Röhrchen *r* mit der äusseren Luft in Verbindung steht, so wird sich das Rohr stärker krümmen, wenn man durch das Ansatzröhrchen *r* die Luft aus dem Inneren herauszieht, es wird sich dagegen mehr strecken, wenn man die Luft im Inneren comprimirt.

Es lässt sich dies leicht zeigen, wenn man die Vorrichtung Fig. 310 durch das Röhrchen *r* mit einer Luftpumpe in Verbindung setzt; sobald man evacuirt, nähern sich die Hörner *a* und *b*. Setzt man dagegen die Vorrichtung auf eine Compressionspumpe, so entfernen sich die Hörner von einander, wenn die Luft im Inneren verdichtet wird.

Eine solche Röhre ist nun im Bourdon'schen Metallmanometer, Fig. 311, zur Anwendung gebracht. Die dünnwandige Röhre *abc* ist

Fig. 311.

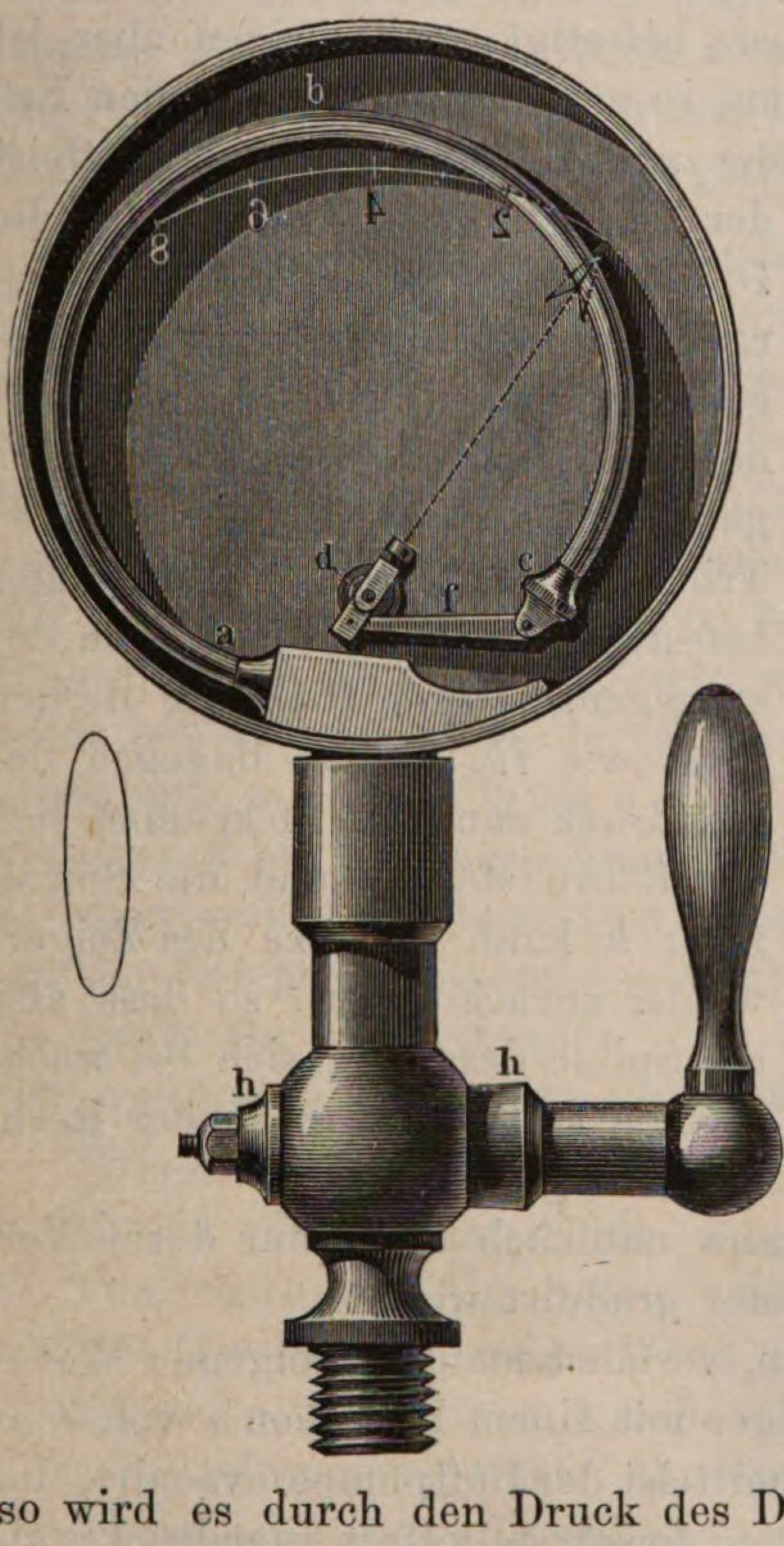
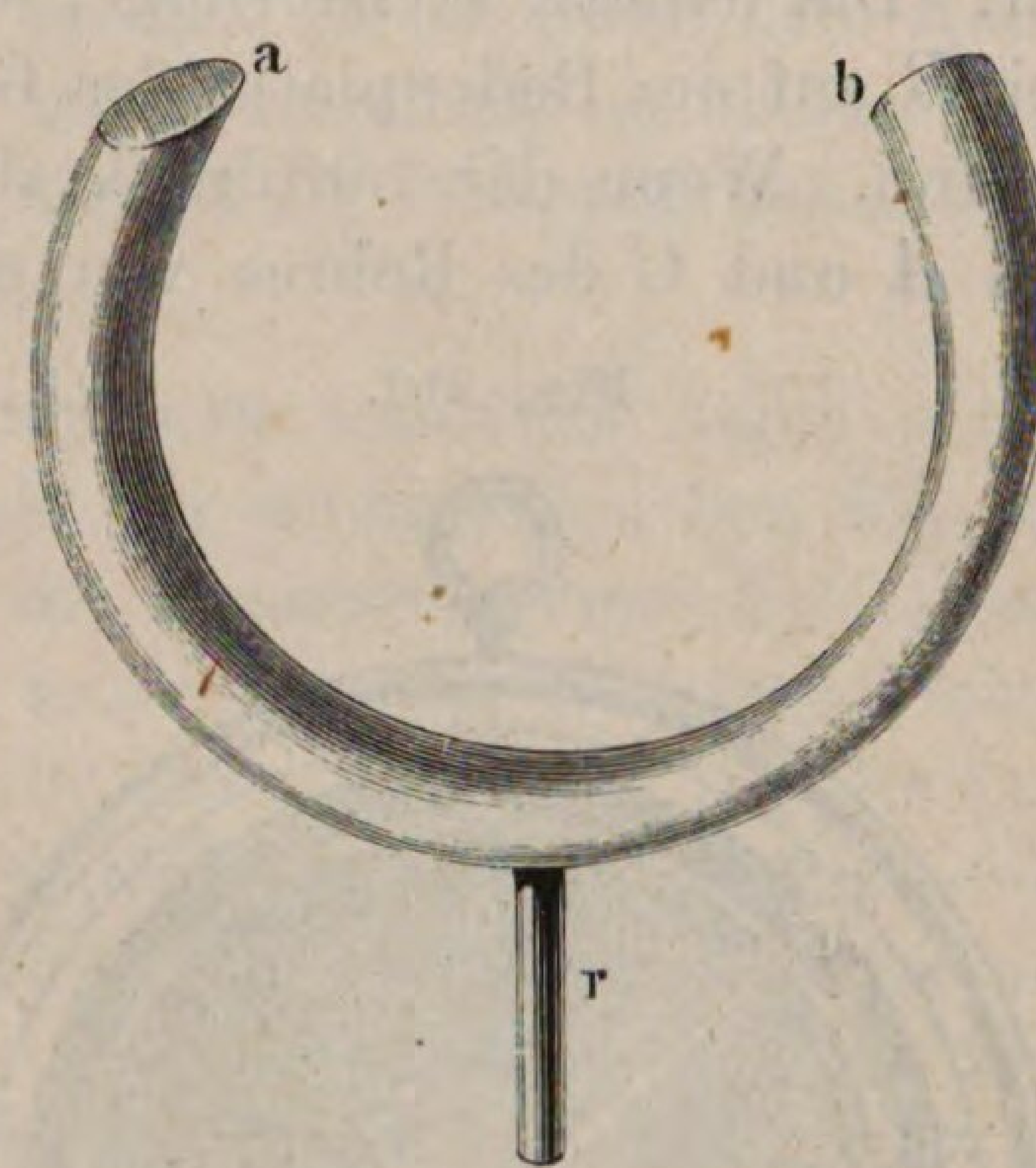


Fig. 310.



von elliptischem Querschnitt; ihre grosse Axe beträgt ungefähr 11, ihre kleine Axe beträgt 4 mm. Sie befindet sich in einem Gehäuse, welches in Fig. 311 von der gewöhnlich durch eine Metallplatte geschlossenen Rückseite aus sichtbar ist. Wenn der Apparat auf einem Dampfkessel aufgeschraubt ist und der Dampf durch den geöffneten Hahn *h* in das Rohr *abc* eindringt, so wird es durch den Druck des Dampfes mehr gestreckt, das Ende *c* wird nach der rechten Seite hin bewegt und dadurch mittelst des Eisen-

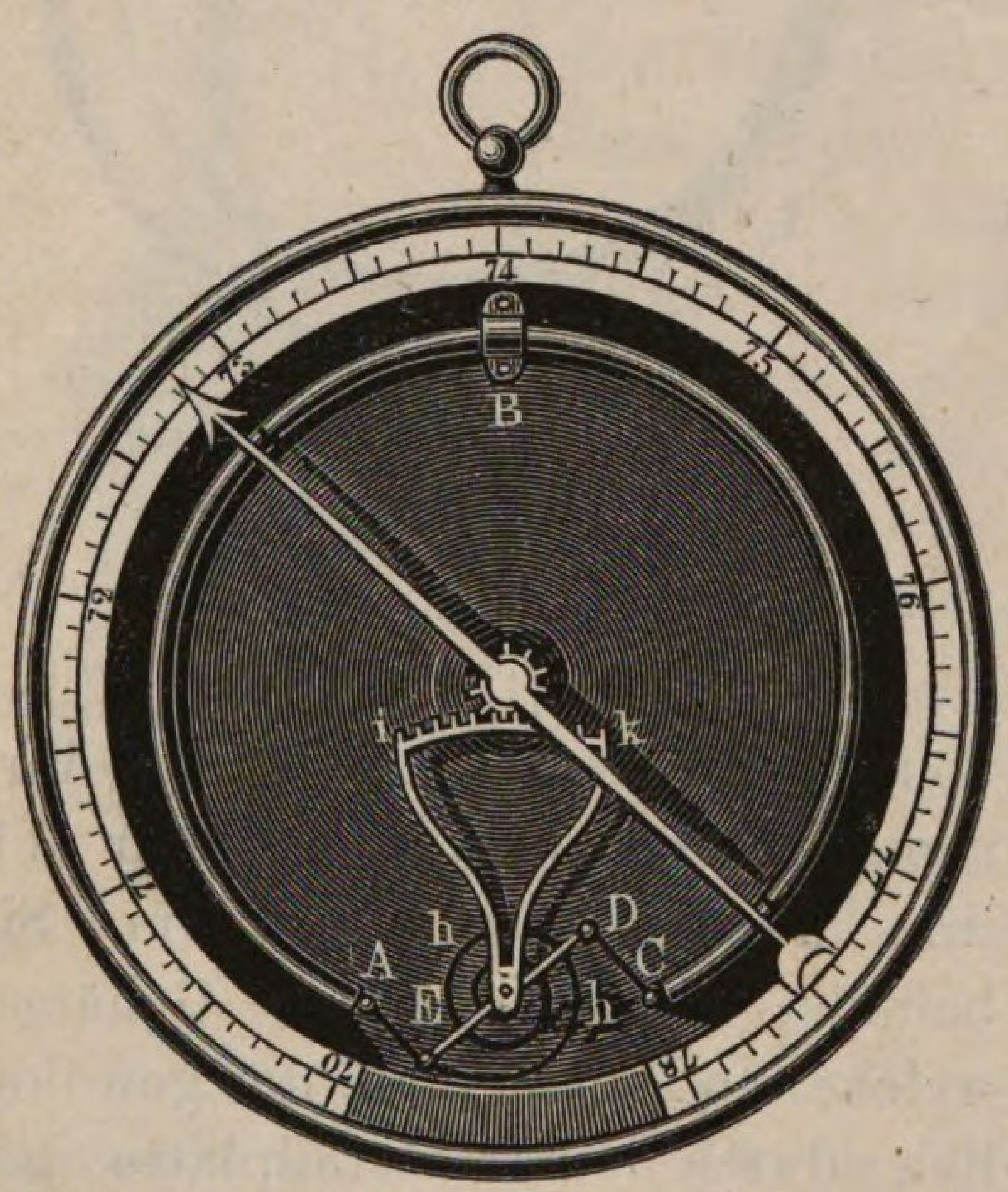
stäbchens *f* ein um den Zapfen *d* drehbarer Hebel in Bewegung gesetzt. Das Stäbchen *f* greift an dem kürzeren Arme dieses Hebels an, während der längere Arm desselben durch einen Zeiger gebildet wird, welcher sich auf der dem Beschauer der Figur abgewendeten Seite des Gehäuses befindet. Je mehr das Ende *c* der Röhre *abc* durch den Druck des eingeschlossenen Dampfes nach der rechten Seite hin bewegt wird, desto weiter bewegt sich die Spitze dieses Zeigers über eine empirische Scala hin nach der entgegengesetzten Seite.

Dieses Manometer hat den grossen Vorzug, dass es nicht zerbrechlich und dabei leicht transportabel ist. In der That wird es auf Locomotiven vielfach angewandt.

Auf demselben Principe beruht auch das sogenannte Aneroid-Barometer. Wenn das Rohr Fig. 310 luftleer gemacht ist, so wird seine Krümmung doch noch variiren, je nachdem der äussere Luftdruck grösser oder kleiner wird; bei wachsendem Luftdrucke nimmt die Krümmung des Rohres zu, bei abnehmendem Luftdrucke hingegen nimmt sie ab.

Fig. 312 stellt ein möglichst einfach construirtes Aneroid-Barometer dar. Die nahezu kreisförmige, luftleer gemachte Röhre ist in ihrer Mitte bei *B* auf die Bodenplatte des Gehäuses befestigt, im Uebrigen aber ist sie frei. Wenn der Luftdruck abnimmt, so entfernen sich die freien Enden *A* und *C* des Rohres von einander und bewirken dadurch mittelst der Metallstäbchen *CD* und *AE* die Drehung eines Hebels, dessen längerer Arm mit einem gezahnten Bogen *ik* endet. Dieser bei abnehmendem Luftdruck nach rechts gehende gezahnte Bogen greift aber in einen Trieb ein, auf dessen Axe ein Zeiger befestigt ist, der sich nun nach der entgegengesetzten Richtung drehen muss wie *ik*. Wenn dagegen der Luftdruck zunimmt, so krümmt sich die Röhre stärker und die Spiralfeder *h* kann die Axe des Zeigers wieder zurückdrehen, so dass also die Spitze desselben sich bei wachsendem Luftdrucke nach der Rechten bewegt.

Fig. 312.



Die Scala dieses Instrumentes kann natürlich auch nur durch Vergleichung mit einem anderen Barometer graduirt werden.

Um das Rohr luftleer zu machen, verfährt man auf folgende Weise: In der Art, wie es Fig. 310 zeigt, mit einem Röhrchen *r* von Zinn versehen, wird das gekrümmte Rohr mittelst der Luftpumpe evacuirt, und alsdann das Röhrchen *r* nahe an seiner Ansatzstelle fest zugedrückt, abgeschnitten und dann verlöthet.

Fig. 312 stellt die Form dar, welche Bourdon dem Aneroid-Barometer gegeben hat. Das ursprünglich von Vidi construirte Aneroid-Barometer besteht aus einer luftleer gemachten hermetisch verschlossenen Dose von dünnem Kupferblech, deren cannelirter Deckel bei wechselndem Luftdruck bald mehr, bald weniger stark eingedrückt wird. Die Bewegungen, welche auf diese Weise der Mittelpunkt des Deckels macht, werden durch ein Hebelwerk vergrössert und auf einen Zeiger übertragen. Der Mechanismus dieser Instrumente ist weit schwerer zu übersehen, als der in Fig. 312 dargestellte.

Heronsball und Heronsbrunnen. Der Heronsball ist ein 95
Gefäss, aus welchem ein Wasserstrahl durch den Druck comprimirter Luft hervorgetrieben wird. Ein Heronsball einfachster Form ist die Spritzflasche der Chemiker, Fig. 313 (a.f.S.). Eine Glasröhre *acb*, welche bei *a* zu einer feinen Spitze ausgezogen ist, geht luftdicht durch den Kork, welcher den Hals eines Glasballons verschliesst, und zwar geht sie fast bis auf den Boden des zum Theil mit Wasser gefüllten Gefässes herab. Wenn nun durch ein zweites Rohr *df*, welches dicht unter dem Korke mündet, Luft eingeblasen wird, so wird dadurch die Luft im oberen Theil des Ballons comprimirt und durch ihren Druck ein Wasserstrahl aus der Oeffnung der Röhre *bca* hervorgetrieben.

Durch Blasen mit dem Munde kann man natürlich keine starke Compression im Ballon bewirken und also nur einen schwachen Wasserstrahl hervortreiben. Wenn es sich um die Erzeugung eines kräftigeren Wasserstrahls auf diesem Wege handelt, muss man der grösseren Festigkeit wegen Metallgefässe anwenden und die Zusammendrückung der Luft durch eine Compressionspumpe besorgen. Einen derartigen Heronsball stellt Fig. 314 (a. f. S.) dar. Nachdem das Gefäss etwas über die Hälfte mit Wasser gefüllt und das Spritzrohr aufgeschraubt ist, wird die Ausflussspitze entfernt und dann der Apparat auf eine Compressionspumpe aufgeschraubt, mit Hülfe derer man so viel Luft einpumpt, dass der Druck derselben 2 bis 4 Atmosphären beträgt. Nun wird der Hahn, welcher in dem Spritzrohre angebracht ist, geschlossen, und nachdem der Apparat von der Compressionspumpe entfernt ist, die Ausflussspitze wieder auf das Spritzrohr aufgeschraubt. Ein kräftiger Wasserstrahl entsteigt dem Spritzrohr, sobald man den Hahn öffnet.

Wenn man die Einrichtung trifft, dass die Luft im Heronsball durch den Druck einer Wassersäule comprimirt wird, so erhält man einen Heronsbrunnen. Fig. 315 (a.f.S.) stellt einen möglichst einfach construirten Heronsbrunnen dar. Wenn man in den Trichter *f* Wasser eingiesst, so wird es durch das Rohr *a* in das Gefäss *c* herabfliessen und die Luft in demselben absperren, welche nun durch die Wassersäule in der Röhre *a* comprimirt ist. Dieser Druck pflanzt sich durch das Rohr *b* zum Heronsball *d* fort und bewirkt so das Springen desselben.

96 **Die Feuerspritze,** Fig. 316, ist eine Verbindung der Druckpumpe mit dem Heronsball. Die Pumpenstiefel, von denen wir vor der Hand nur den einen rechts betrachten wollen, stehen in einem mit Wasser gefüllten Kasten. Wenn der Kolben *f* aufgezogen wird, so hebt sich die Klappe *d*

Fig. 315.

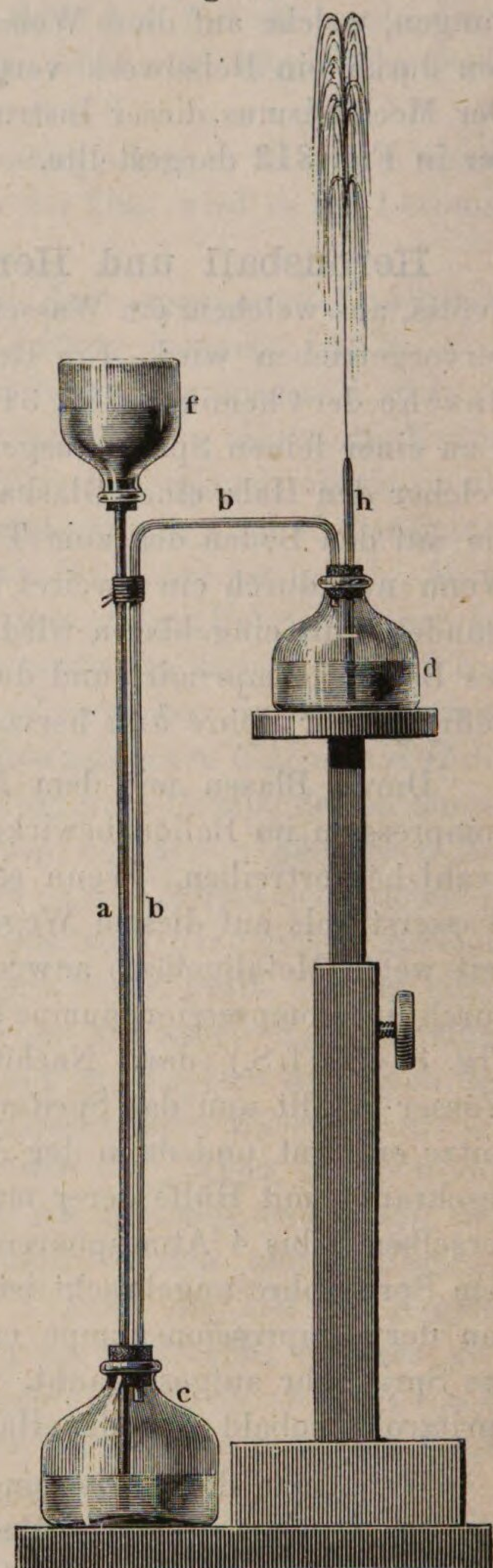


Fig. 313.

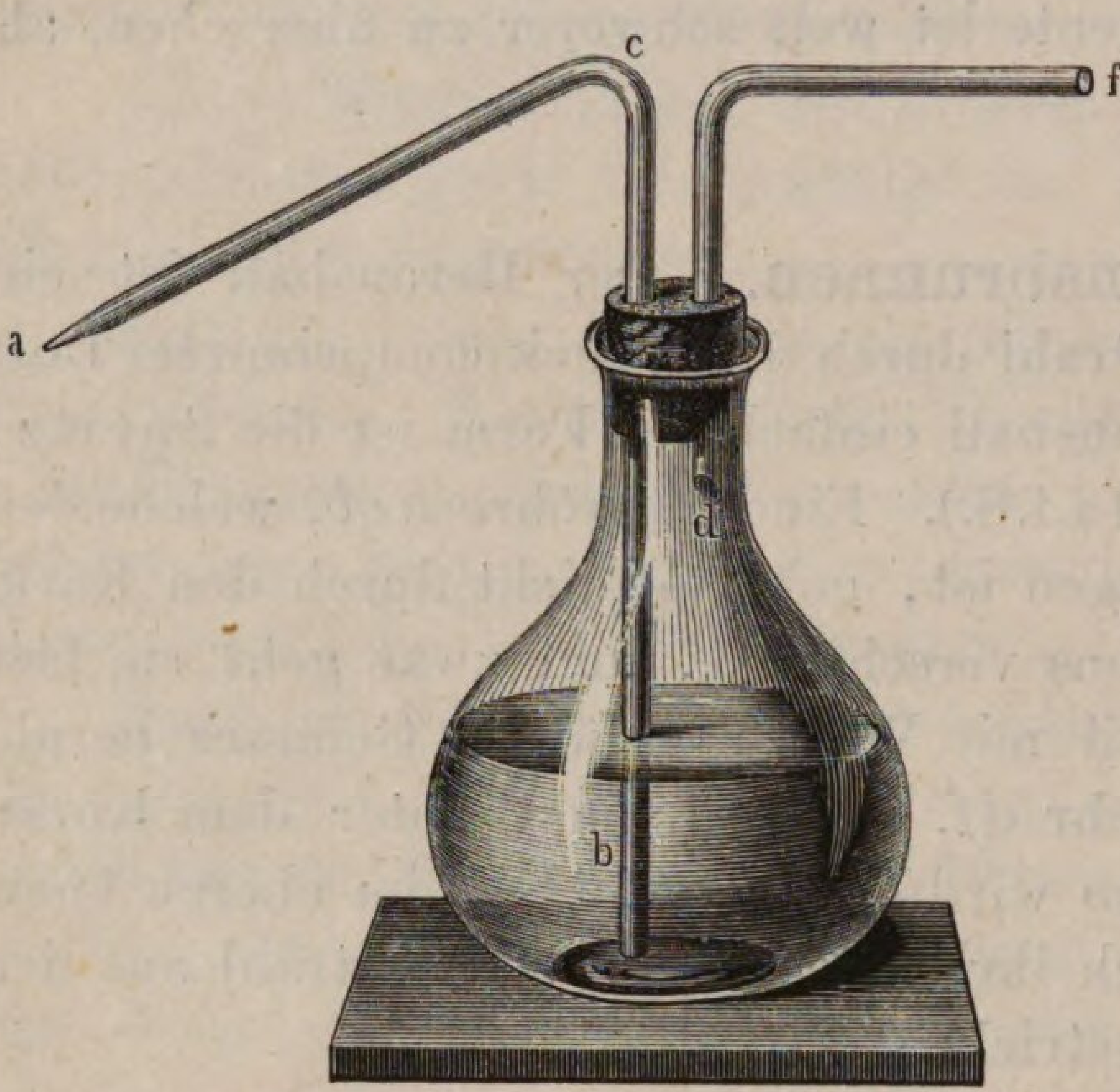
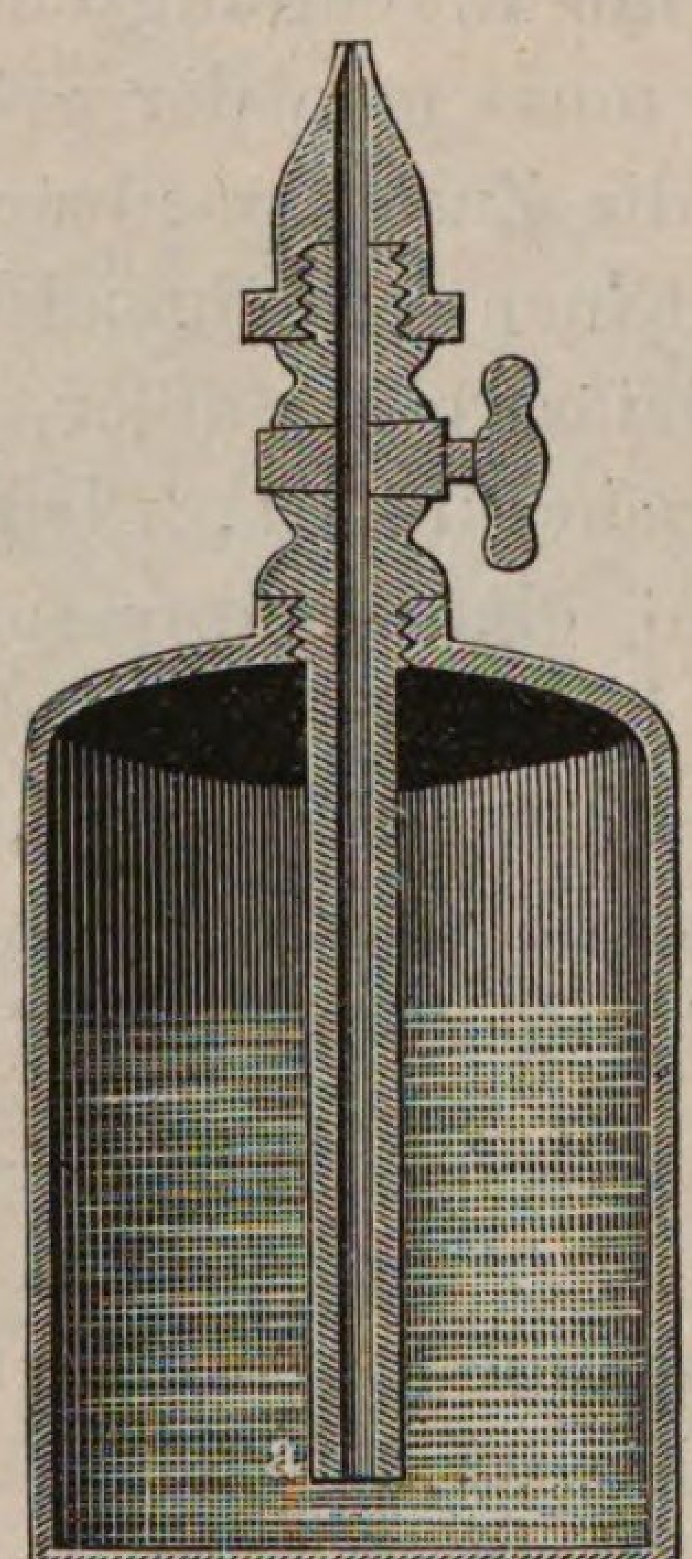


Fig. 314.

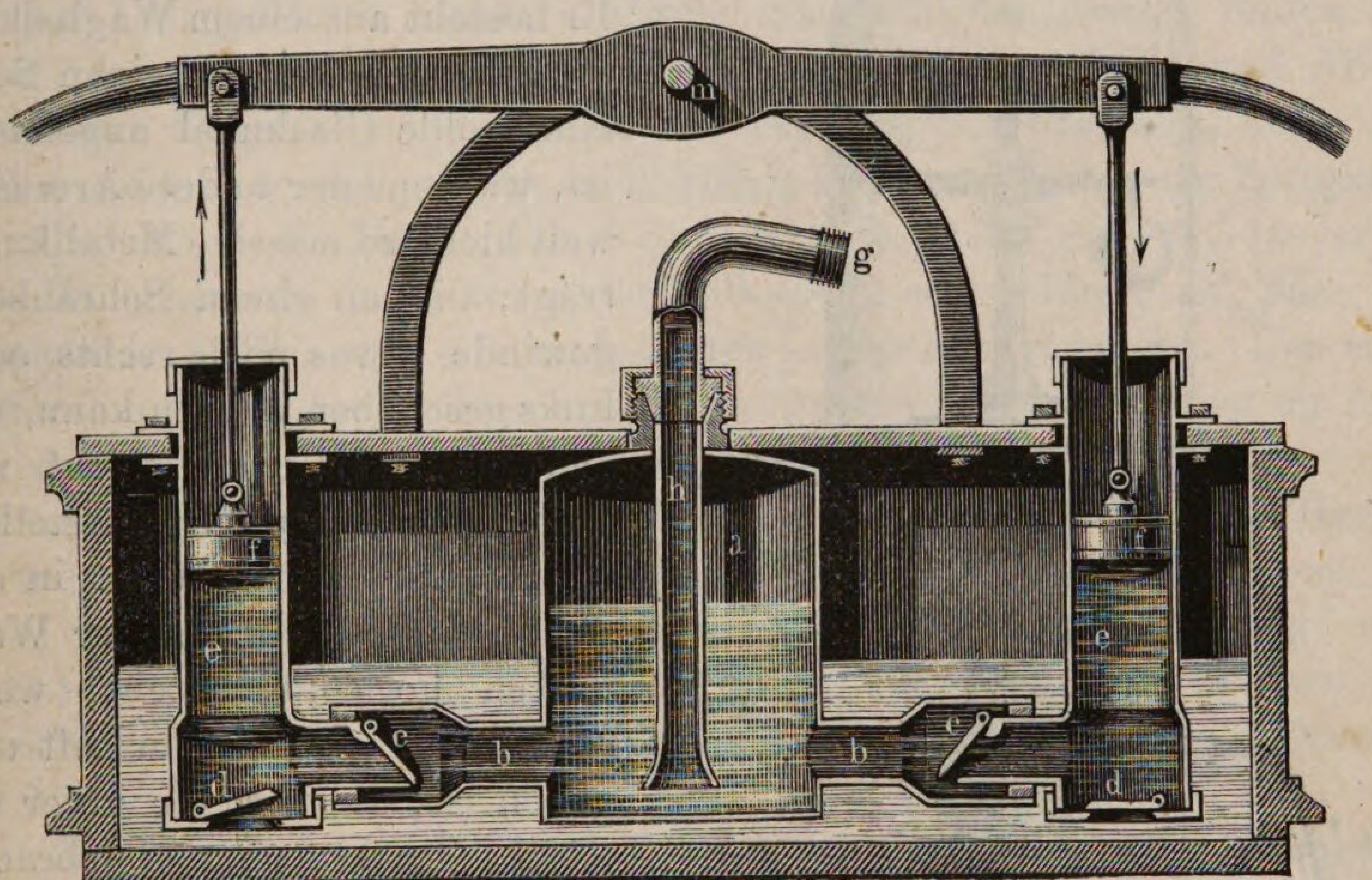


und das Wasser dringt in den Stiefel. Beim Niedergange des Kolbens schliesst sich das Ventil *d*, die Klappe *c* wird geöffnet und das Wasser wird durch das Gurgelrohr *b* in den Windkessel *a* gepresst. Dieser Windkessel ist nichts anderes als ein grosser Heronsball; je mehr Wasser in den Windkessel gepumpt wird, desto mehr wird die Luft im oberen

Theile desselben comprimirt. Das Rohr *h* reicht fast bis auf den Boden des Windkessels, bei *g* wird eine Röhre mit enger Oeffnung, der Schwanenhals, angeschraubt. Durch den Druck, welchen die im Windkessel comprimirte Luft auf das Wasser in demselben fortwährend ausübt, wird ein starker Wasserstrahl aus der Oeffnung des Schwanenhalses hervorgetrieben. An einer Oeffnung, welche sich in der Wand des Windkessels nahe am Boden befindet, kann ein Schlauch mit einer metallenen Spitze angeschraubt werden, welche eine Oeffnung wie der Schwanenhals hat; auch dieser Schlauch liefert einen Wasserstrahl, den man leichter lenken und der Feuerstelle näher bringen kann als den Wasserstrahl des Schwanenhalses.

Der Auf- und Niedergang der Kolben wird durch einen zweiarmigen Hebel bewerkstelligt. An diesem Hebel sind die beiden Kolbenstangen

Fig. 316.



so befestigt, dass der eine Kolben steigt, wenn der andere niedergeht, dass also ohne Unterbrechung dem Windkessel neues Wasser zugeführt wird.

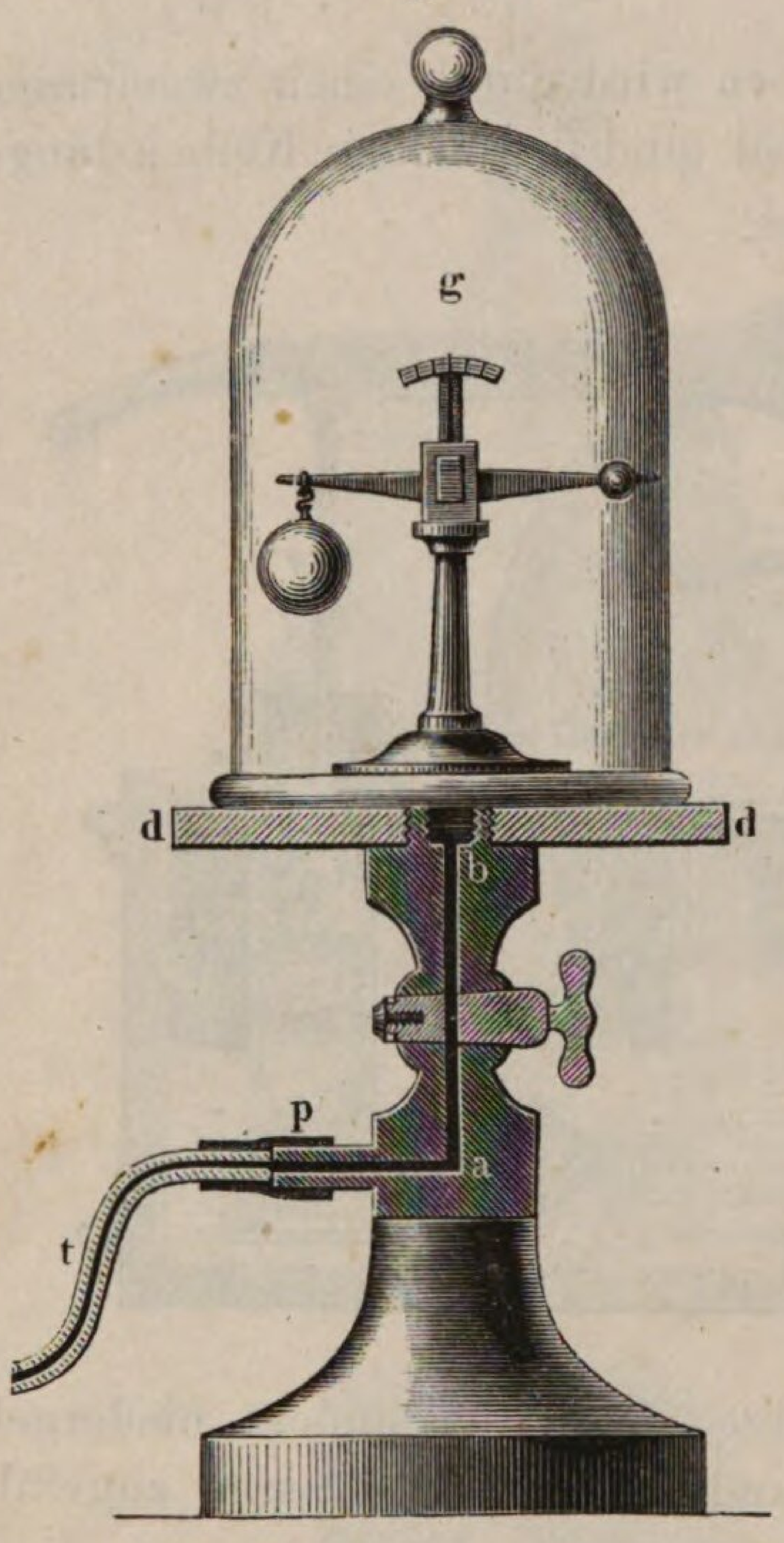
In unserer Figur ist die Spritze in einem Momente dargestellt, in welchem der Kolben rechts niedergeht, während der Kolben auf der linken Seite steigt; auf der linken Seite wird also gerade Wasser in den Stiefel eingesaugt, während auf der rechten Seite eben Wasser in den Windkessel eingepresst wird.

Es ist nicht gerade nothwendig, dass eine Feuerspritze zwei Cylinder habe, und in der That werden kleinere Feuerspritzen nur mit einem Cylinder construirt; in diesem Falle ist freilich der Wasserzugang in den Kessel alternirend, dessen ungeachtet aber wird aus dem Rohre des Windkessels ein continuirlicher Wasserstrahl hinausgetrieben, weil die comprimirte Luft auch noch wirkt, während der Kolben aufgezogen wird. Es

finden dabei allerdings Schwankungen in der Kraft statt, mit welcher der Wasserstrahl hervordringt, denn diese nimmt allmälig ab, während der Kolben aufgezogen wird, und sie wächst dann wieder, während der Kolben niedergedrückt, also eine neue Quantität Wasser in den Windkessel hineingepresst wird.

97 **Der Luftballon.** Das Gesetz des Archimedes gilt für Gase ebenso wie für Flüssigkeiten. Ein Körper, welcher in ein Gas eingetaucht ist, verliert einen Theil seines Gewichtes, welcher dem Gewichte des verdrängten Gases gleich ist. Es lässt sich dies mit Hülfe des Apparates Fig. 317 nachweisen, welcher den Namen des Baroskops oder des Dasymeters führt. Er besteht aus einem Wagbalken, an welchem auf der einen Seite eine hohle Glaskugel angehängt ist, während der andere Arm eine weit kleinere massive Metallkugel trägt, die an einem Schraubengewinde etwas nach rechts oder links geschoben werden kann, um dadurch das Gleichgewicht mit der hohlen Glaskugel herzustellen.

Fig. 317.



Ist das Gleichgewicht in der Art hergestellt, dass der Wagbalken horizontal steht, wenn der ganze Apparat von Luft umgeben ist, so wird er unter die Glocke der Luftpumpe gebracht. Sobald man evacuirt, hört das Gleichgewicht auf; der Arm, an welchem die hohle Glaskugel hängt, sinkt um so tiefer, je verdünnter die Luft unter der Glocke wird.

Es lässt sich davon leicht Rechenschaft geben. Es sei

G das Gewicht der Glaskugel } im leeren Raume,
M das Gewicht der Metallkugel }

L der Gewichtsverlust der Glaskugel } wenn sie in Luft eingetaucht sind,
l der Gewichtsverlust der Metallkugel }

so ist, wie uns das ursprüngliche Gleichgewicht am Wagbalken lehrt:

$$G - L = M - l$$

also

$$G = M + L - l,$$

da nun aber jedenfalls $L > l$, weil das Volumen der hohlen Glaskugel grösser ist als das der Metallkugel, so ist auch $G > M$, im luftleeren

Raume ist also die Glaskugel schwerer als die Metallkugel, obgleich sie sich im lufterfüllten Raume in der Wage das Gleichgewicht hielten.

Auf dem Gewichtsverlust der rings von Luft umgebenen Körper beruht auch das Steigen des Luftballons. Ein Körper muss nämlich in der Luft aufsteigen, sobald sein Gesammtgewicht kleiner ist als das Gewicht eines gleichen Volumens atmosphärischer Luft.

Einen solchen Körper kann man aber herstellen, wenn man eine entsprechende Hülle mit einem Gase füllt, welches leichter ist als die Luft. Eine solche Vorrichtung wird ein Luftballon genannt.

Die Brüder Montgolfier construirten einen grossen Ballon von gefirnisstem Papier oder Taffet, welcher unten eine Oeffnung von einigen Quadratfussen hatte. In einiger Entfernung unter dieser Oeffnung war ein Korb von Metalldraht angehängt, welcher mit brennenden Stoffen gefüllt war. Durch die Verbrennung derselben wird eine Menge warmer, leichter Luft gebildet, welche aufsteigt und bald den ganzen Ballon anfüllt. Sobald die warme Luft im Ballon sammt der Hülle und Allem, was daran hängt, leichter ist als die verdrängte Luftmenge, muss der Ballon steigen; er nimmt den brennenden Körper, der ihm die Steigkraft verleiht, mit in die Höhe. Der Ballon muss so lange steigen, bis er in eine Höhe kommt, in welcher die Luft schon so verdünnt ist, dass das Gewicht des Ballons dem der verdrängten Luftmenge gleich ist. Der erste Luftballon dieser Art, welche man Montgolfieren nennt, stieg zu Anonay den 5. Juni 1783.

Am 19. September desselben Jahres liess Montgolfier in Gegenwart des Königs zu Versailles einen Luftballon steigen, an welchem ein Käfig mit einem Schaf, einem Hahn und einer Ente angehängt war. Pilatre de Rozier und der Marquis von Arlandes unternahmen mit einer Montgolfiere, welche Fig. 318 (a. f. S.) abgebildet ist, am 21. November 1783 die erste Luftfahrt.

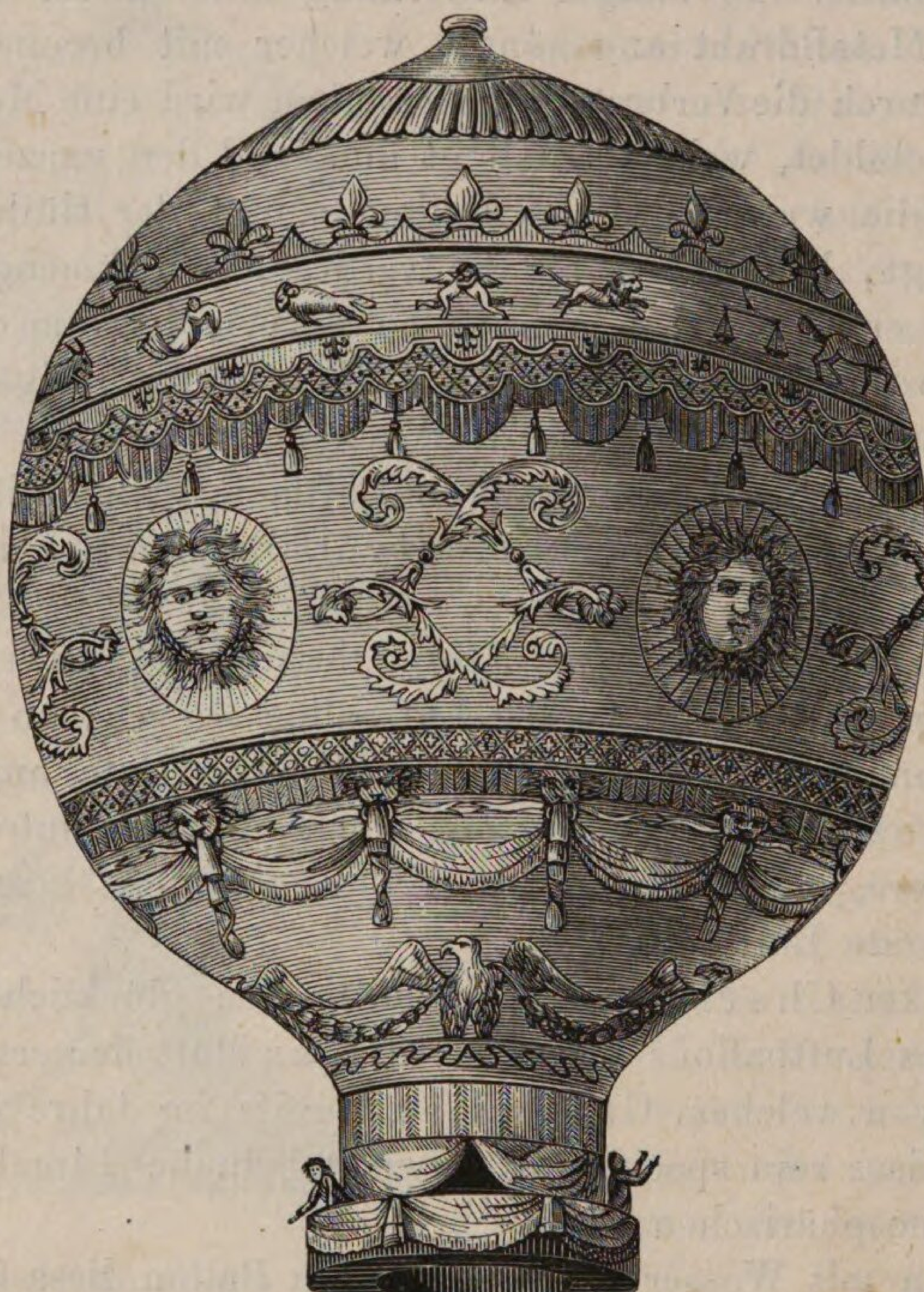
Der Physiker Charles zu Paris hatte den glücklichen Gedanken, zur Füllung des Luftballons Wasserstoffgas statt der erwärmten Luft anzuwenden, von welchem Cavendish bereits im Jahre 1766 nachgewiesen hatte, dass sein specifisches Gewicht beinahe 14mal geringer ist als das der atmosphärischen Luft.

Den ersten mit Wasserstoffgas gefüllten Ballon liess Charles am 27. August 1783 steigen und am 1. December 1783 stieg er mit einem solchen 500 Cubikmeter Wasserstoffgas haltenden, von Robert begleitet, in die Luft. In wenigen Minuten hatten sie eine Höhe von 3000 Fuss erreicht und legten in diesen Regionen einen Weg von 5 Meilen in 2 Stunden zurück. Charles stieg in den Tuilerien auf. Die ganze Bevölkerung von Paris war in Bewegung. Alle öffentlichen Plätze, alle hochliegenden Orte waren mit Zuschauern bedeckt. Ein Kanonenschuss gab das Signal der Abfahrt, und man sah den Ballon sich wie ein Meteor am Horizont erheben. Hoch in den Lüften sah man noch die flatternden Fähnchen, von der Sonne beleuchtet, und die Schiffer, welche ruhig die

Erde grüssten. Nie hat wohl ein physikalisches Experiment solche allgemeine Bewunderung erregt.

In der Schlacht bei Fleurus am 26. Juni 1794 bedienten sich die Franzosen eines Luftballons, um die Bewegungen der Oesterreicher zu beobachten. Im Jahre 1804 unternahmen Gay-Lussac und Biot eine Luftfahrt zu wissenschaftlichen Zwecken, bei welcher sie eine Höhe von 4000 Meter erreichten. Eine zweite Fahrt unternahm Gay-Lussac allein und erreichte eine Höhe von 7000 Metern, die grösste Höhe, zu der je ein Mensch gelangt war. (Humboldt und Bonpland sind am Chimborasso bis zu einer Höhe von 6100 Metern aufgestiegen.) In einer sol-

Fig. 318.



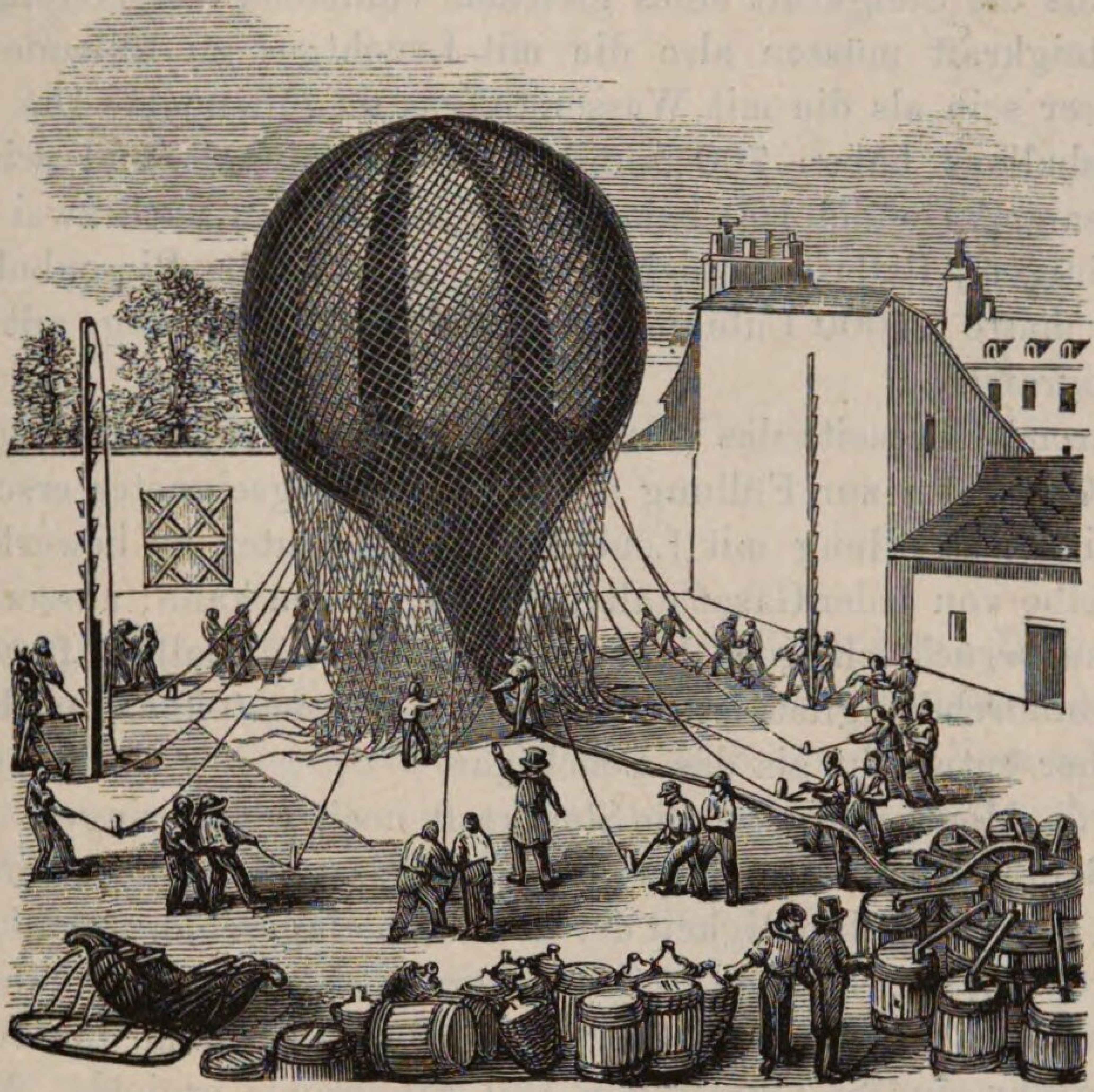
chen Höhe fühlte man eine empfindliche Kälte: Gay-Lussac's Thermometer zeigte — 10° C., während am Boden eine Hitze von 30° C. war. Die Luft war so trocken, dass die hygroskopischen Körper rasch ihre Feuchtigkeit verloren, der Himmel erschien sehr dunkelblau. Nach einer Fahrt von 6 Stunden hatte Gay-Lussac in horizontaler Richtung einen Weg von 15 Meilen zurückgelegt und sank in der Nähe von Rouen langsam nieder.

Fig. 319 stellt einen Luftballon dar, welcher eben mit Wasserstoffgas gefüllt wird.

In neuerer Zeit werden die Luftballons häufig mit Leuchtgas gefüllt. Sie müssen in diesem Falle grösser sein als die für Wasserstoff construirten, weil das Leuchtgas schwerer ist als Wasserstoffgas.

Kleine Luftballons zu Experimenten bei Vorlesungen werden aus Goldschlägerhaut oder aus Collodium verfertigt.

Fig. 319.



Seifenblasen, welche mit Wasserstoffgas gefüllt sind, steigen gleichfalls in die Höhe. Es sind dies ohne Zweifel die kleinsten Luftballons, welche man zu machen im Stande ist.

Steigkraft des Luftballons. Ein Cubikmeter Luft im Normalzustande (Temperatur 0° C., Luftdruck 760 Millimeter) wiegt nahezu 1·3 (genauer 1·299) Kilogramm. Das Wasserstoffgas ist unter übrigens gleichen Umständen 0·07 (genauer 0·0688) mal leichter als atmosphärische Luft, 1 Cubikmeter Wasserstoffgas im Normalzustande wiegt also $1{\cdot}3 \times 0{\cdot}07$ oder in runder Zahl 0·09 Kilogramm. Die Differenz dieser Gewichte, $1{\cdot}3 - 0{\cdot}09 = 1{\cdot}21$ Kilogramm, repräsentirt also die Steigkraft von 1 Cubikmeter Wasserstoffgas. 98

Der Luftballon, in welchem Charles und Robert aufstiegen, hatte einen Rauminhalt von 500 Cubikmetern. Bei 0° C. Temperatur und 760 Millimeter Barometerstand würde also die Steigkraft des Wasserstoffgases im Ballon $500 \, . \, 1{\cdot}21$ oder 605 Kilogramm betragen.

Das Leuchtgas, welches in neuerer Zeit häufig zur Füllung von

Luftballons angewandt wird, ist weit schwerer als Wasserstoffgas, sein specifisches Gewicht ist ungefähr 0·63 von dem der atmosphärischen Luft, 1 Cubikmeter Leuchtgas wiegt also im Normalzustande ungefähr 0·82 Kilogramm; es bleibt also für jedes Cubikmeter Leuchtgas noch eine Steigkraft von 1·3 — 0·82 = 0·48 Kilogramm. 500 Meter Leuchtgas haben demnach nur eine Steigkraft von 240 Kilogramm, sie ist also weit geringer als die Steigkraft eines gleichen Volumens Wasserstoffgas. Für gleiche Steigkraft müssen also die mit Leuchtgas zu füllenden Ballons weit grösser sein als die mit Wasserstoffgas zu füllenden. Die kleineren Leuchtgasballons haben 700 Kubikmeter Rauminhalt und wiegen mit Zugehör sammt Gondel 150 Kilogramm; sie können noch zwei Personen sammt einigem Ballast aufnehmen. — Godard's Riesenballon, der „Adler", hatte 14000 Cubikmeter Rauminhalt und wog mit Zugehör 1300 Kilogramm.

Während einerseits das Wasserstoffgas wegen seines geringeren specifischen Gewichtes zur Füllung der Luftballons geeigneter erscheint, ist andererseits die Füllung mit Leuchtgas viel leichter zu bewerkstelligen, weil dasselbe von jeder Gasanstalt geliefert werden kann; ausserdem aber ist noch zu berücksichtigen, dass die Hülle des Luftballons für Gase keineswegs undurchdringlich ist und dass das Wasserstoffgas durch dieselbe weit rascher entweicht als das Leuchtgas.

Für die Montgolfiere ist die Steigkraft noch weit geringer. In einem grossen Ballon steigt die Temperatur der heissen Luft höchstens auf 60 bis 70° C., so dass die Dichtigkeit der im Ballon eingeschlossenen Luft ungefähr 0·8 von der der Luft von 0° C. ist, woraus sich für das Cubikmeter der erwärmten Luft nur eine Steigkraft von 0·26 Kilogramm, für 500 Cubikmeter also nur eine Steigkraft von 130 Kilogramm ergiebt. Man muss also einer Montgolfiere schon sehr grosse Dimensionen geben, wenn sie einigermaassen bedeutende Lasten mit in die Höhe nehmen soll.

Bezeichnen wir allgemein mit s das Gewicht von 1 Cubikmeter atmosphärischer Luft, mit s' das Gewicht von 1 Cubikmeter eines anderen Gases, so ist die Steigkraft für 1 Cubikmeter dieses ringsum von atmosphärischer Luft umgebenen Gases

$$s - s',$$

und für V Cubikmeter ist alsdann die Steigkraft

$$V(s - s').$$

Bezeichnen wir mit G das Gewicht des Ballons, d. h. das Gewicht der Hülle mit Allem was daran hängt, so ist die Steigkraft, mit welcher die ganze Vorrichtung aufsteigt,

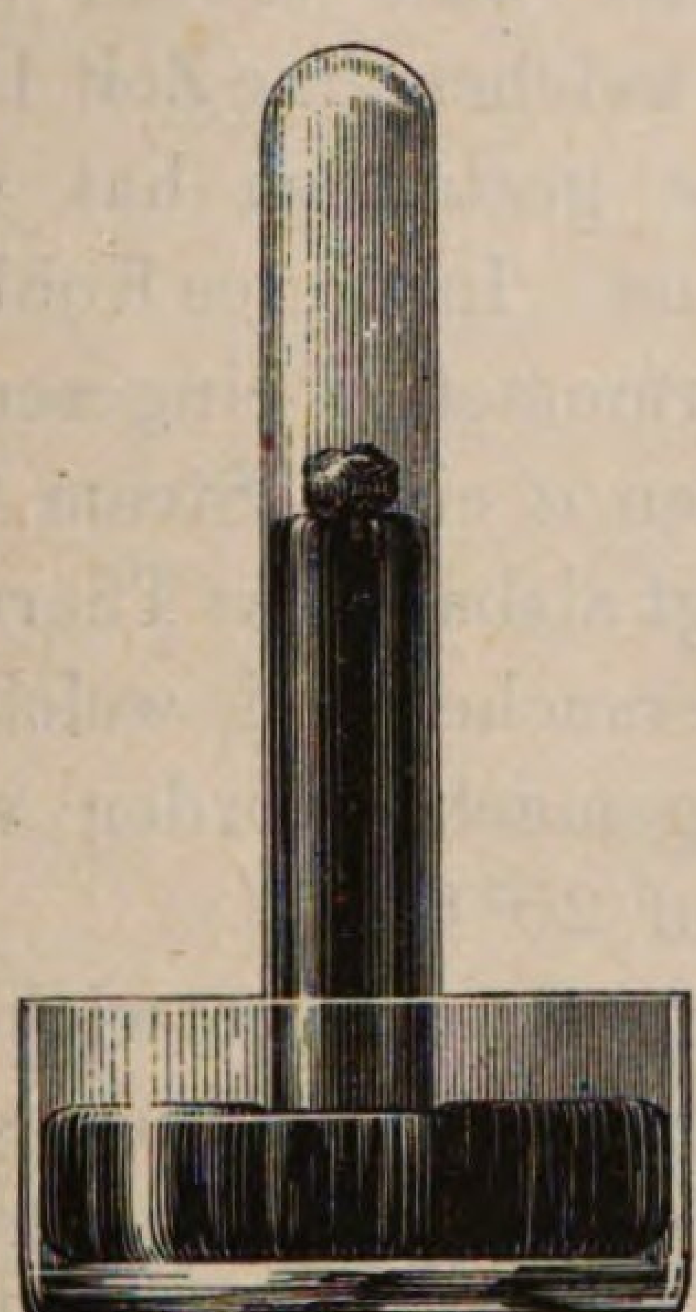
$$K = V(s - s') - G.$$

Sechstes Capitel.

Molekularwirkungen gasförmiger Körper.

Absorption der Gase durch feste Körper. Dass zwischen 99
den Theilchen fester und gasförmiger Körper eine bedeutende Anziehung stattfindet, geht am augenscheinlichsten aus folgendem Versuche hervor. Löscht man eine glühende Kohle unter Quecksilber ab, lässt man sie dann in einem Glascylinder, Fig. 320, in die Höhe steigen, dessen oberer Theil mit Kohlensäure gefüllt ist, welche durch Quecksilber von der Verbindung mit der äusseren Luft abgesperrt wird, und deren Volumen ungefähr 20mal so gross ist als das der Kohle, so wird in kurzer Zeit die Kohlensäure von der Kohle dermaassen verdichtet, dass das Quecksilber im Cylinder bis obenhin steigt. Die Masse der Kohlensäure, welche vorher den ganzen oberen Theil des Cylinders erfüllte, ist jetzt durch die zwischen der Kohle und dem Gase stattfindende Anziehung in den Poren der Kohle verdichtet, das Gas ist absorbirt worden. Dieser Versuch gelingt auch mit anderen Gasen, am besten mit Ammoniakgas.

Fig. 320.



Wenn die Kohle längere Zeit an der Luft gelegen hat, so gelingt der Versuch weniger gut, was sehr begreiflich ist, wenn man bedenkt, dass die Kohle atmosphärische Luft und den in der Luft verbreiteten Wasserdampf absorbirt, und dass dadurch natürlich ihre Absorptionsfähigkeit für andere Gase vermindert wird.

Wenn man eine Kohle, welche Gase absorbirt hat, unter die Luftpumpe bringt oder glüht, so entweichen die absorbirten Gase wieder.

Nach den Versuchen von Saussure absorbirt 1 Volumen luftfreie

Buchsbaumkohle bei 12° C. und einem Barometerstande von 723 Millimeter folgende Gasvolumina:

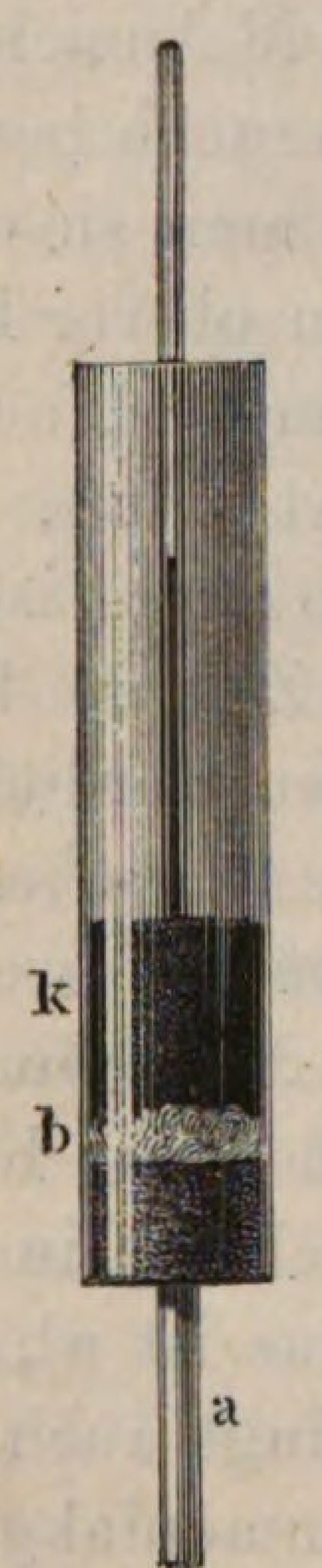
Ammoniak	90
Schweflige Säure	65
Schwefelwasserstoffgas	55
Kohlensäure	35
Sauerstoff	9·4
Stickstoff	7·5
Wasserstoff	1·75

Die leicht condensirbaren Gase werden also stärker absorbirt als die permanenten.

Die Absorptionsfähigkeit verschiedener Kohlenarten ist nicht dieselbe; so absorbirt z. B. ein Volumen Buchsbaumkohle 7·5, ein Volumen Tannenkohle nur 4·5 Volumina atmosphärischer Luft.

Die Absorption der Gase ist jederzeit von einer Wärmeentwickelung begleitet, die um so bedeutender ist, je heftiger die Absorption vor sich geht. Die Wärmeentwickelung, welche eine jede Gasabsorption begleitet, lässt sich auf folgende Weise anschaulich machen. Das untere Ende einer $^1/_2$ bis 1 Zoll weiten Glasröhre wird durch einen Kork geschlossen und in diesen ein Glasröhrchen *a*, Fig. 321, gesteckt, dessen oberes Ende ungefähr bis zur oberen Fläche des Korkes reicht. Ueber dem Kork wird zunächst eine Schicht Baumwolle *b* ausgebreitet und darauf eine Partie Kohlenpulver *k* geschüttet, welches eine Zeit lang unter der Glocke der Luftpumpe gestanden hat und dadurch von Luft befreit worden ist. In dieses Kohlenpulver wird das Gefäss eines Thermometers eingesenkt. Lässt man nun durch das Röhrchen *a* einen Strom von Kohlensäuregas eintreten, so steigt alsbald das Thermometer. Bei einem derartigen Versuche, bei welchem das Kohlenpulver nicht luftfrei gemacht worden war, stieg das Thermometer von 15 auf 20° C.

Fig. 321.



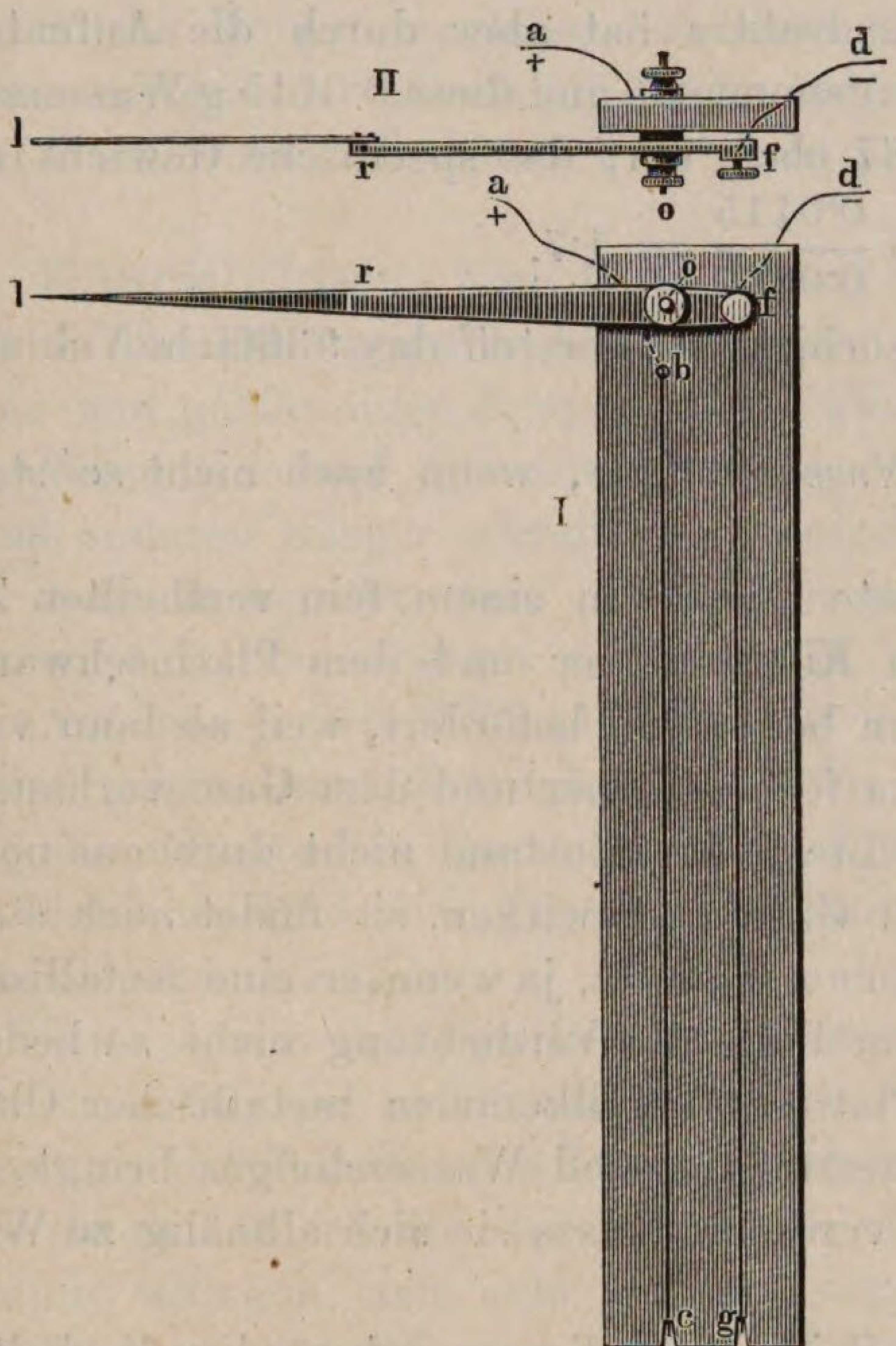
Die durch Condensation von Gasen entwickelte Wärme kann unter Umständen bis zur Entzündung steigen, wie z. B., wenn grössere Mengen von Kohlen, welche zum Behuf der Pulverfabrikation durch Destillation in geschlossenen Gefässen hergestellt, alsbald in Mahlfässern zu Pulver verrieben und zu grossen Haufen aufgeschüttet werden.

Sauerstoffgas wird von Platinschwamm (fein zertheiltes Platin) sehr stark absorbirt. Wenn Wasserstoffgas auf einen mit verdichtetem Sauerstoffgase gesättigten Platinschwamm strömt, so verdichten sich die Gase unter solcher Wärmeentwickelung, dass das Platin glühend wird und den

Strom von Wasserstoffgas entzündet. Darauf gründet sich die Döbereiner'sche Zündmaschine.

Das Wasserstoffgas wird durch Palladium so stark absorbirt, dass dadurch das Volumen des Metalles eine merkliche Zunahme erfährt. Graham (Pogg. Annal. CXXXVI, 1869) wies dies nach, indem er die Verlängerung eines Palladiumdrahtes ermittelte, welcher einige Zeit lang in verdünnter Schwefelsäure stehend, als negativer Pol einer galvanischen Säule gedient hatte. Um die Erscheinung recht anschaulich zu machen, hat v. Babo dem Apparate folgende Einrichtung gegeben. Auf einer ungefähr 1 mm dicken, 5 cm breiten und 30 cm langen Glasplatte sind 16 mm von einander abstehend zwei Drähte parallel ausgespannt, von denen *abc* (Fig. 322 I.) ein Platindraht, *dfg* aber ein Palladiumdraht von ungefähr 1 mm Durchmesser ist. Unten ist jeder dieser Drähte in einen Einschnitt der Glastafel eingeklemmt. Oben ist der Platindraht durch ein bei *b* in die Glasplatte gebohrtes Loch hindurchgesteckt und mittelst eines Holzstiftchens befestigt, während das obere Ende des Palladiumdrahtes bei *f* in dem einen Ende eines messingenen um die Axe *o* drehbaren Hebelarmes *fol* eingeklemmt ist. Der längere Hebelarm *ol* ist in der Figur der Raumersparung wegen zu kurz gezeichnet, er müsste im Verhältniss zu den übrigen Theilen der Figur noch einmal so lang sein. Wie die Axe *o* angebracht ist, um welche sich der Hebel *lf* dreht, ist deutlich aus Fig. 322 II. zu ersehen. Bei *r* ist ein Gewicht von 40 bis 50 g angehängt, um dem Palladiumdraht die nöthige Spannung zu geben.

Fig. 322.



Die Glasplatte wird nun ungefähr bis zur Höhe *b* in verdünnte Schwefelsäure eingetaucht und das freie Ende *a* des Platindrahtes mit dem positiven, das freie Ende *d* des Palladiumdrahtes mit dem negativen Pole einer Säule von 4 bis 6 Bunsen'schen Bechern verbunden. Während am Platindraht Bläschen von Sauerstoff aufsteigen, ist am Palladiumdraht keine Entwickelung von Wasserstoffgas sichtbar, weil dasselbe vom Draht

absorbirt wird. In Folge davon verlängert sich der Palladiumdraht so stark, dass das freie Ende *l* des Hebels an einer passend angebrachten Scala um 5 bis 6 cm herabgeht. Wird der Strom umgekehrt, so wird dem Palladiumdraht der Wasserstoff wieder entzogen, er verkürzt sich wieder und *l* geht wieder in die Höhe.

Bei einem von Graham ausgeführten Versuch hatte sich der Palladiumdraht bei vollständiger Sättigung mit Wasserstoff von 609 mm auf 619 mm, also im Verhältniss von 100 zu 101·64 verlängert, woraus folgt, dass das Volumen des Drahtes sehr nahe im Verhältniss von 100 zu 105 gewachsen ist. Das ursprüngliche Volumen des Drahtes war 0·1358 cbcm, der absorbirte Wasserstoff hat also ein Volumen von 0·1358 . 0·05 = 0·0067 cbcm eingenommen.

Das Gewicht des Palladiumdrahtes hat aber durch die Aufnahme des Wasserstoffs um 0·0115 g zugenommen und diese 0·0115 g Wasserstoff nehmen ein Volumen von 0·0067 cbcm ein, das specifische Gewicht des absorbirten Wasserstoffs ist also $\frac{0{\cdot}0115}{0{\cdot}0067} = 1{\cdot}7$.

In Gasform würde der absorbirte Wasserstoff das 936fache Volumen des Drahtes einnehmen.

Auch Nickel absorbirt Wasserstoffgas, wenn auch nicht so stark wie Palladium.

Dadurch, dass sich der feste Körper in einem fein vertheilten Zustande befindet, wie dies beim Kohlenpulver und dem Platinschwamm der Fall ist, wird die Absorption bedeutend befördert, weil alsdann viele Berührungspunkte zwischen dem festen Körper und dem Gase vorhanden sind; doch ist dieser fein vertheilte poröse Zustand nicht durchaus nothwendig, um die Verdichtung der Gase zu bewirken, sie findet auch statt, wenn der feste Körper eine vollkommen glatte, ja wenn er eine metallische Oberfläche hat, nur ist in diesem Falle die Verdichtung nicht so bedeutend. Wenn man ein Stück Platin mit vollkommen metallischer Oberfläche in ein Gemenge von Sauerstoffgas und Wasserstoffgas bringt, so werden die beiden Gase so sehr verdichtet, dass sie sich allmälig zu Wasser verbinden.

Nicht die genannten Stoffe allein zeigen dieses merkwürdige Verhalten gegen Gase, sondern mehr oder weniger alle festen Körper. Jeder feste Körper ist daher gleichsam mit einer verdichteten Atmosphäre von irgend einem Gase umgeben, welche sich oft nur sehr schwer von ihm trennen lässt, und mit welcher er sich, wenn man seine Oberfläche davon auch vollkommen befreit, nach einiger Zeit doch wieder umgiebt, wenn er in Berührung mit Gasen bleibt. So ist z. B. das Glas stets mit einer Hülle von verdichteter Luft umgeben, die man bei der Anfertigung von Barometern nur durch das Kochen des Quecksilbers in der Röhre entfernen kann. Giesst man Wasser in einen Glaskolben und bringt man dann denselben über Feuer, so sieht man bald, wie sich an dem Boden eine Menge kleiner Bläschen bilden, noch lange ehe das Kochen des Wassers

beginnt. Es ist dies die vorher wegen ihrer grossen Verdichtung gar nicht wahrgenommene Luftschicht, die nun, durch die Wärme ausgedehnt, Bläschen bildet. Aehnliche Bläschen sieht man auch, wenn man das Gefäss mit Wasser unter den Recipienten der Luftpumpe bringt und dann auspumpt.

Solche gasförmige Körper, welche leicht in den flüssigen Zustand übergehen (Dämpfe), werden durch die Anziehung, welche feste Körper auf sie ausüben, flüssig gemacht. So zieht z. B. Chlorcalcium den Wasserdampf mit grosser Begierde an, verdichtet ihn zu Wasser und zerfliesst endlich in dem Wasser. Auch das Kochsalz, namentlich, wenn es viel Chlormagnesium enthält, zieht den Wasserdampf aus der Luft an und wird feucht; ebenso verhält sich die Pottasche und viele andere Körper.

Solche Körper, welche den Wasserdampf aus der Luft anziehen, heissen hygroskopische Körper; ausser den schon angeführten sind auch Holz, Haare, Fischbein u. s. w. hygroskopisch.

Hauchbilder. Eine Reihe höchst interessanter, von Moser ent- 100
deckter Erscheinungen findet durch die Molekularwirkungen zwischen festen und gasförmigen Körpern ihre Erklärung.

Wenn man auf eine Glastafel mit einem Holzstäbchen oder irgend einem anderen Körper schreibt, so werden durch Behauchen die Charaktere deutlich hervortreten. Jeder polirte Körper, Metalle, Harz, Holz u. s. w., zeigt dasselbe wie die Glastafel.

Auf eine jodirte Silberplatte wurde ein gravirter Metallstempel, eine vertieft geschnittene Achatplatte und ein Hornring gelegt. Als nachher die jodirte Platte den Quecksilberdämpfen ausgesetzt wurde, zeigte sich ein deutliches Bild aller Figuren des Steins, der Buchstaben des Metallstempels und des Ringes.

Eine jodirte Silberplatte ist zu diesen Versuchen nicht nöthig; wenn man einen Stempel auf irgend einer Metallplatte einige Zeit stehen lässt, so zeigt sich nachher beim Behauchen der Platte, oder noch besser, wenn man sie den Quecksilberdämpfen aussetzt, ein Bild des Stempels. Die Dämpfe schlagen sich bald an denjenigen Stellen nieder, an welchen eine Berührung stattfand, bald an den nicht berührten Stellen.

Eine unmittelbare Berührung ist nicht einmal nöthig; wenn der Stempel in ganz geringer Entfernung über die Platte gehalten wird, so tritt das Bild gleichfalls hervor, sobald man die Platte behaucht oder den Quecksilberdämpfen aussetzt.

Diese Wirkungen haben allerdings viel Aehnlichkeit mit den Wirkungen des Lichts auf Daguerre'sche Platten, und Moser sucht sie deshalb durch die Annahme zu erklären, dass jeder Körper gewissermaassen selbstleuchtend sei, dass er also Strahlen aussendet, welche auf andere Körper gerade so wirken wie die Lichtstrahlen, obgleich sie die Netzhaut im Auge nicht afficiren. Waidele erklärt dagegen diese Erscheinungen folgendermaassen:

Im Allgemeinen ist jeder Körper von einer verdichteten Gasschicht eingehüllt; das absorbirte Gas bildet auf seiner Oberfläche eine Atmosphäre, wie die Luft um den Erdball. Wenn man einen Körper ausglüht, so wird er dadurch von den bereits absorbirten Gasen befreit; eine Silberplatte, welche mit frisch ausgeglühtem Trippel geputzt wird, erhält dadurch den höchsten Grad von Reinheit. Ein Körper, welcher frisch gereinigt ist, wird natürlich Dämpfe weit stärker an seiner Oberfläche verdichten können als ein solcher, welcher schon in eine Gasschicht eingehüllt ist.

Wenn nun ein Stempel auf eine Platte gesetzt wird, so werden sich im Allgemeinen die Oberflächen beider Körper nicht in einem gleichen Zustande der Reinheit befinden; an den Berührungsstellen geht also gewissermaassen ein Austausch der Atmosphären vor sich. Die Platte wird an der Stelle, wo der Stempel lag, je nach den Umständen mehr oder weniger Gase verdichtet haben als an anderen Stellen, hier werden also auch die Dämpfe schwächer oder stärker condensirt werden.

Diese Erklärungsweise begründet Waidele durch viele Versuche, von denen wir nur die wichtigsten anführen wollen.

Auf die eine Hälfte einer mit frisch geglühtem Trippel geputzten Silberplatte wurde frisch ausgeglühtes Kohlenpulver gestreut, auf die andere Hälfte solches Kohlenpulver, über welches ein Strom von Kohlensäure geleitet worden war. Nach 1 bis 2 Minuten wurde alles Kohlenpulver mit reiner Baumwolle von der Platte abgekehrt. Wenn man sie nun behauchte, so condensirte sich der Wasserdampf auf der Hälfte, auf welcher das kohlensäurehaltige Kohlenpulver gelegen hatte, mit bräunlicher, auf der anderen Hälfte mit bläulicher Färbung. Den Quecksilberdämpfen ausgesetzt, condensirten sich dieselben nur auf der Hälfte der Platte, auf welcher das frisch ausgeglühte Kohlenpulver gelegen hatte.

Da, wo das frisch ausgeglühte Pulver gelegen hatte, ist die Oberfläche der Platte fast noch ganz rein, hier werden also die Wasserdämpfe sowohl als die Quecksilberdämpfe stärker verdichtet als da, wo die Platte durch die Berührung mit dem kohlensäurehaltigen Kohlenpulver schon mit einer dichten Atmosphäre von Kohlensäure bedeckt ist.

Wenn man auf eine frisch präparirte, also ganz reine Platte einen Stahlstempel aufsetzt, der durch längeres Liegen im Kohlenpulver, welches mit Kohlensäure gesättigt war, mit einer dichten Atmosphäre von Kohlensäure überzogen ist und ihn nach 10 Minuten wegnimmt, so erscheint sein Bild, wenn man die Platte den Quecksilberdämpfen aussetzt, die sich vorzugsweise da condensiren, wo Platte und Stempel nicht in unmittelbarer Berührung waren, denn hier konnte sich die Platte nicht so schnell mit einer Gasatmosphäre bedecken, als da, wo sie mit einer dichten Atmosphäre des Stempels in Berührung war.

Wenn dagegen die Platte mit einer Gasatmosphäre versehen ist, und man einen frisch gereinigten Stempel aufsetzt, so werden nach Wegnahme

desselben die Quecksilberdämpfe umgekehrt da condensirt, wo der Stempel und die Platte in Berührung waren.

Wenn Platte und Stempel ganz rein sind, oder wenn Platte und Stempel in Kohlenpulver gelegen haben, welches mit Kohlensäure gesättigt war, so erhält man gar kein Bild des Stempels.

Absorption der Gase durch Flüssigkeiten. Flüssigkeiten 101
zeigen gegen Gase ein ganz ähnliches Verhalten wie das, welches wir soeben bei den festen Körpern betrachtet haben. Man kann dies recht anschaulich machen, wenn man den oben (S. 251) angeführten Versuch in der Weise abändert, dass man die Kohlensäure durch Ammoniakgas ersetzt und statt der Kohle Wasser in dem Glascylinder aufsteigen lässt, wie Fig. 323 (a. f. S.) andeutet. Das Ammoniakgas wird von dem Wasser mit solcher Begierde absorbirt, dass alsbald alles Gas verschwunden ist und sich die ganze Röhre mit Flüssigkeit füllt.

Priestley hat zuerst die Absorption der Gase durch Flüssigkeiten näher untersucht; er fand, dass ein gegebenes Volum Wasser ungefähr ein gleiches Volum Kohlensäure zu absorbiren im Stande sei. W. Henry (Gilbert's Annal. XX.) aber hat zuerst nachgewiesen, dass eine gegebene Wassermenge unter verschiedenem Druck doch stets das gleiche Volumen Kohlensäure absorbirte. Da nun aber nach dem Mariotte'schen Gesetz bei dem doppelten, dreifachen, ... n fachen Druck in dem gleichen Volumen die doppelte, dreifache, nfache Gasmenge enthalten ist, so folgt aus dem Henry'schen Satz: dass unter sonst gleichen Umständen die von einer Flüssigkeit absorbirten Gasmengen dem Drucke proportional sind.

Die Angaben verschiedener Physiker für ein und dasselbe Gas sind sehr abweichend, was daher rührt, dass ihre Beobachtungsmethoden mehr oder weniger mangelhaft waren. In neuerer Zeit hat Bunsen eine sehr genaue Methode zur Messung der Absorption der Gase in Wasser angegeben und nach derselben von den früheren oft sehr abweichende Resultate gefunden.

Der zu diesen Versuchen angewandte Apparat hat folgende Einrichtung: Das in Millimeter getheilte und kalibrirte Absorptionsrohr e, Fig. 324 (a. f. S.), ist an seinem unteren offenen Ende mit einer aufgekitteten, in die Schraubenmutter des kleinen Stuhles a, Fig. 325, passenden Schraubenspindel b versehen, vermittelst deren man das offene Ende des Absorptionsrohres gegen die mit vulcanisirtem Kautschuk überzogene Bodenplatte des kleinen Stuhles a schrauben und dadurch verschliessen kann. An dem Stuhle befinden sich die beiden Stahlfedern cc, welche in zwei perpendiculär laufende Falze der inneren Höhlung des Fusses f, Fig. 324, passen, so dass sich der Stuhl, wenn er in die Höhlung des Fusses gesenkt ist, auf und nieder bewegen, aber nicht um seine Axe drehen lässt. Es wird dadurch bewirkt, dass die Absorptionsröhre, welche gegen die Kautschukplatte des in den Falzen festgehaltenen Stuhles ge-

schraubt ist, durch eine geringe Axendrehung nach links oder rechts geöffnet oder wieder verschlossen werden kann.

Fig. 323.

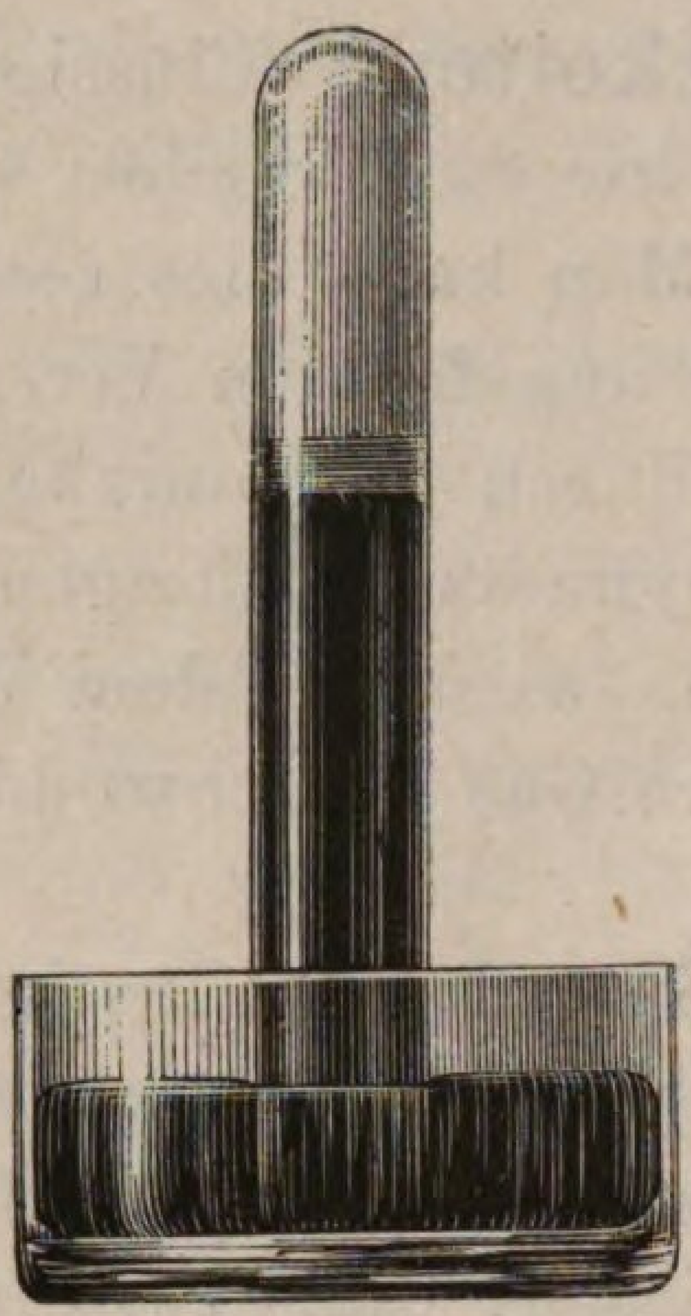


Fig. 324.

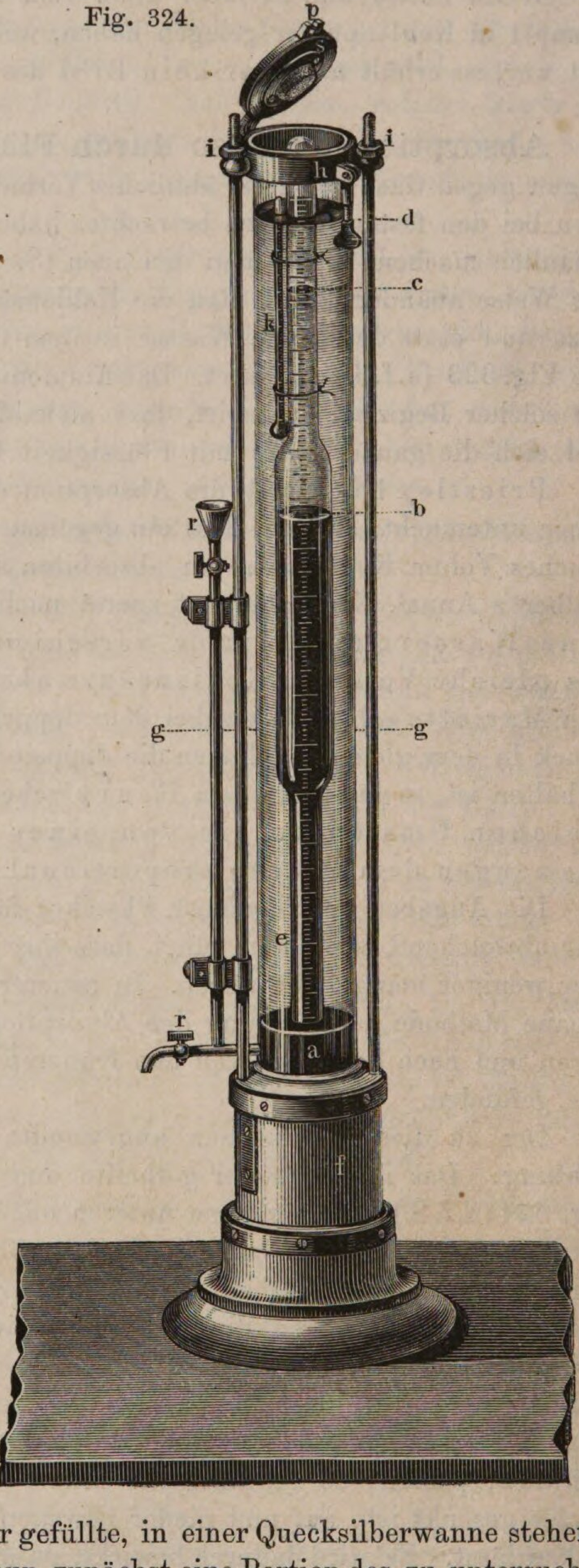
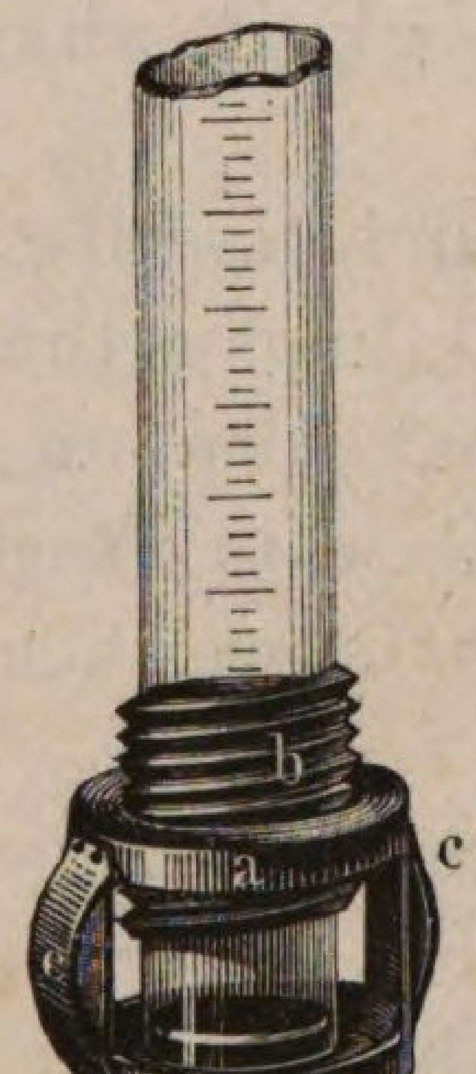


Fig. 325.



In dieses mit Quecksilber gefüllte, in einer Quecksilberwanne stehende Absorptionsrohr lässt man nun zunächst eine Portion des zu untersuchenden Gases eintreten, und nachdem man die zur Bestimmung seines Volu-

mens v, seiner Temperatur und des Druckes b, unter dem es steht, nöthigen Ablesungen vorgenommen hat, wird eine angemessene Quantität luftfreien Wassers zugelassen, das Absorptionsrohr durch Aufschrauben des oben besprochenen kleinen Stuhles unter Quecksilber geschlossen und dann in den unten mit Quecksilber, oben mit Wasser gefüllten Glascylinder gg, Fig. 324, eingetaucht. — Die Temperatur dieses Wassers wird an dem Thermometer k abgelesen.

Hierauf wird das Absorptionsrohr durch Drehen auf die oben angegebene Weise geöffnet, der Druck, unter welchem das eingeschlossene Gas steht, durch Eingiessen von Quecksilber in den Trichter r bis zu einem beliebigen Grade vermehrt, das Absorptionsrohr unten wieder zugeschraubt und dann das Glasrohr gg oben durch Aufschrauben eines Deckels vollkommen geschlossen. Dieser Deckel ist in der Mitte mit einer Kautschukplatte versehen, welche, auf den Gipfel des Absorptionsrohres aufgedrückt, dasselbe so fest hält, dass man nun den ganzen Apparat tüchtig schütteln kann. Nachdem nun diese Operation so lange wiederholt worden ist, bis sich nach dem Oeffnen des Absorptionsrohres keine Verminderung des Gasvolumens mehr zeigt, werden abermals die nöthigen Ablesungen vorgenommen, um das Volumen v' des übrigen Gases, das Volumen des Wassers im Absorptionsrohre, den Druck b', unter welchem das eingeschlossene Gas steht, u. s. w. zu erfahren.

Da nun v das Volumen des in das Absorptiometer gebrachten Gases unter dem Druck b vor der Absorption ist, so ist das auf den Normaldruck 760 mm reducirte Volumen dieser Gasmenge $V = \frac{b \cdot v}{760}$ (§. 83). Das nach der Absorption bei unveränderter Temperatur unter dem Druck b' übrig bleibende Volumen v' würde unter dem Normaldruck das Volumen $V' = \frac{b'\,v'}{760}$ eingenommen haben; mithin ist das auf den Normaldruck reducirte Volumen g des absorbirten Gases

$$g = V - V' \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 1)$$

Die von der gleichen Wassermenge bei der gleichen Temperatur einmal unter dem Druck 523 mm und dann unter dem Druck 725 mm absorbirten in der eben angedeuteten Weise auf den Normaldruck reducirten Volumina von Kohlensäure waren nach einem Versuche von Bunsen 27·3 und 38·6.

Da nun 38·6 : 27·3 in der That sehr nahe gleich 725 : 523 ist, so ergiebt sich aus diesem wie aus einer Reihe von anderen Versuchen die Richtigkeit des bereits oben ausgesprochenen Henry'schen Gesetzes.

Mit dem Namen des Absorptionscoëfficienten einer Gasart bezeichnet man nach Bunsen das (auf 0° C. reducirte) Gasvolumen, welches von der Volumeneinheit der Flüssigkeit unter dem Quecksilberdruck von 760 mm absorbirt wird.

Dieser Absorptionscoëfficient lässt sich leicht berechnen, wenn man

das Gasvolumen g ermittelt hat, welches unter dem Druck b' von dem Flüssigkeitsvolumen h absorbirt wird.

Nach dem oben angeführten Gesetz würde nämlich von demselben Flüssigkeitsvolumen h unter dem Normaldruck von 760 mm das Gasvolumen

$$g\frac{760}{b'}$$

absorbirt werden. Das von der Volumeinheit der Flüssigkeit unter dem Normaldruck absorbirte Gasvolumen ist demnach

$$\alpha = \frac{g}{h}\,\frac{760}{b'} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 2)$$

Setzen wir in Gleichung 2) für g seinen Werth bei 1), so kommt

$$\alpha = \frac{1}{h}\,(V - V')\,\frac{760}{b'}$$

und wenn wir für V und V' ihre obigen Werthe setzen

$$\alpha = \frac{1}{h}\left(\frac{v\,.\,b}{760} - \frac{v'\,.\,b'}{760}\right)\frac{760}{b'}$$

$$\alpha = \frac{1}{h}\left(\frac{v\,b}{b'} - v'\right) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 3)$$

Die Grösse α ist aber nichts anderes als der Absorptionscoëfficient.

Bei einem mit Stickstoffgas und Wasser bei einer Temperatur von 18° C. angestellten Versuch ergaben sich aus den Beobachtungen am Absorptiometer

$$v = 32{\cdot}608 \qquad b = 429{\cdot}3$$
$$v' = 16{\cdot}52 \qquad b' = 730{\cdot}5$$
$$h = 182{\cdot}37$$

Setzt man diese Werthe in Gleichung 3), so ergiebt sich

$$\alpha = 0{\cdot}01448$$

als Absorptionscoëfficient des Stickstoffs in Wasser bei einer Temperatur von 18° C.

Für dieselben Substanzen ändert sich der Absorptionscoëfficient mit der Temperatur.

Für Kohlensäure und Wasser fand Bunsen folgende zusammengehörige Werthe der Temperatur und des Absorptionscoëfficienten:

t	α	t	α
4·4° C.	1·4698	16·6° C.	0·9692
8·4	1·2426	19·1	0·8963
13·8	1·0652	22·4	0·8642

woraus er die Interpolationsformel

$$\alpha = 1{\cdot}7967 - 0{\cdot}07761t + 0{\cdot}0016424t^2$$

ableitet, welche das empirische Gesetz darstellt, nach welchem der Absorptionscoëfficient der Kohlensäure in Wasser von der Temperatur abhängt.

In ähnlicher Weise fand Bunsen für die Absorptionscoëfficienten verschiedener Gase folgende Interpolationsformeln:

Stickstoff in Wasser . . .	0·020346	— 0·00053887t	+ 0·000011156t^2
„ in Alkohol . . .	0·126338	— 0·000418t	+ 0·000006t^2
Wasserstoff in Wasser . .	0·0193		
„ in Alkohol . .	0·06925	— 0·0001487t	+ 0·000001t^2
Kohlenoxyd in Wasser . .	0·032874	— 0·00081632t	+ 0·0000164t^2
„ in Alkohol . .	0·20443		
Grubengas in Wasser . .	0·05449	— 0·0011807t	+ 0·000010278t^2
„ in Alkohol . .	0·522586	— 0·0028655t	+ 0·0000142t^2
Metylgas in Wasser . . .	0·0871	— 0·0033242t	+ 0·0000603t^2
Oelbildendes Gas in Wasser	0·25629	— 0·00913631t	+ 0·000188108t^2
„ „ in Alkohol	3·59498	— 0·057716t	+ 0·0006812t^2
Kohlensäure in Wasser . .	1·7967	— 0·07761t	+ 0·0016424t^2
„ in Alkohol . .	4·32955	— 0·09395t	+ 0·00124t^2
Sauerstoff in Wasser . . .	0·04115	— 0·000109t	+ 0·00002256t^2
„ in Alkohol . . .	0·2825		

Der Absorptionscoëfficient von Wasserstoff in Wasser bleibt zwischen 0° und 20° C., der von Kohlenoxyd in Alkohol und von Sauerstoff in Alkohol bleiben zwischen 0° und 24° ungeändert.

Zur Bestimmung der Absorptionscoëfficienten solcher Gase, welche das Quecksilber angreifen oder welche vom Wasser in unverhältnissmässiger Menge verschluckt werden, lässt sich das Absorptiometer nicht mehr anwenden. Was die in diesen Fällen von Bunsen angewandten experimentellen Methoden betrifft, so müssen wir auf dessen „gasometrische Methoden“ (Braunschweig 1857) verweisen, und begnügen uns, die wichtigsten seiner hierher gehörigen Resultate anzuführen:

Schwefelwasserstoff in Wasser	4·3706	— 0·083687t	+ 0·0005213t^2
„ in Alkohol	17·891	— 0·65598t	+ 0·00661t^2
Schweflige Säure in Wasser .	79·789	— 2·6077t	+ 0·02935t^2
„ „ in Alkohol .	328·62	— 16·95t	+ 0·312t^2
Ammoniak in Wasser . . .	1049·63	— 29·496t	+ 0·6769t^2

Absorption von Gasgemengen. Wenn zwei oder mehrere 102
Gase mit einander gemischt sind, so erfolgt die Absorption proportional dem Drucke, welchen jeder der Gemengtheile ausüben würde, wenn er sich allein in dem vom Gasgemenge erfüllten Raum befände. Diesen, die Absorption des Gemengtheils bedingenden Druck nennt Bunsen den partiären Druck. Die atmosphärische Luft besteht z. B. aus

0·2096 Volumtheilen Sauerstoff und
0·7904 Volumtheilen Stickstoff.

Steht nun eine bestimmte Menge atmosphärischer Luft unter dem Druck P, so ist der partiäre Druck, unter welchem das Sauerstoffgas absorbirt

wird, 0·2096 P, während die Absorption des Stickstoffs unter dem Druck 0·7904 P vor sich geht.

Bezeichnen α und β die Absorptionscoëfficienten des Sauerstoffs und des Stickstoffs, so werden demnach von der Einheit des Wasservolumens aus einer unter dem Normaldruck stehenden Luftmasse absorbirt

0·2096 α Volumina Sauerstoff und
0·7904 β Volumina Stickstoff;

demnach ergiebt sich für atmosphärische Luft der Absorptionscoëfficient

$$\gamma = 0{\cdot}2096\,\alpha + 0{\cdot}7904\,\beta.$$

Setzt man für α und β die Werthe der Absorptionscoëfficienten von Sauerstoff und Stickstoff bei 0° C., so kommt

$$\gamma = 0{\cdot}008625 + 0{\cdot}016151 = 0{\cdot}024776.$$

Das bei 0° C. von der Einheit des Wasservolumens aus der atmosphärischen Luft absorbirte Gasvolumen 0·024776 besteht aber aus 0·008625 Volumtheilen Sauerstoff und 0·016151 Volumtheilen Stickstoff, es enthält also 34 Proc. Sauerstoff und 66 Proc. Stickstoff. Das von Wasser aus der Atmosphäre absorbirte Gasgemenge ist also an Sauerstoff reicher als die atmosphärische Luft selbst.

In der angegebenen Weise geht jedoch die Absorption von Sauerstoff und Stickstoff aus der atmosphärischen Luft nur dann vor sich, wenn die procentische Zusammensetzung des Rückstandes unverändert bleibt, wenn also das Volumen des absorbirenden Wassers verschwindend klein ist gegen das Luftvolumen, welches mit demselben in Berührung ist. Wenn diese Bedingung nicht erfüllt ist, so wird in Folge der ungleichen Absorption der Bestandtheile die procentische Zusammensetzung des unabsorbirt zurückbleibenden Gases, also auch der partiäre Druck, verändert und dadurch die Berechnung der absorbirten Gasmengen verwickelter. Aus diesem Grunde würde man auch aus directen Versuchen mit dem Absorptiometer einen anderen Werth für den Absorptionscoëfficienten der atmosphärischen Luft finden.

103 **Diffusion der Gase.** Flüssigkeiten, welche sich nicht gegenseitig lösen oder chemisch mit einander verbinden, können wohl auf einige Augenblicke gemengt sein; bald aber trennen sie sich, sie lagern sich nach der Ordnung ihrer specifischen Gewichte, wie z. B. das Oel auf dem Wasser schwimmt. Bei Gasen findet stets eine ganz gleichförmige Mengung statt.

Diese Fundamentalwahrheit ist durch directe Versuche ausser Zweifel gesetzt worden. Berthollet verband zwei Ballons, von denen der eine a, Fig. 326, mit Wasserstoffgas, der andere c mit Kohlensäuregas gefüllt war, durch eine Röhre, die durch Hähne gesperrt werden konnte. Nachdem der Apparat so aufgestellt war, dass der mit dem leichteren Wasserstoffgas gefüllte Ballon über dem anderen stand, wurden die Hähne geöffnet. Nach einiger Zeit hatte sich die Hälfte des Wasserstoff-

gases trotz seiner Leichtigkeit in dem unteren Ballon verbreitet, während die Hälfte des Kohlensäuregases in den oberen Ballon hinaufgestiegen war.

Jedes der beiden Gase verbreitet sich also gleichförmig in dem ganzen Raume gerade so, als ob das andere gar nicht da wäre.

Diese Erscheinung der gleichförmigen Mengung der Gase wird mit dem Namen der Diffusion bezeichnet.

Was für die Mischung zweier Gase gilt, gilt auch für die Mischung mehrerer. Das allgemeine Princip, nach welchem die Mischung gasförmiger Körper vor sich geht, ist folgendes: Wenn man in einen und denselben Raum verschiedene Gase bringt, welche keine chemische Wirkung auf einander ausüben, so verbreitet sich jedes gleichförmig durch den ganzen Raum.

Wenn zwei verschiedenartige Gase durch eine poröse Scheidewand getrennt sind, so geht der Austausch der Gase durch diese Scheidewand hindurch vor sich, und zwar bemerkt man hier eine ähnliche Erscheinung

Fig. 326.

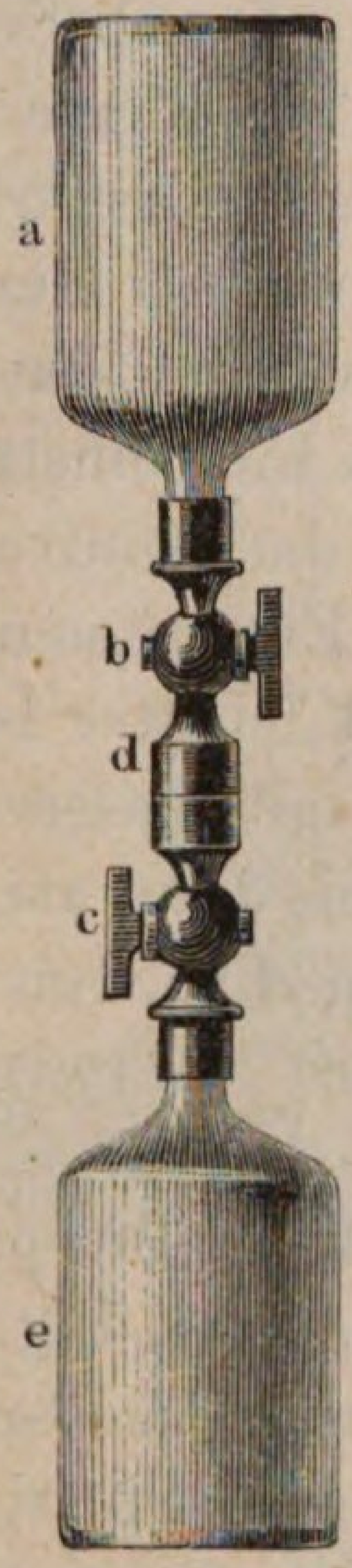


Fig. 327.

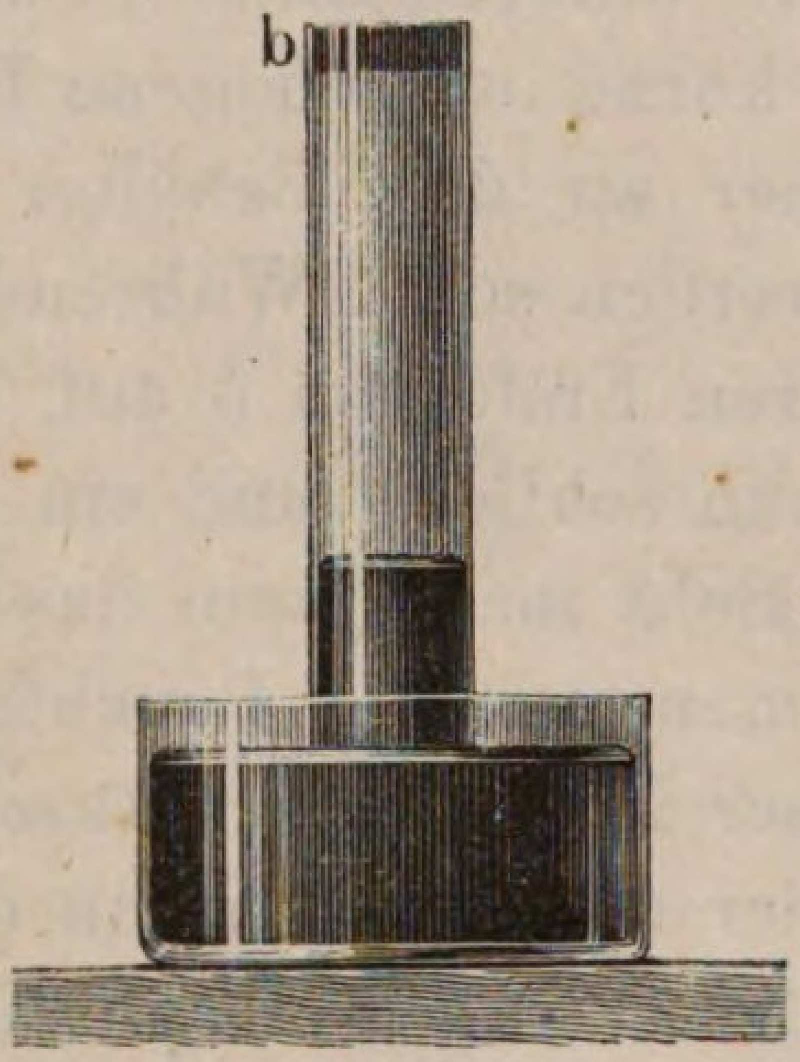
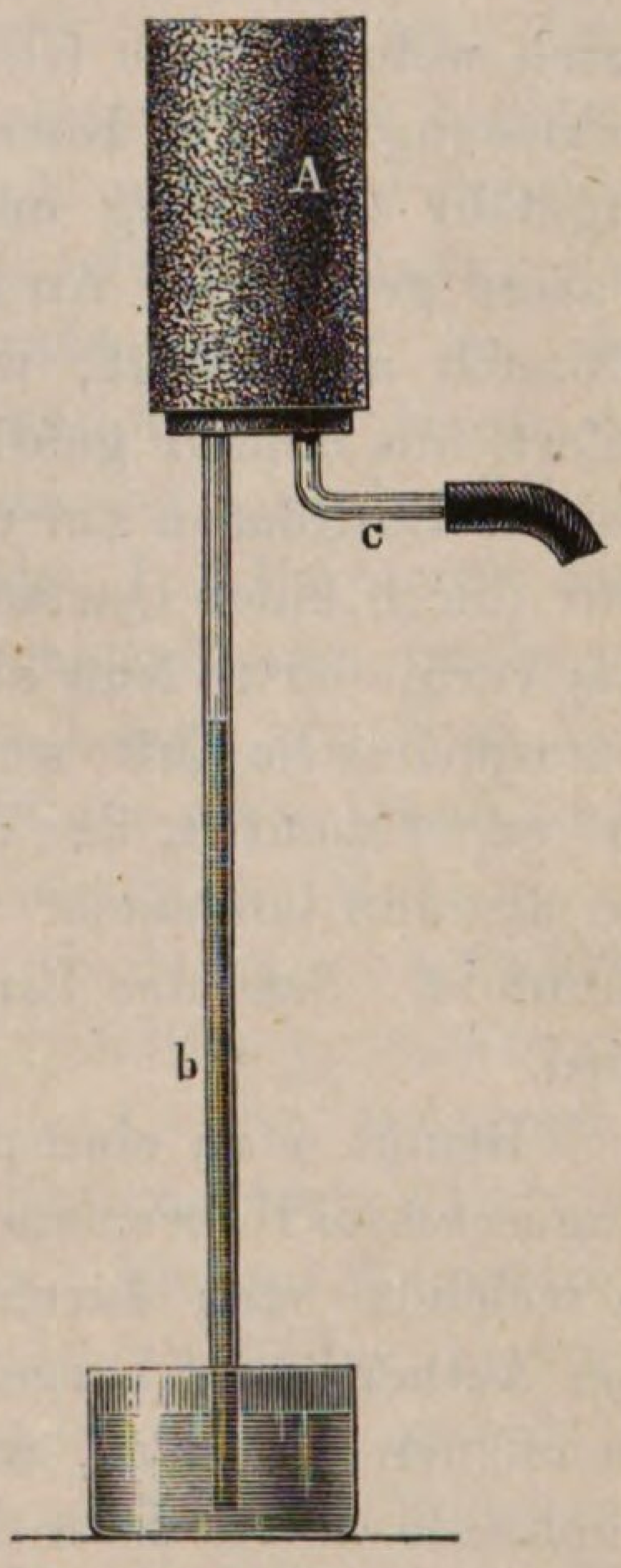


Fig. 328.



wie diejenige, welche wir bei den Flüssigkeiten unter dem Namen Endosmose kennen gelernt haben; man findet nämlich, dass verschiedene Gase nicht mit gleicher Geschwindigkeit durch die poröse Scheidewand hindurchdringen, so dass die Gasmenge auf der einen Seite ab- oder zunimmt.

Um dies durch den Versuch anschaulich zu machen, kann man in folgender Weise verfahren: Eine ungefähr 1 Zoll weite, oben durch einen

1 bis 2 Linien dicken vollkommen trockenen Gypspfropf *b*, Fig. 327, geschlossene Glasröhre wird mit Wasserstoffgas oder mit Leuchtgas gefüllt, und dann rasch ihr unteres Ende in Quecksilber oder Wasser eingetaucht, wie die Figur andeutet. Ueberlässt man nun die Vorrichtung sich selbst, so sieht man alsbald die Flüssigkeit in die Röhre steigen und schon nach einigen Minuten steht sie um eine namhafte Höhe über dem äusseren Flüssigkeitsspiegel. Das Gasvolumen in der Röhre hat also abgenommen, weil Wasserstoffgas durch den Gypspfropf hindurch in die Atmosphäre diffundirt ist. Freilich ist auch in umgekehrter Richtung durch den Pfropf atmosphärische Luft in den Cylinder eingedrungen, allein das Volumen der eingetretenen Luft ist weit geringer als das Volumen des ausgetretenen Wasserstoffs.

Noch viel auffallender lässt sich die Erscheinung mit Hülfe des Apparates Fig. 328 (a. v. S.) zeigen, weil bei grösserer Oberfläche der diffundirenden Wand die Steigröhre weit enger ist. *A* ist eine poröse Thonzelle, wie solche zum Aufbau der Bunsen'schen Zink-Kohlenbatterien gebraucht werden. Die Oeffnung ist durch einen Korkstopfen verschlossen, durch welchen zwei Glasröhren *b* und *c* hindurchgehen. Durch Siegellacklösung ist der Kork luftdicht schliessend gemacht. Die Röhre *b* ist ungefähr 4 dm lang und ihr unteres Ende in ein Gefäss mit gefärbtem Wasser getaucht. An die kurze umgebogene Röhre *c* ist ein Gummischlauch angesteckt, welcher zu dem Behälter führt, welcher das Gas liefert, mit dem *A* gefüllt werden soll. Während das Gas hier einströmt, steigen Luftblasen am unteren Ende von *b* auf, bis man das Kautschukrohr durch einen Quetschhahn schliesst und ein ferneres Einströmen von Gas verhindert. Nun aber sieht man, wenn das Gas in *A* leichter ist als atmosphärische Luft, wenn man etwa mit Leuchtgas oder mit Wasserstoffgas experimentirt, das Wasser in *b* ziemlich rasch um 2 bis 3 dm steigen, um alsdann langsamer wieder zu sinken, wenn das Gas in *A* so weit verdünnt ist, dass das Einströmen der atmosphärischen Luft überwiegend wird.

Bringt man eine poröse Thonzelle, welche durch einen Pfropf mit eingesetztem Hebermanometer geschlossen ist, in ein Glasgefäss, Fig. 329, in welchem man durch Eintröpfeln von Schwefeläther eine Atmosphäre von Aetherdampf hergestellt hat, so sinkt die manometrische Flüssigkeit im offenen Schenkel, weil die atmosphärische Luft aus dem Inneren der Thonzelle durch deren Poren rascher entweicht, als der 5mal schwerere Aetherdampf einzudringen vermag.

Um das Gesetz der Diffusion durch poröse Scheidewände hindurch zu ermitteln, muss man den durch Fig. 327 erläuterten Versuch dahin abändern, dass man die Röhre allmälig tiefer und tiefer einsenkt, damit das Niveau des Quecksilbers in der Röhre stets dem äusseren gleich bleibt, weil ohne diese Vorsichtsmaassregel mehr atmosphärische Luft eindringt, als wenn bloss eine Diffusionswirkung stattgefunden hätte. Um aber das Diffusionsrohr nach und nach tiefer einsenken zu können, wählt man zur

Aufnahme der Sperrflüssigkeit einen Glascylinder von der Fig. 330 dargestellten Form.

Graham hat diese Erscheinung zuerst näher untersucht. Nach dem von ihm aufgestellten Gesetz verhalten sich die Geschwindigkeiten, mit welchen die Gase in entgegengesetzter Richtung die Scheidewand durchziehen, umgekehrt wie die Quadratwurzeln aus ihren specifischen Gewichten. Setzen wir das specifische Gewicht der Luft gleich 1, so ist das des Wasserstoffgases 0·06926; gegen 1 Volumen Wasserstoff, welches austritt, werden also $\sqrt{0{\cdot}06926}$ Volumina Luft eintreten; das Volumen des austretenden Wasserstoffgases soll also $\frac{1}{\sqrt{0{\cdot}06926}} = 3{\cdot}80$ mal grösser sein als das der eintretenden Luft.

Zwischen Endosmose und der Diffusion der Gase findet also ein wesentlicher Unterschied statt. Während die Ungleichheit der entgegengesetzten Strömungen bei der Endosmose lediglich durch die ungleiche Molekularanziehung bedingt wird, welche die Scheidewand auf die Flüssigkeiten ausübt, kommt bei der Diffusion der Gase die Natur der Scheidewand gar nicht in Betracht; das Verhältniss der Strömungen hängt von dem Verhältniss der specifischen Gewichte der Gase ab.

Fig. 329.

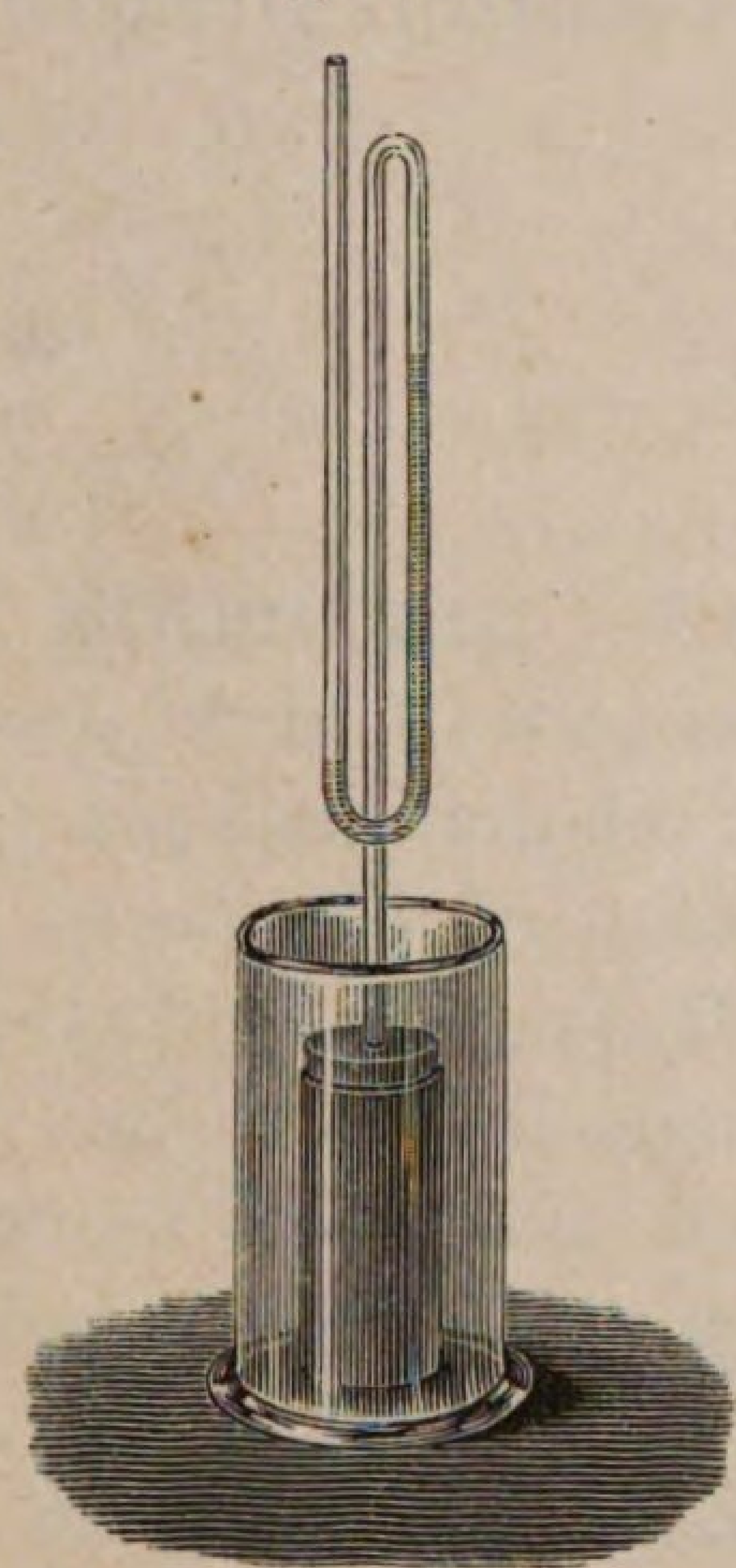
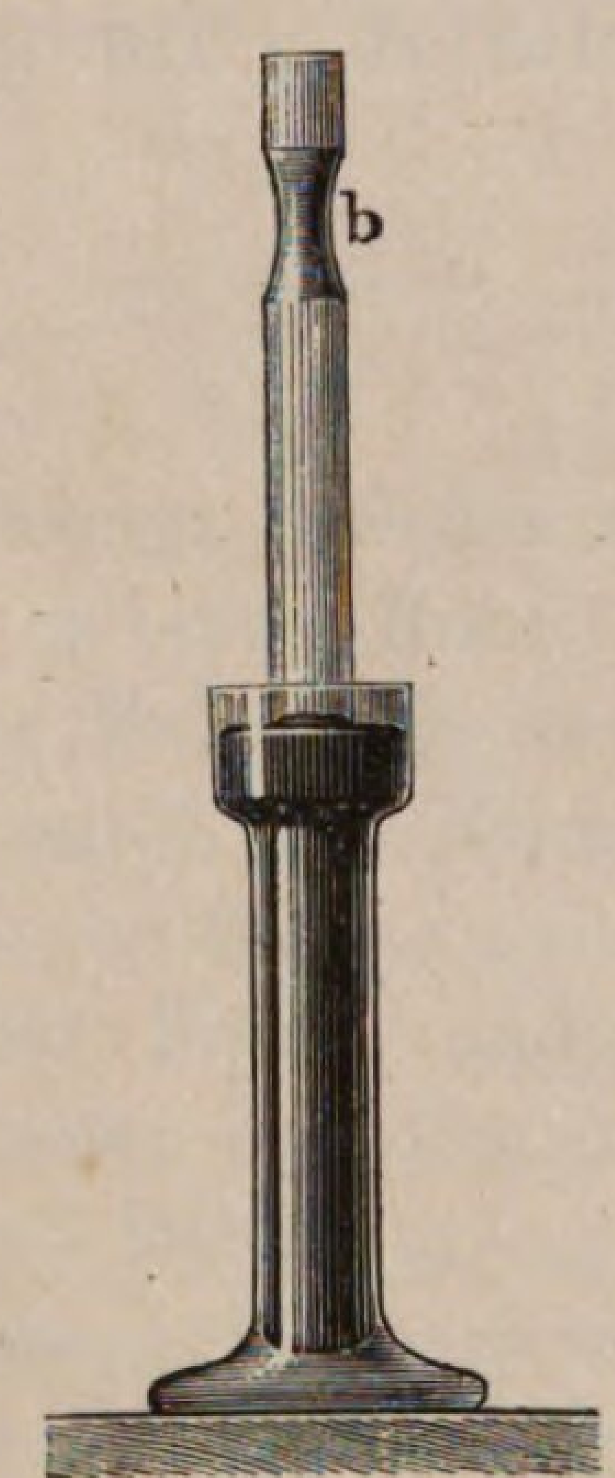


Fig. 330.



Nach höchst sorgfältig angestellten Versuchen von Bunsen ist Graham's Diffusionsgesetz nicht genau. Ein mit Wasserstoffgas angestellter Versuch, bei welchem Wasser als Sperrflüssigkeit angewendet wurde, gab z. B. folgende Resultate: Das Anfangsvolumen des Wasserstoffs im Diffusionsrohr war 645, als das Wasserniveau in der Röhre 1 Millimeter höher stand als aussen. Während nun das Wasserstoffgas durch den Gypspfropf diffundirte, also das Gasvolumen in der Röhre abnahm, wurde das Diffusionsrohr immer in der Weise niedergesenkt, dass der Höhenunterschied zwischen dem inneren und äusseren Wasserspiegel stets 1 Millimeter betrug.

Nachdem das Gasvolumen im Diffusionsrohr auf 193 abgenommen hatte, fand keine weitere Aenderung des Volumens mehr statt, die Diffu-

sion des Wasserstoffs war also beendigt, es waren also 193 Volumtheile atmosphärischer Luft gegen 645 Volumtheile Wasserstoffgas eingetreten. Der Quotient $\frac{645}{193} = 3{\cdot}34$ ist aber merklich geringer als 3·80, wie er nach dem Graham'schen Gesetze hätte sein müssen.

Diese Abweichung vom Graham'schen Gesetz hängt mit den Ausströmungsgesetzen der Gase zusammen, wir werden deshalb am Schlusse des neunten Capitels auf diesen Gegenstand zurückkommen.

Siebentes Capitel.

Bewegung fester Körper unter dem Einfluss beschleunigender Kräfte.

Einleitung. Ein Körper, welcher seine Stellung gegen andere ändert, ist in **Bewegung**; er ist in Ruhe, wenn keine solche Veränderung mit ihm vorgeht. Alle Ruhe, alle Bewegung, welche wir beobachten, ist nur relativ, nicht absolut. Die Bäume sind in Ruhe in Beziehung auf die benachbarten Berge, die Bäume haben eine unveränderliche Stellung auf dem Erdboden, aber Bäume und Berge sind deshalb nicht in absoluter Ruhe. Sie durchlaufen mit dem ganzen Erdballe, auf welchem sie fest stehen, die ungeheure Bahn unseres Planeten. 104

Wir haben bei jeder Bewegung zwei wesentliche Dinge zu betrachten, die **Richtung** und die **Geschwindigkeit**.

Wenn ein Körper sich stets nach derselben Richtung bewegt, so ist seine Bahn **geradlinig**, wenn sich aber die Richtung seiner Bewegung stetig ändert, so ist seine Bewegung **krummlinig**. Wenn man sich in dem Punkte der Curve, welchen der Körper in einem bestimmten Momente einnimmt, eine Tangente an die Curve gezogen denkt, so zeigt uns diese Tangente die Richtung, welche in diesem Augenblicke die Bewegung des Körpers hat.

Die Bewegung eines Körpers ist **gleichförmig**, wenn er in gleichen Zeiten gleiche Wege durchläuft, wenn also der durchlaufene Weg der dazu gebrauchten Zeit proportional ist. Bezeichnen wir also mit s den durchlaufenen Weg, mit t die dazu gebrauchte Zeit, so haben wir für eine gleichförmige Bewegung

$$s = vt \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 1)$$

wenn v eine constante Grösse ist, die man als Geschwindigkeit bezeichnet.

Da $s = v$ wird, wenn man in Gleichung 1) $t = 1$ setzt, so ist die Geschwindigkeit einer gleichförmigen Bewegung der Weg, welcher in der Zeiteinheit zurückgelegt wird.

Der Zahlenwerth der Geschwindigkeit für einen speciellen Fall hängt davon ab, welche Einheiten man für Zeit und Raum zu Grunde legt. Meist zählt man die Secunde zur Zeiteinheit, den Fuss oder das Meter zur Längeneinheit. Ein ausgewachsener Mensch geht z. B. mit einer Geschwindigkeit von $2^1/_2$ Fuss, ein Schnellzug fährt auf der Eisenbahn mit einer Geschwindigkeit von 45 Fuss in der Secunde.

Ungleichförmig nennt man eine Bewegung, wenn in jedem folgenden Zeittheilchen ein grösserer oder ein kleinerer Weg zurückgelegt wird als in dem nächst vorhergehenden. Im ersteren Falle nennt man die Bewegung eine beschleunigte, im letzteren eine verzögerte.

Die Geschwindigkeit einer ungleichförmigen Bewegung in einem bestimmten Zeitpunkte ist der Weg, welcher von diesem Moment an in der nächsten Secunde zurückgelegt werden würde, wenn während dieser Secunde weder eine Beschleunigung noch eine Verzögerung der Bewegung stattfände.

Die wahren Gesetze der Bewegung waren den Alten unbekannt, indem sich ihre mechanischen Kenntnisse auf die wenigen von Archimedes erkannten und bewiesenen Sätze der Statik (Hebel, Schwerpunkt und Gewichtsverlust von Körpern, welche in Flüssigkeiten untergetaucht sind) beschränkten. Was Aristoteles über Bewegung gelehrt hat, ist theils nichtssagend, theils unrichtig. So unterschied er z. B. zwischen natürlicher Bewegung (freier Fall) und gewaltsamer Bewegung (Bewegung geworfener Körper). Er behauptete, dass ein Körper um so schneller fallen müsse, je schwerer er sei. — Dass ein geworfener Stein fortfährt, sich zu bewegen, nachdem ihn die werfende Hand verlassen hat, sollte daher rühren, dass die Luft ihn treibt u. s. w.

So lange überhaupt das Gesetz der Trägheit nicht erkannt worden war, suchte man die krummlinige Bewegung durch die Annahme einer Kraft zu erklären, welche den Körper gleichsam in der Curve fortführt, wie denn auch Kepler noch der Meinung war, dass die Richtung der Kräfte, welche die Planeten in Bewegung setzen, nach der Tangente ihrer Bahn wirken müssten.

Erst Galiläi kann als Begründer der Bewegungslehre bezeichnet werden. Das erste Gesetz der Bewegung, welches er aufstellte, ist dasjenige, welches gewöhnlich als Gesetz der Trägheit bezeichnet wird. Nach diesem Gesetz muss sich ein Körper, welcher einmal in Bewegung ist, in gerader Linie mit gleichförmiger Geschwindigkeit fortbewegen, so lange keinerlei Kräfte auf ihn einwirken.

Die richtige Erkenntniss dieses Gesetzes war in der That nicht leicht, weil in der Natur eine geradlinige und gleichförmige Bewegung nicht

vorkommt und wir nicht im Stande sind, einen bewegten Körper längere Zeit hindurch dem Einflusse von beschleunigenden Kräften und Bewegungswiderständen zu entziehen. Bei allen Bewegungen, welche man zu beobachten Gelegenheit hatte, trat also nie die Wirkung der Trägheit rein für sich, sondern stets modificirt durch beschleunigende Kräfte und Bewegungswiderstände auf, es galt also, die Wirkung der Trägheit in diesen Combinationen zu erkennen und sie bei allen in der Wirklichkeit vorkommenden Bewegungen nachzuweisen, wie dies Galiläi in der That beim freien Fall, bei der Wurfbewegung u. s. w. gethan hat.

Das zweite von Galiläi aufgestellte Gesetz der Bewegung heisst: Die Bahn eines unter dem Einfluss einer beschleunigenden Kraft sich bewegenden Körpers ist in jedem kleinen Zeittheilchen die Resultirende derjenigen Bahnen, welche der Körper einerseits vermöge der bereits erlangten Geschwindigkeit nach dem Gesetz der Trägheit und andererseits unter dem alleinigen Einfluss der beschleunigenden Kraft in diesem Zeittheilchen zurücklegen würde.

In den folgenden Paragraphen werden wir die Anwendung dieser beiden Hauptgesetze auf verschiedene Bewegungsformen näher betrachten.

Das Fallgesetz. — Eine stetige Veränderung der Bewegung 105
eines Körpers kann nur durch eine continuirlich wirkende Kraft bewirkt werden, welche man als eine beschleunigende Kraft bezeichnet, weil unter ihrem alleinigen Einfluss ein Körper sich rascher und rascher, also mit beschleunigter Geschwindigkeit bewegen muss.

Wenn die beschleunigende Kraft, unter deren Einfluss sich ein Körper bewegt, stets in gleicher Stärke wirkt, so nennt man sie eine gleichförmig beschleunigende Kraft und die unter ihrem alleinigen Einfluss stattfindende Bewegung eine gleichförmig beschleunigte Bewegung. Ein ausgezeichnetes Beispiel gleichförmig beschleunigter Bewegung bietet uns der freie Fall schwerer Körper.

Denken wir uns, dass die Schwerkraft, unter deren Einfluss ein Körper eine Zeit lang frei herabgefallen ist, in einem bestimmten Moment auf ihn zu wirken aufhöre, so würde deshalb der Körper nicht stillstehen, er würde sich vielmehr vermöge seiner Trägheit von nun an mit gleichförmiger Geschwindigkeit fortbewegen.

Die Geschwindigkeit eines fallenden Körpers in einem bestimmten Moment ist der Weg, welchen er in der nächsten Secunde zurücklegen würde, wenn von diesem Augenblicke an die Schwerkraft auf ihn zu wirken aufhörte.

Ein schwerer Körper sei 3 Secunden (oder allgemein t Secunden) lang frei herabgefallen, so ist die Endgeschwindigkeit, welche er in dieser Zeit erlangt hat, der Weg, den er in der 4ten Secunde (oder allgemein in der $t + 1$ten Secunde) zurücklegen würde, wenn von dem Ende

der 3ten (t ten) Secunde an die Schwerkraft nicht mehr wirkte und der Körper sich nur vermöge seiner Trägheit fortbewegte.

Da die Schwere in jedem Moment des Falles auf dieselbe Weise wirkt, so muss sie die Geschwindigkeit des fallenden Körpers in gleichen Zeiten auch gleichviel vermehren, d. h. die Bewegung muss eine gleichförmig beschleunigte sein. Wenn der fallende Körper während der ersten Fallsecunde eine Geschwindigkeit g erlangt hat, so muss er also auch nach 2, 3, 4 . . . t Secunden eine Geschwindigkeit $2g$, $3g$, $4g$. . . tg erlangt haben. Es lässt sich dies in Worten allgemein so ausdrücken: die Geschwindigkeit eines frei fallenden Körpers ist stets der verflossenen Fallzeit proportional, oder es ist

$$v = g . t \qquad 1)$$

wenn v die Geschwindigkeit bezeichnet, welche der Körper während einer Fallzeit von t Secunden erlangt hat, g aber seine Geschwindigkeit am Ende der ersten Secunde darstellt.

Welchen Raum wird demnach ein Körper in 1, in 2, 3, 4 . . . t Secunden durchlaufen? Zu Anfang der ersten Secunde ist seine Geschwindigkeit = 0, zu Ende derselben ist sie g. Da nun die Geschwindigkeit gleichförmig zunimmt, so muss der in der ersten Secunde durchfallene Raum offenbar ebenso gross sein, als ob sich der Körper während dieser Secunde mit einer gleichförmigen Geschwindigkeit bewegt hätte, welche zwischen der Anfangs- und Endgeschwindigkeit, also zwischen 0 und g in der Mitte liegt. Diese mittlere Geschwindigkeit aber ist $\frac{g}{2}$ und ein Körper, der sich eine Secunde lang mit der Geschwindigkeit $\frac{g}{2}$ bewegt, durchläuft den Weg $\frac{g}{2}$.

Ebenso können wir den Fallraum finden, welchen der Körper in 2 Secunden durchfällt. Die Anfangsgeschwindigkeit ist 0, die Endgeschwindigkeit $2g$, also ist die mittlere Geschwindigkeit $\frac{2g}{2}$, und ein Körper, welcher sich zwei Secunden lang mit dieser Geschwindigkeit bewegt, durchläuft einen Raum $2 . 2 \frac{g}{2}$.

In 3 Secunden durchfällt der Körper einen Raum $3 . 3 \frac{g}{2}$, denn die Anfangsgeschwindigkeit ist 0, die Endgeschwindigkeit $3g$, also die mittlere Geschwindigkeit $3 \frac{g}{2}$, und mit dieser Geschwindigkeit muss ein Körper sich drei Secunden lang gleichförmig bewegen, wenn er denselben Weg zurücklegen soll, den ein schwerer Körper in drei Secunden durchfällt.

Wir wollen diesen Schluss allgemein machen. Wenn ein Körper t Secunden lang fällt, so muss er einen Weg zurücklegen, welcher demjenigen gleich ist, den er während derselben Zeit bei gleichförmiger Be-

wegung zurückgelegt hätte, wenn seine Geschwindigkeit das Mittel zwischen der Anfangsgeschwindigkeit 0 und der Endgeschwindigkeit $g \cdot t$, also $\frac{g}{2} t$ gewesen wäre. Ein Körper aber, welcher sich t Secunden lang mit der Geschwindigkeit $\frac{g}{2} t$ bewegt, durchläuft einen Raum

$$s = \frac{g}{2} \cdot t^2 \quad \ldots\ldots\ldots \quad 2)$$

das heisst in Worten: die Fallräume verhalten sich wie die Quadrate der Fallzeiten.

Der Werth von g in Gl. 1), also die Endgeschwindigkeit in jeder Secunde oder auch die Zunahme der Geschwindigkeit in jeder folgenden Secunde, ist ein Maass für die Grösse der beschleunigenden Kraft und wird deshalb auch einfach als Beschleunigung bezeichnet.

Beim freien Fall sind (den Luftwiderstand abgerechnet) folgende die zusammengehörigen Werthe von t, v und s.

t	v	s
1. Secunde	30 Fuss	15 Fuss
2. „	60 „	60 „
3. „	90 „	135 „
4. „	120 „	240 „
5. „	150 „	375 „
6. „	180 „	540 „

Der Werth von g, also die Beschleunigung der Schwerkraft auf der Erdoberfläche, ist also gleich 30′, oder genauer

$$g = 30{\cdot}16 \text{ Pariser Fuss}$$

oder

$$g = 9{\cdot}809 \text{ Meter.}$$

Dieser genaue Werth von g ergiebt sich aus der Beobachtung von Pendelschwingungen, wie wir weiter unten sehen werden.

Aus der obigen kleinen Tabelle ergiebt sich, dass der Weg, welchen der freifallende Körper in der 2ten Secunde zurücklegt, 45′ ist; von diesem Wege kommen 30′ auf Rechnung der am Ende der ersten Secunde erlangten Endgeschwindigkeit und 15′ auf Rechnung der Wirkung, welche die Schwere während der zweiten Secunde ausgeübt hat.

Der in der dritten Secunde zurückgelegte Weg von 75′ ist die Summe der Endgeschwindigkeit der zweiten Secunde, 60′, und der neuen Wirkung der Schwere, 15 u. s. w.

Es ist häufig von Wichtigkeit, aus den gegebenen Fallhöhen unmittelbar die entsprechende Geschwindigkeit berechnen zu können. Eine Formel, nach welcher diese Rechnung auszuführen ist, ergiebt sich durch die Combination der Gleichungen 1) und 2). Durch Elimination von t findet man

$$v = \sqrt{2gs} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 3)$$

Die Geschwindigkeiten verhalten sich also wie die Quadratwurzeln aus den Fallräumen. Ist z. B. ein Körper 100 Fuss hoch herabgefallen, so ist nach dieser Formel seine Geschwindigkeit

$$v = \sqrt{2 \,.\, 30 \,.\, 100} = 77{\cdot}4 \ldots \text{Fuss}$$

(natürlich ohne Berücksichtigung des Luftwiderstandes).

Aus Gleichung 3) folgt ohne Weiteres

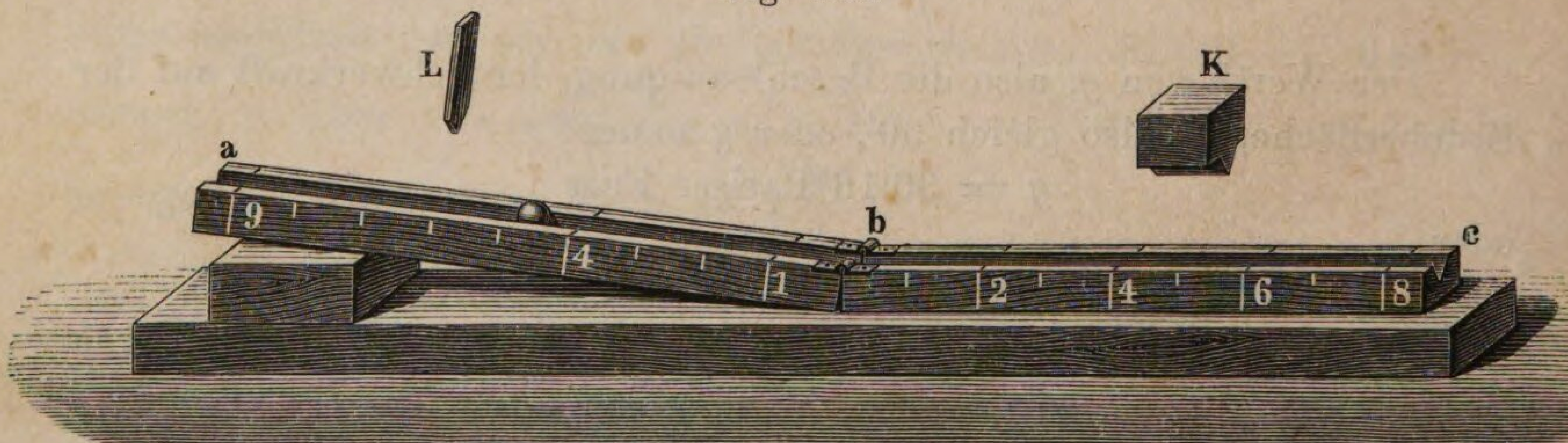
$$s = \frac{v^2}{2g} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 4)$$

Der durchfallene Raum s ist dem Quadrat der während dieses Falles erlangten Endgeschwindigkeit v proportional.

106 **Versuche über das Fallgesetz.** Beim freien Fall sind die in wenig Secunden durchfallenen Räume und die erlangten Geschwindigkeiten viel zu gross, als dass man sie zur Bestätigung des Fallgesetzes gebrauchen könnte, und zwar ist dies um so weniger möglich, als eben der grossen Geschwindigkeit wegen der Widerstand der Luft bedeutende Störungen veranlasst.

Galiläi studirte zuerst die Fallgesetze, indem er Kugeln auf einer schiefen Ebene herunterrollen liess. Zur Anstellung der Galiläi'schen Fallversuche bedient man sich am besten einer, etwa 10 Decimeter (oder Fuss) langen hölzernen Fallrinne ab, Fig. 331, welche durch zwei

Fig. 331.



wohl polirte, unter rechtem Winkel sich schneidende ebene Flächen gebildet wird. Der Länge nach ist diese Fallrinne, deren Neigung gegen die Horizontale beliebig geändert werden kann, in Decimeter (oder Fuss) eingetheilt, wie Fig. 331 zeigt. Ist g die beschleunigende Kraft der Schwere, d. h. ist g die Geschwindigkeit, welche ein frei fallender Körper am Ende der ersten Secunde erlangt hat, so ist nach §. 28

$g . \sin x$ die beschleunigende Kraft, welche die Kugel in der Fallrinne heruntertreibt, wenn x den Winkel bezeichnet, welchen sie mit der Horizontalen macht; durch Verkleinerung des Winkels x hat man es also in der Gewalt, den Fall auf der schiefen Ebene so langsam zu machen, als man will. Ist die Fallrinne so gestellt, dass $g . \sin x = 2$ Decimeter, dass also der Fallraum der ersten Secunde 1 Decimeter ist, so wird man finden, dass die Kugel in 2, 3 u. s. w. Secunden einen Weg von 4, 9 u. s. w. Decimetern in der Fallrinne durchläuft, dass sich also die Fallräume wirklich wie die Quadrate der Fallzeiten verhalten.

Statt des Secundenpendels mit hörbarem Schlag kann man mit Vortheil auch das Metronom benutzen, weil es gestattet, für die Secunde auch eine beliebig kleinere Zeiteinheit in Anwendung zu bringen.

Um den Versuch anzustellen, wird der Klotz K so gestellt, dass seine Vorderfläche (links) bei b gerade auf den Nullpunkt der Theilung zu stehen kommt. Lässt man dann die Kugel mittelst des Brettchens L beim Schlage des Secundenpendels bei 1, 4 oder 9 los, so schlägt sie nach 1, 2 oder 3 Secunden am Klotz K an.

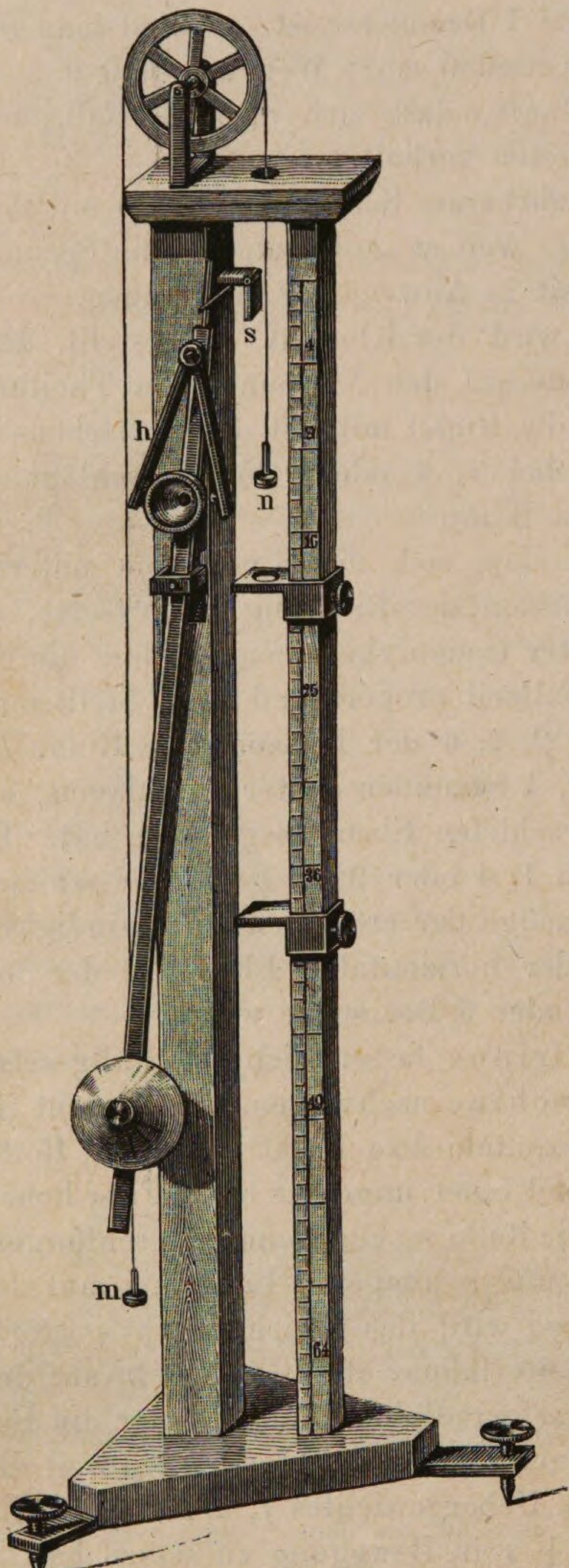
Ist der Apparat so construirt, dass sich die Rinne vom unteren Ende b der schiefen Ebene an in horizontaler Richtung bc fortsetzt, so lässt sich wenigstens mit angenäherter Genauigkeit zeigen, dass die erlangten Endgeschwindigkeiten der Fallzeit proportional sind. Stellt man den Klotz K bei den Theilstrichen 2, 4, 6 der horizontalen Rinne bc auf, so wird die Kugel an ihn 2, 3, 4 Secunden später anschlagen, als man sie in den Punkten 1, 4, 9 der schiefen Ebene losgelassen hat. Ist also die Kugel in $1''$, $2''$ oder $3''$ von 1, 4 oder 9 bis b auf der schiefen Ebene herabgefallen, so läuft sie vermöge der erlangten Geschwindigkeit (ohne weitere Beschleunigung) auf der horizontalen Ebene in der folgenden Secunde von b an noch 2, 4 oder 6 Decimeter weiter.

Weit präciser als mit der Fallrinne lassen sich die Fallgesetze mittelst der Atwood'schen Fallmaschine nachweisen. Sie besteht im Wesentlichen aus einer um eine horizontale Axe leicht drehbaren Rolle, Fig. 332 (a. f. S.), welche auf dem Gipfel einer ungefähr sechs Fuss hohen verticalen Säule befestigt ist. Ueber die Rolle ist eine Schnur geschlungen, an deren Enden gleiche Gewichte m und n hängen. Legt man auf der einen Seite ein Uebergewicht r auf, so wird das Gleichgewicht gestört; die Gewichte $n + r$ auf der einen Seite fallen, das Gewicht m auf der anderen Seite wird gehoben. Die Geschwindigkeit, mit welcher die Bewegung vor sich geht, ist weit geringer als beim freien Falle, weil die bewegende Kraft, die Schwerkraft des Uebergewichtes r, nicht allein die Masse r, sondern die Masse $m + n + r$ in Bewegung zu setzen hat.

Wäre z. B. jedes der Gewichte m und n 7 Gramm, r aber 1 Gramm, so hätte das Uebergewicht von 1 Gramm (abgesehen von der Masse der Rolle) eine Masse von 15 Gramm in Bewegung zu setzen; die Bewegung wird nach denselben Gesetzen vor sich gehen, wie beim freien Falle, nur mit dem einzigen Unterschiede, dass die Intensität der beschleunigenden

Kraft hier 15mal kleiner ist. Wenn also ein frei fallender Körper in der ersten Secunde 15 Fuss durchfällt, so würde hier der Fallraum der ersten Secunde nur 1 Fuss sein.

Fig. 332.



Man sieht wohl ein, dass die Bewegung um so langsamer werden wird, je kleiner das Uebergewicht r im Verhältniss zu $m + n$ ist, und man kann also durch zweckmässige Veränderung von r die Bewegung so langsam machen als man will.

Um die Fallräume bequem messen zu können, ist an einer zweiten verticalen Säule eine Theilung angebracht, deren oberster Punkt der Nullpunkt der Scala ist. Zwei Schieber, von denen der obere durchbrochen ist, können an jeder Stelle der Scala festgestellt werden.

Soweit ist die Kenntniss des Apparates nöthig, um den Zusammenhang der Versuche zu verstehen.

Zunächst lässt sich mit der Fallmaschine leicht darthun:

1) Dass sich die Fallräume verhalten wie die Quadrate der Fallzeiten. Hat man das Uebergewicht, dessen zweckmässigste Gestalt man Fig. 333 sieht, so regulirt, dass der Fallraum der ersten Secunde 1 Zoll ist, so werden

Fig. 333.

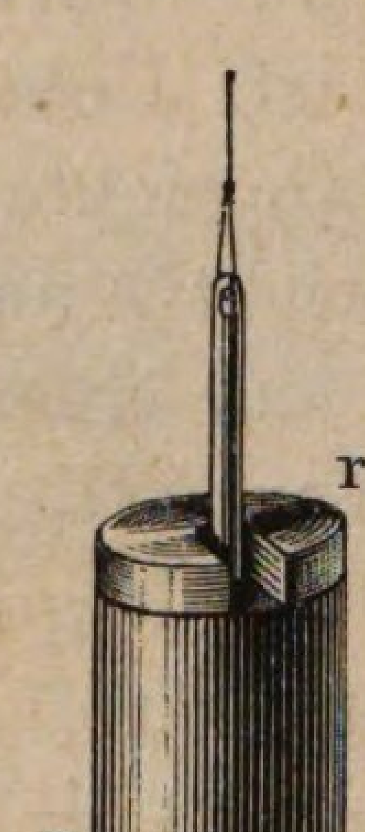
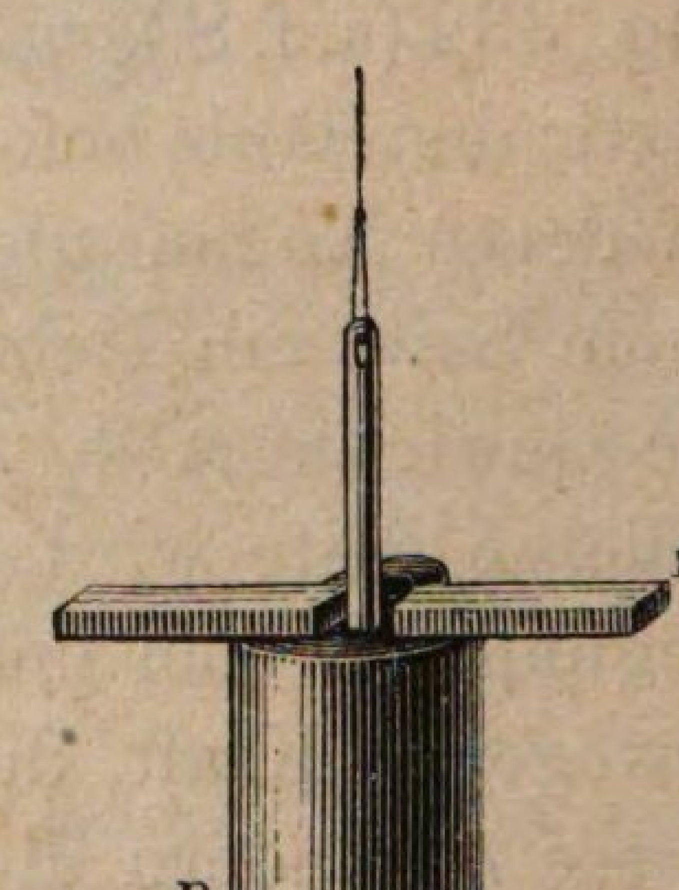


Fig. 334.



in 2 Secunden 4 Zoll, in 4 Secunden 16 Zoll,
„ 3 „ 9 „ „ 5 „ 25 „ u. s. w.
durchlaufen.

Befindet sich also das untere Ende des fallenden Gewichtes *n* zu Anfang der Bewegung am Nullpunkte der Scala, so hat man den undurchbrochenen Schieber bei den Theilstrichen 4, 9, 16, 25 u. s. w. festzustellen, wenn *n* am Ende der zweiten, dritten, vierten u. s. w. Secunde aufschlagen soll.

Sodann lässt sich mit Hülfe der Fallmaschine nachweisen:

2) Dass die Endgeschwindigkeit der zweiten, dritten, vierten u. s. w. Fallsecunde 2mal, 3mal, 4mal u. s. w. so gross ist als die Endgeschwindigkeit der ersten, dass also die Geschwindigkeit des fallenden Körpers der Fallzeit proportional ist.

Zu diesem Zwecke hat das Uebergewicht *r* die Gestalt Fig. 334, so dass es auf dem durchbrochenen Schieber liegen bleibt, wenn das Gewicht *n* hindurchgegangen ist. Es ist nun klar, dass von dem Augenblicke an, in welchem das Uebergewicht abgehoben wird, keine beschleunigende Kraft mehr auf die Massen *m* und *n* wirkt, sie werden sich also von dem Augenblicke an, in welchem das Uebergewicht weggenommen wird, mit gleichförmiger Geschwindigkeit fortbewegen, und zwar mit derjenigen Geschwindigkeit, welche sie in dem Momente hatten, in welchem das Uebergewicht auf den durchbrochenen Schieber aufschlug.

Nehmen wir an, das Uebergewicht sei wieder so regulirt, dass der Fallraum der ersten Secunde 1 Zoll ist, so ist nach den obigen Auseinandersetzungen die Endgeschwindigkeit der ersten Secunde 2 Zoll, d. h. wenn das Uebergewicht am Ende der ersten Fallsecunde abgenommen würde, so würde *n* in jeder folgenden Secunde 2 Zoll zurücklegen.

Wird unter sonst gleichen Verhältnissen das Uebergewicht *r* erst am Ende der zweiten, dritten, vierten u. s. w. Fallsecunde abgenommen, so wird also die erlangte Endgeschwindigkeit 4 Zoll, 6 Zoll, 8 Zoll u. s. w. sein.

Bezeichnen wir nun die Höhe des Gewichtes *n* mit *h*, so wird das Uebergewicht am Ende der zweiten Fallsecunde (wenn also ein Weg von 4 Zoll durchfallen ist) abgenommen, wenn der durchbrochene Schieber so gestellt ist, dass die obere Fläche desselben sich $(4 - h)$ Zoll unter dem Nullpunkte befindet. Das Gewicht *n* wird alsdann am Ende der dritten, der vierten, der fünften Secunde aufschlagen, wenn der zweite Schieber bei $4 + 4$, bei $4 + 8$, bei $4 + 12$ u. s. w. steht.

Soll das Uebergewicht am Ende der dritten Fallsecunde abgenommen werden, so muss der obere Schieber $(9 - h)$ Zoll unter den Nullpunkt gestellt werden, der untere Schieber aber 6, 12, 18 Zoll unter 9 Zoll, wenn das Gewicht *n* am Ende der vierten, fünften, sechsten u. s. w. Secunde auf denselben aufschlagen soll.

Ebenso kann man es einrichten, dass das Uebergewicht am Ende der vierten, fünften u. s. w. Secunde abgenommen wird und man findet dann, dass die erlangte Geschwindigkeit 8, 10 u. s. w. Zoll ist.

Wir haben bisher die Reibung ganz unberücksichtigt gelassen und den Hergang der Sache betrachtet, wie er sein würde, wenn keine Rei-

bung stattfände. Um den Einfluss der Reibung so gering als möglich zu machen, wendet man sogenannte Frictionsrollen an; aber selbst in diesem Falle ist es nöthig, auf das Gewicht *n* noch ein kleines, etwa aus einem ganz dünnen Metallblech herzustellendes Gewicht *q* aufzulegen (unter *r*), welches so justirt werden muss, dass es gerade der Reibung das Gleichgewicht hält.

Es sind jetzt nur noch einige Erläuterungen in Betreff der Fallmaschine beizufügen. In der Regel ist mit der Fallmaschine ein Pendel in Verbindung gebracht, welches zum Zählen der Fallsecunden dient, und mit dessen erstem Schlage die Fallbewegung beginnen muss. Die sehr einfache Pendelvorrichtung unserer Fallmaschine ist aus Fig. 335 deutlicher zu ersehen.

Gerade dem Nullpunkte der Theilung gegenüber befindet sich eine um ein Scharnier drehbare Messingplatte *s*, Fig. 332, welche entweder in Folge ihrer Schwere vertical herabhängt, wie es Fig. 336 zeigt, oder in horizontale Stellung gebracht, durch einen Haken unterstützt werden kann, wie man in Fig. 335 sieht. Auf dieser horizontal gehaltenen Platte steht nun das Gewicht *n* vor dem Beginn der Bewegung. Der Haken, welcher die Platte *s* unterstützt, bildet aber das eine Ende eines Hebels *l*, welcher, wenn man das Pendel in Bewegung setzt, bei dem ersten Schlage desselben etwas auf die Seite geschoben wird, so dass die Platte *s*, nun ihrer Unterstützung beraubt, herabfällt, dass also auch mit dem ersten Pendelschlage das Fallen des Gewichtes *n* beginnt.

Die Schwingungen des Pendels werden dadurch hörbar gemacht, dass der gabelförmige Doppelhammer *h*, Fig. 332 und 336, bei jedem Hin- und bei jedem Hergange des Pendels auf ein auf der Vorderseite desselben befestigtes Glöckchen schlägt.

Die Galiläi'sche Fallrinne sowohl wie die Atwood'sche Fallmaschine gründen sich darauf, dass der Werth von *g* bedeutend kleiner gemacht wird, als er für den freien Fall ist. Man kann aber auch den freien Fall zur Bestätigung des Fallgesetzes anwenden, wenn man zur Zeiteinheit nicht die Secunde, sondern ein viel kleineres Zeittheilchen wählt und dafür sorgt, dass diese kleinen Zeittheilchen sowohl wie die in ihnen frei durchfallenen Räume genau gemessen werden können, wie ich es durch den in Fig. 337 abgebildeten Apparat erzielt habe.

Auf einem starken Brett sind zwei eiserne rectanguläre Stangen *r* und *s* aufgeschraubt und durch mehrere eiserne Stangen einander parallel festgehalten. Diese Stangen dienen dem vertical herabfallenden gusseisernen Klotze *A* zur Führung. Um diese Führung noch sicherer zu machen, ist eine ganz gleichgestaltete, nur weniger hohe gusseiserne Platte *B* durch zwei eiserne Stäbchen mit *A* verbunden. An der Vorderseite von *A* und *B* ist ein ungefähr 5 mm dickes Brett *b* aufgeschraubt, auf welches ein Papierstreifen *p* mit Stiften aufgesteckt werden kann.

Vor dem mit *A* und *B* fallenden Brett *b* befindet sich nun ein elastischer Stahlstab *T*, welcher ungefähr 13 mm breit und 4 mm dick an

Fig. 336.

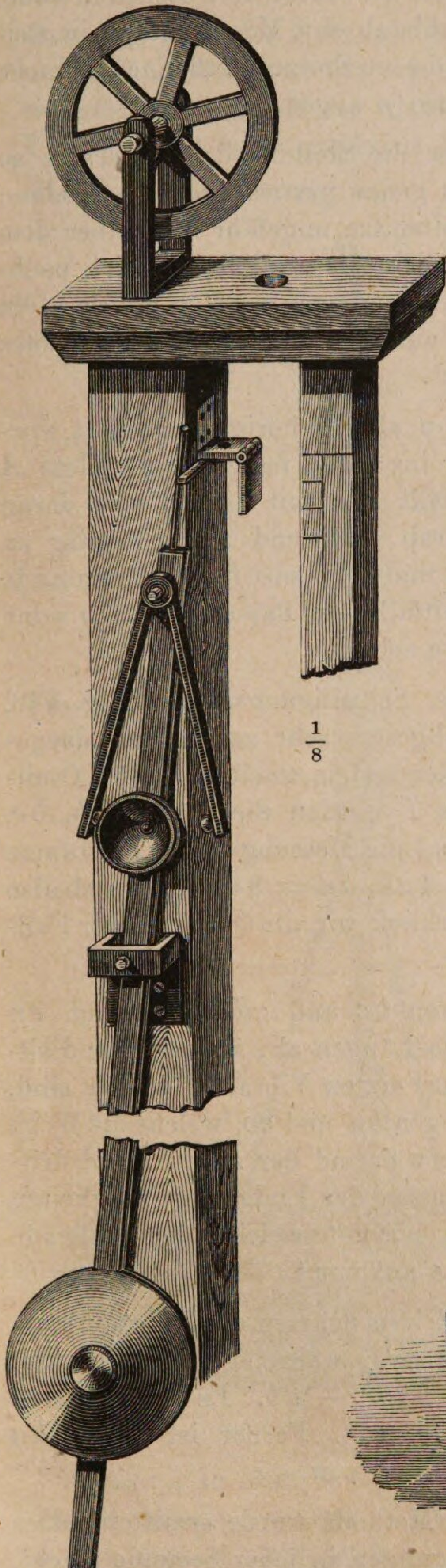


Fig. 335.

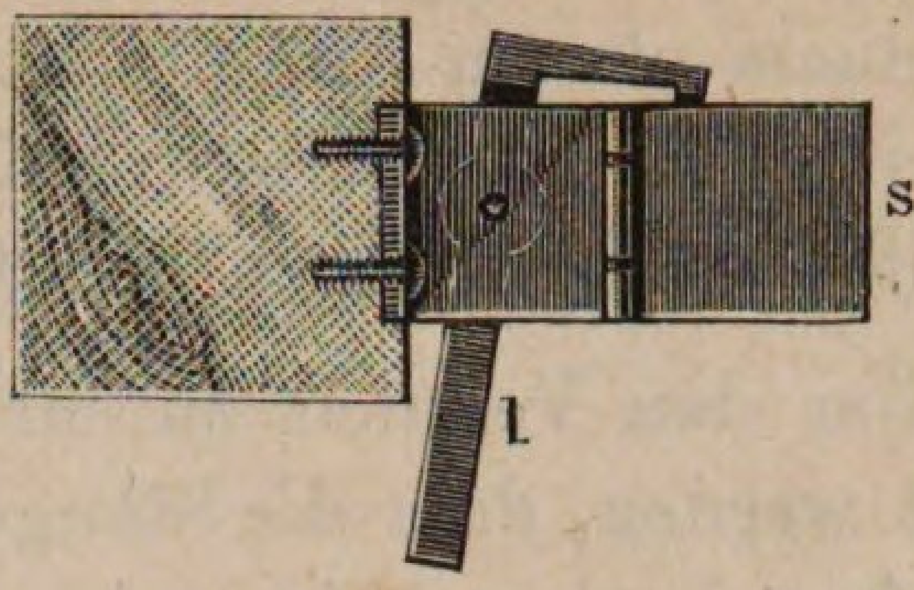
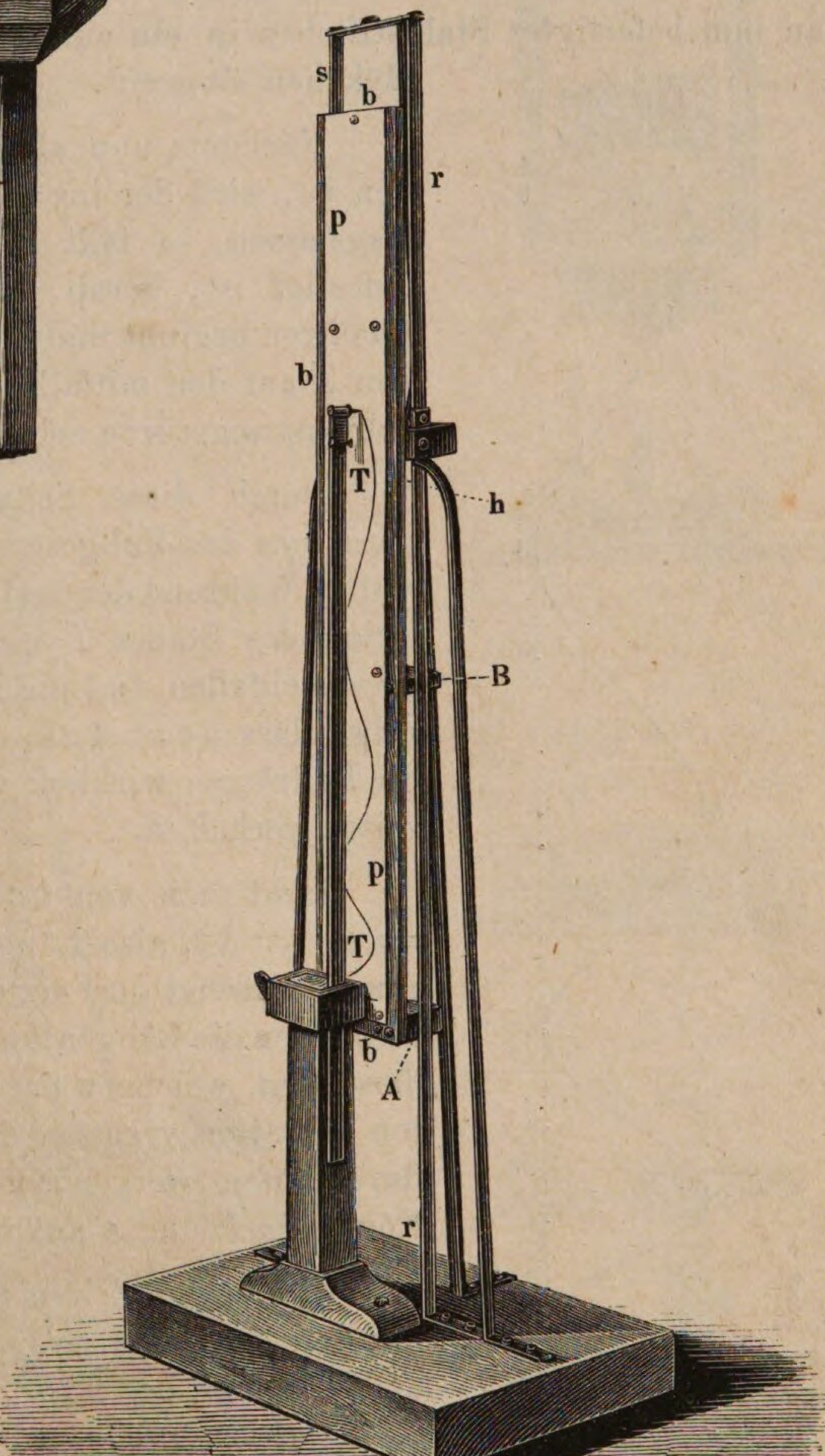


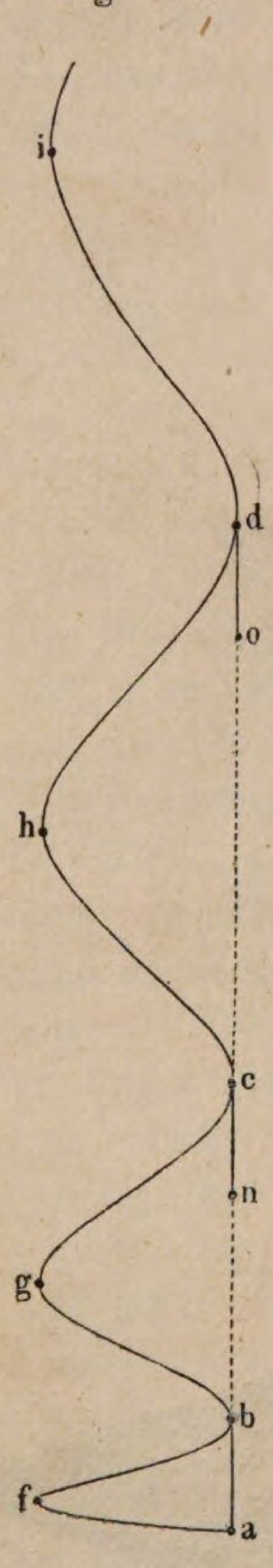
Fig. 337.



das obere Ende eines feststehenden hölzernen Pfeilers so angepresst ist, dass der obere ungefähr 52 cm lange Theil des Stabes frei oscilliren kann. An seinem oberen Ende trägt dieser Stahlstab eine Messinghülse, in welcher ein Stückchen Bleistift eingelegt ist, dessen Spitze durch eine schwache Spiralfeder leicht gegen den Papierstreifen p angedrückt wird.

Um den Versuch zu machen, muss die Stellung des Apparates so justirt werden, dass die Stangen r und s genau vertical stehen. Alsdann wird A so hoch gehoben, dass die Bleistiftspitze ungefähr 3 cm über dem unteren Ende des Papierstreifens steht und in dieser Stellung fixirt, nachdem zuvor der Stab T so weit auf die Seite gebogen worden ist, dass ein an ihm befestigtes Stahlstiftchen in ein auf das Brett b aufgeschraubtes Häkchen eingreift.

Fig. 338.



Nachdem nun alles gehörig eingestellt worden ist, wird der bis dahin festgehaltene Klotz A losgelassen, er fällt also mit Allem, was daran befestigt ist, herab, während T gleichzeitig zu oscilliren beginnt und der Bleistift am oberen Ende von T auf den mitfallenden Papierstreifen p seine Schwingungscurve schreibt.

Durch diese Schwingungscurve, Fig. 338, wird nun das Fallgesetz sehr anschaulich dargestellt. Während der ersten, zweiten, dritten Oscillation des Stabes T werden die Räume ab, bc, cd durchfallen und die Messung dieser Fallräume zeigt, dass $ac = 4\,ab$, $ad = 9\,ab$, dass sich also die Fallräume wirklich wie die Quadrate der Fallzeiten verhalten.

Zieht man von bc und cd die Längen $cn = do = ba$, also Längen ab, welche dem Fallraum während der ersten Vibration gleich sind, so bleiben die Längen bn und co, welche die Wege darstellen, welche während der zweiten und dritten Vibration vermöge der Endgeschwindigkeiten durchlaufen werden, mit welchen der fallende Körper in b und c ankommt.

In gleichen Zeiten nehmen die Fallräume um gleichviel zu, und zwar während jeder Vibration um die Länge $bn = bc - ab$. Es ist also auch $cd - cb = cb - ab$. Ferner ist $ih - hg = hg - gf = bn$ u. s. w.

Nach einer später zu besprechenden Methode wurde ermittelt, dass der Stab T meines Apparates 9·3 Schwingungen in jeder Secunde macht. Der während drei solcher Vibrationen durchlaufene Weg ad betrug 0·485,

der Fallraum ab während der ersten Vibration also $\frac{0{\cdot}485}{9} = 0{\cdot}054$ Meter. Demnach wäre der Fallraum der ersten Secunde:

$$0{\cdot}054 \;.\; 9{\cdot}3^2 = 0{\cdot}054 \;.\; 86{\cdot}5 = 4{\cdot}67 \text{ Meter,}$$

während man 4·9 Meter hätte finden müssen, wenn der Apparat dem Fall des Klotzes A gar keine Widerstände böte.

Fig. 339.

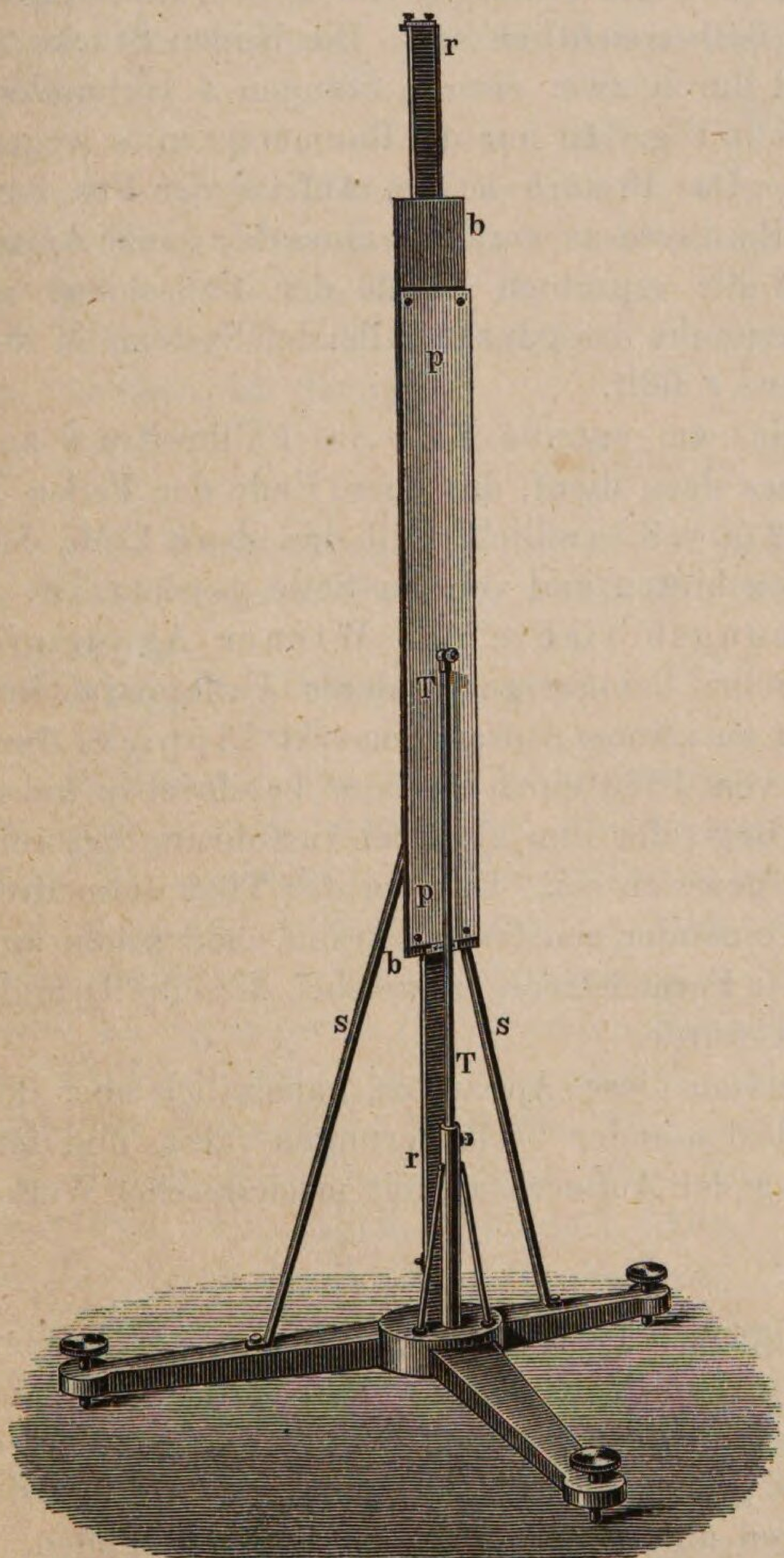


Fig. 340.

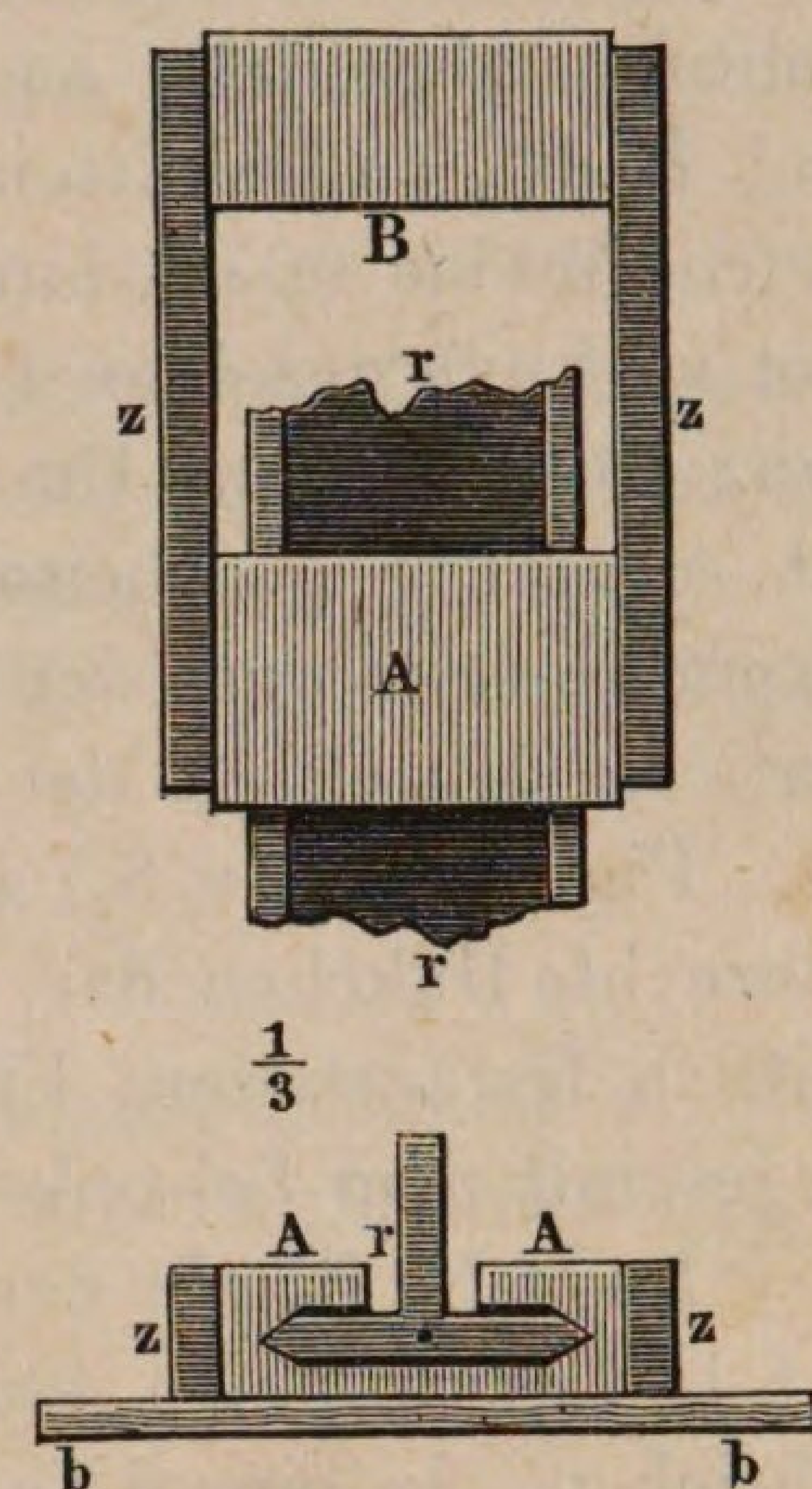


Fig. 341.

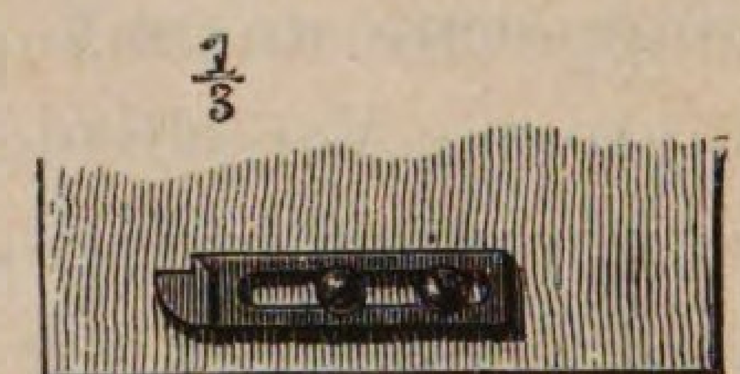
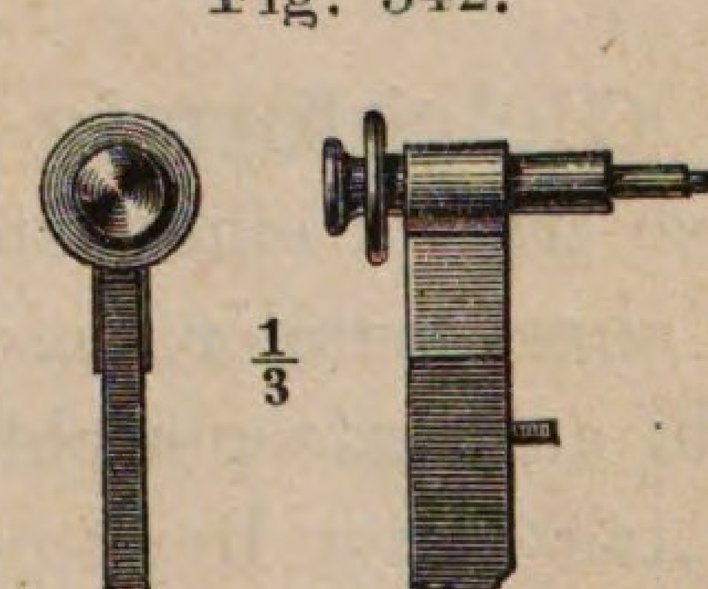


Fig. 342.



Rabs in München hat diesen Fallapparat, den man Pesograph nennen könnte, wesentlich dadurch vereinfacht und übersichtlicher gemacht, dass er statt der beiden Eisenstangen r und s, zwischen denen A und B mit dem Brett b herabfallen, durch eine einzige gusseiserne Schiene

r, Fig. 339 (a. v. S.), ersetzt hat, welche in einen starken gusseisernen Dreifuss eingeschraubt ist und durch die beiden seitlichen Stäbe *s* gehörig festgehalten wird.

Die Schiene *r* ist auf jeder Seite mit zwei Zuschärfungsflächen versehen, wie man aus Fig. 340 (a. v. S.) deutlicher sieht, welche die Schiene *r* sammt dem Fallschlitten in $^1/_3$ der natürlichen Grösse im Grund- und Aufriss darstellt. Diese genau abgehobelten und geglätteten Zuschärfungsflächen sind es, welche zur Leitung des Fallschlittens dienen, dessen Einrichtung gleichfalls aus Fig. 340 ersichtlich ist. Die beiden Stücke *A* und *B* des Fallschlittens sind durch zwei eiserne Stangen *z* verbunden, welche 50 bis 60 cm lang und in Fig. 340 nur der Raumersparniss wegen viel zu kurz gezeichnet sind. Das Brett *b* ist im Aufriss der Fig. 340 ganz weggelassen. Um gute Resultate zu erzielen, muss der ganze Apparat sorgfältig gearbeitet und die einzelnen Theile der Fallschiene so disponirt sein, dass der Schwerpunkt des ganzen fallenden Systems in die verticale Mittellinie der Schiene *r* fällt.

Fig. 341 (a. v. S.) stellt das am unteren Ende des Fallbrettes *b* angebrachte Häkchen dar, welches dazu dient, das obere Ende der Feder *T* seitlich festzustellen; Fig. 342 (a. v. S.) endlich stellt das obere Ende der Feder mit dem Schreibstift von hinten und von der Seite gesehen dar.

Im LII. Bande der Sitzungsberichte der Wiener Akademie hat Lippich einen auf dasselbe Princip gegründeten Fallapparat beschrieben. In einem Nachtrag zu seinem Aufsatz bemerkt Lippich, dass Laborde bereits im Cosmos von 1860 einen Apparat beschrieben habe, dem dieselbe Idee zu Grunde liegt, der ihm aber bei Ausführung des seinigen vollkommen unbekannt gewesen sei. Dass in der That diese drei Fallapparate unabhängig von einander construirt wurden, geht schon aus der grossen Verschiedenheit der Form hervor, in welcher dieselbe Grundidee zur Ausführung gebracht wurde.

Jedenfalls ist die Construction dieses Apparates, namentlich aber die Auslösungsvorrichtung noch bedeutender Verbesserungen fähig und ich möchte ihn in dieser Beziehung der Aufmerksamkeit mechanischer Werkstätten empfohlen haben.

107 **Gleichförmig verzögerte Bewegung.** Wenn ein Körper durch irgend einen Stoss vertical in die Höhe geworfen wird, so wird er mit abnehmender Geschwindigkeit steigen; nach einiger Zeit hört seine nach aufwärts gerichtete Bewegung auf und er beginnt zu fallen. Die Gesetze dieser Bewegung folgen unmittelbar aus dem Vorhergehenden.

Gesetzt, der Körper sei mit einer Geschwindigkeit von 150′ in die Höhe geworfen worden, so würde er, wenn die Schwere nicht wirkte, in jeder Secunde 150′ steigen. Da die Schwere einem fallenden Körper in 1, 2, 3, 4, 5 u. s. w. Secunden eine Geschwindigkeit von 30′, 60′, 90′, 120′, 150′ u. s. w. ertheilt, welche der Richtung unserer Bewegung entgegengesetzt ist, so ist klar, dass die Geschwindigkeit des steigenden

Körpers am Ende der ersten Secunde 150 — 30 = 120′ ist; am Ende der zweiten Secunde ist diese Geschwindigkeit 150 — 60 = 90′; am Ende der dritten 150 — 90 = 60′; am Ende der vierten 150 — 120 = 30′; am Ende der fünften endlich 150 — 150 = 0, und nun beginnt also der Körper zu fallen. Wir haben hier das Beispiel einer gleichförmig verzögerten Bewegung, denn die Geschwindigkeit des steigenden Körpers nimmt in jeder Secunde um gleich viel, nämlich um 30′ ab.

Stellen wir dies allgemeiner dar. Es sei n die Geschwindigkeit im Beginn des Steigens, so ist die Geschwindigkeit des Körpers nach t Secunden

$$v = n - gt.$$

Das Steigen hört auf, wenn $v = 0$, wenn also $n = gt$, d. h. wenn die in t Secunden erlangte Fallgeschwindigkeit der Geschwindigkeit gleich ist, mit welcher der Körper zu steigen begonnen hat.

Die Zeit T, welche der Körper braucht, um den Gipfel seiner Bahn zu erreichen, ist demnach

$$T = \frac{n}{g}.$$

Eine Kanonenkugel, welche mit 1200 Fuss Geschwindigkeit vertical in die Höhe geschossen wird, würde also den höchsten Punkt ihres Weges nach $\frac{1200}{30} = 40$ Secunden erreichen.

Suchen wir nun die Höhe zu bestimmen, welche der steigende Körper nach einer gegebenen Zeit erreicht hat. Bei dem oben zu Anfange dieses Paragraphen gewählten Beispiele würde der Körper nach 1, 2, 3 u. s. w. Secunden die Höhe von 150, 300, 450 u. s. w. Fuss erreicht haben, wenn die Schwere ihn nicht herabzöge. Wie wir aber gesehen haben, zieht ihn die Schwere in der ersten Secunde 15 Fuss herab, in 2 Secunden 4 . 15 oder 60′, in 3 Secunden 9 . 15 oder 135′. Seine Höhe am Ende der ersten Secunde ist also 150 — 15 = 135′; am Ende der zweiten, dritten Secunde ist seine Höhe 300 — 60 = 240′, 450 — 135 = 315′ u. s. w. Nach 5 Secunden hätte er die Höhe von 750′ erreicht, ist aber durch die Wirkung der Schwere $15 \times 5^2 = 375'$ herabgezogen, er befindet sich also wirklich in einer Höhe von 750 — 375 = 375 Fuss, und nun beginnt er wieder zu fallen.

Betrachten wir die Sache allgemeiner. In t Secunden würde der Körper vermöge seiner ursprünglichen Geschwindigkeit n zu der Höhe nt steigen, er ist aber durch die Schwere von dieser Höhe um $\frac{g}{2}t^2$ herabgezogen worden, seine wirkliche Höhe ist demnach:

$$h = nt - \frac{g}{2}t^2.$$

Da der Gipfel der Bahn erreicht wird, wenn $t = \frac{n}{g}$, so findet man

die Höhe H des Körpers für diesen Moment, wenn man in obiger Formel statt t diesen Werth setzt; es ergiebt sich:

$$H = \frac{n^2}{g} - \frac{g n^2}{2 g^2} = \frac{n^2}{2 g}.$$

Die mit der Geschwindigkeit von 1200 Fuss vertical in die Höhe geschossene Kanonenkugel erreicht also eine Höhe $H = \frac{1200^2}{2 \cdot 30} = \frac{1440000}{60}$ $= 24000$ Fuss.

Nach Gleichung 2) auf Seite 271 haben wir für die Zeit t, welche ein Körper braucht, um den Raum s zu durchfallen, den Werth

$$t = \sqrt{\frac{2}{g} s},$$

die Zeit T', welche ein Körper braucht, um die Höhe $H = \frac{n^2}{2 g}$ zu durchfallen, ist demnach

$$T' = \sqrt{\frac{2}{g} \cdot \frac{n^2}{2g}} = \sqrt{\frac{n^2}{g^2}} = \frac{n}{g},$$

d. h. zum Herabfallen braucht der Körper eben so viel Zeit wie zum Steigen.

Die Geschwindigkeit V, welche durch das Herabfallen von der Höhe H erlangt wird, ist nach Gleichung 3) Seite 272

$$V = \sqrt{2 g H} = \sqrt{2 g \cdot \frac{n^2}{2 g}} = n,$$

d. h. der Körper kommt mit derselben Geschwindigkeit unten wieder an, mit der er zuerst zu steigen begann; oder um einen Körper bis zu einer Höhe H vertical in die Höhe zu treiben, muss man ihm eine Anfangsgeschwindigkeit ertheilen, die gerade so gross ist als diejenige, welche er durch den freien Fall von der Höhe H herab erlangt.

108 **Fall auf der schiefen Ebene.** Bezeichnet g wie bisher die beschleunigende Kraft der Schwere, x den Winkel, welchen die schiefe Ebene mit der Horizontalen macht, so ist $g \,.\, sin\, x$ die beschleunigende Kraft, welche den Körper auf der schiefen Ebene herabtreibt. (Siehe §. 28.)

Der Weg s, welchen der frei fallende Körper in t Secunden zurücklegt, ist $s = \frac{g}{2} t^2$; auf der schiefen Ebene durchläuft er in derselben Zeit den Weg $s' = \frac{g}{2} sin\, x\, t^2 = s \,.\, sin\, x$. — In Fig. 343 sei nun ab die schiefe Ebene, ac der Raum s, welchen der frei fallende Körper in t Secunden durchfällt, so findet man den Weg s', welchen ein Körper in derselben Zeit auf der schiefen Ebene durchläuft, durch Construction, wenn man von c ein Perpendikel cd auf ab fällt. Es ist hier offenbar $ad =$

$ac \, . \, sin\ x$, oder $ad = s \, . \, sin\ x$, es ist also ad der gesuchte Fallraum s' auf der schiefen Ebene.

Denken wir uns in einem Kreise, dessen Ebene vertical steht, den verticalen Durchmesser ac, Fig. 344, ferner von irgend einem Punkte d

Fig. 343.

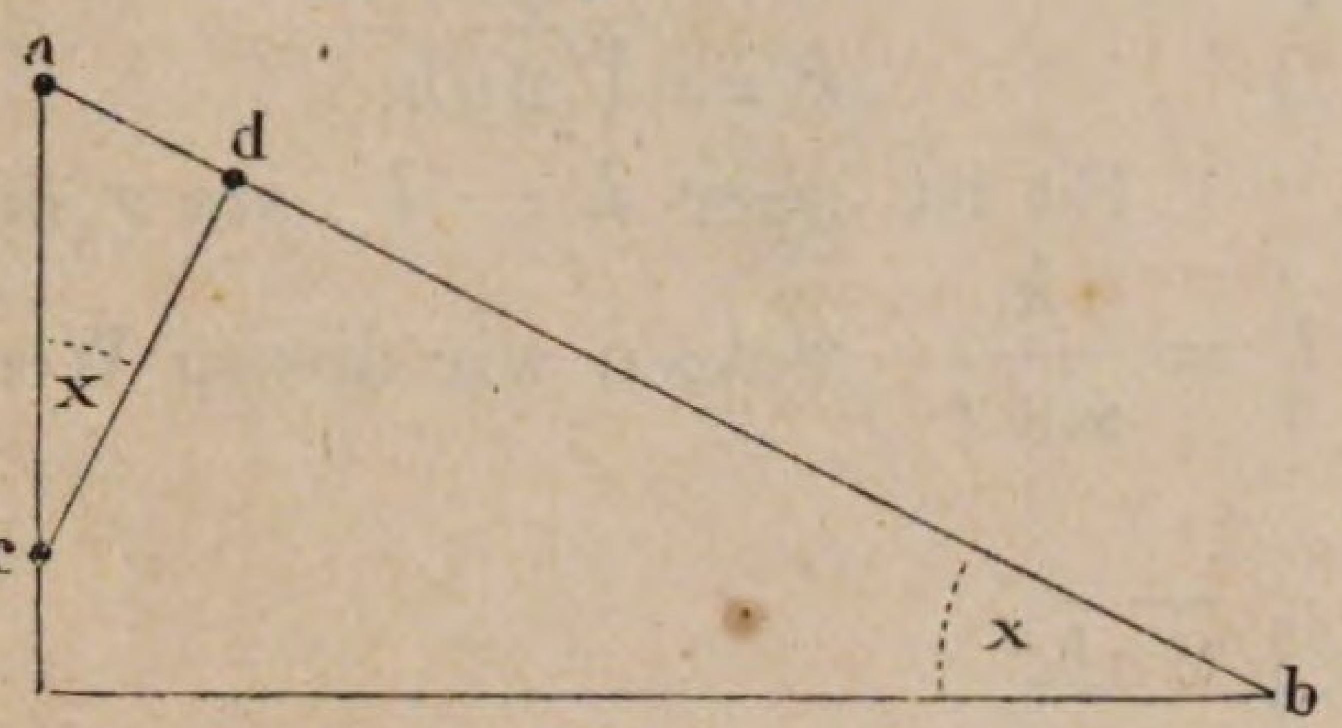
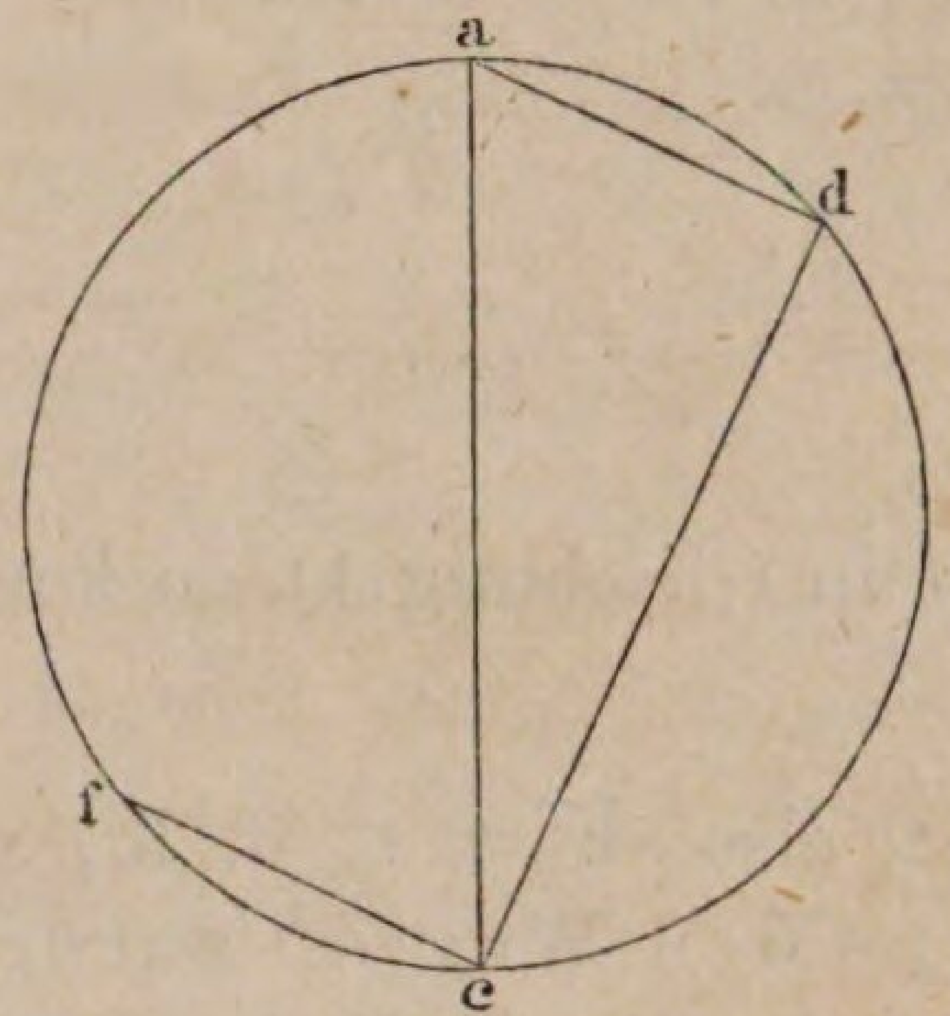


Fig. 344.



des Umfanges aus die Sehnen da und dc gezogen, so ist bekanntlich dac ein rechtwinkliges Dreieck, und wenn man mit x den Winkel bezeichnet, welchen dc mit der Verticalen macht, so ist x auch der Winkel zwischen ad und der Horizontalen; ferner ist $ad = ac \, . \, sin\ x$, es wird also die Sehne ad in derselben Zeit durchlaufen, welche ein frei fallender Körper braucht, um den verticalen Durchmesser ac zu durchfallen.

Dies gilt, welche Stellung der Punkt d auch auf dem Kreisumfange einnehmen mag; alle von a, Fig. 345, ausgehenden Sehnen werden in gleicher Zeit durchlaufen, wie der verticale Durchmesser ac.

Fig. 345.

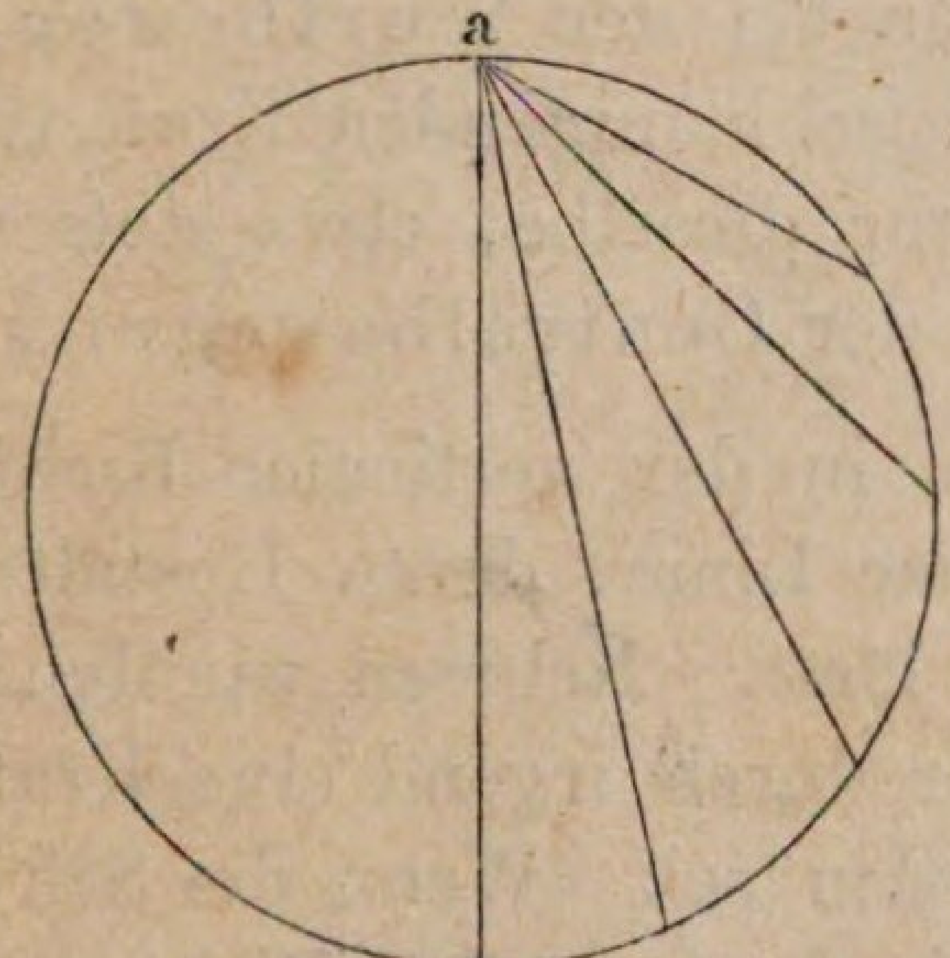
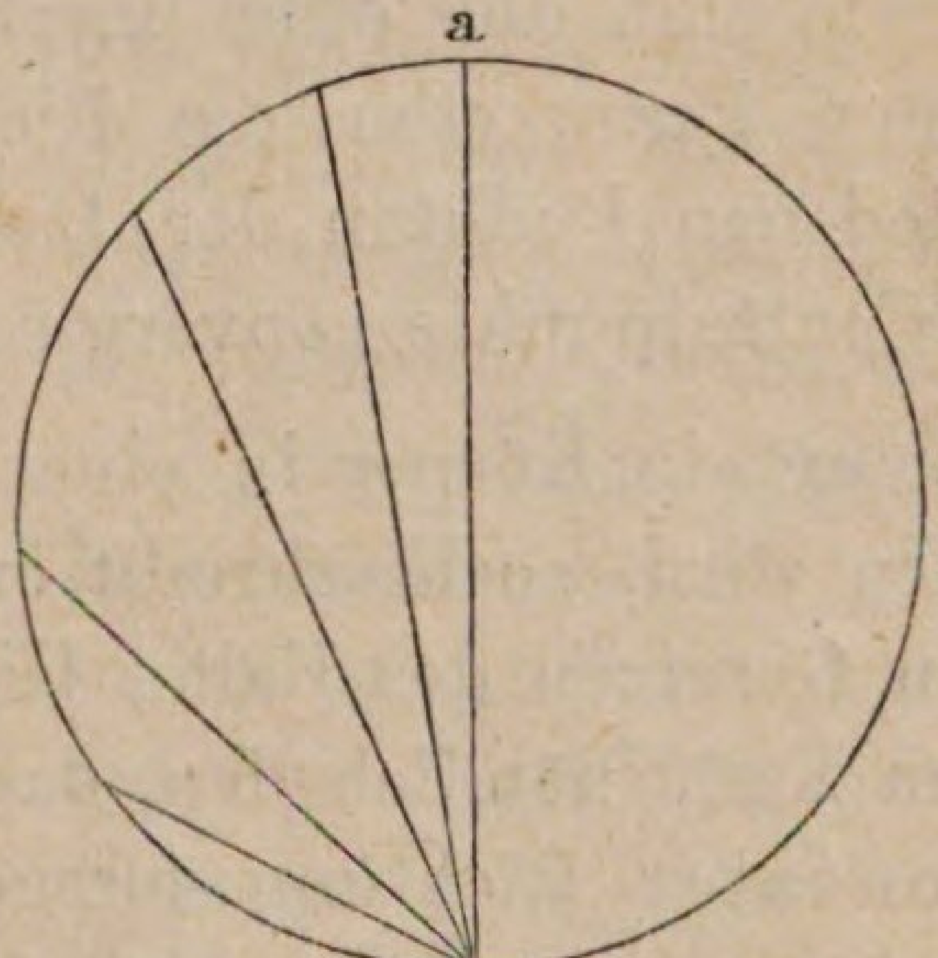


Fig. 346.

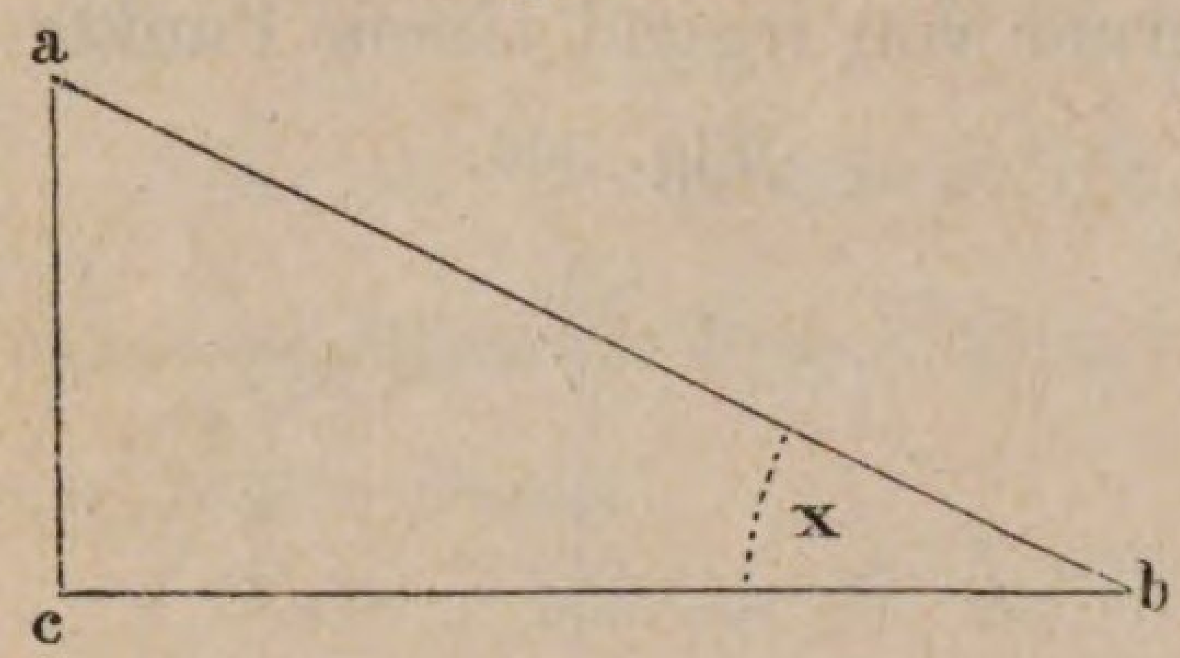


Denken wir uns durch c in Fig. 344 eine Sehne cf parallel mit ad gezogen, so hat cf nicht allein gleiche Neigung gegen die Horizontale, wie ad, sondern auch gleiche Länge, woraus dann folgt, dass alle in c, Fig. 346, zusammenlaufenden Sehnen des Kreises in gleicher Zeit durchlaufen werden, wie der verticale Durchmesser ac.

In Fig. 347 (a. f. S.) sei ab eine schiefe Ebene, deren Länge wir mit l und deren verticale Höhe wir mit h bezeichnen wollen. Die Ge-

schwindigkeit, mit welcher ein von a aus auf der schiefen Ebene herabrollender Körper in b ankommt, ist

Fig. 347.



$$V = \sqrt{2gl \sin x} \quad . \quad . \quad . \quad 1)$$

Die Geschwindigkeit, mit welcher ein von a vertical herabfallender Körper in c ankommt, ist aber

$$v = \sqrt{2gh}.$$

Es ist aber $h = l \, . \, \sin x$ oder $l = \frac{h}{\sin x}$. Setzen wir diesen Werth von l in Gleichung 1), so kommt

$$V = \sqrt{2gh},$$

es ist also $V = v$, d. h., wenn ein Körper auf einer schiefen Ebene den Weg ab zurückgelegt hat, so erlangt er stets dieselbe Geschwindigkeit, als ob er die Höhendifferenz zwischen a und b, also die Länge ac frei durchfallen hätte.

109 **Wurfbewegung.** In den bisher betrachteten Fällen war die Bewegung eine geradlinige, und die beschleunigende oder verzögernde Kraft wirkte in der Richtung eben dieser Bewegung. Sobald dies nicht mehr der Fall ist, sobald eine beschleunigende Kraft in einer Richtung auf den Körper wirkt, welche nicht mit der Richtung seiner Bewegung zusammenfällt, so muss die Bahn nothwendig eine krummlinige sein. Wir können hier zwei Fälle unterscheiden. Entweder ist die Richtung der beschleunigenden Kraft für alle Punkte der durchlaufenen Bahn dieselbe, wie man dies ohne merklichen Fehler bei der Wurfbewegung annehmen kann, oder die Richtung der beschleunigenden Kraft ist an verschiedenen Punkten der Bahn nicht mehr dieselbe, etwa stets nach einem Centralpunkte convergirend, wie bei der Centralbewegung.

Wenn ein Körper in einer anderen als in der verticalen Richtung geworfen wird, so beschreibt er eine krumme Linie, deren Gestalt sich aus den Gesetzen des Falles leicht ableiten lässt. Nehmen wir den einfachsten Fall, nämlich den, dass der Körper durch irgend eine Kraft in horizontaler Richtung fortgestossen worden sei. Wenn die Schwere nicht wäre, so würde er sich fortwährend in horizontaler Richtung bewegen, und zwar mit gleichförmiger Geschwindigkeit. Vermöge dieses Stosses würde er in der ersten Secunde den Weg ab, Fig. 348, in der zweiten den gleich grossen Weg bc u. s. w. zurücklegen, er müsste sich also am Ende der ersten, zweiten, dritten u. s. w. Secunde in den Punkten b, c, d u. s. w. befinden. Durch die Schwere aber ist er gesunken. In der ersten Secunde ist er um 15 Fuss gefallen, er wird sich also am Ende derselben nicht in b, sondern 15 Fuss unter b befinden. Am Ende der zweiten Secunde ist er 60 Fuss unter c, am Ende der dritten 135 Fuss

Fig. 348.

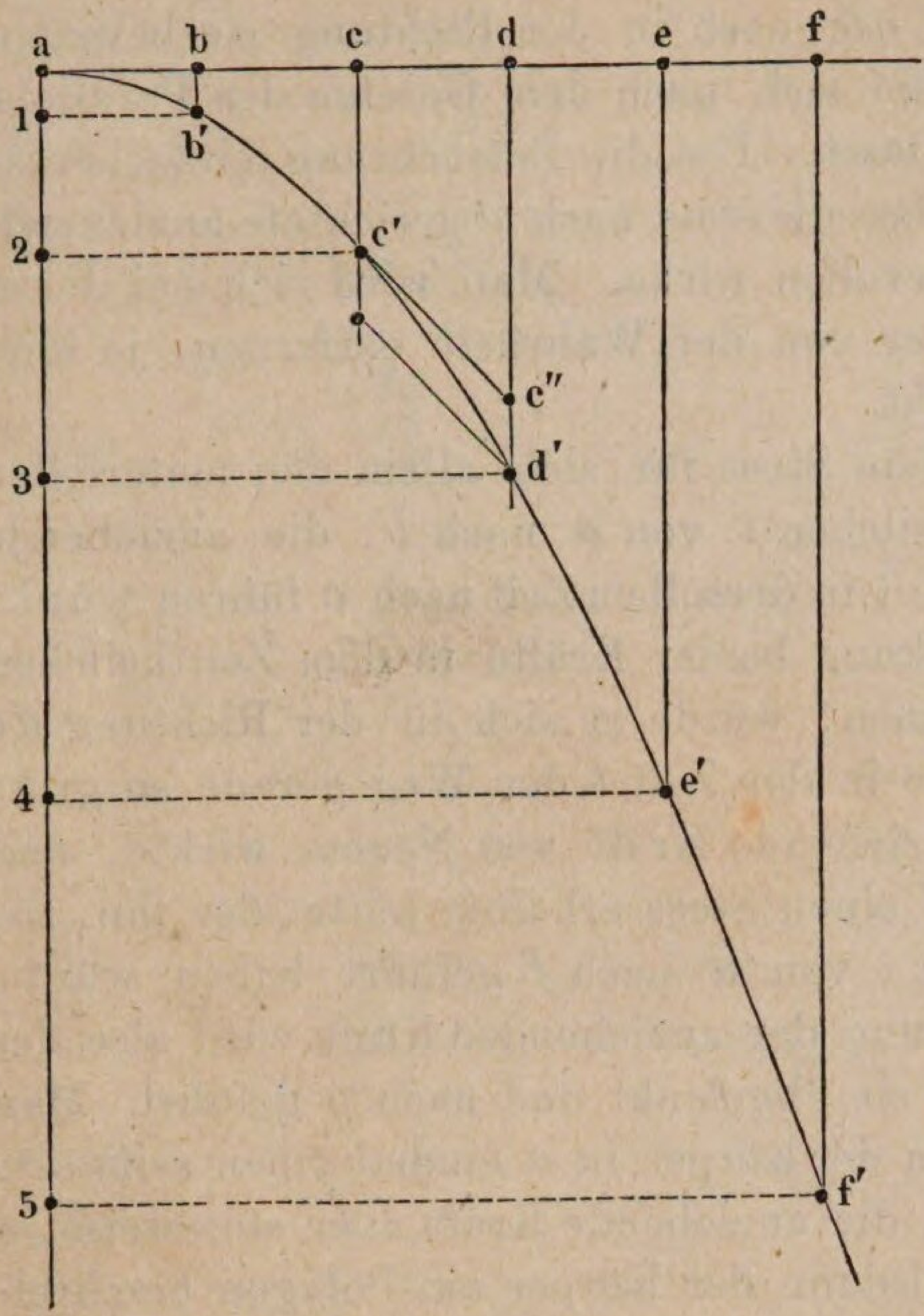
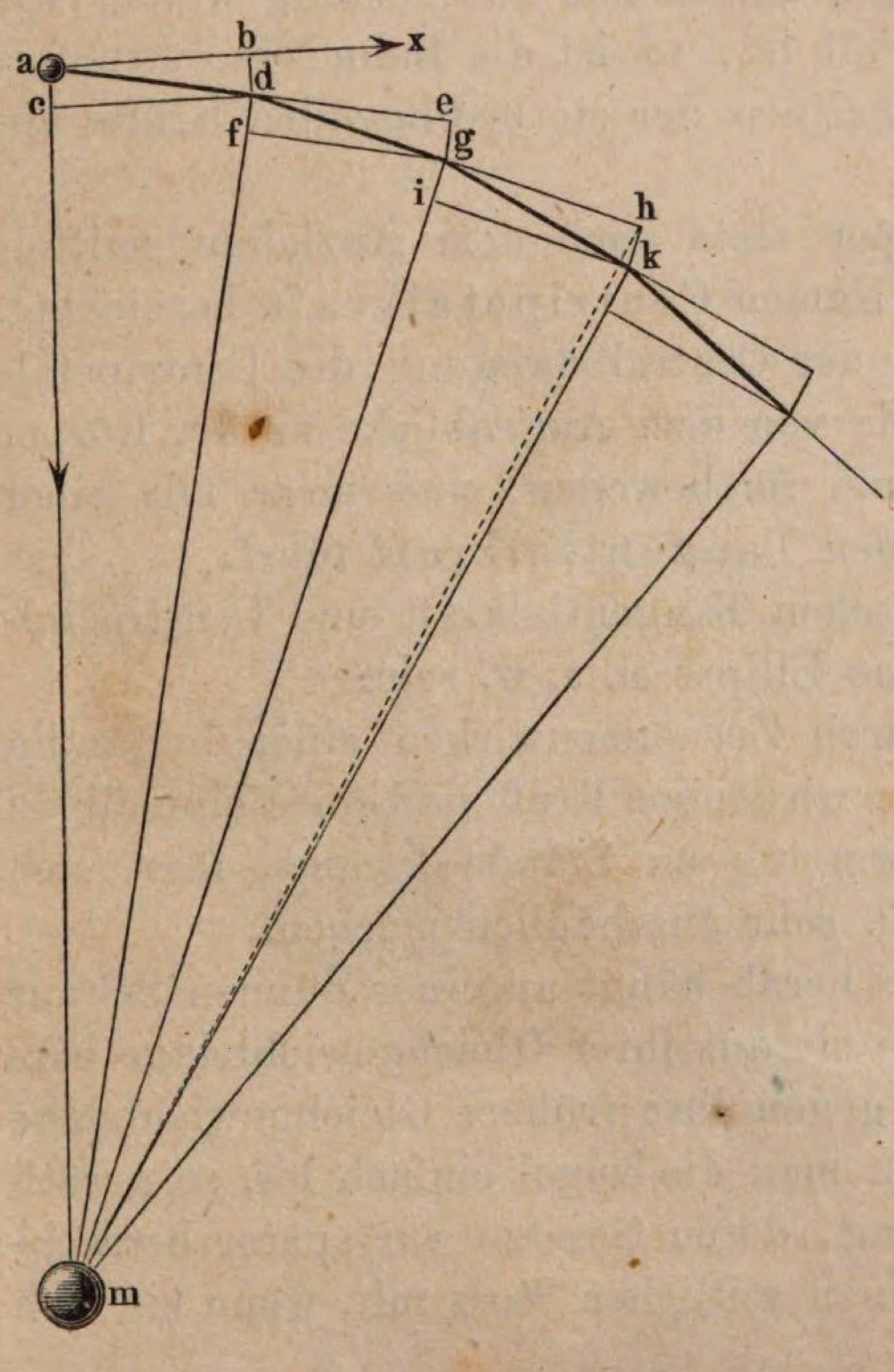


Fig. 349.



unter *d* u. s. w. Die krumme Linie, welche der Körper auf diese Weise beschreibt, ist eine Parabel.

Wenn der Stoss in irgend einer anderen Richtung stattfindet, so lässt sich die gleichfalls parabolische Bahn auf dieselbe Weise durch Construction ermitteln.

Die Bahn, welche ein geworfener Körper wirklich beschreibt, weicht wegen des Widerstandes der Luft von der rein parabolischen Gestalt ab.

Centralbewegung. Dass wir die Richtung der Schwerkraft an verschiedenen Stellen der Bahn eines geworfenen Körpers als parallel betrachten konnten, liegt nur daran, dass die Länge der durchlaufenen Bahn verschwindend klein ist gegen die Entfernung des Erdmittelpunktes, gegen welchen der geworfene Körper stets hingetrieben wird. Sobald aber die Bahn des Körpers eine namhafte Länge im Vergleich zur Entfernung des Anziehungsmittelpunktes hat, haben wir es mit einer Centralbewegung zu thun. In diese Kategorie gehört die Bewegung des Mondes um die Erde, der Erde und der übrigen Planeten um die Sonne. Denken wir uns, dass der Punkt *a*, Fig. 349, welcher durch eine stetig wirkende Anziehungskraft nach dem Punkte *m* hingetrieben wird, beim Beginne seiner Bewegung durch irgend eine momentan 110

wirkende Kraft einen Stoss in der Richtung ab erhalten hätte, so wird er sich weder in der Richtung ab, noch in der Richtung ac bewegen, sondern in einer anderen ad, die sich nach dem Gesetze des Parallelogramms der Kräfte ausmitteln lässt. Um die Betrachtung einfacher zu machen, wollen wir annehmen, dass die stets nach m gerichtete anziehende Kraft stossweise in kleinen Intervallen wirke. Man wird sich bei dieser Betrachtungsweise um so weniger von der Wahrheit entfernen, je kleiner man sich die Intervalle denkt.

Wenn der seitwärts gerichtete Stoss für sich allein den materiellen Punkt in einem kleinen Zeittheilchen t von a nach b, die anziehende Kraft, für sich allein wirkend, ihn in derselben Zeit nach c führen würde, so bewegt er sich unter Einwirkung beider Kräfte in dem Zeittheilchen t von a nach d. In d angekommen, würde er sich in der Richtung de weiter bewegen, und zwar würde in der Zeit t der Weg gerade so gross sein wie ad, wenn nicht die anziehende Kraft von Neuem wirkte, und zwar so, als ob der Körper in d einen Stoss erhalten hätte, der ihn, für sich allein wirkend, in der Zeit t von d nach f geführt haben würde. Durch diese abermalige Einwirkung der anziehenden Kraft wird also der Körper wieder von der Richtung de abgelenkt und nach g geführt. Man begreift daraus leicht, dass, wenn der Körper in a einmal einen seitwärts gerichteten Stoss empfangen hat, die anziehende Kraft aber stossweise in kleinen Intervallen wirkt, dass alsdann der Körper ein Polygon beschreiben muss, welches sich einer krummen Linie um so mehr nähert, je kleiner jene Intervalle sind. Wenn die anziehende Kraft stetig wirkt, wie dies in der Natur wirklich der Fall ist, so ist die Bahn eine krumme Linie, deren Natur von dem Verhältniss der sie bedingenden Kräfte abhängt.

Die Kraft, welche den Körper stets nach dem Anziehungsmittelpunkte hintreibt, wird mit dem Namen Centripetalkraft bezeichnet. Wenn in irgend einem Momente der Centralbewegung die Centripetalkraft zu wirken aufhörte, so würde von dem Augenblicke an der Körper sich in der Richtung der Tangente fortbewegen, und zwar mit einer lebendigen Kraft, welche den Namen Tangentialkraft führt.

Je nach dem Verhältniss zwischen Tangentialkraft und Centripetalkraft kann die Bahn ein Kreis, eine Ellipse u. s. w. sein.

Die Art und Weise, wie durch Zusammenwirken einer beständig gegen einen festen Mittelpunkt hin wirkenden Kraft und eines einmaligen seitlichen Stosses eine Centralbewegung zu Stande kommt, lässt sich durch folgenden Versuch, Fig. 350, sehr anschaulich machen.

Von der Decke eines Zimmers herab hängt an einer dünnen Schnur eine metallische Kugel. Zieht man sie aus ihrer Gleichgewichtslage heraus, so wird sie stets durch eine gegen ihre frühere Gleichgewichtslage gerichtete Kraft afficirt sein. Lässt man die Kugel einfach los, so geräth sie in eine einfache Pendelbewegung, deren Gesetze wir später betrachten werden; theilt man ihr aber einen seitlichen Stoss mit, wenn sie sich

Fig. 351.

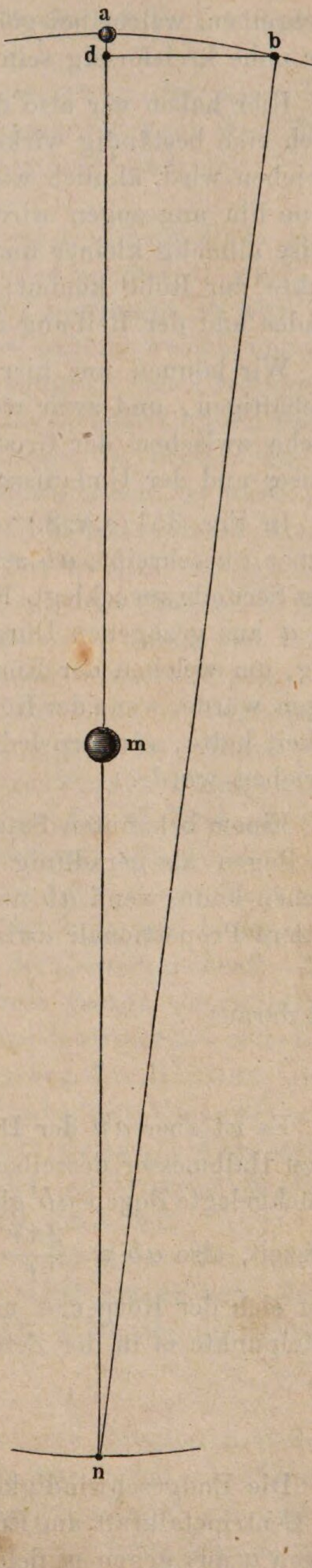
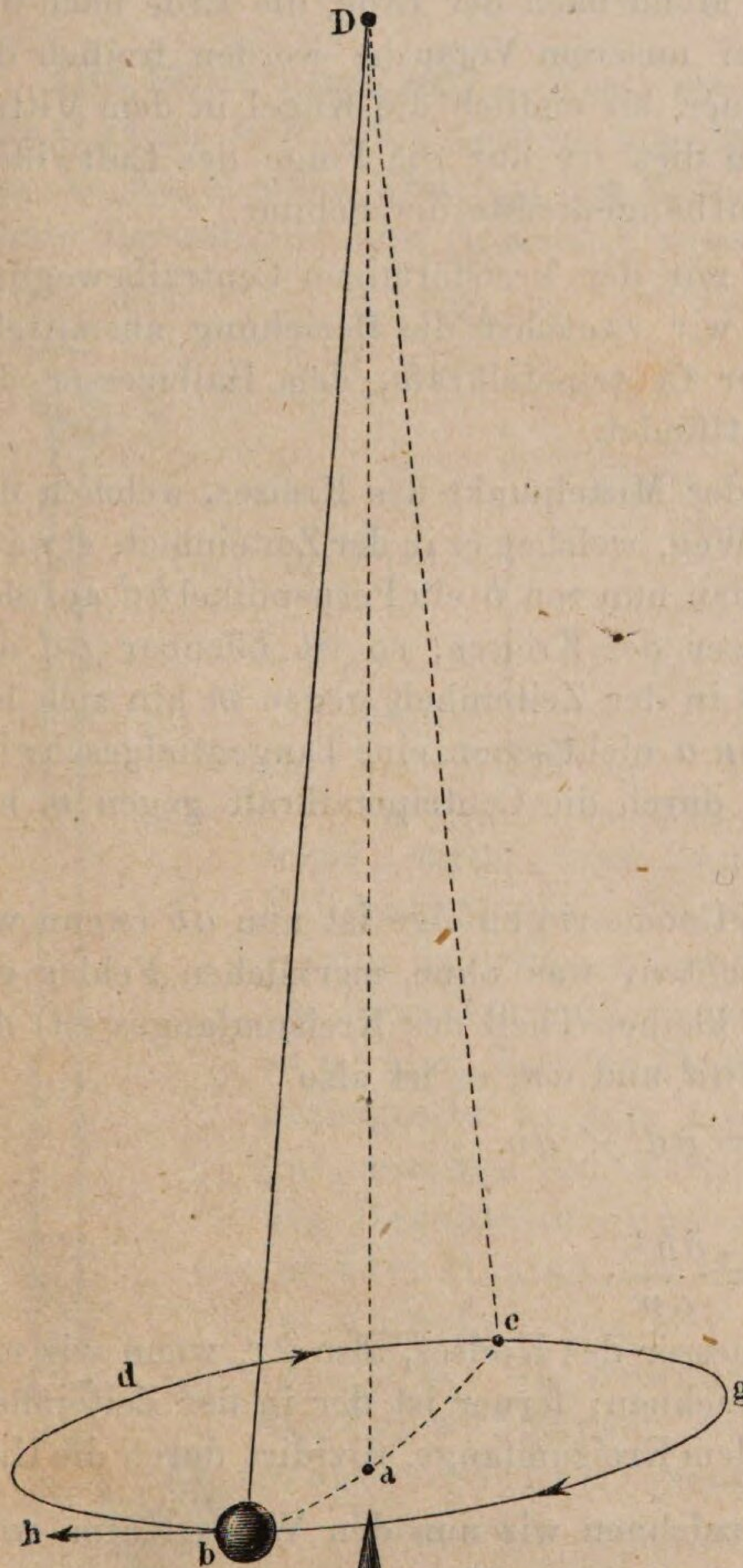


Fig. 350.



eben an der Stelle ihrer grössten Ausweichung befindet, so wird sie von nun an eine krumme Linie um den Punkt der Gleichgewichtslage herum beschreiben, welche bei gehörig abgemessener Stärke des seitlichen Stosses sehr nahe kreisförmig sein wird.

Hier haben wir also die kreisförmige Bewegung eines Körpers, der durch eine beständig wirkende Kraft gegen den Mittelpunkt seiner Bahn getrieben wird, ähnlich wie der Mond nach der Erde, die Erde nach der Sonne hin angezogen wird. Bei unserem Versuche werden freilich die Kreise allmälig kleiner und kleiner, bis endlich die Kugel in dem Mittelpunkte zur Ruhe kommt; allein dies ist nur die Folge des Luftwiderstandes und der Reibung am Aufhängepunkte der Schnur.

Wir können uns hier nur mit der kreisförmigen Centralbewegung beschäftigen, und zwar wollen wir zunächst die Beziehung ausmitteln, welche zwischen der Grösse der Centripetalkraft, dem Halbmesser des Kreises und der Umlaufszeit stattfindet.

In Fig. 351 (a. v. S.) sei m der Mittelpunkt des Kreises, welchen der Körper a beschreibt; ab sei der Weg, welchen er in der Zeiteinheit, etwa in einer Secunde zurücklegt. Fällt man nun von b ein Perpendikel bd auf den von a aus gezogenen Durchmesser des Kreises, so ist offenbar ad der Weg, um welchen der Körper a in der Zeiteinheit gegen m hin sich bewegen würde, wenn der Körper in a nicht schon eine Tangentialgeschwindigkeit hätte, sondern lediglich durch die Centripetalkraft gegen m hin getrieben würde.

Einem bekannten Satze der Geometrie zufolge ist nun ab (wenn wir den Bogen als geradlinig betrachten, was ohne merklichen Fehler geschehen kann, wenn ab nur ein kleiner Theil des Kreisumfanges ist) die mittlere Proportionale zwischen ad und an, es ist also

$$ab^2 = ad \times an$$

und daraus

$$ad = \frac{ab^2}{an}.$$

Es ist aber an der Durchmesser des Kreises, also $2r$, wenn wir mit r den Halbmesser desselben bezeichnen; ferner ist der in der Zeiteinheit zurückgelegte Bogen ab gleich dem Kreisumfange, dividirt durch die Umlaufszeit, also $ab = \frac{2\pi r}{t}$. Bezeichnen wir nun den Weg ad, um welchen sich der Körper a unter alleinigem Einfluss der Centralkraft dem Mittelpunkte m in der Zeiteinheit nähern würde, durch p, so haben wir also

$$p = \frac{2\pi^2 r}{t^2}.$$

Die Endgeschwindigkeit v, welche der Körper unter dem Einfluss der Centripetalkraft am Ende der ersten Secunde erlangen würde, wenn er von a aus gegen m fiele, ist aber gleich $2p$, also

$$v = \frac{4\pi^2 r}{t^2} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \quad 1)$$

und diese Grösse nimmt man gewöhnlich als Maass für die Centripetalkraft.

Bei einer kreisförmigen Centralbewegung ist also die Centripetalkraft dem Halbmesser des Kreises direct und dem Quadrate der Umlaufszeit umgekehrt proportional.

Die Schwungkraft. Wenn eine schwere Kugel am Ende einer Schnur in *m*, Fig. 352, befestigt um den Punkt *c* umgedreht wird, so dass die Kugel einen Kreis um den Mittelpunkt *c* beschreibt, so wird die Schnur fortwährend eine Spannung auszuhalten haben, welche mit der Schnelligkeit der Umdrehung wächst. Wenn in irgend einem Momente die Schnur durchschnitten würde, so würde die Kugel nicht mehr im Kreise sich fortbewegen, sondern sich vermöge ihrer Trägheit in tangentialer Richtung von ihrer früheren Bahn entfernen. 111

Fig. 353.

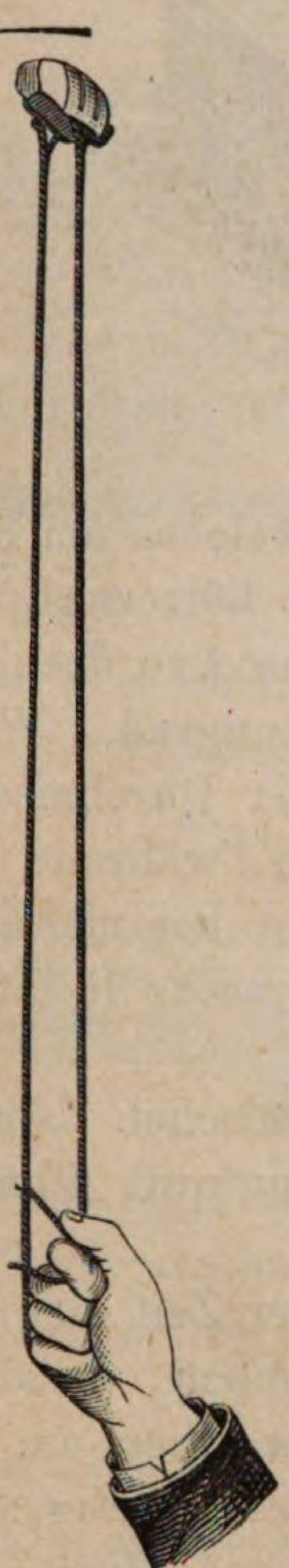
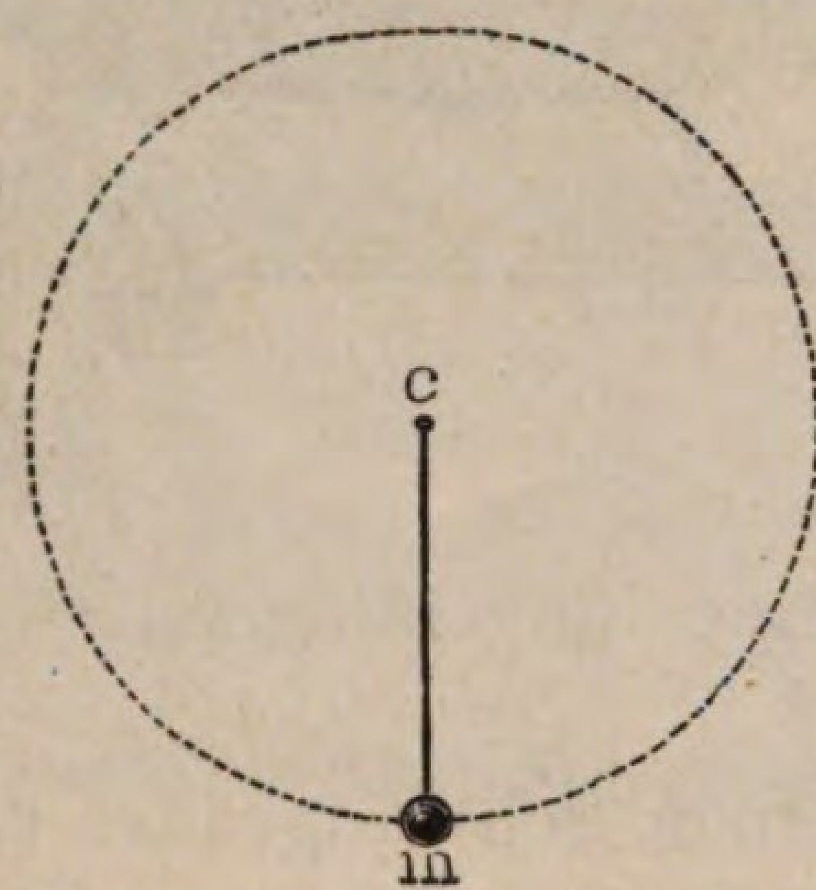


Fig. 352.



Die Ursache der Spannung, welche die Schnur erleidet, nennt man Centrifugalkraft, Fliehkraft, Schwungkraft. Da aber hier der Widerstand der Schnur denselben Effect hervorbringt, wie die oben bei der freien Centralbewegung betrachtete Centripetalkraft, so ist klar, dass die Centrifugalkraft ihr gleich und entgegengesetzt ist, und dass von der Centrifugalkraft Alles gilt, was von der Centripetalkraft gesagt wurde, d. h. die Beschleunigung der Schwungkraft wächst im Verhältniss der Halbmesser der Bahnen und im umgekehrten der Quadrate der Umlaufszeiten. Dass die Spannung der Schnur, dass also die Schwungkraft auch der rotirenden Masse proportional sei, versteht sich von selbst.

Bezeichnen wir also mit m die Masse des herumgeschleuderten Körpers, mit v die Beschleunigung seiner Schwungkraft, so ist die Zugkraft K, welche die Schnur spannt:

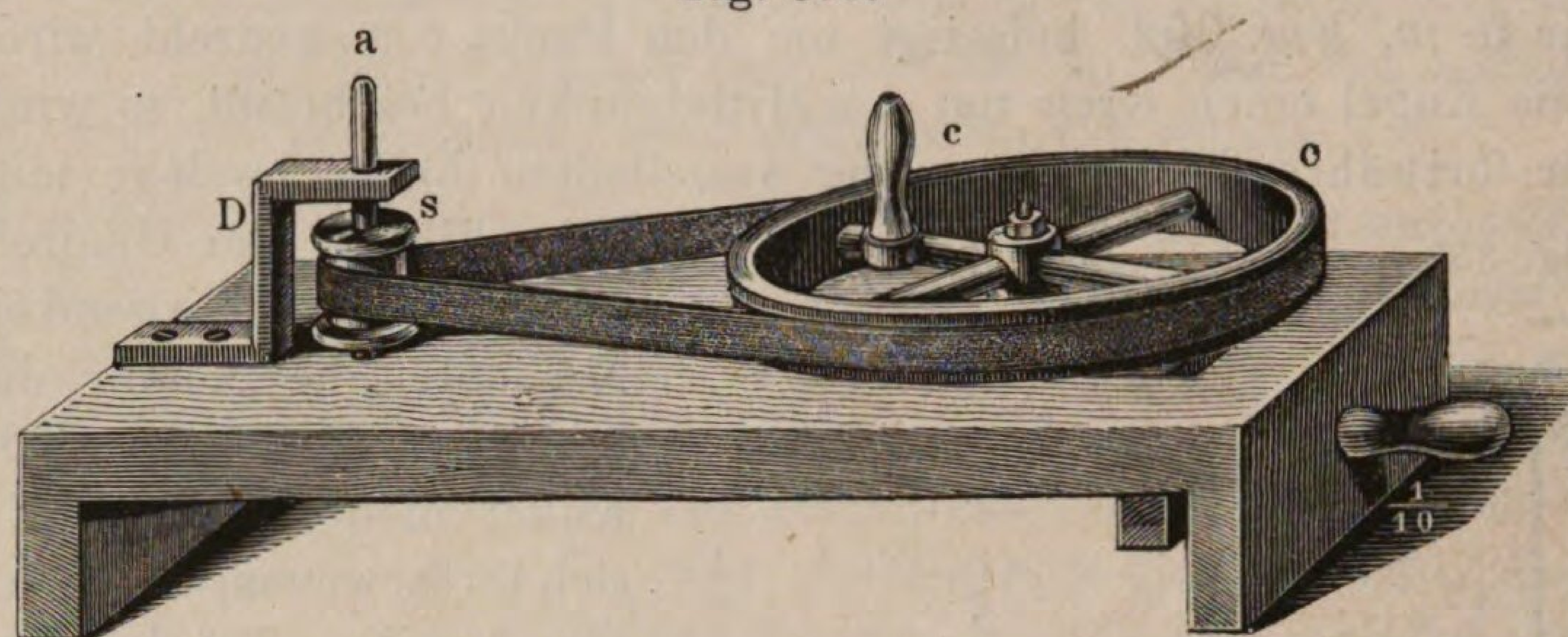
$$K = mv \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \quad 1)$$

Die Schwungkraft tritt überall da auf, wo eine Rotation um eine feste Axe stattfindet und die einzelnen Theilchen auf irgend eine Weise verhindert sind, sich von jener Axe zu entfernen, also z. B. bei einem Schwungrad, einem Mühlstein u. s. w. Bei einer Schleuder, wie

sie Fig. 353 (a. v. S.) dargestellt ist, sieht man in der That den Stein in tangentialer Richtung fortfliegen, sobald die Hand das eine Schnurende fahren lässt, der Stein also nicht mehr zurückgehalten wird. Bei einem rasch umgedrehten Schleifsteine fahren die Wassertropfen in tangentialer Richtung weg, sobald die Schwungkraft grösser wird als die Adhäsion des Wassers zum Stein.

Um Versuche über die Schwungkraft anzustellen, wird die sogenannte Schwung- oder Centrifugalmaschine angewandt. Fig. 354

Fig. 354.



stellt eine solche Schwungmaschine ungefähr in $^1/_{10}$ der natürlichen Grösse dar.

Die Umdrehung des gusseisernen Schwungrades *c*, welches um eine verticale Axe drehbar ist, wird durch einen Riemen auf die hölzerne Spule *s* übertragen, welche, gleichfalls um eine verticale eiserne Axe drehbar, einen weit geringeren Durchmesser besitzt als das Schwungrad. Wäre z. B. der Durchmesser des Rades 10 mal so gross als der Durchmesser der Spule, so würde *s* 10 Umdrehungen machen müssen, während das Schwungrad 1mal umgedreht wird, und so ist es möglich, bei mässiger Umdrehungsgeschwindigkeit von *c* die Axe der Spule in rasche Rotation zu versetzen.

Die Axe der Spule endet oben bei *a* mit einem konischen Zapfen, auf welchem die zu verschiedenen Versuchen über Schwungkraft dienenden Apparate aufgesetzt werden können.

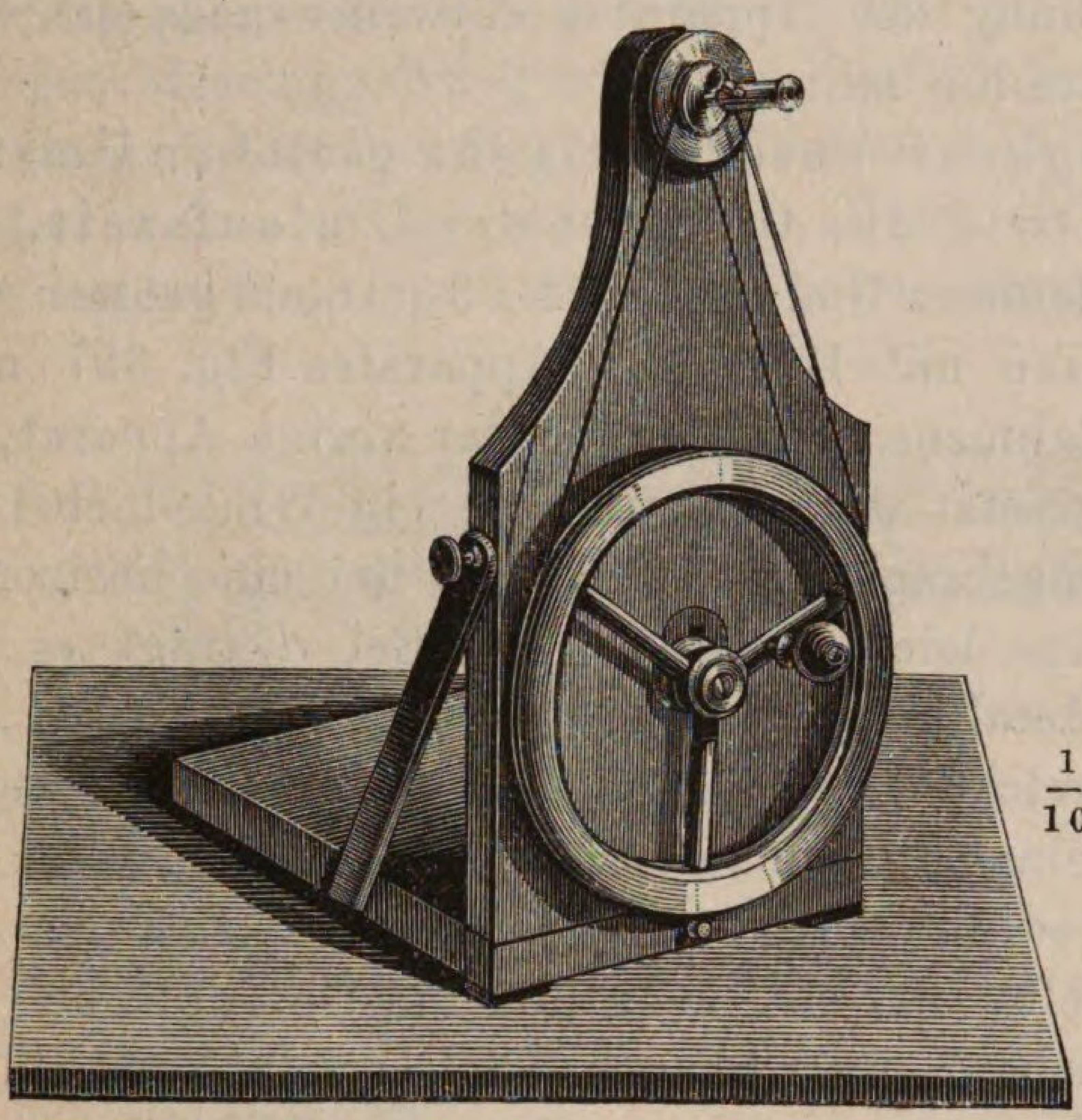
Eine sehr zweckmässige Einrichtung haben in neuerer Zeit mehrere Berliner Mechaniker der Schwungmaschine dadurch gegeben, dass sie die ganze Vorrichtung auf einem Brette befestigt haben, welches, um ein Scharnier drehbar, nach Belieben horizontal oder auch, wie es Fig. 355 zeigt, vertical gestellt werden kann, wodurch die Schwungmaschine auch noch für verschiedene akustische und optische Versuche brauchbar gemacht wird.

Gehen wir nun zur Betrachtung einiger mit der Schwungmaschine anzustellender Versuche über.

Dass die Schwungkraft dem Radius des durchlaufenen Kreises proportional ist, lässt sich experimentell mit Hülfe des Apparates Fig. 356 nachweisen. Ein Brettchen, welches mittelst der Hülse *b* auf den Zapfen

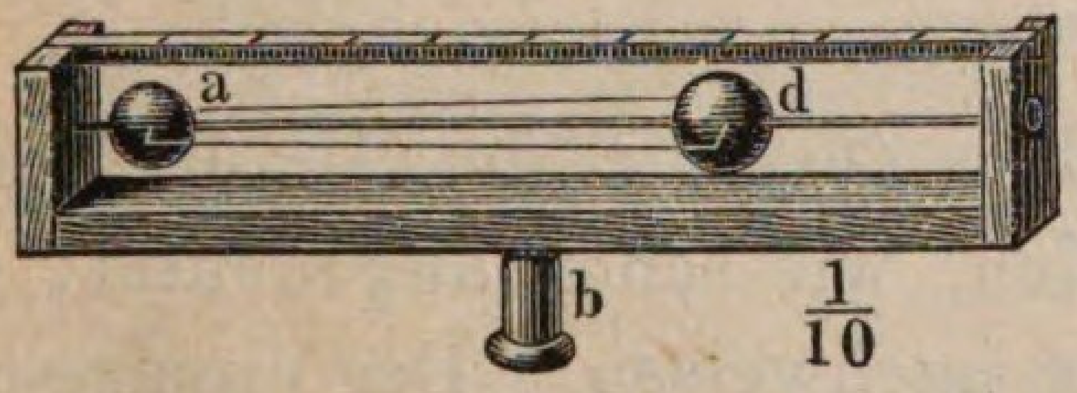
a der Schwungmaschine, Fig. 354, aufgesetzt wird, trägt an seinen Enden zwei kurze verticale Arme, zwischen denen ein dünnes Metallstäbchen oder ein Metalldraht ausgespannt ist. Dieser Metalldraht geht durch zwei Kugeln *a* und *d* von Holz, Metall oder Elfenbein hindurch, welche durch zwei Schnüre so mit einander verbunden sind, dass die Entfernung beider Kugeln von einander stets dieselbe ist, sobald die Schnüre angespannt sind. Das Loch in den Kugeln muss so gross sein, dass sie sich mit der grössten Leichtigkeit auf dem Drahte verschieben lassen. Wenn sich die beiden Kugeln *a* und *d* auf entgegengesetzten Seiten der Umdrehungsaxe befinden, so würden sie offenbar aus einander fahren, wenn dies nicht durch die Schnur verhindert würde, beide Kugeln aber werden nach der Seite derjenigen hinfliegen, für welche die Schwungkraft am grössten ist; die Kugeln werden aber unbeweglich bleiben, wenn sie so gestellt sind, dass die entgegengesetzt gerichtete Schwungkraft beider einander gleich ist.

Fig. 355.



$\frac{1}{10}$

Fig. 356.



$\frac{1}{10}$

Bezeichnen wir mit m, v und r die Masse der Kugel *a*, die Beschleunigung ihrer Schwungkraft und ihren Abstand von der Rotationsaxe, mit m', v' und r' die entsprechenden Grössen der Kugel *d*, so ist offenbar die Schwungkraft der beiden Kugeln gleich, wenn

$$mv = m'v' \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 2)$$

Der Versuch zeigt aber, dass Gleichgewicht stattfindet, wenn die Kugeln so gestellt sind, dass sich die Entfernungen ihrer Mittelpunkte von der Rotationsaxe umgekehrt verhalten, wie ihre Massen, dass also

$$mr = m'r' \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 3)$$

Dividirt man Gl. 2) durch Gl. 3), so kommt

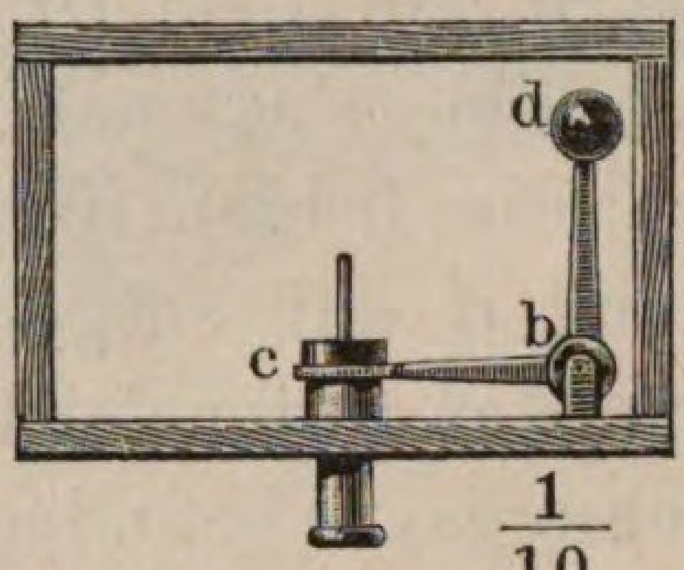
$$\frac{v}{r} = \frac{v'}{r'},$$

d. h. in Worten, die Beschleunigung der Schwungkraft eines rotirenden Körpers ist seinem Abstand von der Rotationsaxe proportional.

Wäre z. B. der Abstand der Mittelpunkte der beiden Kugeln 5 Cm, das Gewicht der einen 6 Gramm, das der andern 4 Gramm, so würde Gleichgewicht stattfinden, wenn die Kugeln so gestellt sind, dass der Mittelpunkt der grösseren um 2 Cm, der der kleineren um 3 Cm von der Drehungsaxe entfernt ist. Für jede andere Stellung der Kugeln müssten dieselben bei rascher Drehung des Apparates entweder nach der einen oder nach der anderen Seite hin fahren.

Dass sich die Schwungkraft unter übrigens gleichen Umständen umgekehrt verhält wie das Quadrat der Umlaufszeit, dass sie also bei 2-, 3-, 4mal kleinerer Umlaufszeit 4-, 9-, 16mal grösser wird, lässt sich näherungsweise mit Hülfe des Apparates Fig. 357 nachweisen. Innerhalb eines Rahmens, welcher, wie der vorige Apparat, auf die Schwungmaschine aufgesetzt werden kann, ist ein Winkelhebel *dbc* angebracht, welcher bei *b* um eine horizontale Axe leicht drehbar ist. Bei *d* trägt er eine Metallkugel, bei *c* aber eine Metallplatte, auf welche verschiedene Gewichte aufgelegt werden können. Sobald dieser Apparat um seine Axe gedreht wird, strebt die Kugel *d* sich von derselben zu entfernen und die Gewichte bei *c* zu heben, was in der That erfolgt, sobald die Schwungkraft der Kugel *d* gross genug geworden ist.

Fig. 357.



Nehmen wir an, das auf *c* gelegte Gewicht sei so justirt, dass die Kugel *d* an das Seitenbrett anschlägt, wenn das Schwungrad der Schwungmaschine 1mal in der Secunde umgedreht wird, so wird bei doppelter Umdrehungsgeschwindigkeit dasselbe erfolgen, wenn auf *c* so viel Gewicht gelegt wird, dass der Druck, mit welchem die Platte *c* auf ihrer Unterlage aufliegt, 4mal so gross ist als vorher.

Der Satz, dass die Schwungkraft dem Quadrat der Umdrehungsgeschwindigkeit proportional sei, lässt sich, wie schon angedeutet, mit der Vorrichtung Fig. 357 nur nothdürftig nachweisen. Der einzige mir bekannte Apparat, welcher diesen wichtigen Satz mit genügender Sicherheit erläutert, ist der schon vor längerer Zeit von Schleiermacher construirte Centrifugalapparat, welchen Fig. 358 in etwas vereinfachter Form darstellt. Auf einem 70 cm langen und 15 cm breiten Brette *AA* ist der Holzrahmen $BB'B''$ eingesetzt, welcher aus Leisten von quadratischem Querschnitt besteht. Die verticale Mittellinie dieses Rahmens bildet die Umdrehungsaxe eines leichten Holzrahmens *CDFG*, dessen unterer Arm *F* in einem runden Holzstück eingesetzt ist, dessen unterer Theil einen Cylinder von ungefähr 3 cm Durchmesser bildet.

Dieser Cylinder ist mehrfach von einer Schnur umschlungen, welche durch eine Höhlung des Holzstabes B'' hindurchgehend über die Rolle *R* läuft und das bei meinem Apparate 136 Gramm schwere Gewicht *P* trägt. Lässt man den bis dahin in einer beliebigen Stellung festgehaltenen Rahmen *CDFG* in einem bestimmten Momente los, so wird er mit

gleichförmig beschleunigter Geschwindigkeit um seine verticale Axe umgedreht, indem das Gewicht P mit gleichförmig beschleunigter Geschwindigkeit herabsinkt.

An dem oberen Arm C des beweglichen Rahmens ist eine Gabel q von starkem Messingblech angeschraubt, welche in Fig. 359 von der Umdrehungsaxe aus gesehen in 0·4 der natürlichen Grösse dargestellt ist. Die Messinggabel q trägt die Zapfenlager, innerhalb deren das beiderseits in Spitzen endigende Stahlstückchen s leicht drehbar ist; dieses Stahlstückchen s trägt einen gegen 2 mm dicken Eisendraht t, an welchem unten ein ungefähr 144 Gramm schwerer Cylinder H von Eisen

Fig. 358.

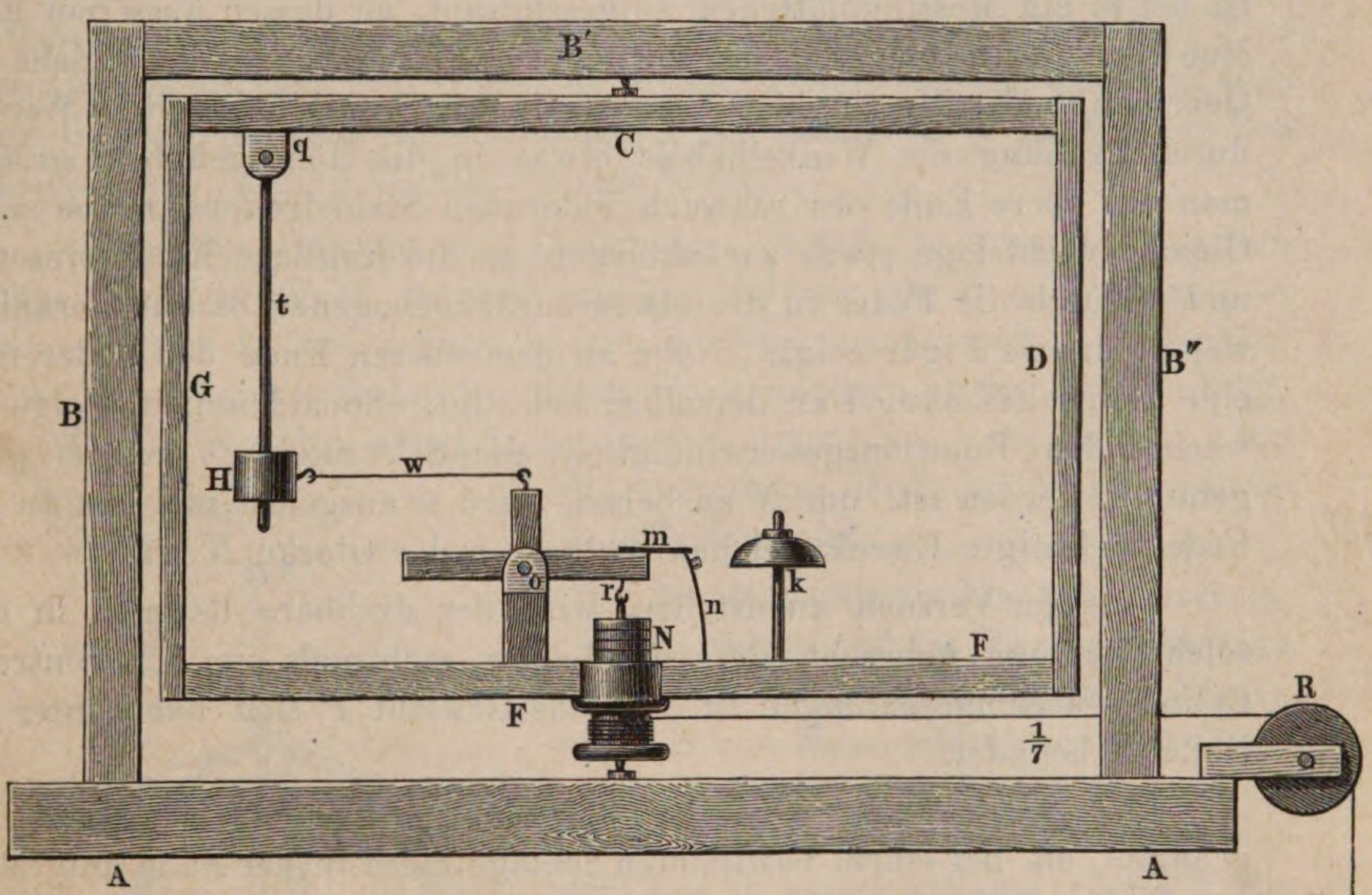




Fig. 359.

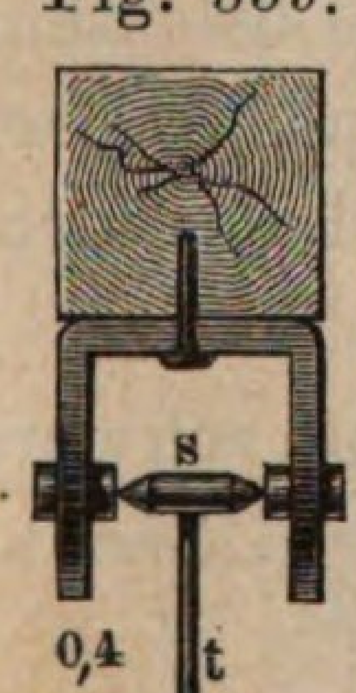


Fig. 360.

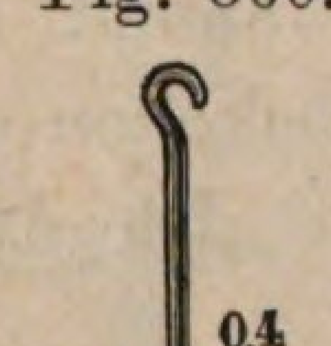
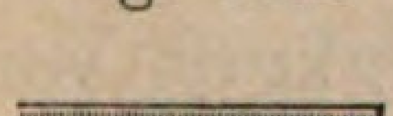


Fig. 361.



Fig. 362.



angeschraubt ist. Durch einen Draht w ist H mit einem hölzernen Winkelhebel verbunden, dessen horizontale Drehungsaxe o in ähnlicher Weise in einer Messinggabel angebracht ist, wie das Stahlstückchen s Fig. 359. An dem horizontalen Arme dieses Winkelhebels ist bei r ein Häkchen eingeschraubt, an welchem das Gewicht N hängt, dessen Axe mit der Umdrehungsaxe des Rahmens $CDFG$ zusammenfällt.

Die Einrichtung des Gewichtes N, dessen untere Fläche auf dem Holze aufsitzt, ist aus Fig. 360 zu ersehen. An einem oben zum Haken gebogenen Eisenstäbchen ist unten eine Messingscheibe befestigt, welche mit dem Stäbchen zusammen 36 Gramm wiegt. Auf diese unterste Scheibe können noch drei andere aufgelegt werden, deren jede gleich-

falls 36 Gramm wiegt und mit einem Einschnitt versehen ist, wie Fig. 361 (a. v. S.) zeigt.

Im Ruhezustand hängt *t* vertical herunter; der eine Arm des Winkelhebels steht vertical, der andere horizontal und das Gewicht *N* sitzt auf dem Boden auf. Sobald aber der innere Rahmen unter dem Einfluss des Gewichtes *P* zu rotiren beginnt, nimmt die Schwungkraft des eisernen Cylinders *H* allmälig zu, bis sie endlich gross genug wird, um den Winkelhebel zu drehen und das Gewicht *N* zu heben.

Es gilt nun den Moment hörbar zu markiren, in welchem die Schwungkraft von *H* gerade hinreicht, um *N* zu heben. Es geschieht dies auf folgende Weise. Auf dem horizontalen Arm des Winkelhebels ist bei *m* ein Messingblättchen aufgeschraubt, an dessen äusserem Ende eine kleine Rinne eingefeilt ist, wie man Fig. 362 (a. v. S.) sieht, welche den Querschnitt des Messingblättchens stark vergrössert darstellt. Wird *m* durch Drehung des Winkelhebels etwas in die Höhe gehoben, so kann man das obere Ende des schwach federnden Stahlstreifens *n* aus seiner Gleichgewichtslage etwas zurückbiegen, in die fragliche Rinne einsetzen und dadurch die Feder in der etwas zurückgebogenen Stellung erhalten, welche unsere Figur zeigt. Nahe an dem oberen Ende der Feder *n* ist eine kleine Eisenkugel an derselben befestigt. Sobald nun in Folge der wachsenden Rotationsgeschwindigkeit die Schwungkraft von *H* gross genug geworden ist, um *N* zu heben, wird *n* ausgelöst und das an der Feder befestigte Eisenkügelchen schlägt an der Glocke *K* an.

Um den Versuch anzustellen, wird der drehbare Rahmen in eine solche Stellung gebracht, dass die Schnur mehrmals um den centralen Cylinder herumgeschlungen ist und das Gewicht *P* sich nahe unter der Rolle *R* befindet.

In dieser Stellung wird der Rahmen *CDFG* mit der Hand festgehalten, um bei einem bestimmten Schlage eines in der Nähe aufgestellten, hörbar Secunden schlagenden Apparates losgelassen zu werden. Es werden nun die Secunden gezählt, welche vom Moment des Loslassens bis zu dem Moment vergehen, in welchem das Glöckchen ertönt. Dieser Zeit ist die Geschwindigkeit von *H* im Moment des Anschlages proportional.

Als bei *r*, Fig. 358, nur die sammt dem Stäbchen 36 Gramm schwere Grundscheibe, Fig. 360, angehängt war, erfolgte der Anschlag 3 Secunden nach Beginn der Rotation.

Wird nun auf die Grundscheibe noch eines der 36 Gramm schweren Gewichte, Fig. 361, aufgelegt, also *N* doppelt so schwer gemacht, als es beim ersten Versuch war, so muss auch die Schwungkraft von *H* 2mal so gross, die Rotationsgeschwindigkeit $\sqrt{2}$ oder 1·4mal so gross werden als vorher, wenn eine Hebung von *N* stattfinden soll, der Anschlag wird also 3 . 1·4 oder 4·2 Secunden nach Beginn der Rotation erfolgen.

Werden auf die Grundplatte zwei der Gewichte, Fig. 361, aufgelegt, so dass N dreimal so schwer ist als beim ersten Versuch, so ertönt das Glöcklein, wenn die Rotation $3 \,.\, \sqrt{3} = 3 \,.\, 1{\cdot}73 = 5{\cdot}2$ Secunden gedauert hat, also etwas nach dem fünften Secundenschlage.

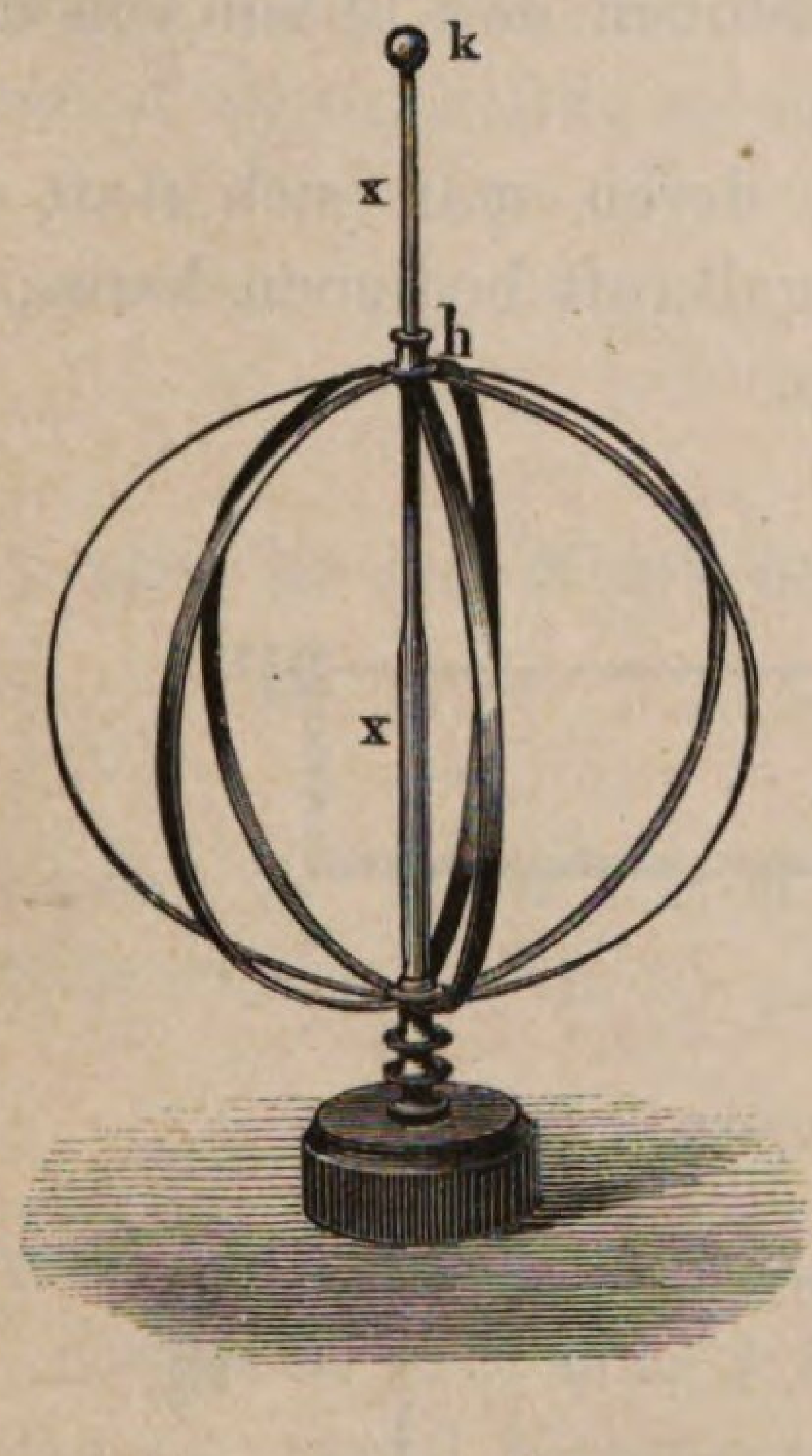
Werden endlich drei der 36 Gramm schweren Messingplatten aufgelegt, so dass N 4mal so schwer ist, als beim ersten Versuch, so erfolgt der Anschlag des Glöckleins, wenn die Rotationsgeschwindigkeit $\sqrt{4}$ also 2mal so gross geworden ist, als im Moment des Anschlages beim ersten Versuch, also 6 Secunden nach Beginn der Rotation.

Der Fallraum des Gewichtes P beträgt in 6 Secunden ungefähr 6 Decimeter, der Apparat, Fig. 358, kann also auf einem Tisch von gewöhnlicher Höhe aufgestellt werden. Es versteht sich von selbst, dass die Umdrehungsaxe des Apparates genau vertical stehen, dass sich also der drehbare Rahmen nach Abhängung des Gewichtes P im Zustand des indifferenten Gleichgewichts befinden muss.

Wenn das Gewicht N 144 Gramm beträgt, so muss die Rotation schon ziemlich schnell werden, um die Hebung von N zu bewirken, so dass sich der Luftwiderstand bereits geltend macht und der Anschlag nicht genau beim sechsten Secundenschlage, sondern etwas später erfolgt.

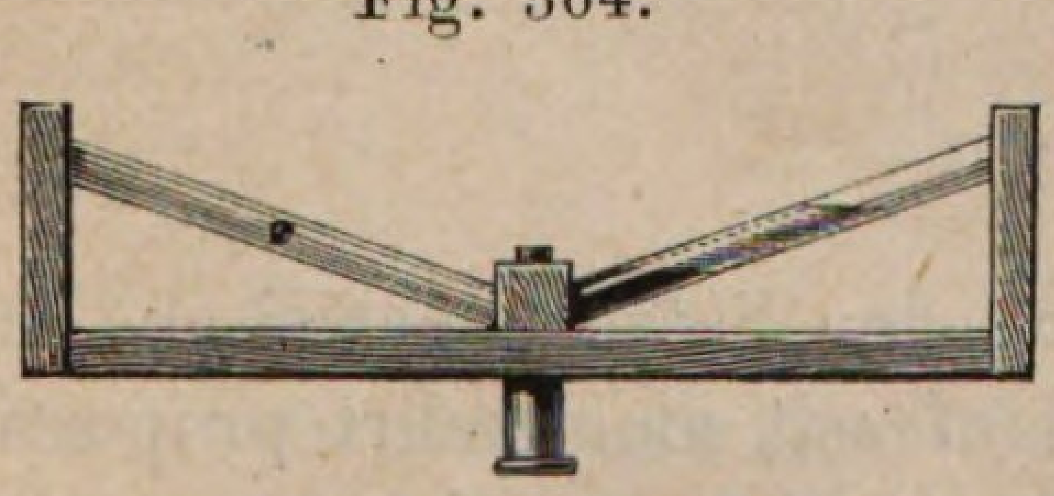
Der in Fig. 363 abgebildete Apparat dient, um zu erläutern, wie die Abplattung der Erde eine Folge ihrer Axendrehung ist.

Fig. 363.



An dem unteren Ende der eisernen Axe x, welche auf die Schwungmaschine aufgesetzt wird, sind mehrere elastische Streifen von Messingblech mittelst Charnieren befestigt. Oben laufen diese elastischen Streifen wieder in einer leicht auf der Axe x verschiebbaren Hülse h zusammen. Im Zustande der Ruhe strecken sich die Federn so, dass die Hülse h an dem Knopfe k ansteht; sobald aber der Apparat rasch um die Axe x rotirt, nehmen die Metallstreifen die in unserer Figur angedeutete Gestalt an, indem alle Theilchen derselben sich möglichst weit von der Rotationsaxe zu entfernen streben. Je schneller die Umdrehung, desto mehr werden die Streifen gekrümmt, desto tiefer wird also die Hülse h herabgezogen.

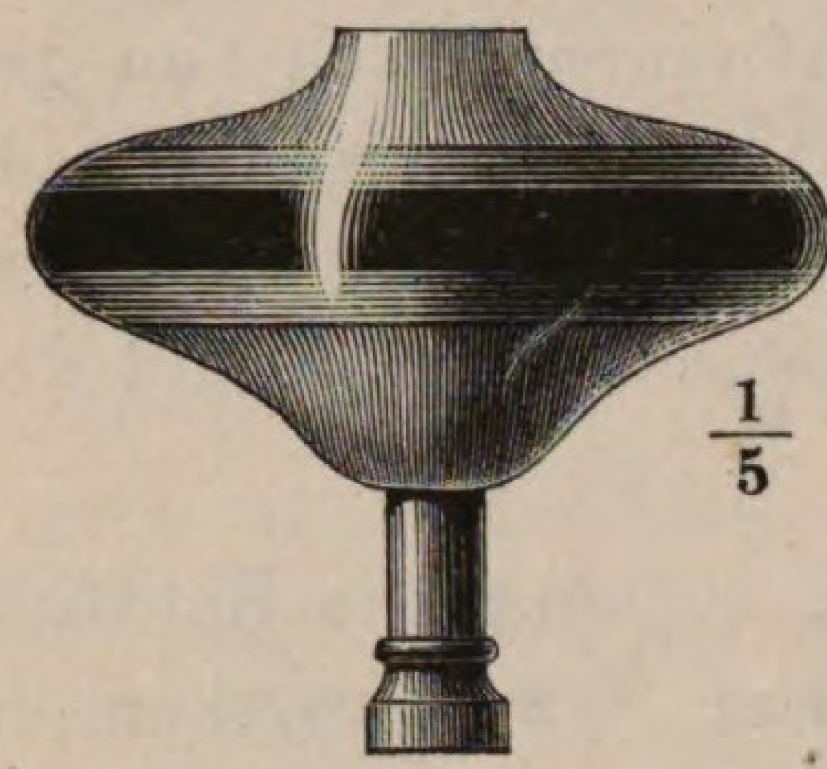
Fig. 364.



Der Apparat Fig. 364 zeigt zwei Glasröhren, welche, an beiden Enden zusammengeschmolzen oder auch nur

mit Kork verschlossen, in einem passenden auf die Schwungmaschine aufzusetzenden Gestell so befestigt sind, dass die nach aussen gekehrten Enden höher stehen als die nach innen gekehrten. Die eine dieser Röhren enthält eine kleine Kugel von Elfenbein oder schwerem Holz, die andere ist zum Theil mit Quecksilber und gefärbtem Wasser gefüllt. Sobald der Apparat in Rotation versetzt wird, läuft die Kugel in der einen Röhre in die Höhe, während in der anderen das Quecksilber die höchste Stelle in der Röhre einnimmt, worauf dann das Wasser und zu unterst die noch in der Röhre enthaltene Luft folgt.

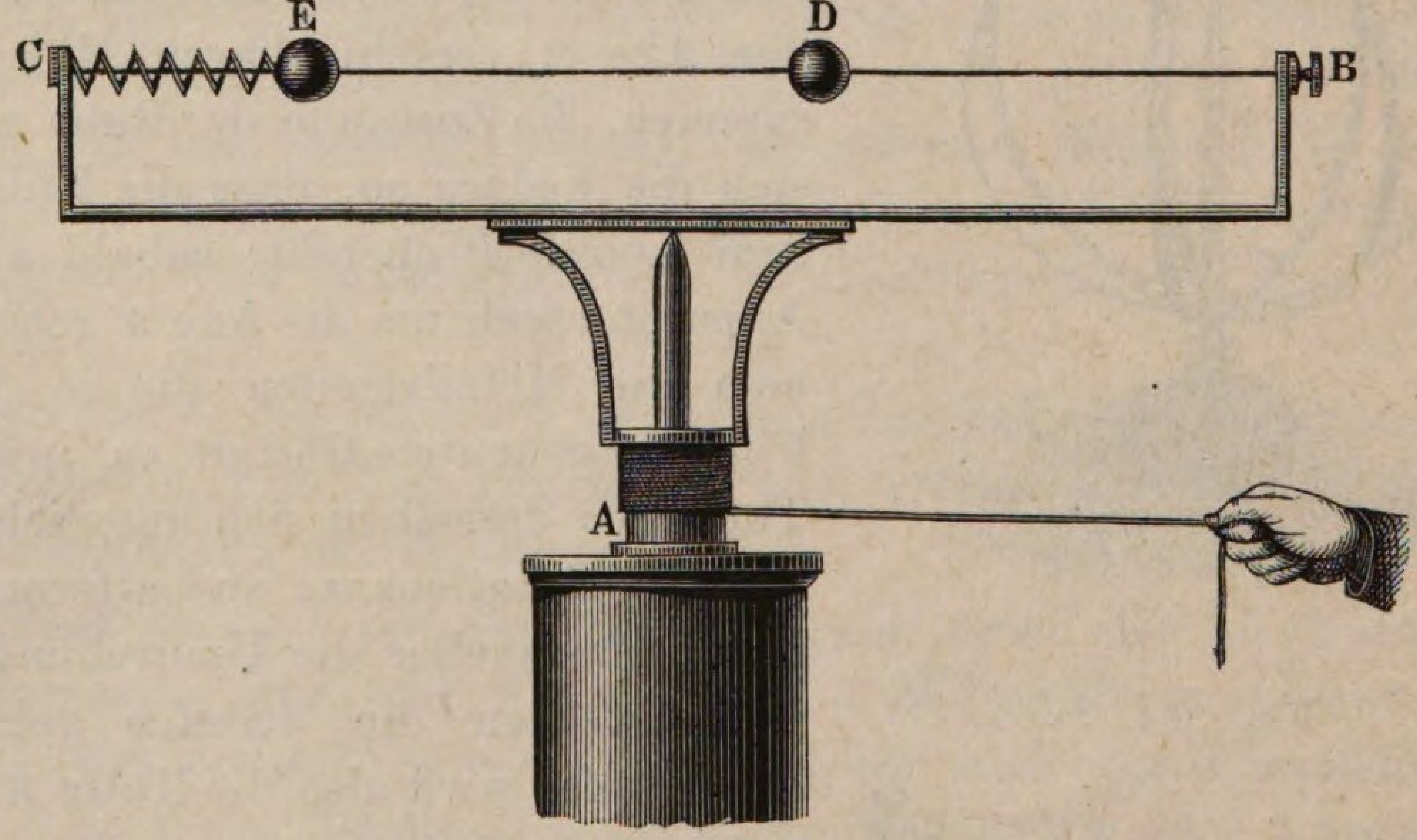
Fig. 365.



Das Aufsteigen von Flüssigkeiten unter dem Einfluss der Schwungkraft lässt sich auch sehr nett mit dem Apparat Fig. 365 zeigen. Er besteht aus einem möglichst grossen Petroleum-Lampenglas, welches mit einer zum Aufschrauben auf die Schwungmaschine dienenden Fassung versehen ist. Eine in das Gefäss gegossene Flüssigkeit, welche im Ruhezustande den Boden bedeckt, steigt bei hinlänglich rascher Rotation in den Bauch des Gefässes, um hier einen Ring zu bilden, welcher nach Innen mit einer verticalen Cylinderfläche begränzt ist. Enthält das Gefäss Quecksilber und gefärbtes Wasser, so bildet das Quecksilber einen die weiteste Stelle des Gefässes einnehmenden silberglänzenden Ring, welcher oben und unten von dem dunkleren Wasserring eingefasst erscheint.

Fig. 366 zeigt eine andere Vorrichtung, deren man sich statt der Schwungmaschine zu Versuchen über Centrifugalkraft bedienen kann; sie wird wohl ohne Erläuterung verständlich sein.

Fig. 366.



Um mit Hülfe einer solchen Vorrichtung den Satz zu beweisen, dass die Centrifugalkraft dem Quadrate der Umlaufszeit umgekehrt proportional ist, hat man eine dem Apparat Fig. 357 ähnliche Vorrichtung aufzu-

setzen und die Rotation dadurch zu bewirken, dass man die Schnur über eine Rolle gehen lässt und an ihrem freien Ende ein entsprechendes Gewicht anhängt. Durch das Niedergehen dieses Gewichtes nimmt nun die Umdrehungsgeschwindigkeit proportional der Fallzeit zu. Ist das Gewicht, welches an der Schnur zieht, gerade so gemacht, dass die Kugel *d* an der Seite anschlägt, nachdem die Bewegung eine Secunde gedauert hat, so wird man bei *c* ein 4faches, ein 9faches Gewicht auflegen müssen, wenn der Anschlag der Kugel *d* erst nach zwei und nach drei Secunden erfolgen soll.

Wenn man ein Gefäss mit Wasser an einer Schnur befestigt und es mit der Hand in verticaler Ebene umschwenkt, so fliesst das Wasser nicht aus, selbst wenn das Gefäss an der obersten Stelle seiner Kreisbahn sich befindet, wo der Boden nach oben und die Oeffnung nach unten gerichtet ist, weil unter diesen Umständen die Schwungkraft grösser ist als die Schwerkraft.

Grösse des Druckes und der Spannung, welche die Schwungkraft erzeugt. 112 Es ist in vielen Fällen zu wissen nothwendig, wie gross der Druck oder der Zug ist, welchen ein Körper von bekanntem Gewichte bei seiner Rotation um eine feste Axe hervorbringt.

Bezeichnet man den Druck oder den Zug des herumgeschleuderten Körpers mit D, sein Gewicht mit P, die beschleunigende Kraft der Schwere mit g und die beschleunigende Kraft, mit welcher sich die Masse P von der Axe zu entfernen strebt, mit v, so haben wir offenbar

$$g : v = P : D,$$

also

$$D = \frac{v \, . \, P}{g},$$

für v aber ist der Werth bei 1) S. 289 zu setzen, folglich haben wir

$$D = P \frac{4 \pi^2 r}{g t^2},$$

oder wenn wir für π seinen Zahlenwerth 3·14 und für g seinen in Fussen ausgedrückten Werth 30 setzen,

$$D = 1{\cdot}315 \frac{P r}{t^2} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad a)$$

wo natürlich r auch in Fussen ausgedrückt sein muss.

Es werde z. B. eine 3 Pfund schwere Kugel an einer 2 Fuss langen Schnur so schnell herumgeschleudert, dass jeder Umlauf in $^3/_4$ Secunden vollendet wird, so ist

$$D = 1{\cdot}315 \frac{3 \, . \, 2}{0{\cdot}75^2} = 14 \text{ Pfund}.$$

Die Schnur wird also mit einer Kraft von 14 Pfunden gespannt sein. Wäre unter sonst gleichen Umständen die Umdrehungsgeschwindigkeit 3mal grösser, so würde die Spannung der Schnur 9mal stärker, sie würde

also 126 Pfund geworden sein. Man sieht, wie durch gesteigerte Geschwindigkeit die Schwungkraft leicht eine enorme Grösse erreichen kann.

Für Metermaass geht Gleichung a) über in

$$D = 4{\cdot}024\,\frac{Pr}{t^2} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad \text{b)}$$

In dieser Gleichung ist natürlich auch r in Metern auszudrücken. D erhält man in derselben Gewichtseinheit, in welcher P ausgedrückt ist. Es sei z. B. $P = 10$ Kilogramm, $r = 3$ Meter, $t = 1{\cdot}5$ Secunden, so kommt

$$D = 4\,\frac{30}{2{\cdot}25} = 53 \text{ Kilogramm.}$$

Mit Erfolg hat man in neuerer Zeit die Schwungkraft in der Industrie benutzt, z. B. in Zuckerfabriken um den Zucker vom Syrup zu reinigen, in Färbereien um Garne und Zeuge schnell zu trocknen u. s. w.

Babo hat die Schwungkraft auch bei chemischen Arbeiten in Anwendung gebracht, namentlich um Krystalle von syrupartiger schmieriger Mutterlauge zu trennen und um das Absetzen von Niederschlägen zu beschleunigen, welche unter den gewöhnlichen Umständen sehr lange suspendirt bleiben. Wenn nämlich die beschleunigende Kraft, mit welcher sich die geschwungene Flüssigkeitsmasse von der Rotationsaxe zu entfernen strebt, nmal so gross ist als die beschleunigende Kraft der Schwere, so ist auch die Differenz zwischen der Centrifugalkraft der Wasserpartikelchen und der Centrifugalkraft der suspendirten Theilchen nmal so gross als die Differenz der specifischen Gewichte des Wassers und des suspendirten Körpers, es muss also auch eine rasche Ausscheidung erfolgen, wenn der Werth von n gross genug ist.

113 **Freie Axen.** Ist die Masse eines rotirenden Körpers symmetrisch um seine Umdrehungsaxe geordnet, so wird diese Axe in Folge der Rotation des Körpers keinen Druck, keine Spannung nach irgend einer Seite auszuhalten haben, weil die Schwungkraft jedes Theilchens des rotirenden Körpers durch eine gleiche und entgegengesetzte aufgehoben wird. Eine Axe, bei welcher dies der Fall ist, wird eine freie Axe genannt. Beispiele freier Axen bieten uns ein Schwungrad, ein Kreisel u. s. w.

Ein Körper, welcher um eine freie Axe rotirt, besitzt in Beziehung auf dieselbe stets eine mehr oder minder grosse Stabilität, d. h. es zeigt sich ein Bestreben, die Rotationsaxe in unveränderter Richtung zu erhalten, wie dies am besten durch den Kreisel erläutert wird. Ein Kreisel, Fig. 367, welcher aus einem bleiernen flachen Cylinder besteht, dessen Umdrehungsaxe unten mit einer stählernen etwas abgerundeten Spitze versehen ist, kann eine halbe, ja eine ganze Stunde lang auf dieser Spitze rotiren, ohne umzufallen (Busolt's Farbenkreisel, Pogg. Annal. Bd. XXXII, S. 656).

Wenn nun auf eine solche freie und nach jeder Richtung hin auch

frei bewegliche Axe von aussen her irgend eine störende Kraft einwirkt, welche die Richtung dieser Axe zu ändern strebt, so erfolgt eine Verschiebung der Axe rechtwinklig zur Richtung der störenden Kraft. Man kann diese Erscheinung an jedem Kreisel, am bequemsten vielleicht an dem allgemein bekannten Brummkreisel (Brummtoppich) beobachten.

Fig. 367.

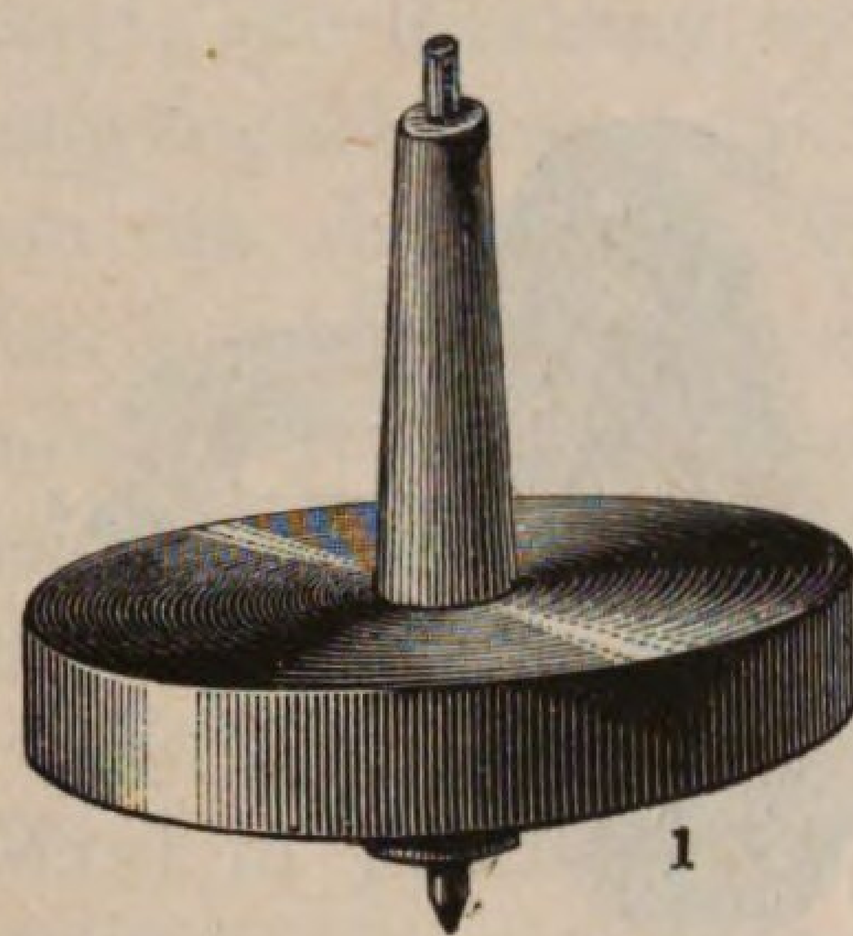


Fig. 368.

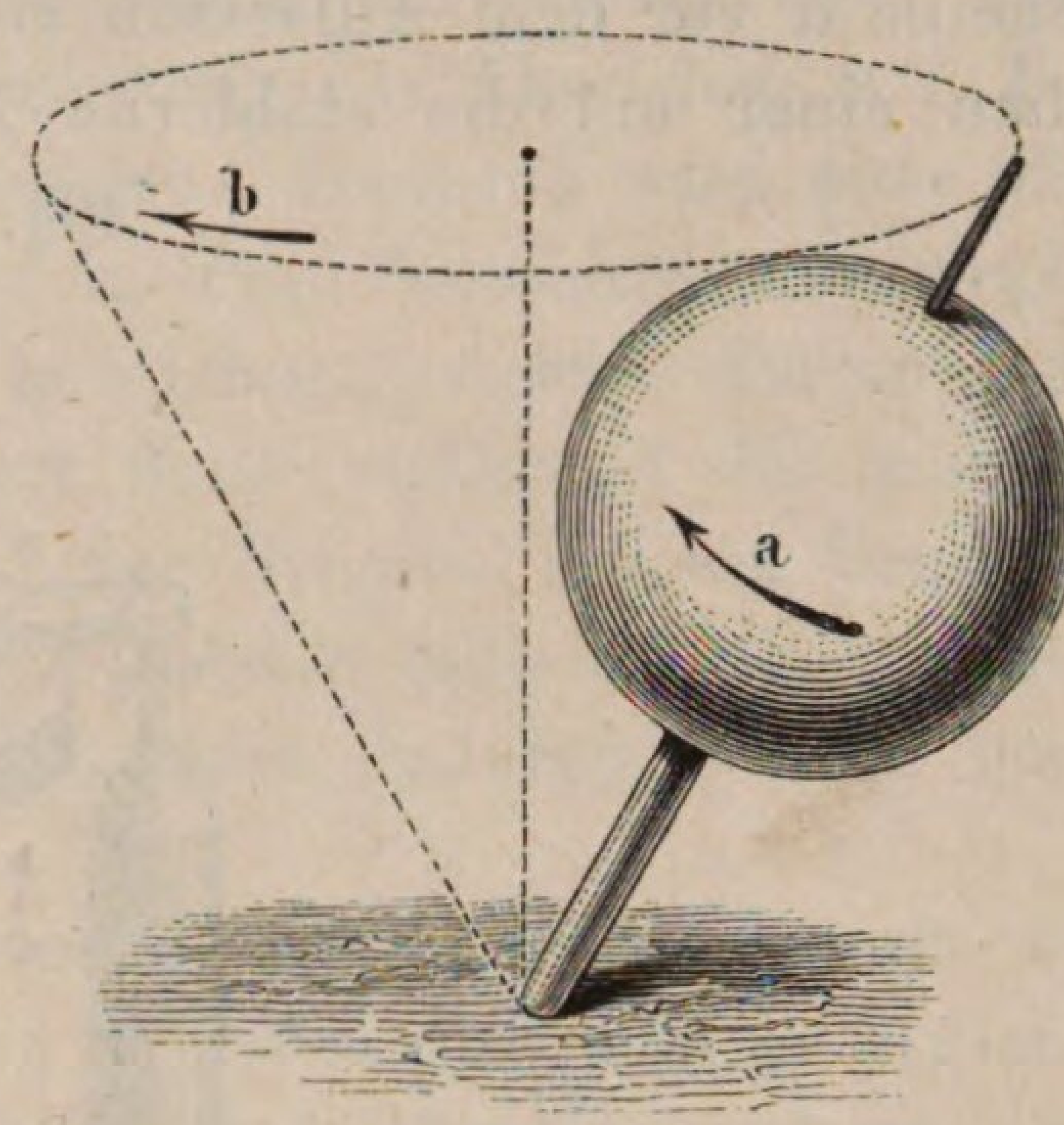


Fig. 368 stellt einen solchen Kreisel dar. Wenn die Rotationsaxe desselben, gleich nachdem er angelassen worden ist, nicht vertical steht, sondern mit der Richtung des Bleilothes einen Winkel macht, wie es die Figur zeigt, so fällt er nicht etwa um, wie man auf den ersten Anblick wohl vermuthen könnte, weil der Schwerpunkt nicht unterstützt ist, sondern die Axe des Kreisels beschreibt in langsamer Bewegung die Oberfläche eines Kegels, wie dies in unserer Figur durch punktirte Linien angedeutet ist, ohne dass der Kreisel sich mehr gegen die horizontale Ebene neigt; ja der Kreisel richtet sich allmälig mehr und mehr auf, bis endlich seine Axe senkrecht steht, welches letztere jedoch nur eine Folge der Reibung ist, welche die Spitze des Kreisels am Boden zu überwinden hat; dieses Aufrichten des Kreisels würde nicht stattfinden, wenn keine Reibung stattfände.

Wenn der Kreisel in der Richtung rotirt, welche der Pfeil *a* andeutet, so dreht sich die Rotationsaxe in der Richtung des Pfeiles *b*.

Der Kreisel fällt erst um, wenn seine Rotationsgeschwindigkeit bis zu einem gewissen Grade abgenommen hat.

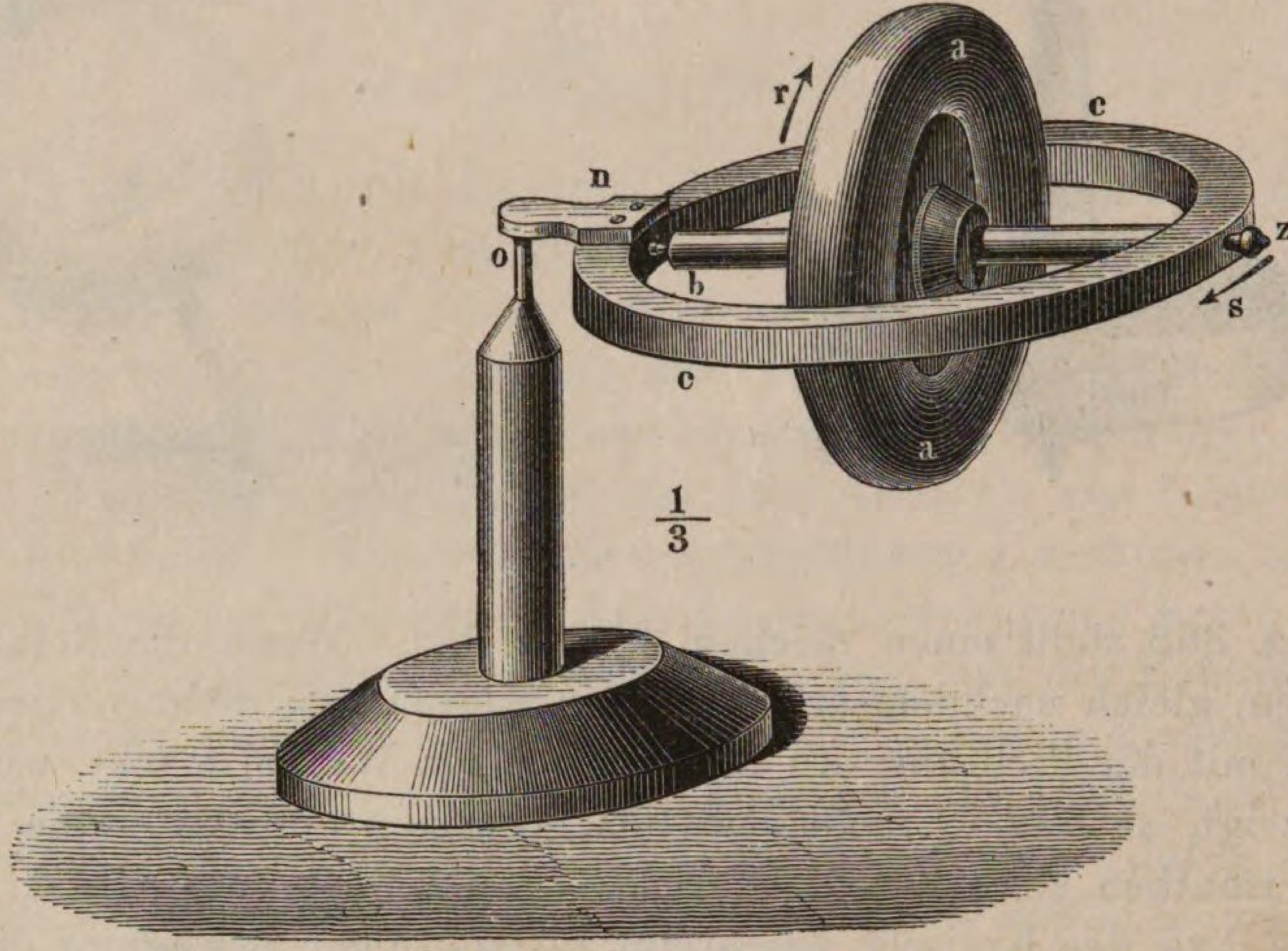
Noch viel schöner und sicherer lässt sich diese langsame Drehung einer Rotationsaxe an dem Gyroskop, Fig. 369 (a. f. S.), zeigen. *a* ist eine runde messingene Scheibe, deren äussere Begränzung durch einen dicken messingenen Wulst gebildet wird. Durch die Mitte dieser Scheibe geht eine stählerne, in Spitzen laufende Axe *b*, welche von einem messingenen Ringe *c* getragen wird.

An den Ring *c* ist in der Verticalebene der Axe *b* ein etwas vorragendes Metallstückchen *n* aufgeschraubt, welches mittelst einer in sei-

ner Unterfläche angebrachten Vertiefung auf die Stahlspitze *o* aufgesetzt werden kann.

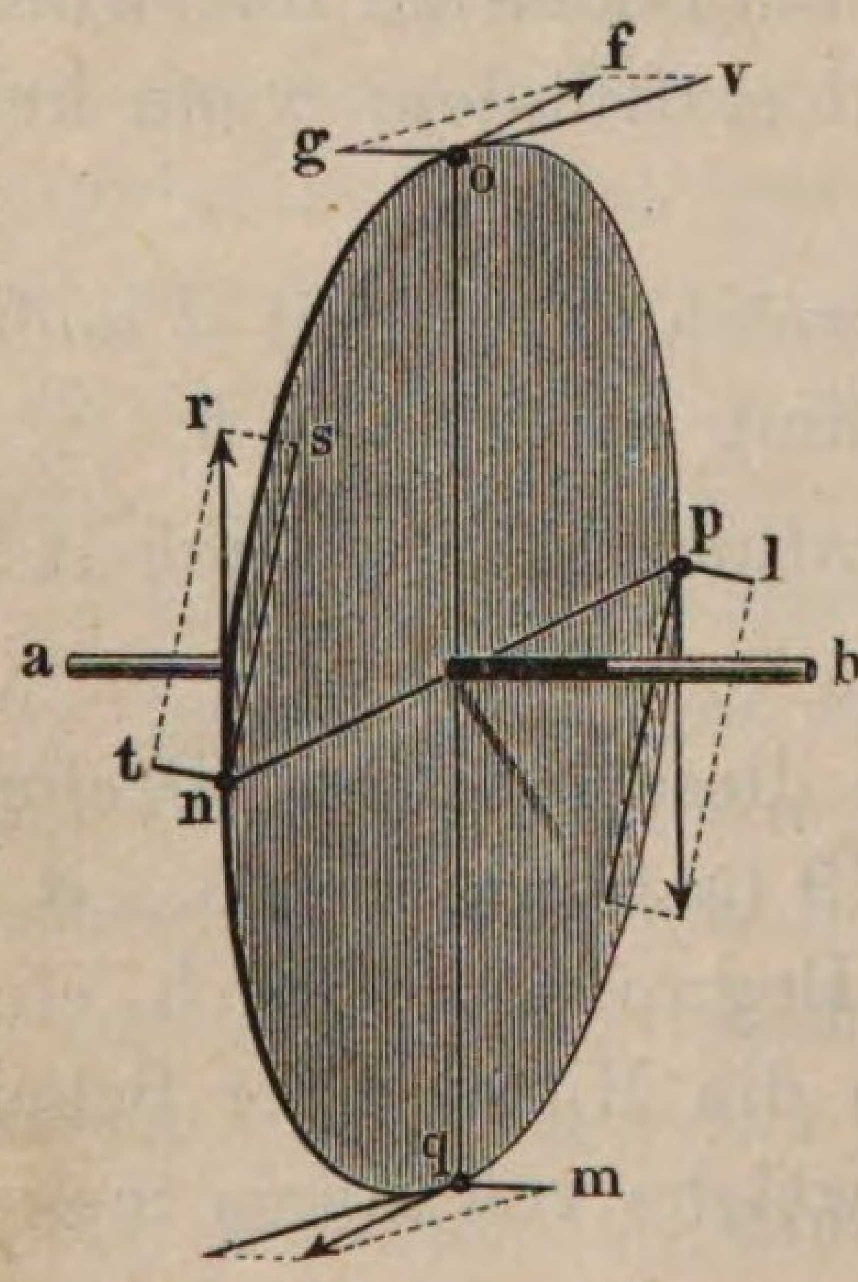
Geschähe dies, während die Messingscheibe *a* nicht um ihre Axe rotirt, so könnte der Ring *c* mit allem, was in ihm befestigt ist, die horizontale Stellung nicht behaupten, in welcher ihn unsere Figur darstellt, sein Schwerpunkt würde sich rasch niedersenken müssen. Wenn aber die Scheibe *a* vor dem Aufsetzen von *n* auf die Spitze *o* durch kräftiges Abziehen einer um die stählerne Axe *b* gewickelten Schnur in rasche

Fig. 369.



Rotation versetzt worden ist, so behält er die horizontale Stellung bei, während er sich nun langsam in horizontaler Ebene um die Spitze *o* umdreht. Erst nach einiger Zeit, wenn die Rotationsgeschwindigkeit der Scheibe *a* in Folge der unvermeidlichen Reibung bis zu einem gewissen Grade abgenommen hat, beginnt der Ring *c* sammt seinem Inhalt sich allmälig zu senken.

Fig. 370.



Wie sich die fragliche Erscheinung, wenigstens in ihren Hauptzügen, ohne Calcül erklären lässt, hat Poggendorff in seinen Annalen (Bd. XC, S. 348) gezeigt. Auf unseren speciellen Fall angewandt, würde die Poggendorff'sche Erklärung ungefähr folgende sein:

Wenn die materielle Scheibe *nopq*, Fig. 370, um die eben horizontal stehende Axe *ab* sehr rasch rotirt, so haben alle Theilchen der Scheibe tangentiale Geschwindigkeiten erlangt, welche für die Punkte *n*, *o*, *p* und *q* durch Pfeile angedeutet sind.

Wenn nun durch irgend eine Kraft die rechte Seite der Axe *ab* etwas gesenkt, also die Scheibe um die Axe *np* oder eine damit parallele etwas gedreht wird, so werden dadurch die Geschwindigkeiten, mit welchen gerade die Punkte *o* und *q* behaftet sind, nicht alterirt, sie werden gewissermaassen parallel mit sich selbst verschoben. Anders verhält es sich mit den materiellen Theilchen in *n* und *p*; sie werden genöthigt, aus der Richtung der Tangentialgeschwindigkeiten, mit welchen sie eben behaftet sind, herauszutreten; das Theilchen *n* z. B. wird genöthigt, die Richtung *ns* einzuschlagen. Dadurch wird aber offenbar die ursprüngliche Geschwindigkeit *nr* in zwei Seitenkräfte zerlegt, von welchen die eine *ns* die Richtung bezeichnet, welche die in *n* an die Peripherie gelegte Tangente annehmen muss, während die andere Seitenkraft *nt* rechtwinklig zur Ebene der Scheibe als ein Druck wirkt, welcher eine Drehung um die Axe *oq* oder eine damit parallele zu bewirken strebt, und zwar in der Art, dass dadurch *b* nach vorn bewegt wird.

Wird in gleicher Weise die Geschwindigkeit zerlegt, mit welcher ursprünglich ein materielles Theilchen in *p* behaftet war, so ergiebt sich eine Seitenkraft *pl*, welche parallel mit *nt* die Scheibe sammt der Axe in gleicher Richtung zu drehen strebt, wie *nt*.

Daraus ergiebt sich zunächst, dass wenn die Scheibe *a* des Apparates Fig. 369 in der Richtung des Pfeiles *r* rotirt, eine Drehung des Ringes *c* in der Richtung des Pfeiles *s* erfolgen muss.

Durch die Seitenkräfte *nt* und *pl*, Fig. 370, wird nun die Scheibe in der Weise um eine verticale Axe gedreht, dass dadurch auch die Richtung der Tangentialgeschwindigkeiten in *o* und *q* alterirt wird. Das Theilchen *o*, welches die Tangentialgeschwindigkeit *of* hatte, wird eine Tangentialgeschwindigkeit in der Richtung *ov* annehmen müssen, die Geschwindigkeit *of* wird also in zwei Componenten zerlegt, von denen die eine nach *ov* gerichtet ist, während die andere *og* als ein Druck auf die Scheibe wirkend dahin strebt, die rechte Seite der Axe *ab* zu heben; eine gleiche Wirkung geht aus der Zerlegung der ursprünglichen Tangentialgeschwindigkeit von *q* hervor.

In Folge der Drehung der Rotationsaxe *ab* um eine verticale Axe treten also Kräfte auf, welche ihr äusseres Ende *b* zu heben streben, also der ursprünglich störenden Kraft gerade entgegenwirken; und so kommt es denn, dass, wenn die Rotationsgeschwindigkeit nur gross genug ist, die horizontale Lage der Rotationsaxe erhalten bleibt.

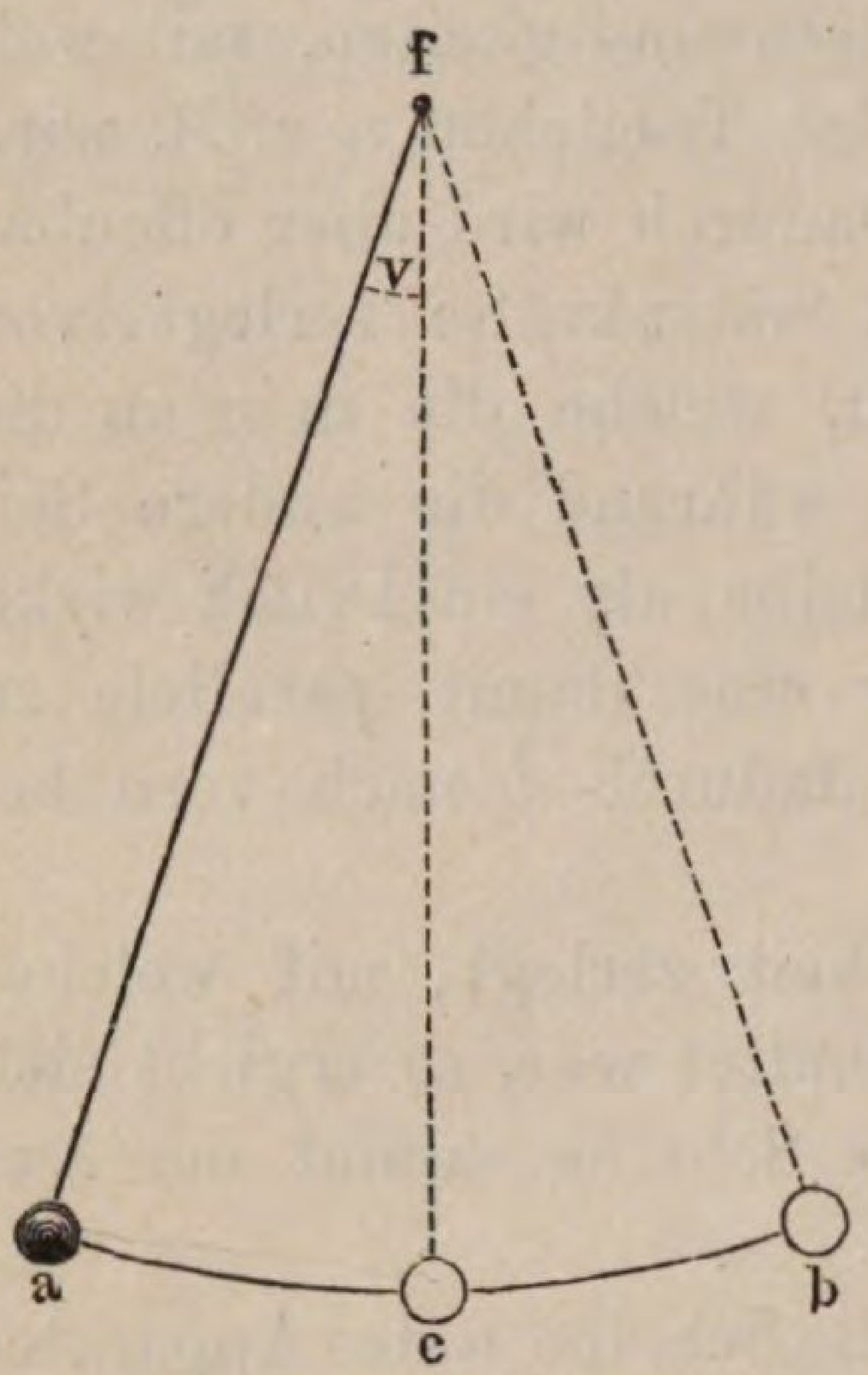
Wir haben hier nur einen speciellen Fall.

Eine vollständige Erklärung der hierher gehörigen Erscheinungen nicht allein der Art, sondern auch der Grösse nach, ist ohne höhere Rechnung nicht wohl möglich. Eine vollständige Theorie des Kreisels so wie der auf den gleichen Erklärungsgrund zurückzuführenden Erscheinung der Präcession (s. kosmische Physik) hat schon Euler gegeben, und man findet dieselbe im dritten Bande seiner Mechanik, welche vor

Kurzem erst wieder in deutscher Uebersetzung mit Anmerkungen und Erläuterungen von Wolfers herausgegeben wurde.

114 **Das einfache Pendel,** Fig. 371, besteht aus einer schweren Kugel, welche am Ende eines biegsamen Fadens aufgehängt ist. Bringt man die Kugel aus ihrer Gleichgewichtslage, d. h. bringt man das Pendel aus seiner verticalen Stellung, so macht es, wenn man es loslässt, ohne ihm irgend einen Anstoss zu geben, Schwingungen, welche fortwährend in derselben Verticalebene bleiben. Bringt man z. B. das Pendel in die Lage fa, so beschreibt die Kugel den Bogen ac, in c kommt sie mit solcher Geschwindigkeit an, dass sie auf der anderen Seite bis b steigt, d. h. zu der Höhe des Punktes a; vom Punkte b geht die Kugel abermals zurück, durchläuft in umgekehrter Richtung wieder den Bogen bca und setzt auf dieselbe Weise ihre Schwingungen fort. Beim Niedergange des Pendels nimmt seine Geschwindigkeit fortwährend zu, beim Aufsteigen nimmt sie ab; in dem Momente also, in welchem das Pendel die Gleichgewichtslage passirt, hat es seine grösste Geschwindigkeit.

Fig. 371.



Der Winkel $afc = v$ heisst Ausschlagswinkel oder auch nur Ausschlag.

Die Bewegung von a bis b oder von b bis a heisst eine Oscillation; von a bis c ist eine halbe niedergehende, von c bis b eine halbe aufsteigende Oscillation.

Die Amplitude einer Oscillation ist der von der Pendelkugel überstrichene Bogen ab.

Die Dauer einer Oscillation ist die Zeit, welche das Pendel nöthig hat, um diesen Bogen zu durchlaufen.

Nach dem ersten Anblicke sollte man aus den Versuchen schliessen, dass die Bewegung eines Pendels immer fortdauern müsste; denn wenn es von a ausgehend auf der anderen Seite zu einer gleichen Höhe b ansteigt, so muss es von b ausgehend auch wieder bis a steigen, und es wird so denselben Weg zum zweiten, zum dritten Male u. s. w. bis ins Unendliche machen müssen.

Dieser Schluss würde ganz richtig sein, wenn b wirklich absolut gleiche Höhe mit a hätte; aber die Reibung am Aufhängepunkte f, der Widerstand der Luft, welche die Kugel vor sich wegtreiben muss, machen es unmöglich, dass die Kugel genau wieder bis zu der Höhe steigt, von welcher sie herabfiel. Die Abnahme der Amplituden wird freilich erst nach einer Reihe von Schwingungen merklich.

Gesetze der Pendelschwingungen. Die von Galiläi zuerst aufgestellten Gesetze der Pendelschwingungen sind folgende: 115

1) So lange die Amplitude ac eines Pendels so klein ist, dass ohne erheblichen Fehler die Grösse $sin\ v$ mit dem Verhältniss $\frac{ac}{fc}$ vertauscht werden darf, ist die Dauer t einer Pendelschwingung unabhängig von der Grösse der Amplitude.

Für

$$v = 1^0 \text{ ist } \frac{ac}{fc} = 0{\cdot}017453 \quad sin\ v = 0{\cdot}017452$$

$$v = 2^0 \text{ ist } \frac{ac}{fc} = 0{\cdot}034906 \quad sin\ v = 0{\cdot}034899$$

$$v = 3^0 \text{ ist } \frac{ac}{fc} = 0{\cdot}052360 \quad sin\ v = 0{\cdot}052336$$

Für Werthe von v, welche 2^0 bis 3^0 nicht übersteigen, ist also die genannte Vertauschung gestattet; für so kleine Ausschlagswinkel ist die Dauer der Pendelschwingung bei den verschiedensten Amplituden gleich gross, ist die Dauer isochron.

2) Die Dauer der Oscillationen ist vom Gewichte der Kugel und von der Natur ihrer Substanz unabhängig.

3) Die Schwingungsdauer zweier ungleich langer Pendel verhält sich wie die Quadratwurzel aus den Pendellängen, d. h. es ist

$$t = m\sqrt{l}$$

wo t die Schwingungsdauer, l die Pendellänge und m einen noch näher zu bestimmenden constanten Factor bezeichnet.

Diese Gesetze ergeben sich aus dem, was oben über den Fall auf der schiefen Ebene gesagt wurde; denn der Bogen, welchen die Pendelkugel durchläuft, ist nichts als eine schiefe Ebene, deren Neigung gegen die horizontale sich continuirlich ändert.

Das erste dieser Gesetze lässt sich folgendermaassen entwickeln: In Fig. 372 (a. f. S.) sei bc das um den Winkel v aus der Gleichgewichtslage ba entfernte Pendel. Eine durch c gezogene Verticale cf stellt uns nun die auf die Kugel c wirkende Beschleunigung der Schwere dar, die wir durch g bezeichnen wollen; wir zerlegen sie in die Componente ck, welche von c aus das Pendel nach der Gleichgewichtslage hintreibt, und in die Componente ch, welche die Schnur spannt. Es ist nun aber offenbar $ck = g\ .\ sin.\ v$, d. h. die beschleunigende Kraft, welche das Pendel nach seiner Gleichgewichtslage hintreibt, ist stets dem Sinus des Ausschlag-

winkels proportional. Ist also die Pendelkugel einmal bis *c*, Fig. 373, aus der Gleichgewichtslage gebracht, so dass der Ausschlagswinkel v ist, das andere Mal nur halb so weit, bis *c'*, so dass der Ausschlagswinkel $^1/_2\, v$ ist, so haben wir einmal die beschleunigende Kraft $g \,.\, sin\, v$, das andere Mal $g \,.\, sin\, ^1/_2\, v$.

Wenn der Winkel v nicht gross ist, so ist $sin\, v$ bis auf eine verschwindende Grösse gleich dem Doppelten von $sin\, ^1/_2\, v$; wenn die Pendel-

Fig. 372.

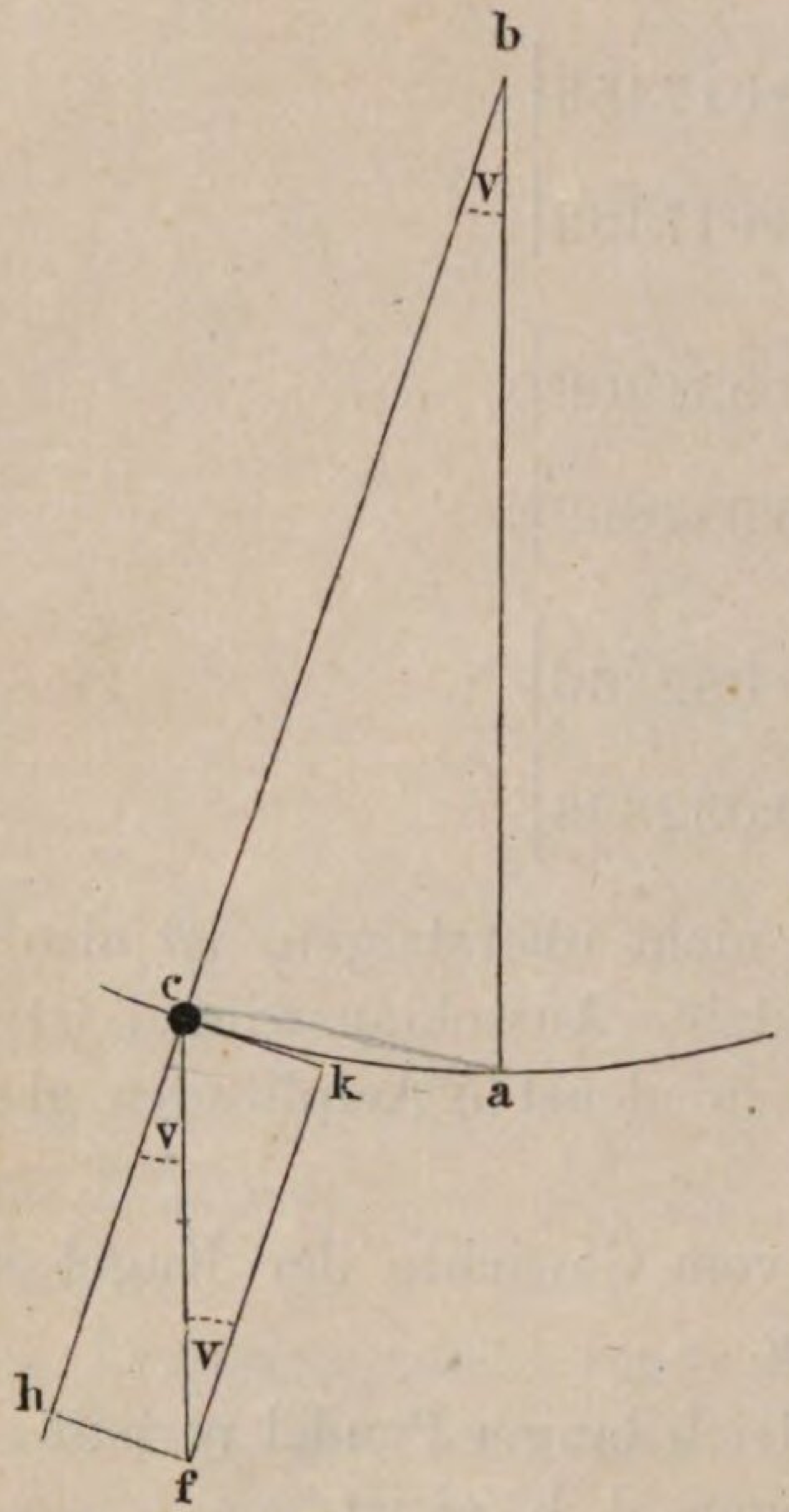
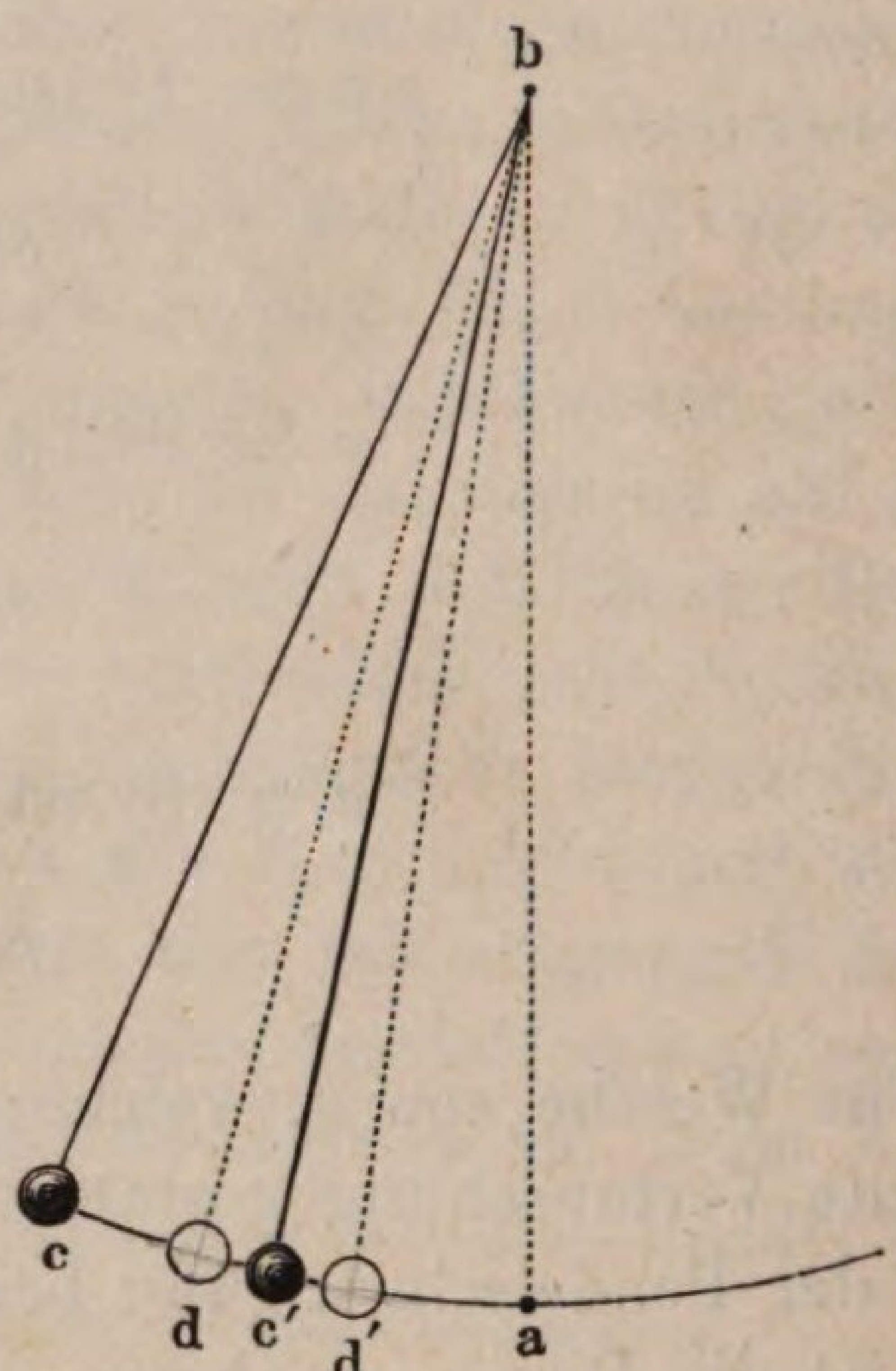


Fig. 373.



kugel also von dem Punkte *c* herabfällt, so ist die beschleunigende Kraft, welche im ersten Moment die Bewegung bewirkt, doppelt so gross, als wenn die Pendelkugel in *c'* ihren Niedergang begonnen hätte, der Bogen *cd*, den wir so klein annehmen wollen, dass wir ihn als geradlinig betrachten können, und der Bogen *c' d'*, welcher nur halb so gross ist, werden also in gleichen Zeiten durchlaufen, wenn die Bewegung einmal in *c*, ein andermal in *c'* beginnt.

Denken wir uns dicht hinter einander zwei gleiche Pendel aufgehängt, das eine bis *c*, das andere bis *c'* gehoben und gleichzeitig losgelassen, so werden sie gleichzeitig in den Punkten *d* und *d'* ankommen, wenn $c'\, d' = {}^1/_2\, cd$. Die beschleunigende Kraft in *d* ist aber doppelt so gross als in *d'*, ausserdem aber langt das eine Pendel in *d* mit einer Geschwindigkeit an, welche doppelt so gross als diejenige ist, mit welcher das andere den Punkt *d'* passirt, und daraus folgt denn, dass auch in dem nächsten kleinen Zeittheilchen das eine Pendel einen doppelt so grossen Weg zurücklegt als das andere. Auf diese Weise fortschliessend findet man endlich, dass beide Pendel gleichzeitig in *a* ankommen müssen.

Diese Schlussweise lässt sich auch noch anwenden, wenn das Verhältniss der Ausschlagswinkel nicht gerade das von 1 zu 2, sondern ein anderes ist, weil für kleine Ausschlagswinkel die beschleunigende Kraft stets der Entfernung von der Gleichgewichtslage proportional ist; und so lässt sich allgemein zeigen, dass bis zu der Gränze hin, bis zu welcher $\sin v$ mit $\frac{ac}{bc}$ vertauscht werden darf, die Schwingungsdauer von der Grösse der Ausschlagswinkel unabhängig ist.

Um dies Gesetz durch den Versuch zu bestätigen, muss man die Zeit genau bestimmen, welche nöthig ist, damit ein Pendel mehrere hundert Schwingungen macht. Macht man diese Beobachtung zu Anfang der Bewegung, wenn die Amplitude 2^0 bis 3^0 ist, später, wenn sie nur noch 1^0 bis 2^0 beträgt, und zuletzt, wenn die Oscillationen so klein geworden sind, dass man sie mit der Lupe beobachten muss, so findet man, dass die Oscillationen in diesen drei Stadien so gut wie vollständig isochron sind.

Das zweite Gesetz ist sehr leicht durch den Versuch nachzuweisen. Man macht mehrere Pendel von gleicher Länge, die Kugel des einen von Metall, die des anderen von Wachs, die des dritten von Holz u. s. w., und man wird finden, dass sie alle gleiche Schwingungsdauer haben.

Wenn die Schwere ein Pendel oscilliren macht, so wirkt sie auf jedes Atom der Materie, aus welcher die Kugel besteht; jedes Atom der Kugel wird durch seine eigene Schwere getrieben, und folglich kann auch eine Vermehrung der Atome keinen Einfluss auf die Geschwindigkeit der Oscillationen haben. Könnte man ein einziges Atom Eisen an einem gewichtlosen Faden aufhängen, so müsste es gerade so schnell oscilliren, als ob man ihrer zwei, drei, vier oder eine ganze Kugel von Eisen anhängt. Die Schwere könnte aber auf ein Wachsmolekül anders wirken, als auf ein Eisenmolekül. Dass dies nicht der Fall ist, dass die Schwere auf eine Masse von Eisen nicht anders wirkt als auf eine gleiche Masse von Gold, Platin, Wachs u. s. w., beweist eben dieser Versuch mit dem Pendel. Der früher erwähnte Fallversuch im luftleeren Raume ist nur ein roher Versuch, weil wir hier nur die Wirkung der Schwere während einer ausserordentlich kurzen Zeit beobachten können. Das Pendel aber macht es möglich, die Wirkung der Schwere auf verschiedene Stoffe ganze Stunden lang zu beobachten.

Von den Gesetzen des Falles auf der schiefen Ebene ausgehend, gelangt man durch folgende Schlussweise zu dem oben angeführten dritten Gesetze der Pendelschwingungen.

Man denke sich den Schwingungsbogen ab, Fig. 374 (a. f. S.), eines Pendels in so viel gleiche Theile getheilt, dass man jedes dieser Bogentheilchen als geradlinig betrachten kann. Wenn nun der Ausschlagswinkel eines längeren Pendels eben so gross ist, so muss sich der Schwingungsbogen cd desselben zu ab verhalten wie die Pendellänge fc zu fa. Denken wir uns den Bogen dc in eben so viel gleiche Theile getheilt wie den

Bogen ab, so werden auch die einzelnen Theile im Verhältniss der Pendellängen stehen. Wenn also das eine Pendel 4mal so lang ist als das andere, so werden auch jene Unterabtheilungen des Bogens dc 4mal so gross sein als die entsprechenden Theile des Bogens ab. Der Winkel, welchen das oberste, das zweite, dritte u. s. w. Bogentheilchen von ab mit der Horizontalen macht, ist gleich dem Winkel, welchen das erste, zweite, dritte u. s. w. Bogentheilchen von cd mit derselben macht; auf den entsprechenden Theilen von ab und cd ist demnach auch die beschleunigende Kraft dieselbe.

Fig. 375.

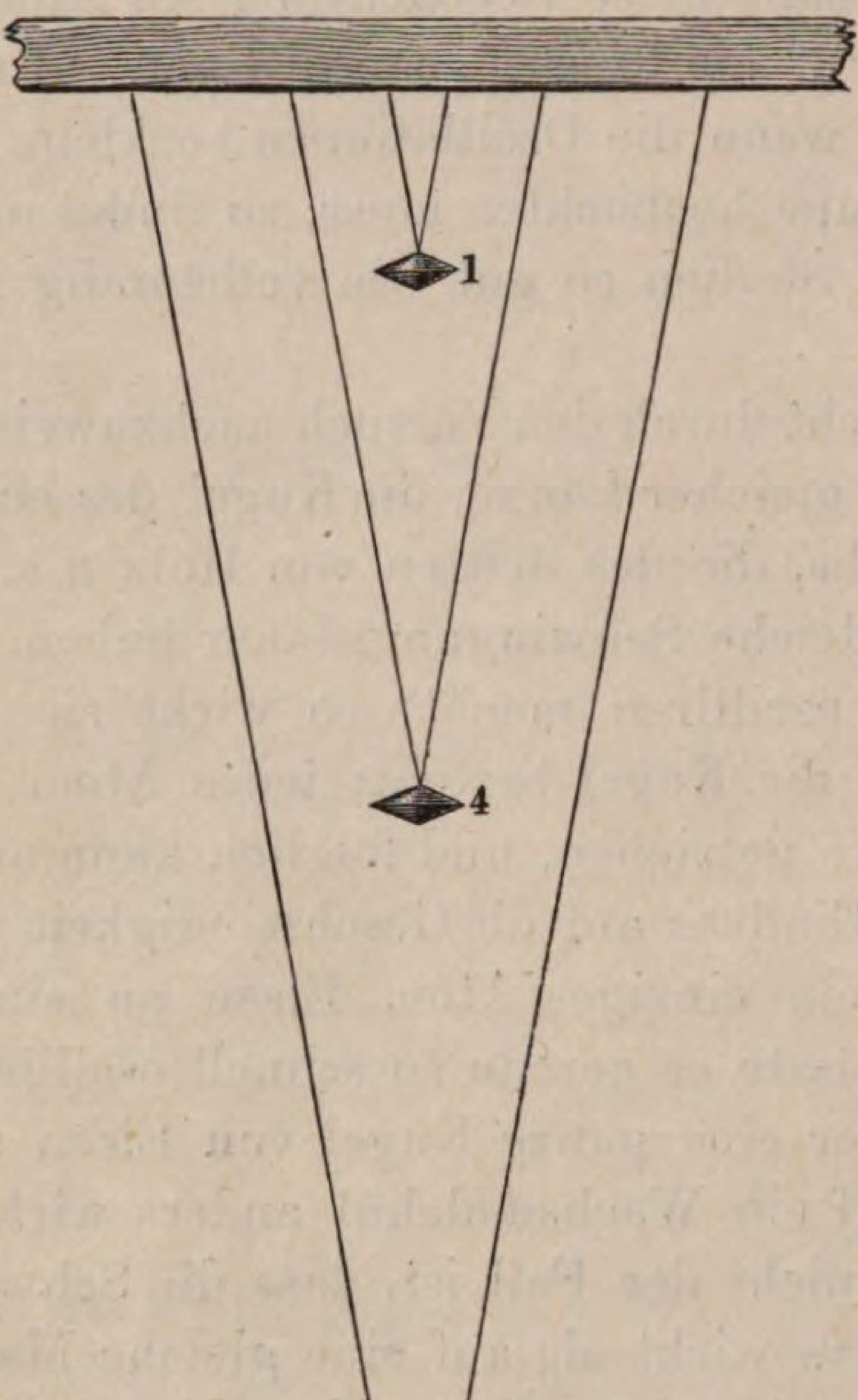
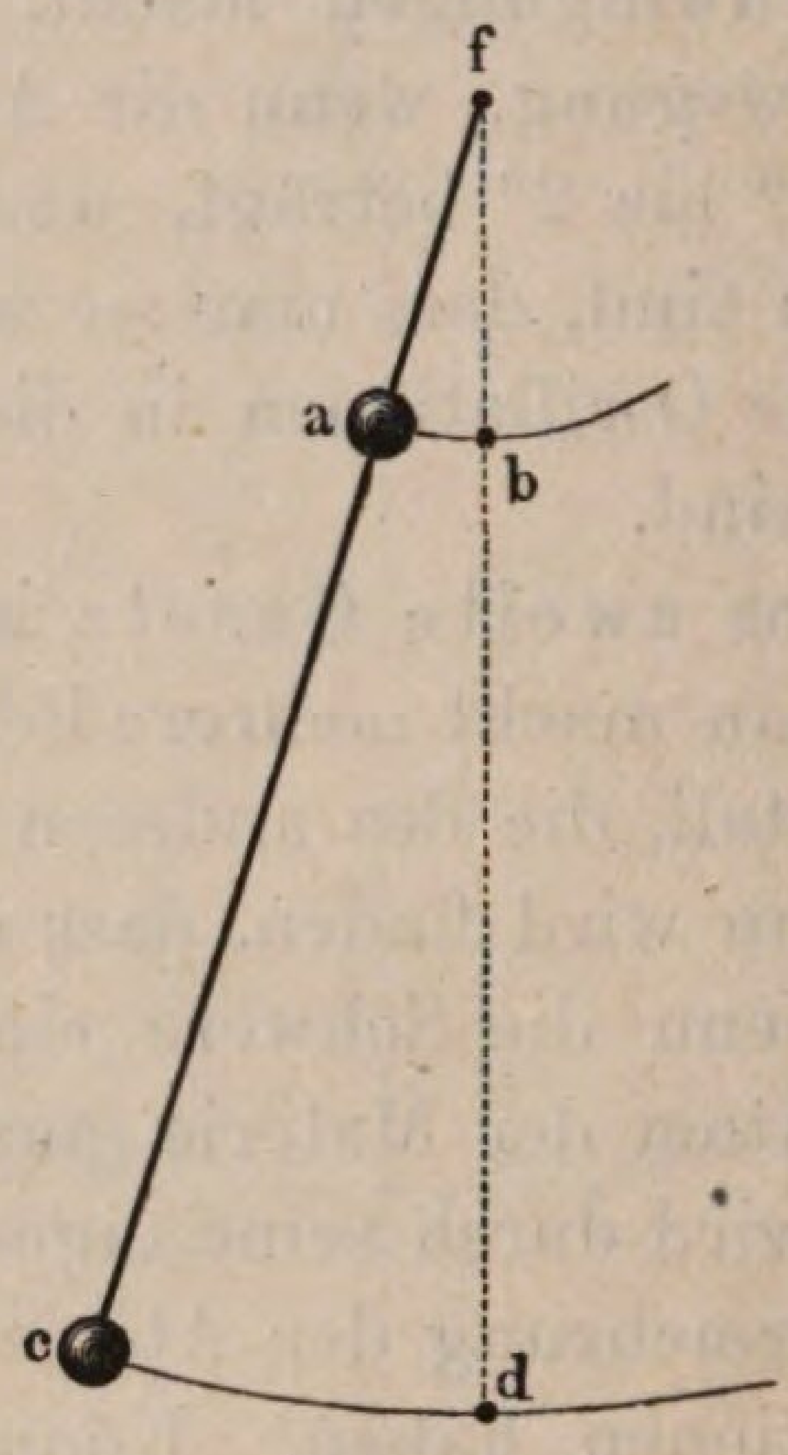


Fig. 374.



Wenn aber verschiedene Wege mit gleicher beschleunigender Kraft durchlaufen werden, so lehrt uns die Formel $s = \frac{g}{2} t^2$, dass sich die Fallzeiten verhalten wie die Quadratwurzeln der Fallräume; wenn also der Bogen cd 2-, 3-, 4-, nmal so gross ist als der Bogen ab, so wird die Zeit, in welcher ein Theilchen von cd durchlaufen wird, auch $\sqrt{2}$-, $\sqrt{3}$-, $\sqrt{4}$-, $\sqrt{n}$mal so gross sein als die, in welcher das entsprechende Theilchen von ab durchlaufen wird. Da dies aber für alle Bogentheilchen gilt, so gilt es auch für ihre Summe, was denn mit anderen Worten heisst, die Schwingungsdauer ist der Quadratwurzel aus der Pendellänge proportional.

Um die Richtigkeit des dritten Gesetzes durch den Versuch nachzuweisen, hat man nur die Schwingungsdauer verschieden langer Pendel zu vergleichen. Wenn sich z. B. die Pendellängen wie die Zahlen 1 : 4 : 9

verhalten, so verhalten sich die entsprechenden Schwingungszeiten wie 1:2:3. Am bequemsten hängt man zu diesem Versuche die Kugeln an einem doppelten Faden auf, wie Fig. 375 zeigt. Während ein Pendel, dessen Länge 4 Fuss ist, eine Oscillation macht, macht das viermal kürzere Pendel zwei Oscillationen; und während ein Pendel von 1 Fuss Länge dreimal hin- und hergeht, macht ein 9 Fuss langes nur einen Hin- und Hergang.

Die eben besprochenen Gesetze sind von der Intensität der Schwere ganz unabhängig. Wenn die Schwerkraft auch hundertmal stärker oder schwächer wirkte, so würden kleine Schwingungen eines und desselben Pendels doch isochron bleiben, und die Schwingungszeiten verschieden langer Pendel würden sich noch immer wie die Quadratwurzeln ihrer Länge verhalten. Die absolute Dauer der Oscillationen ändert sich aber mit der Intensität der Schwerkraft. Dasselbe Pendel wird schneller oscilliren müssen, wenn die Intensität der Schwerkraft wächst, und langsamer, wenn sie abnimmt.

Mathematische Entwickelung des Pendelgesetzes. Die Relation zwischen der Schwingungsdauer, der Pendellänge und der beschleunigenden Kraft der Schwere ist durch die Formel 116

$$t = \pi \sqrt{\frac{l}{g}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 1)$$

ausgedrückt, in welcher t die Schwingungsdauer, $\pi = 3{\cdot}14159 \ldots$ das Verhältniss der Peripherie eines Kreises zu seinem Durchmesser, l die Pendellänge und g die beschleunigende Kraft der Schwere bezeichnet.

Das für die Physik so wichtige, durch die Gleichung 1) ausgesprochene Gesetz wird gewöhnlich mit Hülfe höherer Rechnung bewiesen.

Fig. 376.

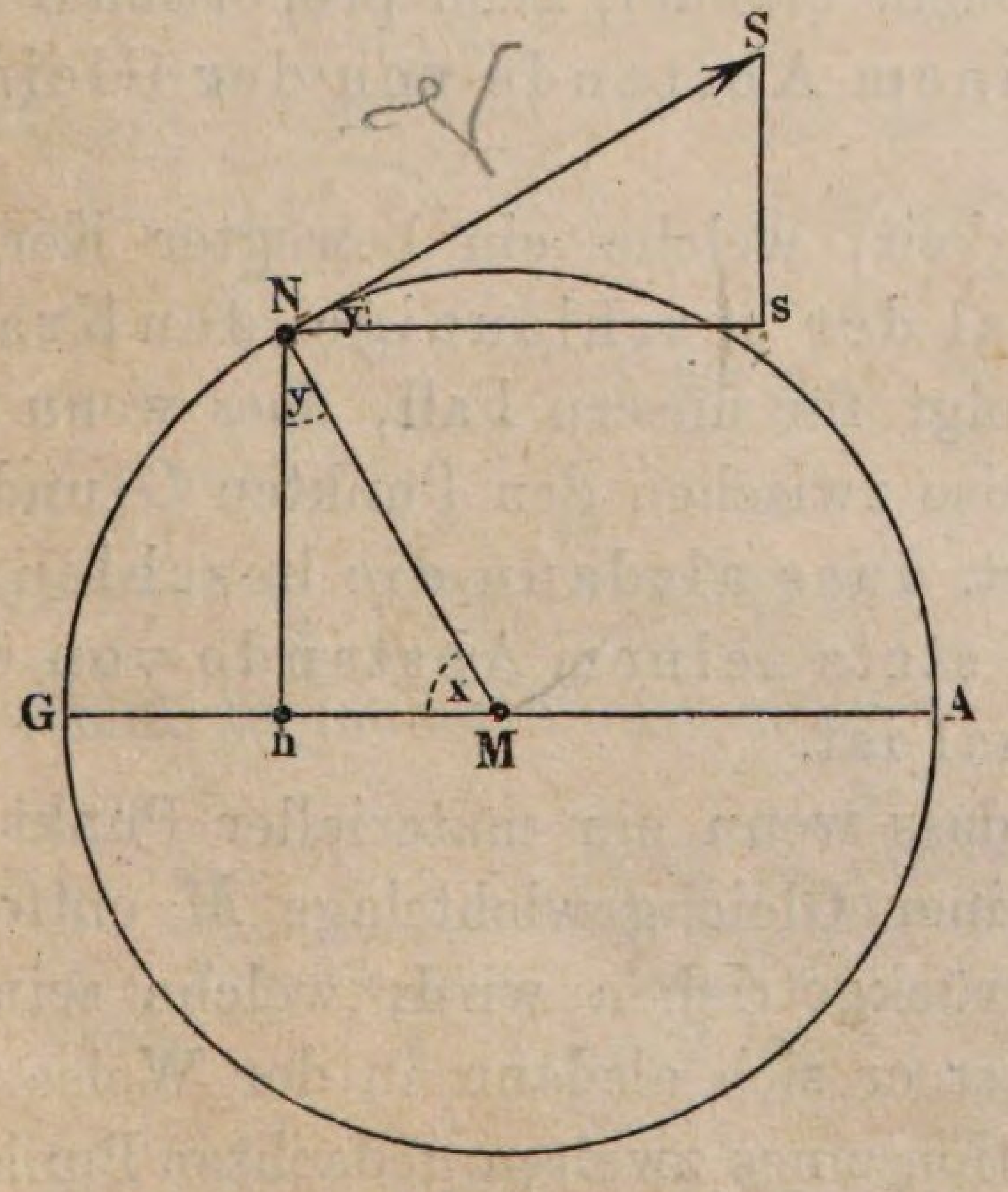
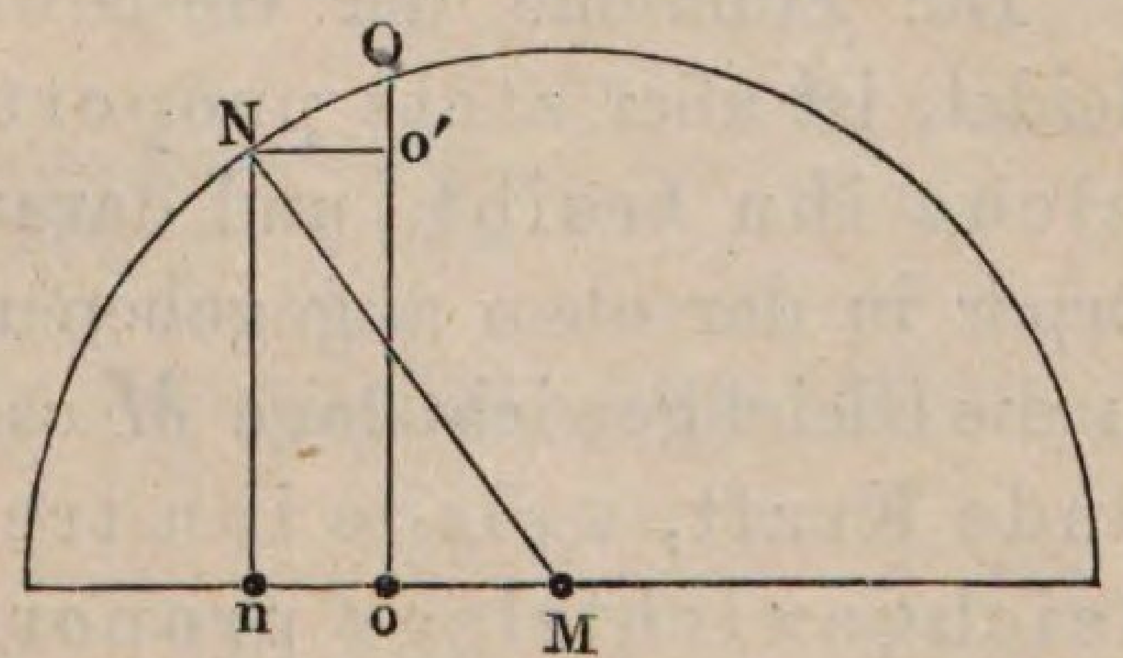


Fig. 377.



Unter den verschiedenen elementaren Ableitungen der Gleichung 1) dürfte wohl folgende die einfachste sein.

Denken wir uns einen materiellen Punkt Q, welcher den Umfang des Kreises GNA, Fig. 376 (a. v. S.), mit gleichförmiger Geschwindigkeit V durchläuft, während ein zweiter materieller Punkt P auf dem Durchmesser GMA sich so bewegt, dass er stets die Projection von Q auf GA bildet, dass also z. B. P in demselben Moment in n anlangt, in welchem Q in N eintrifft; so ist die Geschwindigkeit von P jederzeit gleich dem mit GA parallelen Antheil der Geschwindigkeit, mit welcher sich Q bewegt.

Es stelle NS die Geschwindigkeit V dar, mit welcher sich Q im Kreise fortbewegt, so ist $V . \cos y$ die mit GA parallele Composante von V, wenn y der Winkel ist, welchen die Tangente NS mit GA oder der mit GA parallelen Ns macht.

Der Winkel y ergänzt aber den Winkel x, welchen der Leitstrahl NM mit MG macht, zu 90^0, es ist also $\cos y = \sin x$, wir haben also für die Geschwindigkeit, mit welcher der auf GA hin- und hergehende materielle Punkt P den Punkt n passirt

$$v = V . \sin x \quad \ldots\ldots\ldots \quad 2)$$

die Geschwindigkeit, mit welcher P irgend einen Punkt n des Durchmessers GA passirt, ist also proportional dem Perpendikel nN.

Es gehe nun der auf GA in der angegebenen Weise oscillirende materielle Punkt P in einem kleinen Zeittheilchen von n nach o, Fig. 377 (a. v. S.), so ist zu Anfang dieses Zeittheilchens seine Geschwindigkeit proportional dem Perpendikel nN, zu Ende dieses Zeittheilchens ist sie aber proportional oO. Machen wir $oo' = nN$, so repräsentirt uns also $o'O$ die Zunahme der Geschwindigkeit während dieses Zeittheilchens, oder genauer gesagt, während jenes Zeitelementes nimmt die Geschwindigkeit von P um eine Grösse zu, welche der Länge $o'O$ proportional ist.

Da aber das Dreieck $No'O$ ähnlich ist dem Dreieck nNM, so ist die Zunahme der Geschwindigkeit, welche der eben den Punkt n passirende Körper P im nächsten Zeitelement erleidet, auch proportional der Länge nM, d. h. proportional seinem Abstande von der Gleichgewichtslage.

Die Zunahme der Geschwindigkeit, welche ein bewegter Körper erleidet, ist aber stets proportional der beschleunigenden Kraft, welche ihn treibt, und daraus folgt für unsern Fall, dass wenn ein Körper in der oben angegebenen Weise zwischen den Punkten G und A um die Gleichgewichtslage M oscillirt, dass alsdann die beschleunigende Kraft, welche ihn treibt, stets seinem Abstande von der Gleichgewichtslage proportional ist.

Daraus folgt aber umgekehrt, dass wenn ein materieller Punkt P, welcher auf der Linie GA von seiner Gleichgewichtslage M entfernt stets durch eine Kraft nach M zurückgetrieben wird, welche seinem Abstand von M proportional ist, dass er sich alsdann in der Weise auf GA bewegt, dass er stets die Projection eines zweiten gedachten Punktes Q bildet, welcher, gleichzeitig von G ausgehend, mit gleichförmiger Geschwindigkeit den über GA beschriebenen Halbkreis durchläuft.

Nach demselben Gesetze bewegt sich aber auch die Pendelkugel in dem schwach gekrümmten Bogen *cao*, Fig. 378, da die Kraft, welche sie treibt, stets ihrem Abstand von der Gleichgewichtslage proportional ist, und dies giebt ein Mittel, die Schwingungsdauer des Pendels zu berechnen.

Wenn V die Geschwindigkeit ist, mit welcher der zwischen G und A, Fig. 376, pendelartig oscillirende Körper P seine Gleichgewichtslage M passirt, so ist V auch die Geschwindigkeit, mit welcher Q sich auf dem Umfange des entsprechenden Kreises fortbewegt, und für die Zeit t, welche Q nöthig hat, um den Halbkreis GNA zu durchlaufen, haben wir die Gleichung

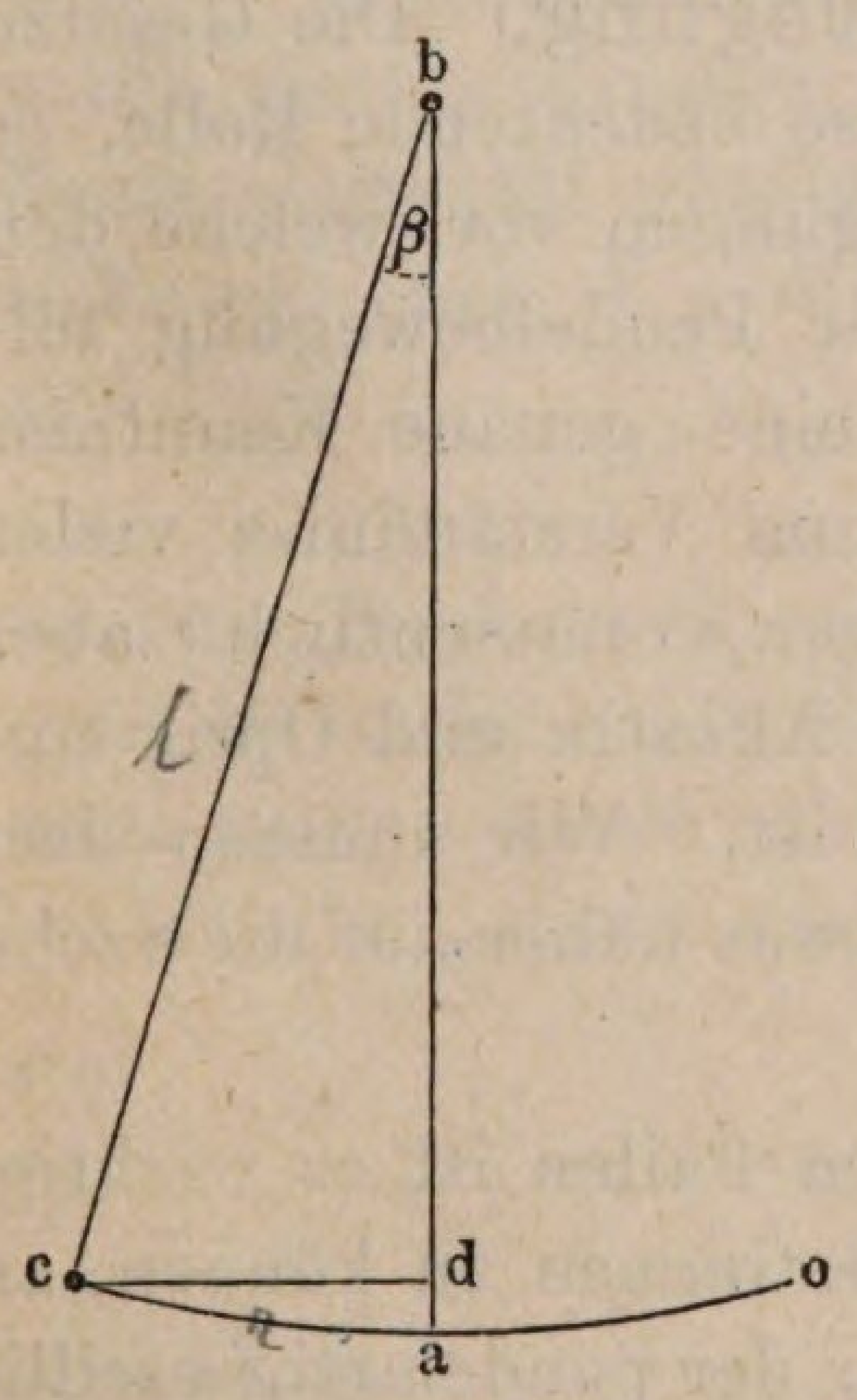
$$V : 1 = \pi r : t,$$

also

$$t = \pi \frac{r}{V} \quad \ldots \ldots \ldots \quad 3)$$

wenn wir die Länge des Halbmessers GM mit r bezeichnen. Betrachten wir ein Pendel, so ist für r die Länge des Bogens ca, Fig. 378, zu setzen; es ist aber $ca = l \, . \, \beta$, wenn l die Pendellänge bc und β die Länge des Bogens bezeichnet, welche für den Radius 1 den Ausschlagswinkel cba überspannt; es ist also $r = l \, . \, \beta$.

Fig. 378.



Die Geschwindigkeit V aber, mit welcher die Pendelkugel in a ankommt, ist dieselbe, welche sie erlangt hätte, wenn sie die Höhendifferenz zwischen c und a, also die Länge da frei durchfallen hätte. Die Länge da ist gleich $l\,(1 - \cos\beta)$, also die dieser Fallhöhe entsprechende Endgeschwindigkeit

$$V = \sqrt{2gl\,(1 - \cos\beta)},$$

und wenn man diese Werthe für r und V in Gl. 3) substituirt, so kommt

$$t = \pi \sqrt{\frac{l}{g}} \cdot \frac{\beta}{\sqrt{2\,(1 - \cos\beta)}} \quad \ldots \ldots \quad 4)$$

Nun aber ist $\frac{\beta}{\sqrt{2\,(1 - \cos\beta)}}$ für sehr kleine Ausschlagswinkel gleich 1, wie sich folgender Weise ergiebt:

$$\cos\beta = \left(\cos\frac{\beta}{2}\right)^2 - \left(\sin\frac{\beta}{2}\right)^2$$

$$1 - \cos\beta = 2\left(\sin\frac{\beta}{2}\right)^2,$$

so lange β klein ist, kann man aber $\sin\frac{\beta}{2} = \frac{\beta}{2}$ setzen, es ist also

$$1 - \cos\beta = \frac{\beta^2}{2},$$

also
$$\frac{\beta}{\sqrt{2(1-\cos\beta)}} = \frac{\beta}{\sqrt{2 \cdot \frac{\beta^2}{2}}} = 1,$$

mithin auch
$$t = \pi \sqrt{\frac{l}{g}},$$

wie bereits zu Anfang dieses Paragraphen angeführt wurde.

Aus Gleichung 1) ergiebt sich $g = \frac{\pi^2 l}{t^2}$

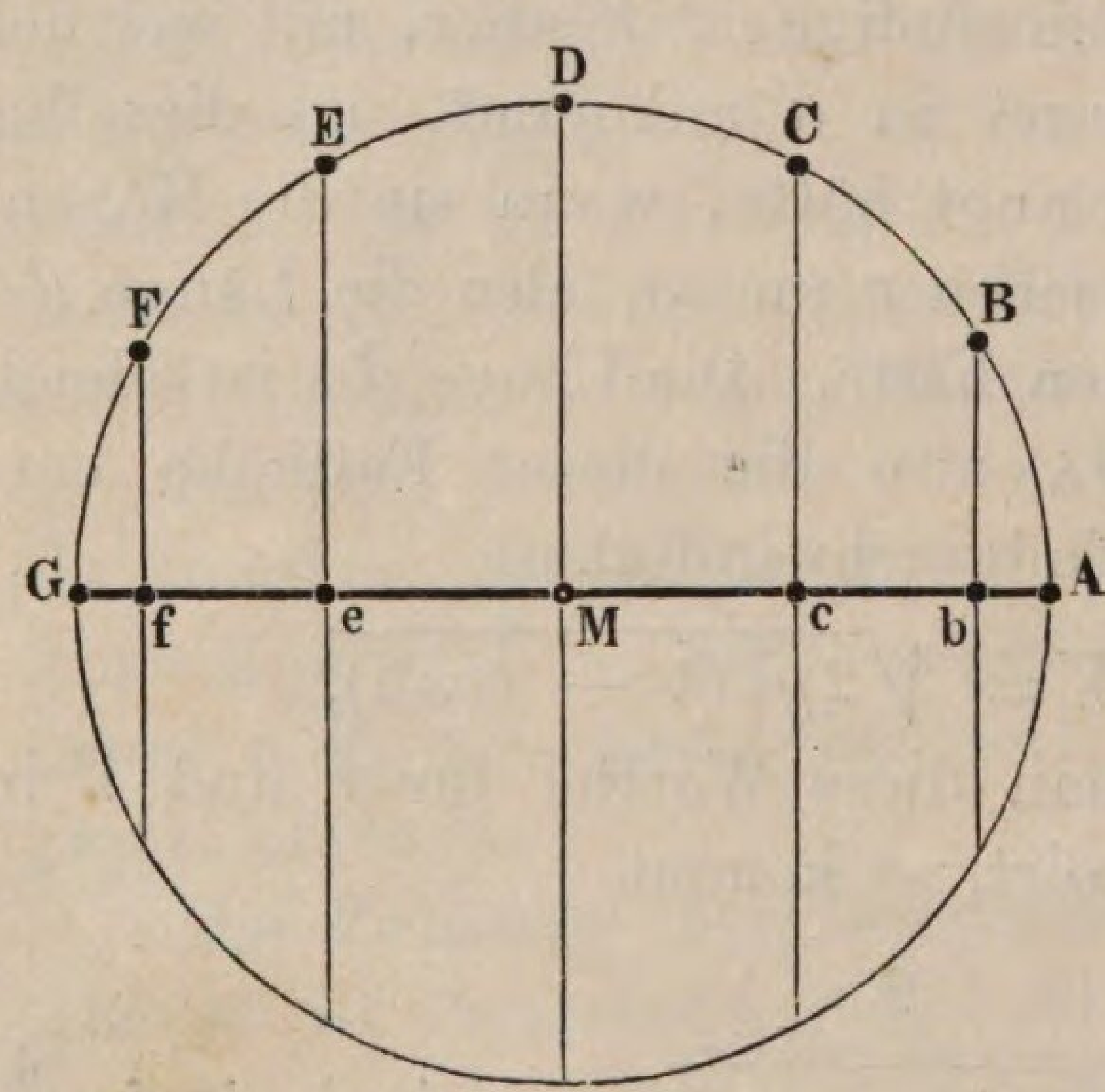
und für $t = 1$

$$g = \pi^2 l;$$

kennt man also die Länge l des Secundenpendels, so hat man dieselbe nur mit π^2 zu multipliciren, um den Zahlenwerth der beschleunigenden Kraft der Schwere mit weit grösserer Genauigkeit zu erhalten, als man sie aus Fallversuchen abzuleiten im Stande wäre.

117 **Nähere Betrachtung der Pendelbewegung.** Die Gesetze der Pendelbewegung spielen in der Physik eine so bedeutende Rolle, es kommen in der Natur so häufig Oscillationsbewegungen vor, welche den Gesetzen der Pendelbewegung folgen, dass eine genaue Kenntniss derselben zum Verständniss vieler Erscheinungen, namentlich aber solcher der Akustik und Optik unentbehrlich ist. Wir müssen deshalb noch etwas näher auf die Sache eingehen.

Fig. 379.



In vielen Fällen ist es wichtig, die Stelle bestimmen zu können, an welcher sich der pendelartig oscillirende Körper nach einem gegebenen Bruchtheile seiner Oscillationsdauer befindet. Diese Aufgabe lässt sich durch eine einfache Construction lösen. Es sei z. B. GA, Fig. 379, die gerade Linie, auf welcher ein Körper pendelartig oscillirt. M sei die Gleichgewichtslage, G und A die Gränzen seiner Bewegung. Soll nun bestimmt werden, an welcher Stelle sich der oscillirende Körper nach $\frac{1}{n}$, nach $\frac{2}{n}$, $\frac{3}{n}$ u. s. w. der ganzen Oscillationsdauer, d. h. der Zeit befindet, welche er braucht, um von G nach A zu gelangen, so theilt man nun den Halbkreis GDA in n gleiche Theile und fällt von den so erhaltenen Theilpunkten Perpendikel auf GA. In unserer Figur ist diese Con-

struction für den Fall ausgeführt, dass $n = 6$. Wenn der oscillirende Körper in einem bestimmten Momente von G ausgeht, so wird er sich also in dem ersten Sechstel der Oscillationsdauer von G nach f bewegen, nach $^2/_6$, $^3/_6$, $^4/_6$, $^5/_6$ der Oscillationsdauer aber wird er sich in e, M, c und b befinden; von A zurückgehend wird der oscillirende Körper jedes der Wegstücke Ab, bc, cM, Me u. s. w. in $^1/_6$ der Oscillationsdauer zurücklegen.

Wir werden später öfter Gelegenheit haben, von dieser Construction Anwendung zu machen.

Für manche Fälle bedarf man einer Formel, nach welcher man für einen gegebenen Zeitpunkt den Abstand des oscillirenden Körpers von der Gleichgewichtslage und einer zweiten, nach welcher man seine Geschwindigkeit berechnen kann. Diese Formeln ergeben sich leicht aus den Entwickelungen des vorigen Paragraphen.

Bezeichnen wir den Abstand nM, Fig. 376, des oscillirenden Körpers von M mit d, so ist offenbar, wenigstens der Grösse nach,

$$d = r \cos x,$$

wenn r den Radius MN bezeichnet. Nehmen wir aber M zum Anfangspunkt der Coordinaten, während die positiven Abscissen von M nach der Rechten gezählt werden, so bleibt d negativ, so lange der von G in der Richtung nach N gezählte Werth von x kleiner ist als 90^0, wir müssen also

$$d = - r \cos x$$

setzen. Bezeichnen wir mit ϑ die Zeit, welche vergangen ist, während sich der oscillirende Körper P von G bis n, Q aber von G bis N bewegt hat, so haben wir zur Bestimmung des Winkels x die Gleichung

$$t : \vartheta = 180 : x,$$

also

$$x = 180 \frac{\vartheta}{t}$$

oder auch

$$x = 360 \frac{\vartheta}{T},$$

wenn wir mit T die Zeit bezeichnen, welche P zu einem vollständigen Hin- und Hergange braucht, oder die Zeit, welche Q bedarf, um den ganzen Kreis zu durchlaufen. Wir haben also auch

$$\left.\begin{array}{l} d = - r . \cos 360 \dfrac{\vartheta}{T}, \\ \text{oder} \\ d = - r \cos 2\pi \dfrac{\vartheta}{T}, \end{array}\right\} \quad \ldots \ldots \quad 1)$$

wenn der Bogen für den entsprechenden Winkel gesetzt wird. Nach dieser Gleichung ist also

$$d = r$$

für

$$\vartheta = \frac{1}{2} T,\ \vartheta = \frac{3}{2} T,\ \vartheta = \frac{5}{2} T \text{ u. s. w.},$$

$$d = 0$$

für

$$\vartheta = \frac{1}{4} T,\ \vartheta = \frac{3}{4} T,\ \vartheta = \frac{5}{4} T \text{ u. s. w.},$$

$$d = -r$$

für

$$\vartheta = 0,\ \vartheta = T,\ \vartheta = 2T,\ \vartheta = 3T \text{ u. s. w.}$$

In gleicher Weise lässt sich auch die Formel entwickeln, welche für jeden Moment die Geschwindigkeit v des pendelartig oscillirenden Körpers P ausdrückt. Wie wir im vorigen Paragraphen gesehen haben, ist

$$v = V.\ sin x,$$

wenn alle Buchstaben die bekannte Bedeutung haben. Zählen wir die positive Geschwindigkeit von der Linken zur Rechten, so bleibt v positiv von $x = 0$ bis $x = 180^0$, es ist also hier kein Zeichenwechsel vorzunehmen, wie es für d nöthig war. Setzen wir für x seinen Werth, so kommt

$$v = V.\, sin 360 \frac{\vartheta}{T}$$

oder

$$v = V.\, sin\, 2\pi \frac{\vartheta}{T} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 2)$$

Die Geschwindigkeit wird also gleich Null für

$$\vartheta = o,\ \vartheta = \frac{1}{2} T,\ \vartheta = T,\ \vartheta = \frac{3}{2} T \text{ u. s. w.},$$

also gerade für solche Momente, in welchen d sein Maximum erreicht, während umgekehrt v in solchen Momenten am grössten wird, in denen $d = 0$, nämlich $v = V$ für

$$\vartheta = \frac{1}{4} T,\ \vartheta = \frac{5}{4} T \text{ u. s. w.},$$

und $v = -V$ für

$$\vartheta = \frac{3}{4} T,\ \vartheta = \frac{7}{4} T \text{ u. s. w.}$$

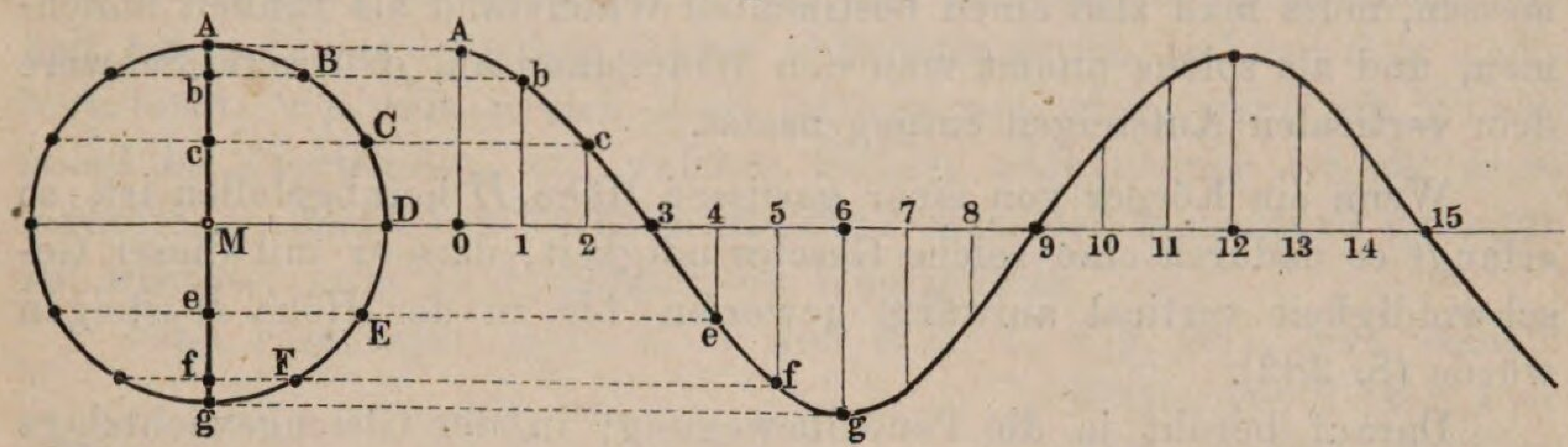
118 **Die Schwingungscurve.** Ein sehr anschauliches Bild des Gesetzes, nach welchem sich die Abstände des pendelartig oscillirenden Körpers bei gleichmässig wachsender Zeit ändern, erhält man, wenn man die Gleichung (1), welche dieses Gesetz ausdrückt, als die Gleichung einer Curve betrachtet und die zusammengehörigen Werthe von ϑ und d als Abscissen und Ordinaten aufträgt, wie dies in Fig. 380 geschehen ist.

Nachdem auf der Linie Ag, auf welcher ein materieller Punkt P um seine Gleichgewichtslage M nach den Pendelgesetzen zwischen den Gränzen A und g hin und her oscillirt, die Punkte b, c, e und f bestimmt worden sind, in welchen P nach $\frac{1}{12}$, $\frac{2}{12}$, $\frac{4}{12}$ und $\frac{5}{12}$ der ganzen Schwingungsdauer T ankommt, ist rechtwinklig zu Ag durch

M eine längere gerade Linie gezogen worden, auf welcher von 0 an nach der rechten Seite hin die Abscissen der Zeit proportional aufgetragen sind.

Die Punkte 0, 1, 2, 3, 4 u. s. w. folgen in gleichen Abständen auf einander und zwar soll die Entfernung eines jeden von dem nächstfol-

Fig. 380.



genden dem Zeitintervall $^1/_{12}\,T$ entsprechen. In jedem dieser Punkte ist nun ein Perpendikel errichtet und auf ihm der entsprechende Werth von *d* aufgetragen; so z. B. in

0	die Länge	$0A$	$= MA$	$= r.\cos$	0
1	„ „	$1b$	$= Mb$	$= r.\cos$	30^0
2	„ „	$2c$	$= Mc$	$= r.\cos$	60^0
3	„ „	0	$= 0$	$= r.\cos$	90^0
4	„ „	$4e$	$= Me$	$= r.\cos$	120^0
		u. s. w.			

Ueber die so markirten Punkte *A*, *b*, *c*, 3, *e*, *f*, *g* u. s. w. ist dann die krumme Linie gezogen, welche wir als die **Schwingungscurve eines pendelartig oscillirenden Körpers** bezeichnen wollen.

Man kann eine solche Schwingungscurve auf physikalischem Wege erzeugen, wenn man einen pendelartig oscillirenden Körper, etwa eine ziemlich grosse Stimmgabel, auf irgend eine Weise mit einer Vorrichtung versieht, welche während ihres Hin- und Hergehens auf einem Papierstreifen bleibende Spuren zurücklässt, und dann den Papierstreifen mit gleichförmiger Geschwindigkeit unter dem oscillirenden und gleichzeitig schreibenden Stifte fortzieht.

Auf dieses Princip ist unter anderen der mit dem Namen des **Phonautographen** bezeichnete Apparat gegründet, dessen nähere Besprechung in der **Akustik** folgen wird.

Lebendige Kraft. Wenn ein Körper in Bewegung ist, so kommt 119
er nur dadurch zur Ruhe, dass er äussere Kräfte, welche dieser Bewegung entgegenwirken, überwindet; ein bewegter Körper kann also gewissermaassen als ein **Kraftmagazin** betrachtet werden, denn indem allmälig seine Geschwindigkeit abnimmt, überwindet er bald mehr bald

weniger Widerstände, je nachdem seine Masse und seine Geschwindigkeit grösser oder kleiner ist.

Wenn ein bewegter Körper einen gleichmässig wirkenden Widerstand zu überwinden hat, wird er, ehe er zur Ruhe kommt, noch einen Weg zurücklegen, dessen Grösse von der Grösse des Widerstandes abhängt. Um nun die Wirkungsfähigkeit eines bewegten Körpers zu messen, muss man also einen bestimmten Widerstand als Einheit annehmen, und als solche nimmt man den Widerstand an, den seine Schwere dem verticalen Aufsteigen entgegensetzt.

Wenn ein Körper von einer gewissen Höhe H herabgefallen ist, so erlangt er dadurch eine solche Geschwindigkeit, dass er mit dieser Geschwindigkeit vertical aufwärts geworfen bis zu der Höhe H steigen würde (S. 282).

Darauf beruht ja die Pendelbewegung; in der Gleichgewichtslage kommt das Pendel mit einer solchen Geschwindigkeit an, dass es auf der anderen Seite eben so hoch steigt, als es zuvor herabgefallen war.

Gesetzt, eine Kugel von 6 Pfund sei 135 Fuss hoch frei herabgefallen, so hat sie eine solche Geschwindigkeit erlangt, dass sie vermöge derselben wieder 135 Fuss steigen würde; sie kann also einen mechanischen Effect ausüben, welcher der Hebung einer Last von 6 Pfund auf die Höhe von 135 Fuss gleich ist.

Den Fallraum von 135 Fuss durchläuft ein frei fallender Körper in 3 Secunden; die Geschwindigkeit, die er in dieser Zeit erlangt, ist 90 Fuss. Wenn nun die Kugel von 6 Pfund überhaupt eine Geschwindigkeit von 90 Fuss hat, gleichviel auf welche Weise sie dieselbe erlangte, so kann sie vermöge dieser Geschwindigkeit einen mechanischen Effect ausüben, welcher der Hebung von 6 Pfund auf die Höhe von 135 Fuss gleich ist.

Man nennt **lebendige Kraft** eines in Bewegung begriffenen Körpers **das Product seines Gewichtes und der Höhe, zu welcher er vermöge seiner Geschwindigkeit der Schwerkraft entgegen vertical aufsteigen würde.**

In dem eben besprochenen Beispiel ist also $6 \times 135 = 810$ Fusspfund die lebendige Kraft der 6pfündigen Kugel, welche 90 Fuss Geschwindigkeit hat.

Nach den Beziehungen zwischen Fallraum und Geschwindigkeit, welche wir oben (S. 272) kennen lernten, ist

$$s = \frac{v^2}{2g},$$

wenn s den Fallraum, v die zugehörige Geschwindigkeit und g die Endgeschwindigkeit der ersten Fallsecunde bezeichnet; wenn ein Körper, dessen Gewicht P ist, die Geschwindigkeit v hat, so ist demnach seine lebendige Kraft W

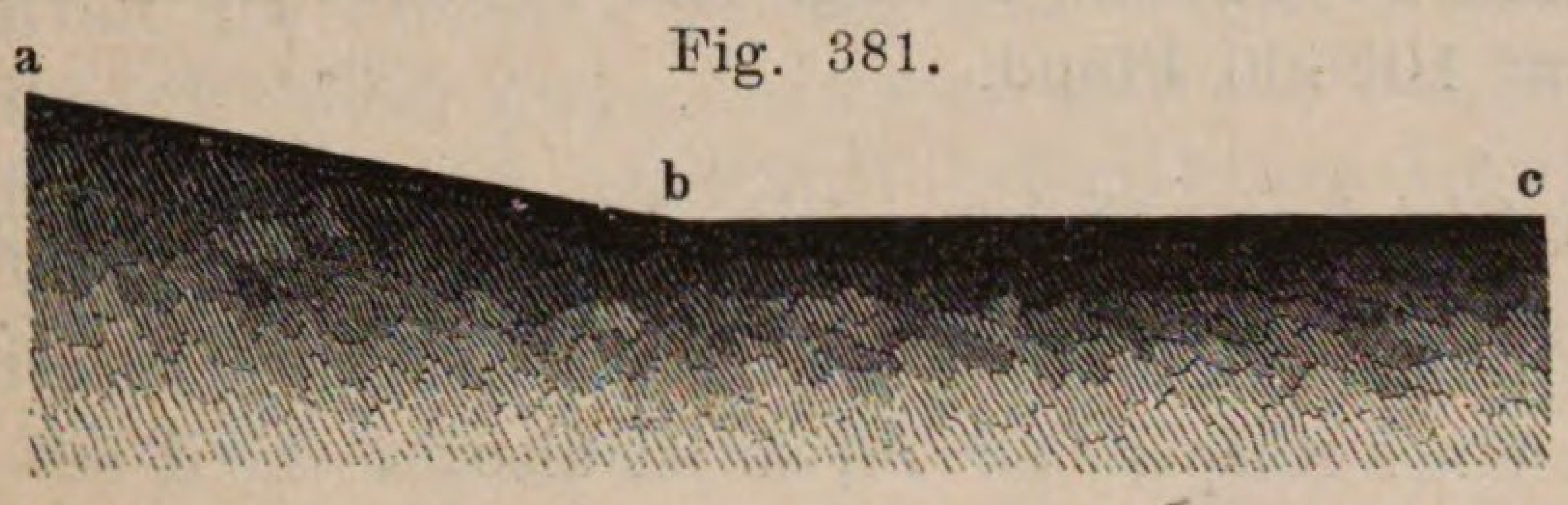
$$W = Ps = P\frac{v^2}{2g} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 1)$$

Die lebendige Kraft eines in Bewegung begriffenen Körpers ist also seinem Gewichte und dem Quadrate seiner Geschwindigkeit proportional.

Weiss man, wie hoch ein Körper, der eine bestimmte Geschwindigkeit hat, vermöge derselben vertical aufsteigen würde, so kann man leicht berechnen, wie weit er sich noch fortbewegen wird, wenn ein Widerstand zu überwinden ist, welcher grösser oder kleiner ist als seine Schwere; in demselben Verhältniss, in welchem der Widerstand geringer ist, wird der noch zu durchlaufende Weg grösser.

Eine Eisenbahn bilde z. B. von a bis b, Fig. 381, eine schiefe Ebene, von b bis c aber laufe sie horizontal fort. Ein einzelner Wagen komme, die schiefe Ebene herabrollend, bei b mit einer Geschwindigkeit von 30 Fuss in der Secunde an, so ist leicht zu berechnen, wie weit er noch auf der horizontalen Bahn fortrollen wird, ehe er zur Ruhe kommt, wenn die Grösse der Reibung bekannt ist. Nach der Formel $s = \frac{v^2}{2g}$ ist die Höhe, zu welcher er vermöge der Geschwindigkeit von 30 Fuss vertical aufsteigen würde, $s = \frac{900}{60} = 15$ Fuss; der Widerstand der Reibung, welcher beim Fortrollen auf der Bahn überwunden werden muss, sei nun 300mal geringer als derjenige, welchen die Schwere dem verticalen Aufsteigen entgegensetzt, so wird der Wagen noch 15 $\times$ 300 = 4500 Fuss fortlaufen, ehe er zur Ruhe kommt.

Fig. 381.



Kennt man die lebendige Kraft eines Körpers und die Grösse des Widerstandes, den er bei seiner ferneren Bewegung zu überwinden hat, so kann man, wie wir gesehen haben, die Weite des Weges berechnen, den er noch zurückzulegen vermag; kennt man aber die lebendige Kraft eines Körpers und die Weite des Weges, den er noch zurückgelegt, so kann man die Grösse des Widerstandes berechnen, wie durch folgendes Beispiel erläutert wird.

Wenn ein 700 Pfund schwerer Rammklotz, 5 Fuss hoch herabfallend, in 20 Schlägen einen mit Eisen beschlagenen 400 Pfund schweren Pfahl 6 Zoll tief eintreibt, wie gross ist die Widerstandsfähigkeit des Bodens?

Wenn ein Klotz 5 Fuss herabgefallen ist, so ist seine Geschwindigkeit $v = \sqrt{2gs} = \sqrt{60 \,.\, 5} = \sqrt{300} = 17{\cdot}3'$.

Der Klotz trifft den Pfahl und nach dem Stoss würde (nach der später noch zu entwickelnden Gleichung 1) in §. 130, wenn man

$c = 17{\cdot}3'$, $c' = 0$, $M = 700$ und $M' = 400$ Pfund setzt) die gemeinschaftliche Geschwindigkeit sein $17{\cdot}3 \times \frac{700}{700 + 400} = 17{\cdot}3 \cdot \frac{7}{11} = 12'$.

Mit dieser Geschwindigkeit $v = 12$ Fuss, würde Klotz und Pfahl zusammen auf eine Höhe $s = \frac{12^2}{2g} = \frac{144}{60} = 2{\cdot}4$ Fuss hoch steigen.

In 20 Schlägen dringt aber der Pfahl nur 6 Zoll, in einem einzigen Schlage aber nur 0·025 Fuss tief ein, der Widerstand des Bodens ist also weit grösser als der Widerstand der Schwere, und zwar im Verhältniss von 0·025 zu 2·4, d. h. der Widerstand, welchen der Boden dem Eintreiben des Pfahles entgegensetzt, ist also 96mal so gross, als der, welchen die Schwere seiner und des Klotzes Hebung entgegensetzt. Zur Hebung des Pilots sammt Klotz sind 1100 Pfund nöthig, zum Niederdrücken des Pfahls also $1100 \times 96 = 105600$ Pfund.

Der Quotient $\frac{P}{g}$ der Gleichung 1) ist ein in der Mechanik häufig vorkommender; man legt ihm die Bedeutung der Masse des Körpers bei. Bezeichnen wir die Masse eines Körpers mit M, so ist also

$$M = \frac{P}{g} \quad \text{.} \quad 1)$$

d. h. man findet die Masse eines Körpers, wenn man sein Gewicht P durch die beschleunigende Kraft g der Schwere dividirt.

Algebraisch wäre somit der Werth für die Masse definirt, wir müssen aber auch die physikalische Bedeutung erörtern, welche dieser Gleichung entspricht.

Es ist bereits in §. 8 des Grundrisses angeführt worden, dass die Masse eines Körpers seinem Gewichte stets proportional sei, dass also

$$M = n \,.\, P.$$

Ist einmal die Gewichtseinheit festgestellt, so hängt der Werth des Factors n nur noch davon ab, nach welcher Einheit man die Massen messen will. Wenn man die Masse der Gewichtseinheit auch zur Masseneinheit wählen wollte, so wäre $n = 1$. Die Mechaniker aber, indem sie $n = \frac{1}{g}$ setzen, nehmen zur Masseneinheit einen Körper, welcher den Druck der Gewichtseinheit hervorbringen würde, wenn die beschleunigende Kraft der Schwere nicht g, sondern wenn sie nur gleich 1 wäre.

Nach dem neufranzösischen Maasssystem ist $g = 9{\cdot}81$ Meter, also

$$M = \frac{P}{9{\cdot}81};$$

setzen wir in dieser Gleichung $M = 1$, so folgt

$$P = 9{\cdot}81,$$

die Masseneinheit also, welche unter dem Einfluss der beschleunigenden Kraft 1 den Druck von 1 Gramm ausüben würde, wird unter dem Einfluss der beschleunigenden Kraft der Schwere den Druck von 9·81 Grammen ausüben. Legt man das französische Maasssystem zu Grunde, so ist also die Masseneinheit die Masse eines 9·81 Gramm schweren Körpers. Ein 500 Gramm schwerer Körper enthält $\frac{500}{9 \cdot 81} = 50 \cdot 97$ Masseneinheiten oder mit anderen Worten seine Masse ist 50·97.

Leistung oder Arbeit einer Kraft. Wenn eine beschleunigende Kraft einen Körper nach der Richtung, in welcher sie wirkt, eine Strecke weit forttreibt, so ist die dadurch geleistete Arbeit der Kraft das Product, welches man erhält, wenn man die Grösse des Drucks oder Zugs, mit welcher die beschleunigende Kraft den Körper treibt, multiplicirt mit der Länge des durchlaufenen Weges. 120

Bezeichnet man mit K den Druck oder die Spannung, mit welcher eine Kraft auf einen Körper wirkt, mit S den Weg, durch welchen sie ihn in einer gegebenen Zeit forttreibt, so ist also die dabei geleistete Arbeit

$$A = KS.$$

Der Zahlenwerth, welcher in einem speciellen Falle die Grösse der Arbeit A ausdrückt, hängt davon ab, welche Einheiten man für K und S wählt. Gewöhnlich drückt man K in Pfunden oder Kilogrammen, S aber in Fussen oder Metern aus. Im ersteren Fall ist die Arbeitseinheit das Fusspfund, im letzteren das Meterkilogramm oder das Kilogramm-Meter, d. h. als Einheit der Arbeit nimmt man die Hebung einer Last von 1 Pfund auf die Höhe von 1 Fuss, oder wenn man das Metermaass zu Grunde legt, die Hebung einer Last von 1 Kilogramm auf die Höhe von 1 Meter.

1 Meterkilogramm ist gleich 6·8 Fusspfund preussisch.

Im Durchschnitt kann ein Pferd eine Arbeit verrichten, welche gleich 75 Meterkilogramm (75 mk) per Secunde ist. Nach englischem Maass ist eine solche Pferdekraft 542, nach preussischem Maass 510 Fusspfund in der Secunde. Wenn man sagt, eine Dampfmaschine, ein Wasserrad oder irgend ein anderer Motor übe eine Kraft von 6 Pferdekräften aus, so heisst das, er verrichte per Secunde eine Arbeit von 6 × 75 Meterkilogramm, d. h. sämmtliche Widerstände, welche bei Umdrehung der Maschinenaxe überwunden werden müssen, sind gerade so gross, als ob durch die Umdrehung dieser Axen in jeder Secunde eine Last von 6 × 75 Kilogrammen 1 Meter hoch gehoben werden sollte.

Der Nutzeffect einer Kraft, welche an einer mechanischen Potenz, etwa an einem Haspel, einem Flaschenzug, einer Schraube wirkt, wird durch eine solche Maschine in keinerlei Weise vergrössert, d. h. die

mechanische Arbeit, welche man mit Hülfe der Maschinen vollbringt, ist durchaus nicht grösser als diejenige, welche die an der Maschine wirkende Kraft unmittelbar verrichtet.

An einem Seile z. B., welches um eine einfache Rolle, Fig. 20, S. 46, geschlungen ist, kann ein Mann bequem eine Last von 25 Pfunden um $2^1/_2$ Fuss in der Secunde heben, also eine Arbeit von 62·5 Fusspfund in der Secunde verrichten. Hängt aber die Last an einem Wellbaum, Fig. 36, S. 57, dessen Radius 4mal kleiner ist als der Hebelarm FC, an welchen der Arbeiter angreift, so würde man zwar mit derselben Kraftanstrengung eine vierfache Last, jedoch auch mit 4mal geringerer Geschwindigkeit heben können; drückt der Arbeiter an dem Hebel mit einer Kraft von 25 Pfund und legt er, mit der Hand diesen Druck ausübend, in jeder Secunde einen Weg von 2·5 Fuss zurück, verrichtet er also eine mechanische Arbeit von 62·5 Fusspfund, so wird dadurch der 100 Pfund schwere Stein in jeder Secunde um $\frac{2 \cdot 5}{4}$, also 0·625 Fuss hoch gehoben, der Nutzeffect ist also $100 \times 0 \cdot 625 = 62 \cdot 5$ Fusspfund, mithin gleich der mechanischen Arbeit, welche die Kraft unmittelbar verrichtet. Untersuchen wir die Wirkungsweise anderer Maschinen, der Schraube, des Flaschenzuges, der verschiedenen Räderwerke, so werden wir stets zu demselben Resultate gelangen, dass was man auf der einen Seite an Kraft gewinnt, auf der anderen Seite an Geschwindigkeit verloren geht, dass also die mechanische Arbeit durch Maschinen durchaus nicht vermehrt wird.

Der Nutzeffect einer Maschine kann also höchstens der mechanischen Arbeit gleich sein, welche die Kraft unmittelbar hervorzubringen im Stande ist. In der Praxis wird aber ein solcher Nutzeffect nie erreicht, weil immer ein Theil der Kraft zur Ueberwindung von Reibungswiderständen in der Maschine verbraucht wird, also für den Nutzeffect verloren geht. Die Maschinen dienen daher nur, um die Art der Bewegung zu verwandeln, nicht aber um den Nutzeffect zu vergrössern.

Obgleich die Arbeitsleistung einer Kraft durch das Product KS gemessen wird, so ist sie doch verschiedener Natur je nach der Art des zu überwindenden Widerstandes.

Die bei der Bewegung eines Körpers zu überwindenden Widerstände sind entweder

1) Beschleunigungswiderstände oder
2) Bewegungswiderstände.

Die Beschleunigungswiderstände bestehen lediglich in der Trägheit, im Beharrungsvermögen der Körper. Wenn die auf einen Körper wirkende Kraft nur die Trägheit desselben zu überwinden hat, so setzt sie ihn jedenfalls in Bewegung, wie klein auch die beschleunigende Kraft, wie gross auch die Masse des Körpers sein mag; sie ertheilt ihm eine beschleunigte Bewegung und die Arbeit, welche die Kraft

in diesem Falle hervorbringt, besteht in einer stetigen Vermehrung der Geschwindigkeit des Körpers.

Wenn z. B. ein 10 Pfund schwerer Stein 15 Fuss hoch herabgefallen ist, so ist die dabei geleistete Arbeit $10 . 15 = 150$ Fusspfund. Die Arbeit besteht aber in diesem Falle darin, dass dem Stein eine Geschwindigkeit von 30 Fuss, also eine lebendige Kraft von $10 \frac{30^2}{2 . 30} = 150$ Fusspfund ertheilt worden ist, vermöge deren er der Schwere entgegen 15 Fuss hoch aufsteigen, also eine Arbeit verrichten könnte, welche der Hebung einer Last von 10 Pfund auf die Höhe von 15 Fuss gleich ist.

Die Bewegungswiderstände, welche gewöhnlich allein als Widerstände bezeichnet werden, sind von dem Widerstande der Trägheit wesentlich verschieden; sie wirken als Gegendruck gegen die beschleunigende Kraft, sei es nun, dass derselbe von entgegengesetzt gerichteten beschleunigenden Kräften herrührt, oder dass er, wie bei der Reibung, erst in Thätigkeit gesetzt wird, wenn der Körper sich zu bewegen beginnt (passive Widerstände).

Wenn eine Last von 1 Centner vertical in die Höhe gehoben werden soll, so ist der Widerstand der Schwerkraft zu überwinden, welcher in diesem Falle einem Drucke von 100 Pfunden gleich ist.

Wenn eine Last von 1 Centner auf horizontaler hölzerner Unterlage fortgeschleift werden soll, so hat die in horizontaler Richtung wirkende beschleunigende Kraft einen Gegendruck zu überwinden, welcher in diesem Falle ungefähr dem Drucke eines Gewichtes von 30 Pfund gleich ist.

Die Bewegungswiderstände sind ein absolutes Hinderniss der Bewegung, so lange ihnen die beschleunigende Kraft nicht wenigstens das Gleichgewicht hält. Eine vertical nach oben wirkende Kraft von 50 Pfund genügt nicht, um eine Last von 1 Centner zu heben, und eine in horizontaler Richtung ziehende Kraft von 10 Pfund genügt nicht, um eine auf horizontaler hölzerner Unterlage ruhende Last von 1 Centner in Bewegung zu setzen.

Bei Ueberwindung der Bewegungswiderstände besteht die Arbeit der beschleunigenden Kraft darin, dass sie den Gegendruck gleichsam auf eine gewisse Strecke zurückschiebt.

Wenn eine beschleunigende Kraft den ihr entgegenwirkenden Bewegungswiderständen gerade das Gleichgewicht hält, so kann zwar noch eine Bewegung stattfinden, sie ist aber alsdann eine gleichförmige.

Wenn ein Arbeiter, an einem Haspel drehend, einen Stein hebt, so besteht seine Arbeit in der Ueberwindung der Schwere des Steines und der Reibung am Umfang der Wellenaxe.

Beim Zermahlen des Getreides besteht die Arbeit in der Ueberwindung der Cohäsionskraft desselben.

Wenn eine Locomotive auf ebener Eisenbahn mit gleichmässiger Geschwindigkeit einen Wagenzug fortführt, so besteht die Arbeit, welche

die Dampfmaschine verrichtet, in der Ueberwindung sämmtlicher Luft- und Reibungswiderstände, welche an der nachgezogenen Wagenreihe stattfinden.

121 **Von den Trägheitsmomenten.** Wenn eine beschleunigende Kraft, an einem bestimmten Hebelarm angreifend, eine Umdrehung um eine feste Axe zu bewirken strebt, so wird jede träge Masse, welche mit dieser Axe fest verbunden an der Umdrehung Antheil nimmt, einen der Beschleunigung entgegenwirkenden Widerstand bilden, und es hängt die Umdrehungsgeschwindigkeit ab von dem Verhältniss der beschleunigenden Kraft zur Grösse des Trägheitswiderstandes.

Die Grösse des Widerstandes, welchen eine träge Masse einer Beschleunigung der Umdrehung entgegensetzt, hängt aber nicht allein von

Fig. 382.

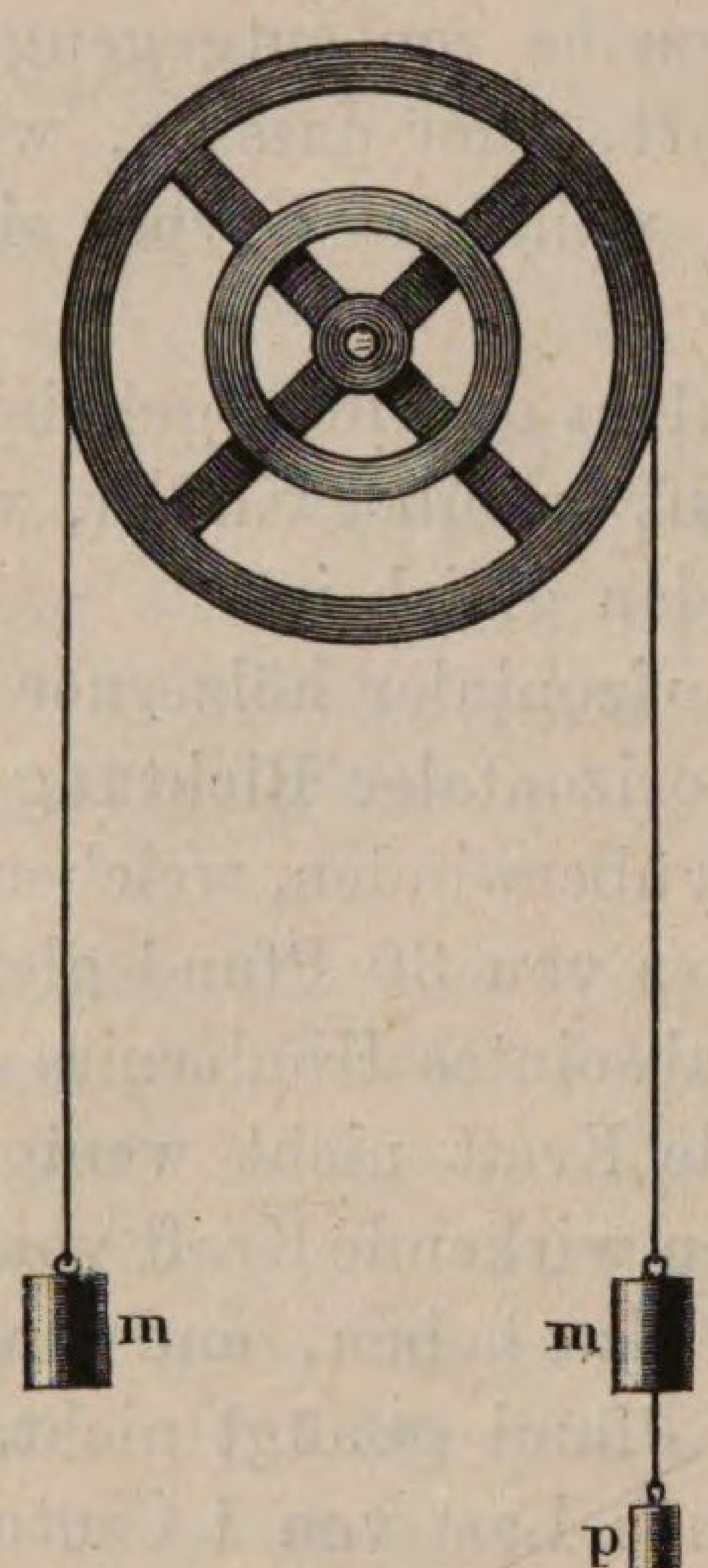
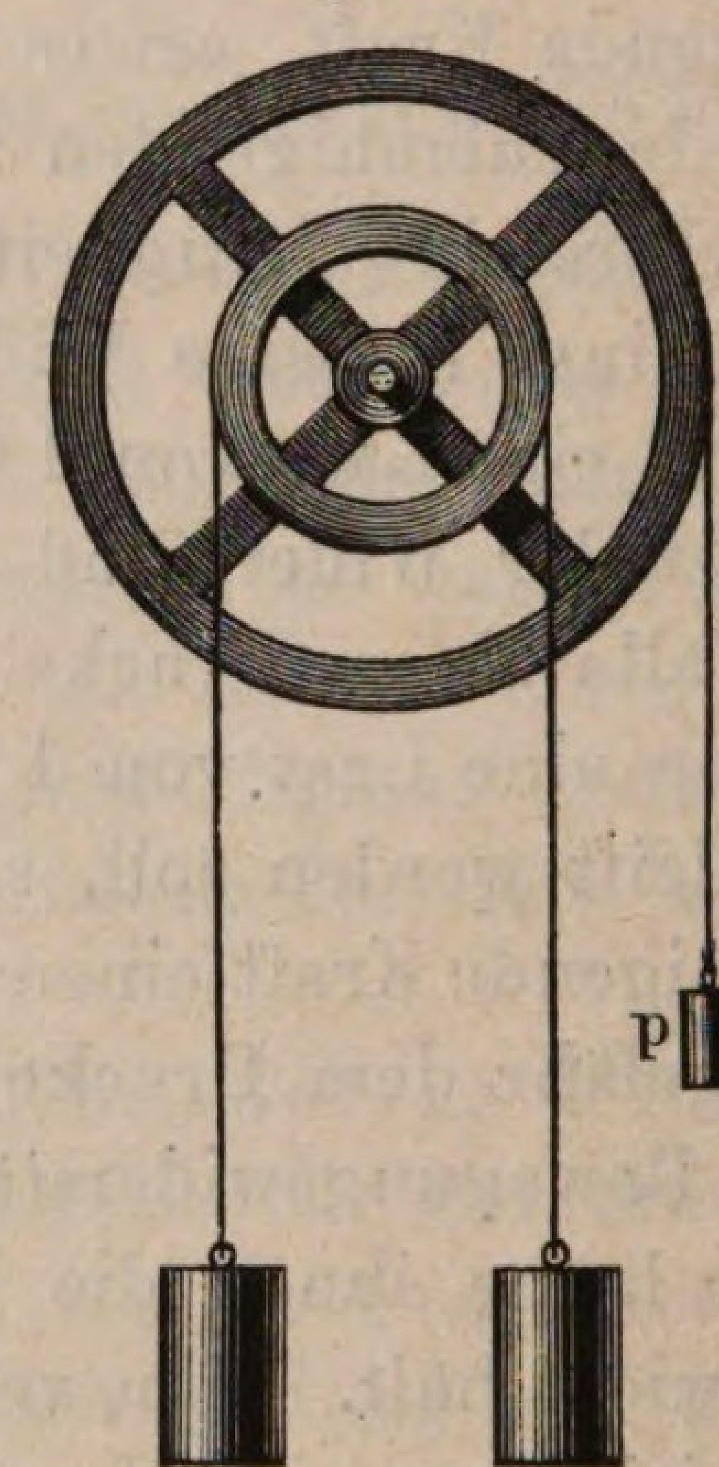


Fig. 383.



der Grösse dieser Masse, sondern auch von ihrer Entfernung von der Umdrehungsaxe ab, wie dies durch die folgende Betrachtung anschaulich gemacht werden soll.

An einer horizontalen, möglichst leicht umdrehbaren Axe sei eine Rolle von gleicher Einrichtung wie das Rad der Atwood'schen Fallmaschine befestigt, welche mit zwei Rinnen versehen ist, deren grössere einen doppelt so grossen Durchmesser hat wie die kleinere.

Einmal sei nun über die grössere Rinne eine Schnur geschlungen, und an jedes Ende derselben eine Masse m, Fig. 382, in einem anderen Falle aber sei an jedem Ende einer über die kleinere Rinne geschlungenen Schnur die Masse M angehängt, Fig. 383.

Wird in beiden Fällen dasselbe Uebergewicht p an dem Umfang der grösseren Rinne angebracht, so wird die ganze Vorrichtung in eine mit

beschleunigter Geschwindigkeit vor sich gehende Umdrehung versetzt und es fragt sich nun, in welchem Verhältniss muss M zu m stehen, wenn in beiden Fällen die in einer bestimmten Zeit t erlangte Umdrehungsgeschwindigkeit der Rolle, oder was dasselbe ist, wenn der in beiden Fällen vom Uebergewicht p in der Zeit t durchlaufene Weg derselbe sein soll. Es wird dies offenbar stattfinden, wenn die durch p in dem einen Fall, Fig. 382, in der Zeit t der Masse $2m$ mitgetheilte lebendige Kraft gleich ist der lebendigen Kraft, welche im andern Fall, Fig. 383, das Uebergewicht p der Masse $2M$ in der gleichen Zeit mittheilt.

Wenn p in beiden Fällen in der Zeit t gleiche Wege durchläuft, so ist die Geschwindigkeit, welche jede der Massen M dabei erlangt, gleich $^1/_2 v$, wenn wir mit v die Geschwindigkeit bezeichnen, welche jede der Massen m in einer gleichen Zeit erleidet. Die lebendige Kraft, welche dabei $2M$ erlangt, ist

$$L = M \frac{v^2}{4},$$

die lebendige Kraft, welche die Massen $2m$ erlangt haben, ist

$$l = mv^2,$$

soll aber $l = L$ sein, so ergiebt sich

$$M = 4m.$$

Einer beschleunigenden Kraft, welche eine Umdrehung um eine feste Axe zu bewirken strebt, setzt also eine in der Entfernung 1 von der Axe befindliche träge Masse $4m$ denselben Trägheitswiderstand entgegen, wie eine in der Entfernung 2 von der Axe befindliche träge Masse m.

Den durch Fig. 382 und Fig. 383 schematisch angedeuteten Apparat hat Kurz in der durch Fig. 384 und Fig. 385 (a. f. S.) erläuterten Weise ausgeführt. Eine hölzerne Rolle hat drei Rinnen aa und bb, deren jede 90 mm, und cc, welche 45 mm Halbmesser hat. In der Rinne a ist eine Schnur befestigt, welche ein Uebergewicht von 50 Gramm trägt, während eine über b geschlungene Schnur zwei Gewichte von je $^1/_2$ Kilogramm oder eine über c geschlungene Schnur zwei Gewichte von je 2 Kilogramm trägt. Die Rolle läuft zwischen Stahlspitzen, deren gusseiserne Träger mittelst einer eisernen Platte auf dem Gipfel einer hölzernen Säule (etwa der Säule einer Atwood'schen Fallmaschine) aufgeschraubt sind.

Das Uebergewicht p von 50 Grm. durchläuft den Fallraum von 185 cm in 6 Halbsecunden, wenn über die Rinne b eine Schnur geschlungen ist, welche auf jeder Seite $^1/_2$ Kilogramm trägt, während das Uebergewicht p den gleichen Weg in 7 Halbsecunden zurücklegt, wenn über die Rinne c eine Schnur geschlungen ist, welche auf jeder Seite ein Gewicht von 2 Kilogr. trägt. — Dass im letzteren Falle die Fallzeit um 1 Halbsecunde länger ist, rührt nur daher, dass im letzteren Falle die Reibung an den Spitzen grösser ist. Die Differenz würde verschwinden, wenn die Axe der Rolle auf Frictionsrollen liefe.

In gleicher Weise fortschliessend ergiebt sich, dass in 3, 4 ... nmal grösserer Entfernung von der Umdrehungsaxe eine 9-, 16mal ... n^2mal

Fig. 384.

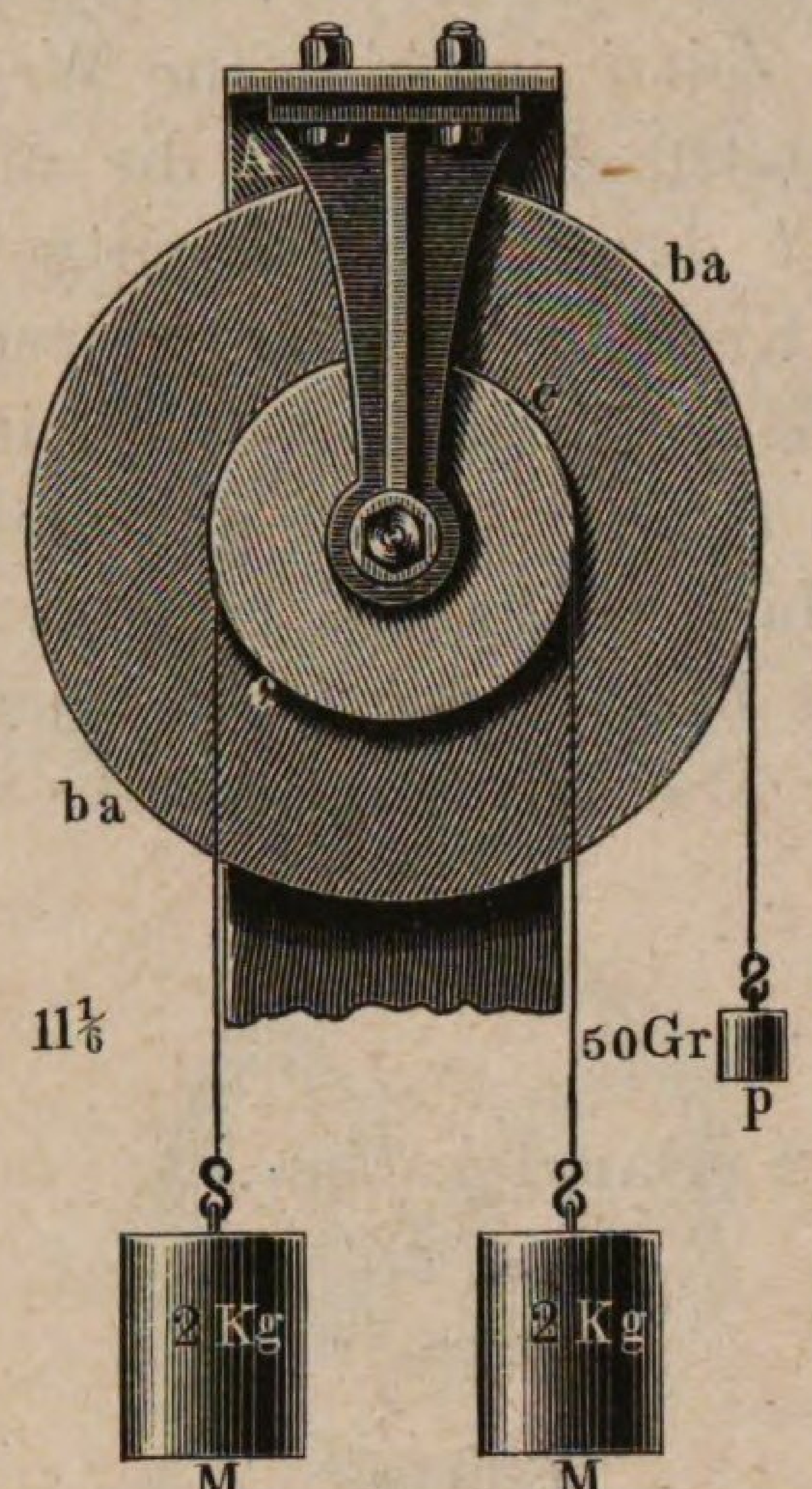
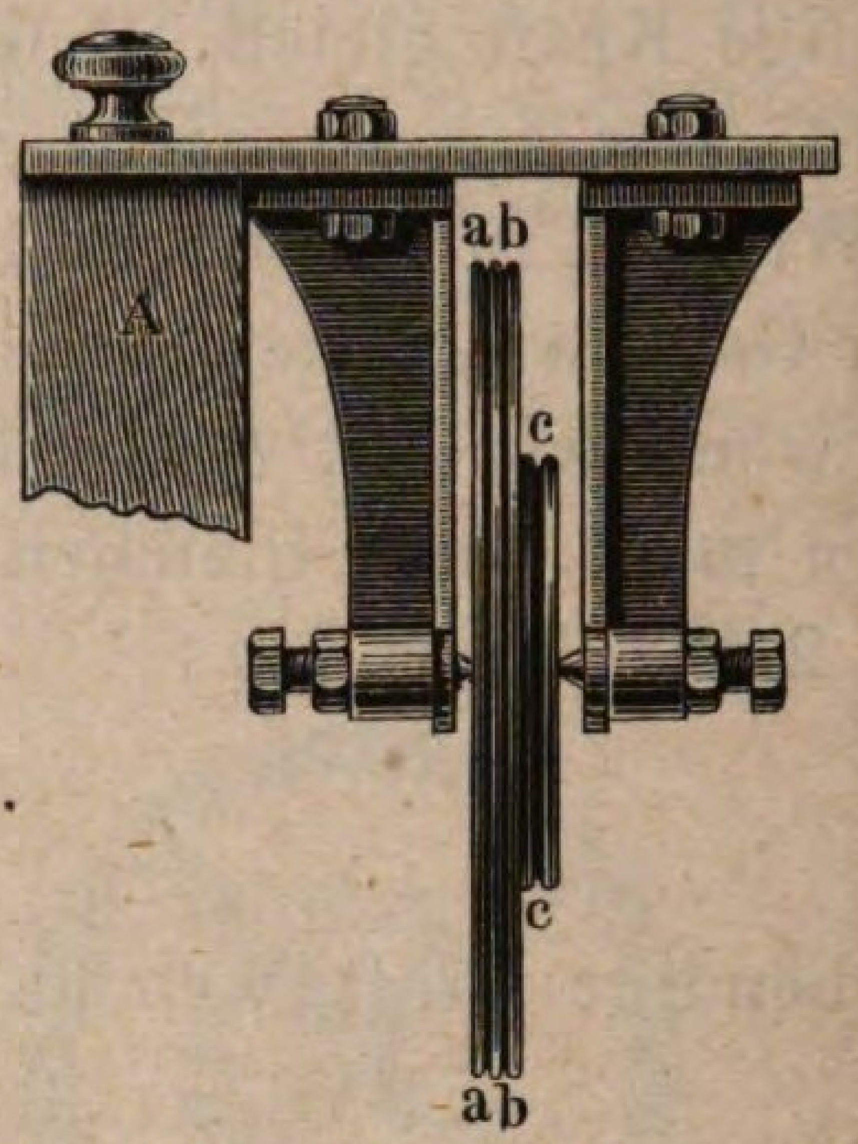


Fig. 385.



geringere Masse angebracht werden muss, wenn der Trägkeitswiderstand gegen eine die Umdrehung bewirkende beschleunigende Kraft unverändert bleiben soll, oder mit anderen Worten: Wenn bei unveränderter Stärke und bei unverändertem Angriffspunkte der beschleunigenden Kraft träge Massen um eine feste Axe umgedreht werden sollen, so müssen sich die trägen Massen umgekehrt verhalten wie die Quadrate ihrer Entfernung von der Umdrehungsaxe, wenn die Winkelgeschwindigkeit stets dieselbe bleiben soll.

Das Product, welches man erhält, wenn man die träge Masse m mit dem Quadrate ihrer Entfernung r vom Drehpunkte multiplicirt, also das Product mr^2, wird das Trägheitsmoment der Masse m genannt; es ist die träge Masse, welche man statt der gegebenen in der Entfernung 1 vom Drehpunkte anbringen müsste, wenn bei ungeänderter Grösse und bei ungeändertem Angriffspunkte der beschleunigenden Kraft durch diese Vertauschung die Winkelgeschwindigkeit nicht verändert werden soll.

Das eben entwickelte Gesetz gilt, es mag nun die beschleunigende Kraft eine fortdauernde Umdrehung oder eine hin- und hergehende Bewegung hervorbringen, wie wir sie bei einem Pendel beobachten; eine Pendelvorrichtung ist aber besonders bequem, um die Richtigkeit unseres Gesetzes durch den Versuch zu prüfen.

Die Fig. 386 stellt einen geraden eingetheilten Stab vor, welcher in der Mitte mit einer Schneide a versehen ist, wie die, welche den

Drehpunkt eines Wagbalkens bildet. Wenn man nun 1 Decimeter weit unter und über dieser Schneide eine etwa 1 Kilogr. schwere Bleilinse befestigt und die Schneide auf ihre Unterlage aufsetzt, so ist die Stange mit ihren Linsen im Zustande des indifferenten Gleichgewichts, denn der Schwerpunkt des Systems fällt mit seinem Drehpunkte zusammen; sobald man aber am unteren Ende des Stabes ein kleines Uebergewicht anbringt, so ist nun das Ganze ein Pendel. Die Schwingungen dieses Pendels sind aber ungleich langsamer, als die Schwingungen eines einfachen Pendels von der Länge ab; denn die einzige Kraft, welche das ganze System in Bewegung setzt, ist die Schwere des unteren Bleigewichts; dieses hat aber nicht allein seine eigene Masse in Bewegung zu setzen, wie es bei einem einfachen Pendel der Fall gewesen wäre, sondern es hat auch noch die Massen der Linsen bei c und d zu bewegen.

Fig. 386.



$\frac{1}{15}$

Nimmt man nun, nachdem man die Schwingungszeit dieses Pendels beobachtet hat, die zwei Linsen bei c und d weg und bringt man 2 Decimeter weit von der Schneide zwei Linsen von $^1/_4$ Kilogr., also 4mal leichtere, an, so wird durch diese Vertauschung die Schwingungszeit durchaus nicht geändert; sie bleibt auch unverändert, wenn man 3 Decimeter über und unter dem Drehpunkte $^1/_9$ Kilogr. schwere Linsen anbringt, während natürlich die Linse b, welche hier allein als beschleunigende Kraft wirkt, stets an derselben Stelle angebracht bleibt.

Berechnung des Trägheitsmomentes. Um das Trägheits- 122
moment eines Körpers, bezogen auf eine gewisse Drehaxe, durch Rechnung zu bestimmen, muss man sich denselben in lauter kleine Theilchen zerlegt denken und für jedes Theilchen das Trägheitsmoment berechnen, indem man die Masse desselben mit dem Quadrate seiner Entfernung von der Drehaxe multiplicirt; die Summe aller einzelnen so berechneten Trägheitsmomente ist das Trägheitsmoment des Körpers. Eine derartige Berechnung lässt sich ohne grosse Schwierigkeiten ausführen, wenn es sich um homogene Körper von einfachen Formen handelt.

Es sei z. B. das Trägheitsmoment eines Stabes AB, Fig. 387, zu berechnen, dessen Länge sehr gross ist im Vergleich zu seinem

Fig. 387.



Querschnitt, und dessen Umdrehungsaxe an dem einen Ende desselben bei A liegt. Denken wir uns den Stab durch Querschnitte in eine

grosse Zahl dünner Blättchen zerlegt, deren jedes die Dicke δ hat, so ist das Gewicht eines solchen Blättchens

$$\frac{P}{L}\delta,$$

wenn P das Gewicht und L die Länge des ganzen Stabes bezeichnet. — Bezeichnen wir ferner mit a, b, c, d u. s. w. den Abstand des ersten, zweiten, dritten, vierten u. s. w. Blättchens, so ist offenbar das Trägheitsmoment des ganzen Stabes

$$T = \frac{P}{L}\left\{a^2\delta + b^2\delta + c^2\delta + d^2\delta + \cdots\right\}$$

Nun aber ist $b = a + \delta$, $c = b + \delta$, $d = c + \delta$ u. s. w., es ist also auch

$$b^3 = a^3 + 3a^2\delta + 3a\delta^2 + \delta^3$$
$$c^3 = b^3 + 3b^2\delta + 3b\delta^2 + \delta^3$$
$$d^3 = c^3 + 3c^2\delta + 3c\delta^2 + \delta^3 \text{ u. s. w.}$$

Wir können δ beliebig klein annehmen; nehmen wir es so klein an, dass diejenigen Glieder, welche den Factor δ^2 resp. δ^3 enthalten, als verschwindend klein gegenüber den dritten Potenzen von a, b, c, d u. s. w. angesehen werden dürfen, so ergiebt sich

$$a^2\delta = \frac{b^3 - a^3}{3}$$

$$b^2\delta = \frac{c^3 - b^3}{3}$$

$$c^2\delta = \frac{d^3 - c^3}{3} \text{ u. s. w.,}$$

es ist also

$$T = \frac{P}{L}\left\{\frac{b^3 - a^3}{3} + \frac{c^3 - b^3}{3} + \frac{d^3 - c^3}{3} + \cdots \frac{y^3 - x^3}{3} + \frac{z^3 - y^3}{3}\right\},$$

wenn mit x, y und z der Abstand der letzten Blättchen bezeichnet wird. Die ganze unter der Klammer stehende Summe reducirt sich aber auf $\frac{z^3 - a^3}{3}$. Da aber $z = L$ ist und a wegen seiner Kleinheit vernachlässigt werden kann, so ergiebt sich

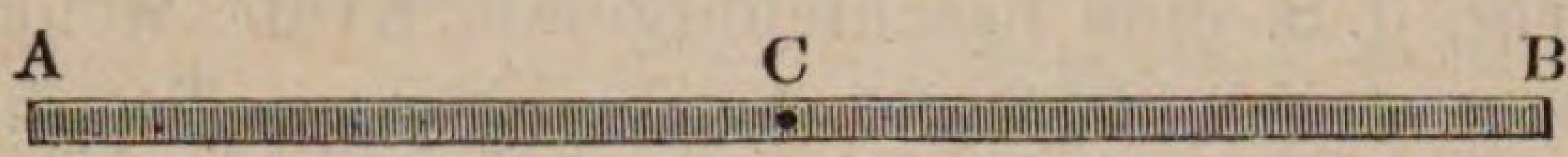
$$T = \frac{P}{L} \cdot \frac{L^3}{3} = \frac{PL^2}{3} \quad \text{. 1)}$$

d. h. in Worten: das Trägheitsmoment eines Stabes, dessen einer Endpunkt die Umdrehungsaxe bildet, ist dasselbe, als ob der ganze Stab gewichtlos und an seinem anderen Ende eine Masse vereinigt wäre, welche $^1/_3$ von der Masse des gegebenen Stabes beträgt.

Danach lässt sich nun leicht auch das Trägheitsmoment eines um seinen Mittelpunkt C, Fig. 388, rotirenden oder oscillirenden Stabes AB

ableiten; denn wenn p und l das Gewicht und die Länge von jeder der Hälften AC und BC bezeichnen, so ist das Trägheitsmoment von jeder dieser Hälften $\frac{pl^2}{3}$, folglich das Trägheitsmoment des ganzen Stabes $\frac{2}{3}pl^2$. Bezeichnet man aber mit L die Gesammtlänge, mit P

Fig. 388.



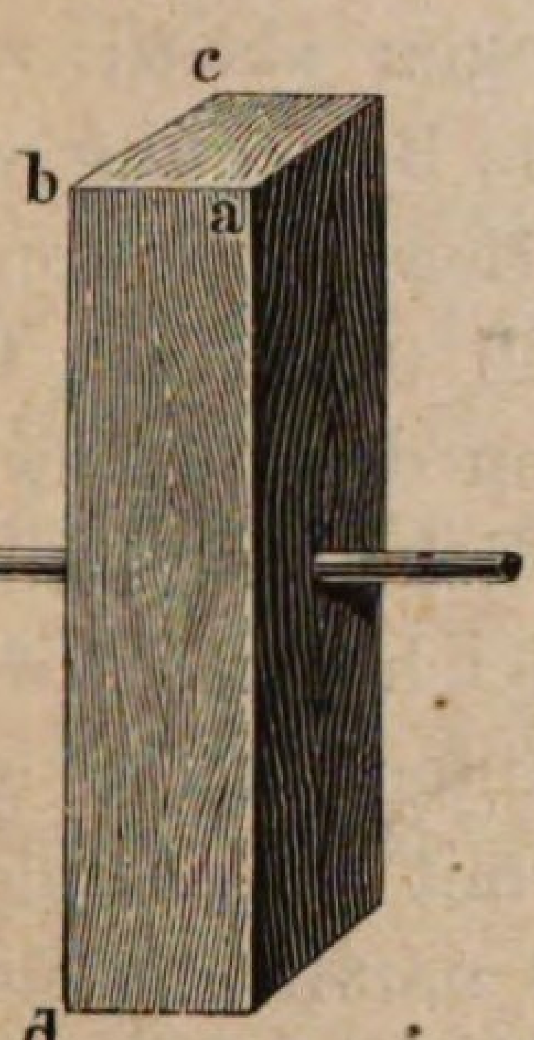
das Gesammtgewicht des Stabes, so ist $p = \frac{P}{2}$ und $l = \frac{L}{2}$, und wenn man diese Werthe für l und p substituirt, so ergiebt sich für das gesuchte Trägheitsmoment der Werth

$$T = \frac{P \cdot L^2}{12} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 2)$$

Das Trägheitsmoment eines prismatischen rectangulären Stabes, Fig. 389, welcher um eine durch seinen Schwerpunkt gelegte, mit der Kante ab parallele Axe rotirt oder oscillirt, ist

$$T = \frac{L^2 + B^2}{12} \cdot P \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 3)$$

Fig. 389.



wenn L und B die Länge der Kanten bd und bc bezeichnen, welche nicht mit der Umdrehungsaxe parallel sind.

Die Formel 3) geht in Gleichung 2) über, wenn B sehr klein ist im Vergleich zu L.

Aus Betrachtungen, welche den oben durchgeführten ähnlich sind, ergiebt sich, dass das Trägheitsmoment einer homogenen kreisförmigen Scheibe, welche um ihren Mittelpunkt rotirt,

$$T = \frac{1}{2} PR^2$$

ist, wenn P das Gewicht und R den Halbmesser der Scheibe bezeichnet.

Bei Körpern von complicirter Gestalt ist die Berechnung des Trägheitsmomentes ohne Integralrechnung nicht ausführbar und wenn dieselben mehr oder weniger unregelmässig gestaltet sind, ganz unmöglich; in solchen Fällen aber kann man das gesuchte Trägheitsmoment auf experimentellem Wege bestimmen. Zu diesem Zwecke braucht man nur den fraglichen Körper durch eine beschleunigende Kraft von bekannter Grösse in Rotation zu versetzen und die Geschwindigkeit zu beobachten, welche er in einer gegebenen Zeit erlangt.

Ein erläuterndes Beispiel bietet die Fallmaschine. An einer derartigen Maschine musste ein Uebergewicht r von 4 Grammen angewandt werden, um zu bewirken, dass der Fallraum der ersten Secunde 4·9 Centi-

meter, also $^1/_{100}$ des beim freien Fall in der ersten Secunde durchlaufenen Raumes betrage, während jede der Massen m und n 100 Gramme wog.

Das Uebergewicht von 4 Grammen hat hier offenbar die Trägheit einer Masse zu überwinden, welche 100mal so gross ist als seine eigene, also 400 Gramme beträgt; da nun die Gewichte m, n und r zusammen 204 Gramme wiegen, so bleiben für das Trägheitsmoment der Rolle noch 196 Gramme übrig, d. h. eine beschleunigende Kraft, welche die Rolle in Rotation zu setzen strebt, hat ein eben so grosses Trägheitsmoment zu überwinden, als ob die Rolle gewichtlos und nur an ihrem Umfang eine Masse von 196 Grammen angebracht wäre.

123 **Der Schwingungspunkt.** Die in §. 116 entwickelte Formel gilt nur für ein einfaches Pendel, welches man auch ein mathematisches nennt. Ein solches Pendel kann man sich wohl vorstellen, aber nicht construiren; denn es müsste aus einem einfachen, gewichtlosen Faden bestehen, und an seinem Ende dürfte sich nur ein schwerer Punkt befinden.

Jedes Pendel, welches diesen beiden Forderungen nicht entspricht, ist ein zusammengesetztes materielles Pendel. Ein gewichtloser und unbiegsamer Faden also, an welchem sich nur zwei schwere Theilchen m und n, Fig. 390, befinden, würde demach schon ein zusammengesetztes Pendel sein. Das Theilchen m, welches dem Anhängepunkte näher ist als n, würde für sich allein schneller schwingen als n; weil aber die beiden Theilchen verbunden sind, so wird m die Bewegung von n beschleunigen, und umgekehrt wird n die Bewegung von m verzögern, die Schwingungen werden deshalb mit einer Geschwindigkeit vor sich gehen, welche zwischen den Geschwindigkeiten liegt, mit welchen jedes der Theilchen m und n für sich allein schwingen würde. Sie sind gleich den Schwingungen eines einfachen Pendels, welches länger als fm und kürzer als fn ist. Ebenso verhält es sich mit jedem materiellen Pendel. Diejenigen Theile des Pendels nämlich, welche dem Aufhängepunkte am nächsten liegen, sind in ihrer Bewegung durch die entfernteren verzögert, die entfernteren aber durch die näheren beschleunigt. Es muss demnach auch in jedem zusammengesetzten Pendel einen Punkt geben, welcher durch die übrige Masse des Pendels weder beschleunigt noch verzögert ist, welcher gerade so schnell schwingt wie ein einfaches Pendel, dessen Länge seiner Entfernung vom Aufhängepunkte gleich ist. Dieser Punkt heisst Schwingungspunkt, Centrum oscillationis. Wenn man von der Länge eines zusammengesetzten Pendels spricht, so versteht man darunter die Entfernung dieses Punktes vom Aufhängepunkte oder, was dasselbe ist, die Länge eines einfachen Pendels von gleicher Schwingungsdauer.

Fig. 390.



Da man zu Versuchen nur zusammengesetzte Pendel anwenden kann, so kommt es darauf an, die Länge eines einfachen Pendels zu bestimmen, welches eben so schnell schwingen würde als das zur Beobachtung angewandte zusammengesetzte.

Am meisten nähert sich dem einfachen Pendel ein solches, welches aus einem möglichst dünnen Faden besteht, an dessen unterem Ende eine Kugel oder ein Doppelkegel hängt. Als Faden hat man feine Metalldrähte oder Aloëfaden genommen; der letzteren namentlich bedienten sich die französischen Akademiker bei ihren Versuchen unter dem Aequator und Zach in Gotha. Die angehängte Masse muss aus einer Substanz von möglichst grossem specifischen Gewichte gefertigt sein. Man hat dazu Blei, Messing, Silber oder Platin angewandt.

Borda fand, dass zu Paris ein solches Pendel von 12 Fuss Länge (144 Zoll) in einer Stunde 1818 Schwingungen machte. Es ist demnach für $l = 144$ Zoll $t = 1{\cdot}98$ Secunden, also

$$1{\cdot}98 = m \sqrt{144}$$

und daraus

$$m = 0{\cdot}165.$$

Die Länge x des Secundenpendels ergiebt sich demnach aus der Gleichung

$$1 = 0{\cdot}165 \sqrt{x}$$

$$x = \frac{1}{0{\cdot}165^2} = 36{\cdot}73 \text{ Pariser Zoll.}$$

Borda stellte seine Versuche, welche in der That die ersten wahrhaft genauen Pendelbeobachtungen waren, im Jahre 1790 auf der Sternwarte von Paris an. Biot, Bouvard und Mathieu haben diese Versuche im Jahre 1808 wiederholt. Sie wandten Borda's Verfahren und einen ähnlichen Apparat an. Humboldt und Arago haben im Jahre 1818 Borda's Resultate durch ein anderes Verfahren bestätigt. Nach allen diesen Beobachtungen ist die Länge des Secundenpendels für Paris

993·86 Millimeter.

Das Secundenpendel ist also nur um 6·14 Millimeter kürzer als ein Meter. Setzt man in der Formel $t = \pi \sqrt{\frac{l}{g}}$ für t den Werth 1 und $l = 993{\cdot}8666$, so findet man die beschleunigende Kraft der Schwere

$$g = 9{\cdot}809 \text{ Meter.}$$

Bestimmung des Schwingungspunktes an einem zusammengesetzten Pendel. 124 An einer hölzernen Stange, Fig. 391 (a. f. S.), welche um eine in ihrer Mitte angebrachte Schneide oscilliren kann, sei eine m Gramme schwere Linse a (deren Masse wir uns in ihrem Schwerpunkt concentrirt denken wollen) l Decimeter unter der Schneide befestigt, so bildet diese Vorrichtung ein Pendel, dessen Schwingungszeit wir mit t bezeichnen wollen.

Die Schwingungszeit t würde gleich der eines einfachen Pendels von der Länge l sein, wenn die Stange gewichtlos wäre.

Mag nun aber die Stange gewichtlos sein oder nicht, so wird die Schwingungszeit des Pendels unverändert bleiben, wenn man statt der l Decimeter von der Schneide entfernten Linse a 1 Decimeter von der Schneide die träge Masse ml^2 (das Trägheitsmoment der Linse a) anbrächte, und auf diese die beschleunigende Kraft ml (das statische Moment der Linse a) wirken liesse.

Es lässt sich dies im Versuch wirklich ausführen: Man hat nur 1 Decimeter unter der Schneide eine Linse b, Fig. 392, deren Gewicht x, und 1 Decimeter über der Schneide eine Linse c anzubringen, deren Gewicht y durch folgende Bedingungsgleichungen gegeben ist,

Fig. 391.



Fig. 392.



$$x + y = ml^2$$
$$x - y = ml,$$

woraus sich

$$x = \frac{m}{2}(l^2 + l)$$

$$y = \frac{m}{2}(l^2 - l)$$

ergiebt.

Wenn also die Linse a, Fig. 391, 100 Gramm schwer und 5 Decimeter von der Schneide entfernt ist, so wird die Schwingungsgeschwindigkeit dieselbe sein wie die des Pendels Fig. 392, wenn die 1 Decimeter unter der Schneide befindliche Linse $\frac{100}{2}(25 + 5) = 1500$ Gramm, die 1 Decimeter über der Schneide befindliche Linse c aber $\frac{100}{2}(25 - 5) = 1000$ Gramm schwer wäre, vorausgesetzt, dass die Pendelstange in beiden Fällen dieselbe bliebe.

Umgekehrt lässt sich eine an der besprochenen Pendelstange in der Entfernung 1 von der Schneide befindliche träge Masse M, auf welche die beschleunigende Kraft G wirkt, ohne Aenderung der Schwingungszeit durch eine einzige an die Stange angehängte Masse ersetzen, deren Gewicht m und deren Abstand l von der Schneide durch folgende Bedingungsgleichungen gegeben ist

$$ml^2 = M$$
$$ml = G,$$

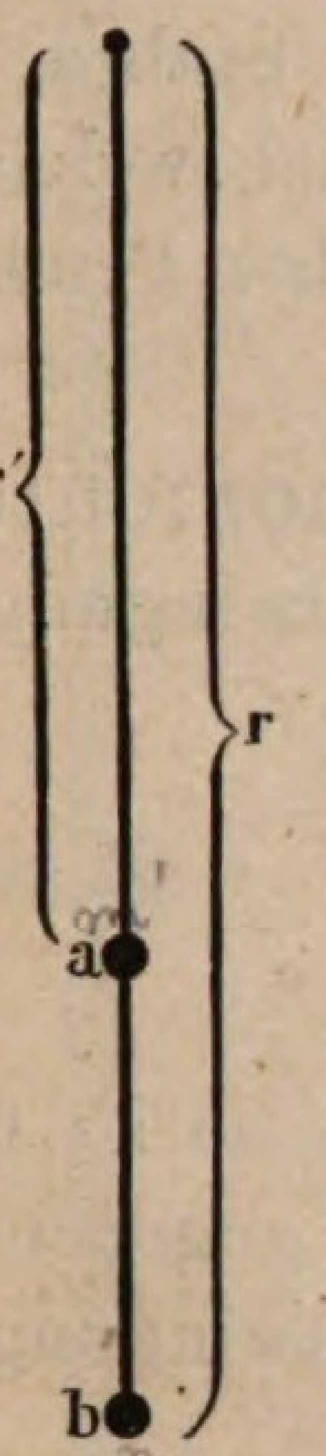
woraus sich ergiebt

$$l = \frac{M}{G}$$

$$m = \frac{G^2}{M}.$$

Hätte man z. B. 1 Decimeter über der Schneide eine Linse von 300 Grm., 1 Decimeter unter der Schneide eine Linse von 500 Grm. angebracht, so wäre $M = 800$, $G = 200$ und demnach

Fig. 393.



$$l = \frac{800}{200} = 4 \text{ und } m = \frac{200 \,.\, 200}{800} = 50.$$

Nehmen wir die Pendelstange in obiger Betrachtung als gewichtlos an, so ist l die Länge eines einfachen Pendels, welches so schnell schwingt wie ein zusammengesetztes, dessen Trägheitsmoment gleich M ist, und welches durch eine in dem Abstand 1 vom Drehpunkt angreifende Kraft G in Bewegung gesetzt wird.

Nach diesen Betrachtungen können wir nun die Lage des Schwingungspunktes eines aus zwei schweren Punkten zusammengesetzten Pendels berechnen. An einer unbiegsamen, gewichtlosen Linie, Fig. 393, seien bei a und b in den Abständen r' und r vom Drehpunkt die Massen m' und m angehängt, so sind $m'r'^2$ und mr^2 die Trägheitsmomente, mr und $m'r'$ aber die statischen Momente derselben. Das Trägheitsmoment des Pendels ist also

$$M = m'r'^2 + mr^2,$$

die Summe der statischen Momente aber, welche das Pendel in Bewegung setzen, ist

$$G = m'r' + mr;$$

es ergiebt sich demnach für die Länge eines einfachen Pendels von gleicher Schwingungsdauer

$$l = \frac{M}{G} = \frac{m'r'^2 + mr^2}{m'r' + mr}.$$

Diese Betrachtung lässt sich auf ein aus 3, 4, 5 u. s. w., aus unendlich vielen materiellen Punkten zusammengesetztes Pendel ausdehnen, und man kommt so zu dem wichtigen Satze: Für ein materielles Pendel findet man die Entfernung des Schwingungspunktes vom Aufhängepunkte, wenn man die Summe der Trägheitsmomente aller materiellen Punkte durch die Summe ihrer statischen Momente dividirt. Diese Entfernung ist also stets durch einen Ausdruck von der Form

$$l = \frac{mr^2 + m'r'^2 + m''r''^2 + \text{etc.}}{mr + m'r' + m''r'' + \text{etc.}}$$

gegeben. Für eine einfache Stange, welche um einen ihrer Endpunkte

oscilliren kann, ist $M = \frac{PL^2}{3}$ (§. 122), während offenbar in diesem Falle $G = \frac{PL}{2}$, wenn P das Gewicht und L die Länge der Stange bezeichnet. Danach ergiebt sich aber für die Länge l eines einfachen Pendels, welches mit jener Stange gleiche Oscillationszeit hat:

$$l = \frac{PL^2}{3} : \frac{PL}{2} = \frac{2}{3} L.$$

Ein homogener, überall gleich dicker $1^1/_2$ Meter langer Stab z. B. bildet also, an einem seiner Endpunkte aufgehängt, ein Pendel, welches gleiche Schwingungszeit hat mit einem 1 Meter langen einfachen Pendel.

125 **Experimentelle Bestimmung des Trägheitsmomentes oscillirender Körper.** Wir haben gesehen, dass die Schwingungsdauer eines einfachen Pendels

$$t = \pi \sqrt{\frac{l}{g}}$$

ist; wenn man aber mit einem materiellen Pendel zu thun hat, so ist für l die Länge des einfachen Pendels zu setzen, welches mit dem gegebenen gleiche Schwingungsdauer hat, d. h. der Abstand des Schwingungspunktes vom Aufhängepunkte. Dieser Abstand ist aber $\frac{K}{C}$, wenn man mit K das Trägheitsmoment des Pendels, mit C die Summe der statischen Momente aller auf das Pendel wirkenden beschleunigenden Kräfte bezeichnet. Wir haben also für ein materielles Pendel

$$t = \pi \sqrt{\frac{K}{Cg}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 1)$$

Wird an den oscillirenden Körper eine Masse von bekanntem Trägheitsmoment Q so angebracht, dass die beschleunigende Kraft, welche das Pendel oscilliren macht, ungeändert bleibt, so muss nun der Körper langsamer oscilliren. Bezeichnen wir jetzt seine Schwingungszeit mit t', so ist

$$t' = \pi \sqrt{\frac{K + Q}{Cg}} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 2)$$

Aus den Gleichungen 1) und 2) lässt sich aber K leicht durch Elimination berechnen. — Wir wollen dies durch einige Beispiele erläutern.

Ein Pendel von der Fig. 394 dargestellten Einrichtung, dessen Gesammtlänge 11 Decimeter betrug, machte ohne die Linsen c und d 68 Schwingungen in der Minute; zu einer Schwingung waren also 0·882 Secunden erforderlich; wir haben demnach

$$0{\cdot}882 = \pi \sqrt{\frac{K}{Cg}}.$$

Nachdem sowohl 2 Decimeter über als auch 2 Decimeter unter der Schneide eine Linse von 220 Gramm angebracht worden war, während die Linse *b* unverändert an ihrer Stelle blieb, so machte nun das Pendel 48 Schwingungen in der Minute, es ist also $t' = 1{\cdot}25''$. Das Trägheitsmoment der beiden Linsen *c* und *d* zusammengenommen ist 4 . 220 . 2 = 1760, mithin ist

Fig. 394.

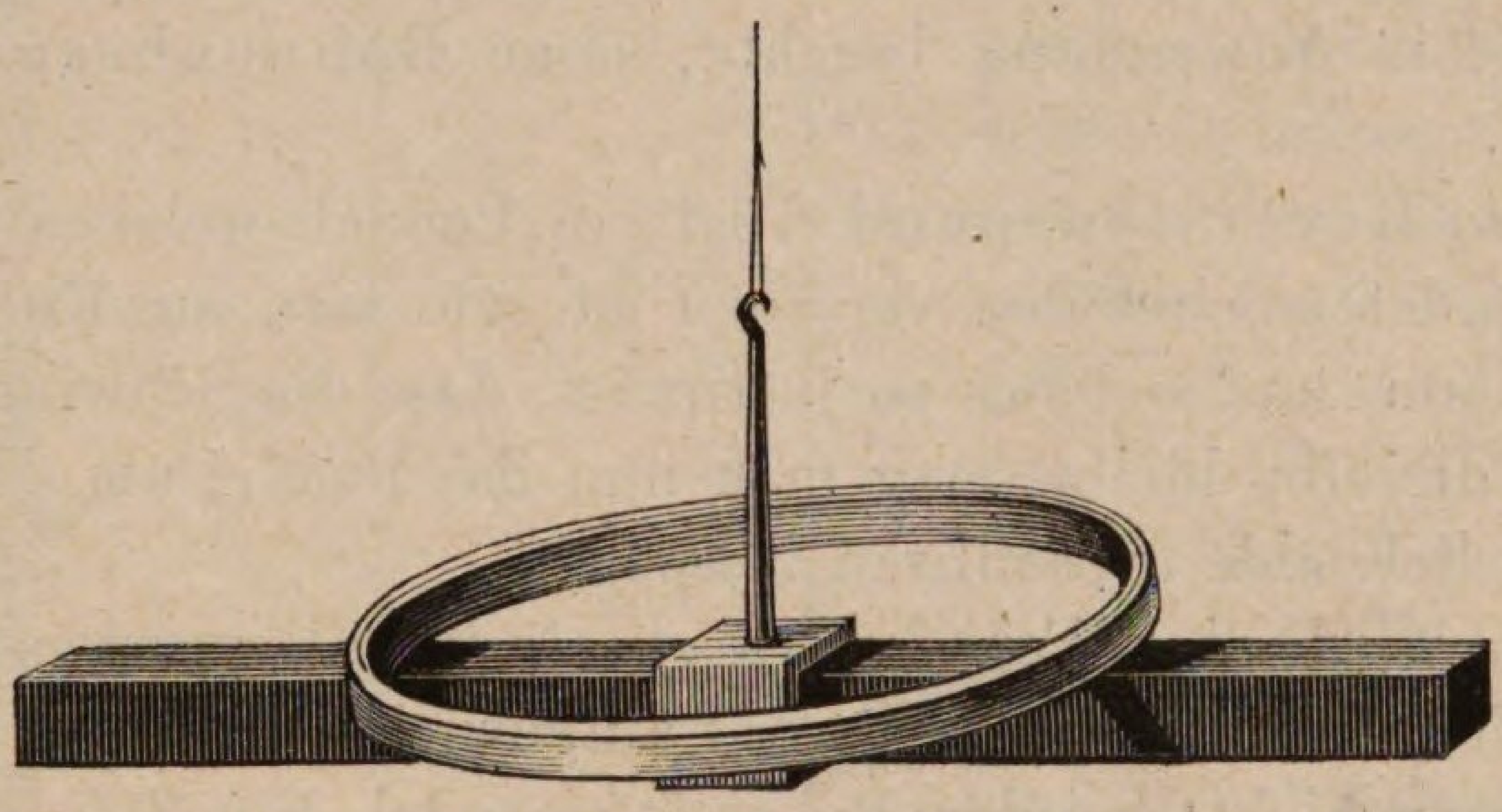


$\frac{1}{15}$

$$1{\cdot}25 = \pi \sqrt{\frac{K + 1760}{Cg}},$$

aus der Combination dieser Gleichung mit der vorhergehenden

Fig. 395.



ergiebt sich $K = 1745$ und $C = 225{\cdot}7$, da man für g den in Decimetern ausgedrückten Werth 98·09 zu setzen hat; d. h. das Pendel Fig. 394 schwingt ohne die Linsen *c* und *d* gerade ebenso, als ob an einer gewichtlosen Stange 1 Decimeter weit von der Schneide eine träge Masse von 1745 Gramm angebracht wäre, auf welche eine beschleunigende Kraft von 225·7 Grammen wirkt.

Dieselbe Methode zur Bestimmung des Trägheitsmomentes lässt sich aber auch noch in Anwendung bringen, wenn ein Körper nicht unter dem Einfluss der Schwerkraft, sondern unter dem Einfluss irgend einer andern beschleunigenden, aber der Schwerkraft ähnlich wirkenden Kraft oscillirt, welche man jederzeit auch auf das Maass der Schwerkraft zurückführen kann. Ein Beispiel mag dies erläutern.

Ein in einer messingenen Hülse liegender an einem Faden aufgehängter 2·7 Decimeter langer Magnetstab brauchte 10 Secunden zu einer Schwingung. Um sein Trägheitsmoment zu bestimmen, wurde ein 130 Gramm schwerer Messingring von 0·66 Decimeter Radius in der Weise aufgelegt, wie Fig. 395 zeigt, und nun betrug die Schwingungsdauer 13 Secunden. Das Trägheitsmoment des Ringes ist hier offenbar 130 . $0{\cdot}66^2 = 56{\cdot}6$, wir haben also

$$10 = \pi \sqrt{\frac{K}{Cg}} \text{ und } 13 = \pi \sqrt{\frac{K + 56{\cdot}6}{Cg}},$$

woraus sich ergiebt $K = 82$ und $C = 0{\cdot}824$ Gramm. Das Trägheitsmoment des Magnetstabes, auf eine durch seine Mitte gehende Drehungsaxe bezogen, ist also gleich dem einer Masse von 82 Gramm in der Entfernung 1 Decimeter von der Axe und die beschleunigende Kraft des Erdmagnetismus wirkt auf den Magnetstab gerade ebenso wie eine Kraft, welche gleich ist dem Druck eines Gewichtes von 0·824 Gramm und welche in der Richtung des magnetischen Meridians wirkend 1 Decimeter weit von der Drehungsaxe angreift.

126 **Das Reversionspendel.** Um die Länge des Secundenpendels mit möglichster Genauigkeit zu finden, brachte zuerst Bohnenberger das Reversionspendel in Vorschlag, welches später auch Kater in England in Anwendung brachte, ohne Bohnenberger's Vorschlag zu kennen.

Das Reversionspendel ist ein Pendel, welches mit zwei einander zugewendeten Schneiden versehen ist, wie man aus Fig. 396 und Fig. 397 sehen kann, und welches so justirt ist, dass die Schwingungsdauer unverändert dieselbe bleibt, mag man nun das Pendel um die Schneide a oder um die Schneide b oscilliren lassen.

Es wird dies bei dem Kater'schen Reversionspendel, Fig. 396, dadurch erreicht, dass man die Laufgewichte v und w in entsprechender Weise verschiebt; bei dem Reversionspendel, Fig. 397, geschieht es durch Verschiebung der einen oder auch der beiden Linsen.

Hat man es nun dahin gebracht, dass die Schwingungsdauer des Pendels für die eine Schneide genau so gross ist wie für die andere, so ist die Entfernung der beiden Schneiden gleich der Länge eines einfachen Pendels von gleicher Schwingungsdauer.

Die Richtigkeit dieser Behauptung lässt sich durch folgende Betrachtung beweisen.

Bezeichnen wir mit M die Summe der Trägheitsmomente aller materiellen Punkte, aus welchen ein Reversionspendel, Fig. 396, besteht, mit G die Summe der statischen Momente, so ist nach §. 124 $\frac{M}{G} = l$ die Länge des einfachen Pendels, welches mit ihm gleiche Schwingungsdauer hat.

Aus den Erörterungen auf Seite 328 ergiebt sich aber ferner, dass unser materielles Pendel auch äquivalent ist einem idealen Pendel, welches aus einer gewichtlosen starren, um den Punkt a, Fig. 398, oscillirenden Stange besteht, an welcher in dem Abstand 1 unter a das Gewicht

$$x = \frac{m}{2}(l^2 + l),$$

in dem Abstand 1 über a aber das Gewicht

$$y = \frac{m}{2}(l^2 - l)$$

angebracht ist. Denken wir uns an der gewichtlosen Stange Fig. 398

Fig. 396.

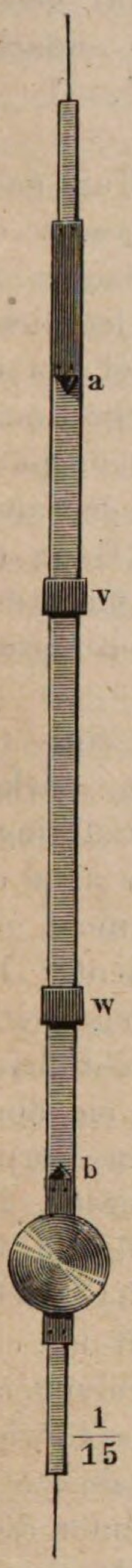


Fig. 397.



Fig. 398.



Fig. 399.



den Punkt b so bestimmt, dass $ab = l$, so wäre also b der Schwingungspunkt dieses idealen Pendels, welches sich in jeder Beziehung dem materiellen Pendel Fig. 396 gleich verhält.

Denken wir uns nun das ideale Pendel Fig. 398 umgekehrt in b aufgehängt, wie Fig. 399 zeigt, so haben wir eine gewichtlose Stange, an welcher das Gewicht x in der Entfernung $(l - 1)$, das Gewicht y an der Entfernung $(l + 1)$ vom Aufhängepunkte b angebracht ist; wir haben also für die Trägheitsmomente der Massen x und y in diesem Fig. 399 dargestellten Falle

$$x\,(l - 1)^2 \text{ und } y\,(l + 1)^2$$

und für die statischen Momente derselben

$$x\,(l - 1) \text{ und } y\,(l + 1);$$

für die Länge des einfachen Pendels, welches mit dem Fig. 396 dargestellten gleiche Schwingungsdauer hat, ergiebt sich demnach

$$L = \frac{x\,(l - 1)^2 + y\,(l + 1)^2}{x\,(l - 1) + y\,(l + 1)}.$$

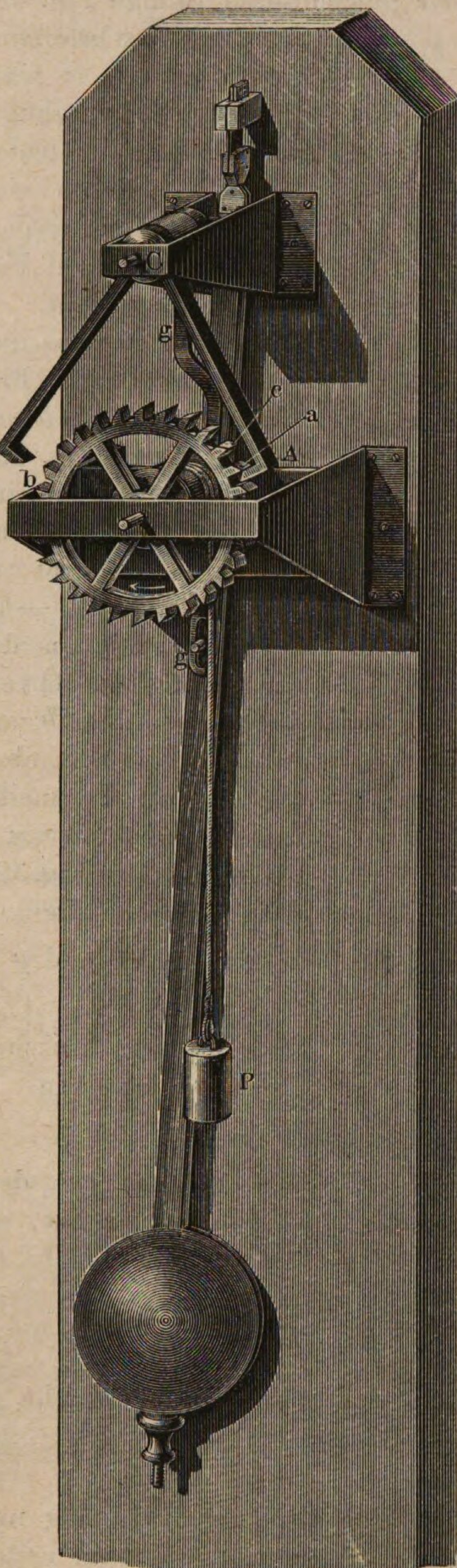
Substituirt man in dieser Gleichung für x und y ihre obigen Werthe, so ergiebt sich nach Ausführung aller Reductionen

$$L = l.$$

Das ideale Pendel Fig. 398 oscillirt also gleich schnell, mag nun der Punkt a oder der Punkt b als Aufhängepunkt dienen: im ersten Falle ist b, im zweiten Falle aber ist a der Schwingungspunkt.

Was nun aber von diesem idealen Pendel gilt, gilt auch für das ihm entsprechende materielle Pendel Fig. 396. Es schwingt gleich schnell, mag es nun in *a* oder in *b* aufgehängt sein, und zwar gerade eben so schnell, wie ein einfaches Pendel von der Länge *ab*.

Fig. 400.



127 **Die Pendeluhr.** Kurz nachdem Galiläi die Grundgesetze des Pendels entdeckt hatte, machte sich Huyghens durch seine trefflichen Arbeiten über das Pendel um die Wissenschaft verdient. Er bestimmte zuerst genau den Schwingungspunkt eines physischen Pendels; er wandte das Pendel an, um den Gang der Uhren zu reguliren und machte so zuerst eine genaue Zeitmessung möglich.

In jeder Uhr muss eine beschleunigende Kraft wirken, um die Bewegung hervorzubringen und zu erhalten. Wenn aber der beschleunigenden Kraft nicht eine andere oder ein äquivalentes Bewegungshinderniss entgegenwirkt, so kann die Bewegung nicht gleichförmig bleiben, sondern sie muss, wie bei einem fallenden Körper, schneller und schneller werden. Bei unseren Wanduhren wird die beschleunigende Kraft durch Gewichte gebildet, welche an einer um eine horizontale Axe geschlungenen Schnur hängen. Wenn das Gewicht durch seine Schwere herabgezogen wird, wird durch die Schnur diese Axe umgedreht und dadurch das ganze Uhrwerk in Bewegung gesetzt. Die Bewegung eines fallenden Gewichtes ist aber eine beschleunigte, folglich würde auch die Uhr anfangs langsam, dann schneller und schneller gehen müssen, wenn ihr Gang

nicht regulirt würde, und diese Regulirung wird nun durch das Pendel bewerkstelligt.

Wie das Pendel den Gang einer Uhr reguliren könne, ist aus Fig. 400 ersichtlich. An der Axe, um welche die Schnur mit dem Gewichte *P* geschlungen ist, ist ein gezahntes Rad befestigt. Ueber diesem Rade befindet sich ein Anker *ACB*, welcher je nach seiner Stellung bald auf der einen, bald auf der anderen Seite in die Zähne des Rades eingreift. Dieser Anker wird durch die Schwingungen des Pendels hin und her geführt.

Die Figur stellt das Pendel gerade in der Lage vor, wo es seine äusserste Stellung links hat. Das Rad, welches durch das Gewicht in der Richtung des Pfeils gedreht wird, kann aber bei dieser Stellung des Pendels nicht vorangehen, weil der Zahn *a* durch den Haken *A* des Ankers aufgehalten wird; sobald aber das Pendel zurückgeht, geht *A* auf die Seite und der Zahn *a* wird vorbeigelassen; die Bewegung des Rades wird aber doch alsbald wieder gehemmt, weil nun auf der anderen Seite der Haken *B* des Ankers niedergeht und an diesen dann der Zahn *b* des Rades anstösst, sobald das Pendel seine äusserste Stellung rechts erreicht hat.

Geht nun das Pendel abermals nach der Linken, so wird der Zahn *c* durch *A* angehalten. Bei jedem Hin- und Hergange geht also das Rad um einen Zahn weiter, bei jedem Pendelschlage also um eine halbe Zahnweite voran. Hat das Rad 30 Zähne, so wird ein Zeiger, welcher an der Axe desselben befestigt ist, in 60 Sprüngen den ganzen Kreisumfang durchlaufen.

Das Pendel hat bei seinen Oscillationen verschiedene Widerstände zu überwinden, weshalb es allmälig zur Ruhe kommt, wenn es für sich allein schwingt. Im Uhrwerk wird nun aber dem Pendel sein Bewegungsverlust dadurch stets ersetzt, dass der Zahn, an der schiefen Fläche des austretenden Ankerarmes hinschleifend, diesem eine kleine Beschleunigung mittheilt.

Eine solche Vorrichtung nennt man eine Hemmung oder ein Echappement.

Bei Taschenuhren ist das Gewicht durch eine gespannte Stahlfeder, das Pendel aber durch die Balance ersetzt, d. h. durch einen Metallring, welcher von einer, vermöge ihrer Elasticität um ihre Gleichgewichtslage schwingenden Spiralfeder hin und her bewegt wird.

Einheit des Längenmaasses. Kater stellte seine Versuche 128
mit dem Reversionspendel besonders deshalb mit so grosser Genauigkeit an, weil man beabsichtigte, in England ein neues Maasssystem einzuführen, dessen Einheit die Länge des Londoner Secundenpendels sein sollte.

Fast sämmtliche ältere Längeneinheiten sind den Dimensionen des menschlichen Körpers entnommen, und ihre ursprüngliche Bestimmung

hing darum auch von manchen Zufälligkeiten ab. Man kam deshalb auf die Idee, eine unveränderliche Grösse der Natur zur Einheit zu nehmen. Schon Huyghens schlug dazu die Länge des Secundenpendels vor.

Zur Zeit der französischen Revolution, als man ein neues Maasssystem in Frankreich einführen wollte, nahm man die Idee wieder auf; allein die zur Bestimmung des neuen Systemes niedergesetzte Commission, bestehend aus Borda, Lagrange, Laplace, Monge und Condorcet, wandte gegen diese Einheit ein, dass sie ein fremdes Element, nämlich die Zeit, enthielte, und entschied sich dahin, die Längeneinheit von der unveränderlichen Länge eines Erdmeridians abzuleiten.

Zu diesem Zwecke wurde durch genaue Gradmessungen die Länge des Erdmeridians ermittelt, und der 40millionste Theil desselben, also der 10millionste Theil eines Erdmeridian-Quadranten zur Längeneinheit gewählt. Diese Einheit wurde Meter genannt. Das Meter wurde in 10 Decimeter, 100 Centimeter und 1000 Millimeter getheilt.

Aus dem Längenmaasse wurde nun das Flächenmaass, das Körpermaass und das Gewichtsmaass abgeleitet.

Das Metermaass ist unter allen Maasssystemen das einzige, welches wissenschaftlich begründet ist. Die einfachen Beziehungen zwischen dem Längenmaasse, dem Körpermaasse und dem Gewicht machen es in mancher Hinsicht empfehlenswerth. Bei wissenschaftlichen Untersuchungen bedient man sich auch jetzt fast überall dieses Maasses.

Durch Vergleichung mit dem Meter sind nun aber auch alle anderen Maasse fest bestimmt. So ist z. B.

1 pariser Fuss = 324·839 Millimeter,
1 preussischer oder rheinl. Fuss = 313·853 Millimeter;

demnach ist

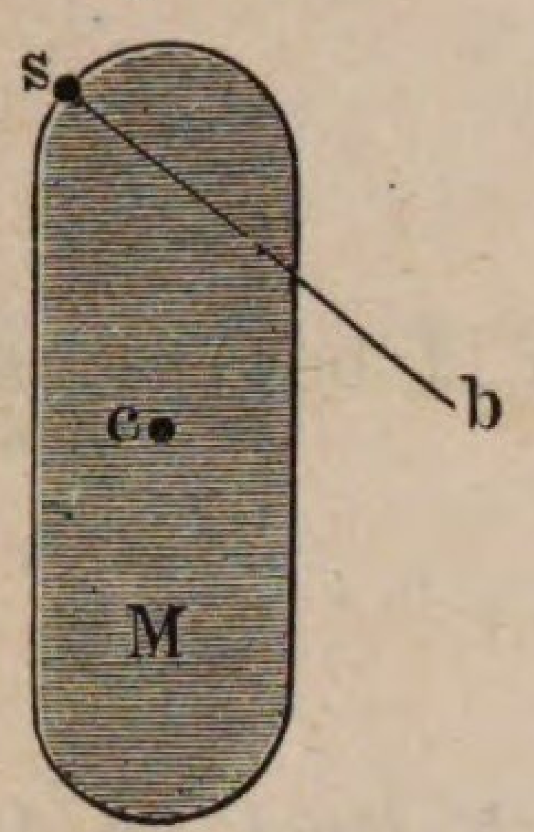
1 pariser Zoll = 27·070 Millimeter,
1 rheinl. Zoll = 26·154 Millimeter.

129 **Vom Stoss.** Wenn ein in Bewegung begriffener Körper auf seiner Bahn mit irgend einem anderen Körper zusammentrifft, so entsteht ein Stoss, in Folge dessen jeder den Bewegungszustand des anderen mehr oder weniger modificirt. Der nächste in sehr kurzer Zeit vollendete Erfolg des Stosses ist eine Formveränderung der zusammentreffenden Körper, welche vorübergehend ist bei elastischen, bleibend bei nicht elastischen Substanzen.

In Beziehung auf die Lage des Punktes, in welchem ein Körper zuerst durch einen anderen ihn treffenden gestossen wird, unterscheidet man centrale und excentrische (nicht centrale) Stösse. Denkt man sich auf der Oberfläche des Körpers in dem Punkte, auf welchen der Stoss erfolgt, eine Normale gezogen, so ist der Stoss central, wenn

diese Normale durch den Schwerpunkt des Körpers geht; der Stoss ist excentrisch, wenn dies nicht der Fall ist.

Fig. 401.



Wie also auch eine homogene Kugel mit anderen Körpern zusammentreffen mag, so erleidet sie stets einen centralen Stoss, weil alle Normalen der Kugeloberfläche durch den Mittelpunkt derselben gehen; wird jedoch ein homogener Körper M von der Gestalt Fig. 401 im Punkte s von irgend einem anderen getroffen, so ist der Stoss in Beziehung auf diesen Körper M nicht central, weil die Normale sb nicht durch den Schwerpunkt C des Körpers M geht.

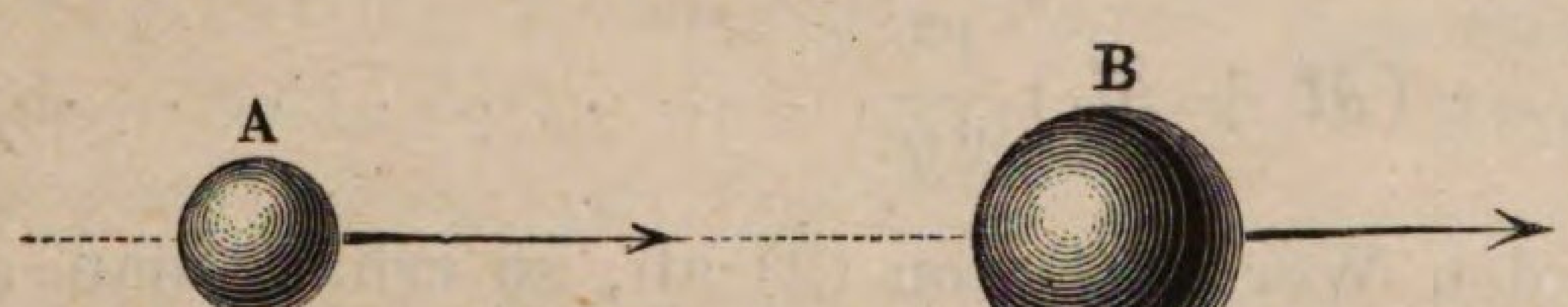
In Beziehung auf die Bewegungsrichtung unterscheidet man den geraden und den schiefen Stoss. Beim geraden Stoss fällt die Bewegungsrichtung mit der Normalen des Berührungspunktes zusammen, beim schiefen Stoss ist dies nicht der Fall.

Der Stoss zweier Kugeln wird also ein gerader sein, wenn sich beide in der Verbindungslinie der Mittelpunkte bewegen.

Wir können uns hier nur mit dem geraden centralen Stoss beschäftigen.

Vom Stoss unelastischer Körper. Wenn zwei unelastische 130
Körper A und B, Fig. 402, mit verschiedenen Geschwindigkeiten behaftet, zusammenstossen, so findet zunächst eine gegenseitige Zusammen-

Fig. 402.



drückung, eine Formveränderung statt, welche beendigt ist, wenn die Geschwindigkeit beider Körper die gleiche geworden ist. Es ist nun die Aufgabe, diese gemeinschaftliche Endgeschwindigkeit zu finden.

Es seien M und M_1 die Massen der beiden Körper, c und c_1 ihre Geschwindigkeiten, welche positiv bezeichnet werden sollen, wenn sie von der Linken zur Rechten gerichtet sind. Die Bewegungsgrössen der beiden Körper sind Mc und $M_1 c_1$; was der eine nach dem Stoss an Bewegungsquantität eingebüsst hat, um so viel hat die Bewegungsquantität des anderen zugenommen, und danach lässt sich die gemeinschaftliche Geschwindigkeit v nach dem Stosse berechnen. Nehmen wir an, dass bei gleichgerichteter Geschwindigkeit beider Körper die Geschwindigkeit c des Körpers A grösser sei als die Geschwindigkeit c_1 des Körpers B, so ist der Verlust an Bewegungsquantität, welchen A durch den

Stoss erleidet, $M(c - v)$, die Zunahme der Bewegungsquantität von B ist dagegen $M_1(v - c_1)$, wir haben also

$$M(c - v) = M_1(v - c_1),$$

und daraus

$$v = \frac{Mc + M_1 c_1}{M + M_1} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 1)$$

Wenn sich B in entgegengesetzter Richtung von A bewegt, so ist c_1 negativ, und man erhält

$$v = \frac{Mc - M_1 c_1}{M + M_1}.$$

Jeder Stoss unelastischer Körper ist von einem Verlust an lebendiger Kraft verbunden. Die lebendige Kraft des Körpers A ist vor dem Stoss

$$M\frac{c^2}{2g},$$

die des Körpers B ist

$$M_1\frac{c_1^2}{2g},$$

also die Summe der lebendigen Kräfte vor dem Stoss

$$M\frac{c^2}{2g} + M_1\frac{c_1^2}{2g} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 2)$$

wo für g der bekannte Zahlenwerth 9·809 zu setzen ist.

Nach dem Stoss ist die lebendige Kraft

$$(M + M_1)\frac{v^2}{2g} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 3)$$

Zieht man den Werth (3) von (2) ab, so erhält man als **Verlust an lebendiger Kraft** durch den Stoss

$$\alpha = M\frac{c^2 - v^2}{2g} + M_1\frac{c_1^2 - v^2}{2g}.$$

Dieser Werth lässt sich in folgender Weise umformen:

$$\alpha = \frac{M}{2g}(c + v)(c - v) + \frac{M_1}{2g}(c_1 + v)(c_1 - v)$$

$$\alpha = \frac{M}{2g}(c + v)(c - v) - \frac{M_1}{2g}(v + c_1)(v - c_1) \quad . \quad . \quad 4)$$

Setzen wir in die Differenz $c - v$ für v seinen obigen Werth bei 1), so kommt

$$c - v = \frac{M_1(c - c_1)}{M + M_1}$$

und $$M(c - v) = \frac{MM_1(c - c_1)}{M + M_1},$$

da aber $M(c - v) = M_1(v - c_1)$, so ist auch

$$M_1(v - c_1) = \frac{MM_1(c - c_1)}{M + M_1},$$

setzt man diese Werthe für $M(c - v)$ und $M_1(v - c_1)$ in Gleichung 4), so kommt

$$\alpha = \frac{MM_1(c - c_1)}{M + M_1} \cdot \frac{(c + v - v - c_1)}{2g}$$

$$\alpha = \frac{MM_1}{M + M_1} \cdot \frac{(c - c_1)^2}{2g} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 5)$$

Die Grösse $\frac{MM_1}{M + M_1}$ bezeichnet man als das harmonische Mittel der Massen M und M_1.

Nach Gleichung 4) S. 272 ist aber $\frac{(c - c_1)^2}{2g}$ der Fallraum, welcher der Geschwindigkeitsdifferenz $(c - c_1)$ entspricht, d. h. die Höhe, welche ein Körper durchfallen muss, wenn er die Geschwindigkeit $c - c_1$ erlangen soll.

Nach diesen Bemerkungen lässt sich die Gleichung 5) in Worten so ausdrücken:

Wenn zwei unelastische Massen M und M_1, welche mit den Geschwindigkeiten c und c_1 behaftet sind, zusammenstossen, so ist der auf die Formveränderung beider verwendete Verlust an lebendiger Kraft das Product, welches man erhält, wenn man das harmonische Mittel der beiden Massen multiplicirt mit der Fallhöhe, welche der Differenz der Geschwindigkeiten entspricht, mit denen die beiden Massen vor dem Stoss behaftet waren.

Wenn z. B. auf einer Eisenbahn zwei Züge von 60000 Kilogr. und 80000 Kilogr. in entgegengesetzter Richtung mit den Geschwindigkeiten $c = 7$ Meter und $c_1 = -5$ Meter sich bewegend zusammenstossen, so entsteht ein auf die Zerstörung der Locomotiven und Wagen verwendeter Arbeitsverlust, welcher bei vollständigem Mangel an Elasticität aller zum Stoss gelangenden Theile sein würde

$$\frac{(7 + 5)^2}{2g} \cdot \frac{60000 \,.\, 80000}{140000} = \frac{144}{19{\cdot}6} \cdot 34285 = 251\,889 \text{ Meterkilogramm.}$$

Aus den obigen Betrachtungen und Berechnungen geht hervor, wie nachtheilig Stösse in einer Maschine wirken müssen, welche nicht geradezu zur Ausübung von Stössen bestimmt ist, sondern in welcher dieselben nur in Folge mangelhafter Construction auftreten. Solche Stösse verzehren nicht allein ganz unnöthiger Weise einen grossen Theil

lebendiger Kraft, sondern sie führen auch die Maschine selbst einem raschen Ruine entgegen.

131 **Stoss elastischer Körper.** Wenn zwei Körper im geraden centralen Stoss zusammentreffen, so ist der erste Effect eine gegenseitige Zusammendrückung, welche so lange fortdauert, bis die Geschwindigkeit der beiden Massen die gleiche geworden ist. Ist bis zu diesen Momenten die Verschiebung der Theilchen beider Körper über ihre Elasticitätsgränze hinausgegangen, so dass ihre Formveränderung (wenn nicht Zertrümmerung erfolgt) eine bleibende ist, so erfolgt die fernere Bewegung nach den im vorigen Paragraphen besprochenen Gesetzen. Ist jedoch durch Zusammendrückung der beiden zusammenstossenden Körper in dem Augenblicke, in welchem ihre Geschwindigkeit die gleiche geworden ist, ihre Elasticitätsgränze noch nicht überschritten, so streben nun beide Körper, ihre ursprüngliche Gestalt wieder anzunehmen, wodurch sie, in dem Berührungspunkt gegeneinander drückend, gleichsam einen abermaligen Stoss erleiden. Jede Kugel erhält durch die Wiederherstellung der Form gleichsam den Stoss zurück, welchen sie während der Zusammendrückung auf die andere ausgeübt hat.

Zur Construction der Formel wollen wir wieder wie im vorigen Paragraphen von dem Fall ausgehen, dass sich beide Körper nach derselben Seite hin (nach der rechten) bewegen. Die links sich befindende Kugel A, deren Masse M ist, habe die grössere Geschwindigkeit c; wenn sie gegen die andere Kugel B, deren Masse M_1 und deren Geschwindigkeit c_1 ist, anstösst, so verliert sie beim Anstoss während der Zusammendrückung bis zu dem Moment, in welchem beide Kugeln gleiche Geschwindigkeit haben, die Bewegungsquantität $M\,(c - v)$, wo v dieselbe Bedeutung hat wie in §. 130. Die Bewegungsquantität der Kugel B hat dabei aber um $M\,(c - v)$ zugenommen. Während nun beide Kugeln ihre ursprüngliche Gestalt wieder annehmen, erleidet jede Kugel einen Rückstoss, welcher dem Stoss gleich ist, den sie der anderen ertheilt hat; die Kugel A wird also abermals einen Verlust an Bewegungsquantität erleiden, welcher gleich ist $M\,(c - v)$; der Gesammtverlust an Bewegungsquantität, welchen die Kugel A nach Beendigung des elastischen Stosses erlitten hat, ist also

$$2\,M\,(c - v).$$

In gleicher Weise ergiebt sich für den Gewinn an Bewegungsquantität, welchen die Kugel B bis zu dem Moment erfahren hat, wo beide Kugeln ihre ursprüngliche Gestalt wieder angenommen haben und auseinander zu fahren beginnen,

$$2\,M_1\,(c - v_1).$$

Die Geschwindigkeit von A wird also nach Beendigung des elastischen Stosses sein

$$V = c - 2\,(c - v) = 2v - c \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 1)$$

Die Geschwindigkeit von B wird aber geworden sein

$$V_1 = c_1 + 2\,(v - c_1) = 2v - c_1 \;.\;.\;.\;.\;.\quad 2)$$

Setzen wir in diese Werthe von V und V' für v seinen Werth aus 1) auf Seite 338, so kommt

$$V = \frac{(M - M_1)\,c + 2M_1\,c_1}{M + M_1} \;.\;.\;.\;.\;.\;.\quad 3)$$

und

$$V_1 = \frac{(M_1 - M)\,c_1 + 2M\,c}{M + M_1} \;.\;.\;.\;.\;.\;.\quad 4)$$

Für den Fall, dass die beiden Kugeln gleiche Masse besitzen, also $M = M_1$ ist, gehen diese Formeln über in folgende:

$$V = c_1$$

$$V_1 = c,$$

d. h. die Kugeln vertauschen beim Stosse ihre Geschwindigkeiten.

Die Bewegungsquantität der beiden Kugeln vor dem Stoss war

$$Mc + M_1 c_1 \;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\quad 5)$$

Nach dem elastischen Stoss ist sie

$$MV + M_1 V_1 \;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\quad 6)$$

Setzen wir für V und V_1 ihre Werthe 1) und 2), so kommt

$$\begin{aligned} MV + M_1 V_1 &= M\,(2v - c) + M_1\,(2v - c_1) \\ &= 2\,(M + M_1)\,v - (Mc + M_1 c_1). \end{aligned}$$

Nun aber ist nach §. 130 Gleichung 1)

$$(M + M_1)\,v = Mc + M_1 c_1.$$

Setzt man nun für $(M + M_1)v$ diesen Werth in obige Gleichung, so kommt

$$MV + M_1 V_1 = 2\,(Mc + M_1 c_1) - (Mc + M_1 c_1)$$

$$MV + M_1 V_1 = Mc + M_1 c_1 \;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\quad 7)$$

Die Bewegungsquantität ist nach dem elastischen Stoss eben so gross wie vor demselben.

Gehen wir nun zur Bestimmung der lebendigen Kräfte nach dem elastischen Stoss über.

Zieht man Gleichung 2) ab von Gleichung 1), so kommt

$$V - V_1 = c_1 - c$$

und daraus

$$V + c = V_1 + c_1 \;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\quad 8)$$

Aus der obigen Gleichung 7) ergiebt sich aber

$$M(V - c) = M_1(c_1 - V_1) \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad 9)$$

Durch Multiplication der Gleichungen 9) und 8) erhält man aber

$$M(V^2 - c^2) = M_1(c_1^2 - V_1^2),$$

und daraus endlich

$$MV^2 + M_1 V_1^2 = Mc^2 + M_1 c_1^2,$$

d. h. die Summe der lebendigen Kräfte nach dem elastischen Stoss ist eben so gross wie vor demselben, beim elastischen Stoss findet also kein Verlust an lebendiger Kraft statt.

132 **Gleitende Reibung.** Ein schon mehrfach besprochener Widerstand, welcher fast auf alle Bewegungen einen bedeutenden Einfluss ausübt, ist die Reibung. Um eine nur etwas grosse Last auf einer horizontalen Ebene fortzuschleifen, ist ein bedeutender Kraftaufwand nöthig, welcher lediglich von den Reibungswiderständen herrührt. Wäre die Ebene sowohl, auf welcher die Last fortgeschleift werden soll, als auch die Unterfläche der Last selbst absolut hart und glatt (was in der Natur nie der Fall ist) und fände ausserdem nicht die mindeste Adhäsion zwischen den über einander hin gleitenden Flächen statt, so könnte die kleinste Kraft die grösste Last in Bewegung setzen, und einmal angestossen müsste sich die Last mit gleichförmiger Geschwindigkeit auf der horizontalen Ebene fortbewegen.

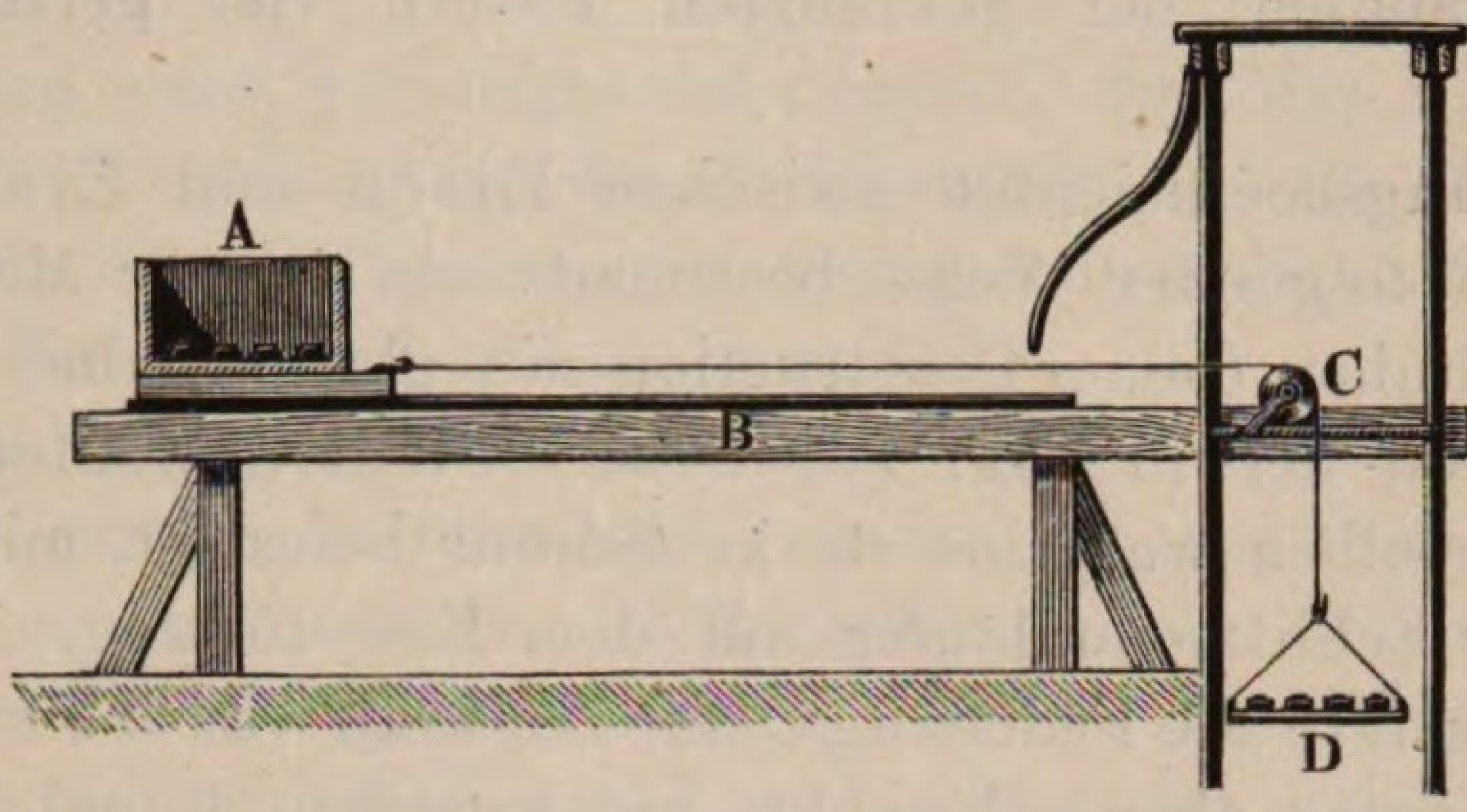
Die Reibung rührt unstreitig daher, dass die Erhabenheiten einer jeden der über einander hingleitenden Flächen in die Vertiefungen der anderen eingreifen. Wenn nun Bewegung stattfinden soll, so müssen entweder die hervorragenden Theilchen von der Masse ihres Körpers abgerissen, oder der eine Körper muss fortwährend über die Unebenheiten hinweggehoben werden. Ersteres findet vorzugsweise statt, wenn die reibenden Flächen sehr rauh, letzteres, wenn sie mehr geglättet sind. Je glatter die reibenden Flächen sind, desto mehr Einfluss gewinnt auch die Adhäsion, welche namentlich bei Anwendung von flüssiger oder halbflüssiger Schmiere von Bedeutung wird.

Um Versuche über gleitende Reibung anzustellen, wandte Coulomb den Fig. 403 dargestellten Apparat (Tribometer) an. Ein Kästchen A, welches man nach Belieben mit Gewichten belasten kann, ruht auf zwei horizontalen Schienen, welche neben einander gelegt sind. Eine an dem Kästchen befestigte Schnur geht über eine Rolle C und trägt an ihrem freien Ende eine Wagschale D, auf welche so lange Gewichte zugelegt werden, bis dadurch das Kästchen A in Bewegung gesetzt wird.

Nehmen wir an, die untere Fläche des Kästchens sei durch eine eiserne Platte gebildet und die Schienen seien gleichfalls von Eisen; ferner betrage das Gewicht des Kästchens A, sammt Allem, was darin liegt, 10 Kg, so wird es, einmal in Bewegung gesetzt, mit gleichförmiger

Geschwindigkeit fortgeschleift werden, sobald die Wagschale D sammt ihrem Inhalte 1·4 Kilogramm wiegt. Die zur Ueberwindung der Reibung

Fig. 403.



hier anzuwendende Kraft beträgt also in diesem Falle 14 Procent der Last.

Wäre das Gewicht des Kästchens A 2mal, 3mal so gross gewesen, so hätte an der Schnur auch eine doppelte, dreifache Kraft ziehen müssen, um die Reibung zu überwinden, und so ergiebt sich:

1) Die Reibung ist dem Drucke proportional, mit welchem die Flächen, welche über einander hergleiten sollen, auf einander gedrückt werden.

Hätte man, ohne am Gewicht des Kästchens etwas zu ändern, die eisernen Schienen breiter oder schmäler gemacht, so würde man doch immer zu demselben Resultate gekommen sein, d. h. zur Ueberwindung der Reibung würden immer 14 Procent der Last nöthig gewesen sein, und so ergiebt sich:

2) Die Reibung ist unabhängig von der Ausdehnung der reibenden Flächen.

Die Zahl, welche angiebt, der wievielte Theil der Last zur Ueberwindung der Reibung verwandt werden muss, wird der Reibungscoëfficient genannt. Für Eisen auf Eisen ist dieser Coëfficient, wie wir gesehen haben, 0·14; der Reibungscoëfficient ändert sich jedoch mit der Natur der reibenden Flächen. Die folgende Tabelle enthält nach Morin's Versuchen einige der in der Praxis wichtigsten Reibungscoëfficienten.

Schmiedeeisen auf Schmiedeeisen . . .	0·14
Messing auf Gusseisen	0·19
Schmiedeeisen auf Gusseisen	0·20
Buche auf Buche (Fasern parallel) . .	0·36
Eiche auf Eiche („ „) . .	0·48
Eiche auf Eiche („ gekreuzt) . .	0·32

Durch eine zweckmässige Schmiere kann der Reibungswiderstand noch verringert werden. Für Metalle ist Oel, für Holz hingegen Talg

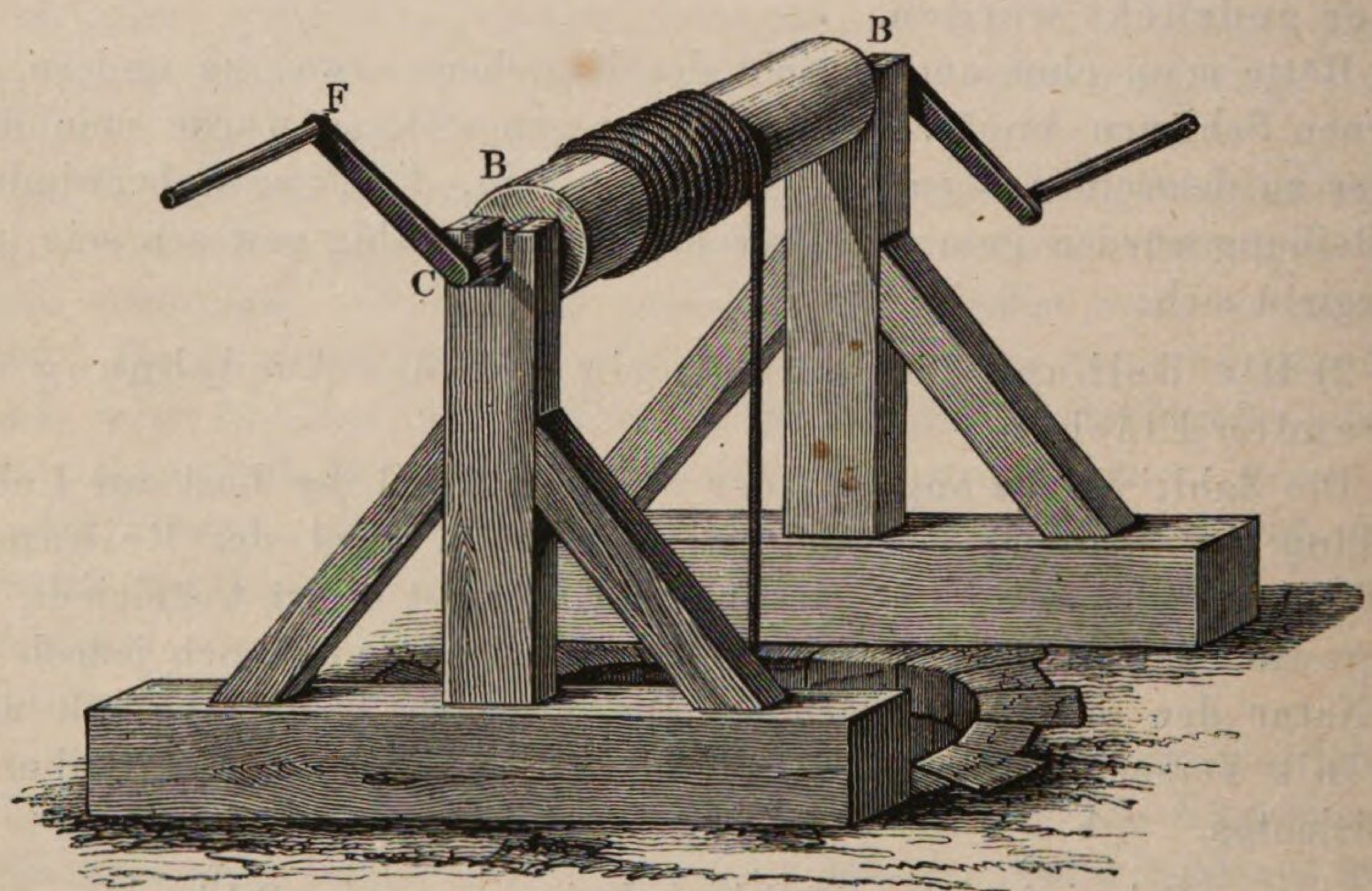
das beste Schmiermittel. So ist z. B. bei guter Schmiere der Reibungscoëfficient für Schmiedeeisen auf Gusseisen nur 0·06.

Bei Hölzern ist es nicht gleichgültig, wie die Fasern laufen; die Reibung ist nämlich bei gekreuzten Fasern viel geringer als bei parallelen.

Den Reibungscoëfficienten zwischen Eisen und Eis habe ich im Januar 1870 in folgender Weise bestimmt: ein junger Mann hielt, auf seinen Schlittschuhen (neuer Construction mit glatter Bahn) stehend, eine Federwage von der in Fig. 78, Seite 88, dargestellten Art in den Händen; an derselben war eine starke Schnur befestigt, mittelst welcher ihn ein zweiter Schlittschuhläufer auf dem Eise fortzog. Beim Beginn der Bewegung zeigte die Federwage eine Zugkraft von 5 bis 6 Kilogramm, während des Laufes aber schwankte sie zwischen 1 und 2 Kilogramm. Da nun der gezogene junge Mann 62 Kg wog, so beträgt der Reibungscoëfficient während der Bewegung $^1/_{62}$ bis $^2/_{62}$ oder 1·6 bis 3·2 Procent.

Gleitende Reibung findet unter Anderem auch überall da statt, wo Zapfen in ihren Pfannen gedreht werden. Untersuchen wir z. B. den Effect der Zapfenreibung an dem schon öfter betrachteten Haspel, Fig. 404. Das Gewicht des Wellbaumes selbst mit allem, was daran

Fig. 404.



befestigt ist, mitsammt der daran hängenden Last von 50 Kg, bewirke während des Aufwindens einen Gesammtdruck auf die Zapfenlager = 100 Kg. Wenn die Zapfenlager von Gusseisen, die Zapfen aber von Schmiedeeisen sind, so beträgt der Reibungswiderstand, welcher am Umfange der Zapfen wirkt, 20 Proc., der Effect der Reibung ist also derselbe, als ob man statt ihrer um den Zapfen eine Schnur in derselben Richtung ge-

schlungen hätte, wie das Seil, welches die Last trägt, und an dieser Schnur ein Gewicht 100 . 0·2 oder 20 Kg angehängt hätte; oder als wenn die am Umfange des Wellbaumes wirkende Last um $\frac{20}{5} = 4$ Kg grösser gewesen wäre, vorausgesetzt nämlich, dass der Durchmesser des Zapfens $^1/_5$ vom Durchmesser des Wellbaumes ist. Es werden also bei diesem Haspel circa 8 Procent der angewandten Kraft für die Ueberwindung der Reibungswiderstände verzehrt.

Wenn ein Körper, welcher bis dahin ruhig auf seiner Unterlage lag, in Bewegung gesetzt werden soll, so ist der dabei zu überwindende Widerstand etwas grösser als die Reibung, welche überwunden werden muss, wenn die Bewegung bereits eingeleitet ist. Für sehr harte Körper ist dieser Unterschied unbedeutend und er ist nur durch den Kraftaufwand bedingt, welcher nöthig ist, um dem bis dahin ruhenden Körper eine gewisse Geschwindigkeit mitzutheilen. Bei weichen Körpern ist die Reibung der Ruhe, d. h. die Kraft, welche angewendet werden muss, um den bis dahin ruhenden Körper in Bewegung zu setzen, erheblich grösser als die während der Bewegung zu überwindende Reibung, weil ein weicher Körper, welcher einige Zeit lang gegen einen andern angepresst wurde, nothwendig eine Zusammendrückung erfährt, wodurch die kleinen Hervorragungen des einen mehr und mehr in den Vertiefungen des andern gleichsam eingekeilt werden.

Wälzende Reibung findet da statt, wo ein runder Körper, etwa 133
eine Kugel, ein Cylinder, über die Unterlage hinwegrollt. Es kommt dabei die Unterlage stets mit neuen Punkten des rollenden Körpers in Berührung. Der hierbei entstehende Widerstand ist bei Weitem geringer als der Widerstand der gleitenden Reibung. Coulomb verwandte zu seinen Versuchen über wälzende Reibung Walzen von Guajac- und Ulmenholz, deren Durchmesser von 2 bis 12 Zoll variirte und die er auf Unterlagen von Eichenholz wälzen liess. Um auch den Druck abzuändern, mit welchem die Walze auf die Unterlage aufgedrückt wird, wurden zwei Schnüre a über die Walze gelegt und an beiden Seiten gleiche Gewichte angehängt, wie Fig. 405 (a. f. S.) andeutet. Das Uebergewicht, welches die Bewegung hervorbringen soll, wurde in die an der Schnur b hängende leichte Wagschale gelegt.

Nach diesen Versuchen ist die wälzende Reibung dem Drucke direct und dem Halbmesser der Walze umgekehrt proportional, oder es ist

$$F = \varphi \cdot \frac{P}{R},$$

wenn F die wälzende Reibung, P den Druck und R den Radius der Walze bezeichnet. Coulomb fand

für Walzen aus Guajacholz den constanten Factor $\varphi = 0{\cdot}018$
für Walzen aus Ulmenholz $\varphi = 0{\cdot}031$.

Für gusseiserne Räder, welche auf gusseisernen Schienen laufen, fand Weisbach $\varphi = 0 \cdot 018$.

Die obige Formel setzt voraus, dass die Kraft F an einem Hebelarm angreift, welcher dem Halbmesser der Walze gleich ist, wie es bei der

Fig. 405.

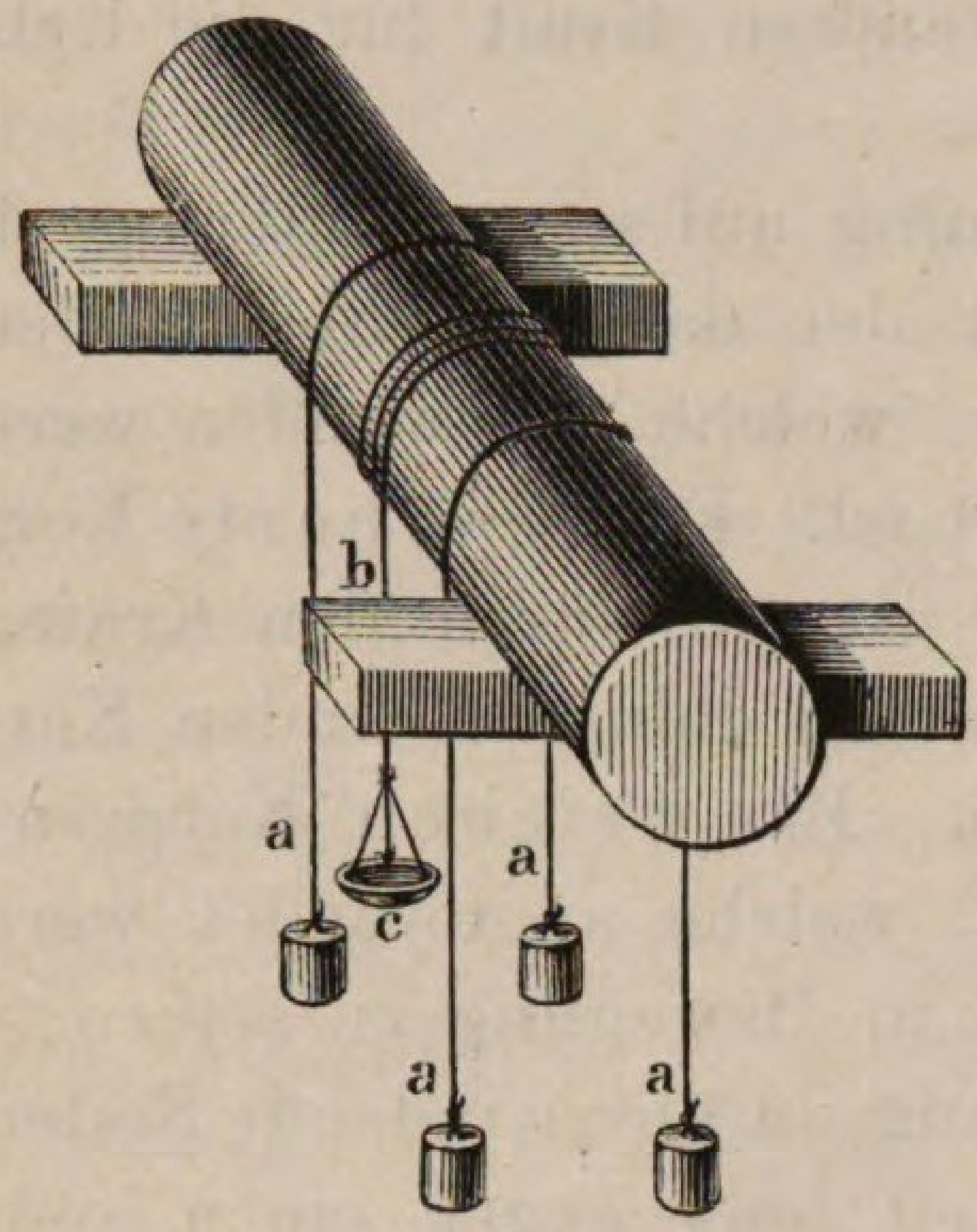
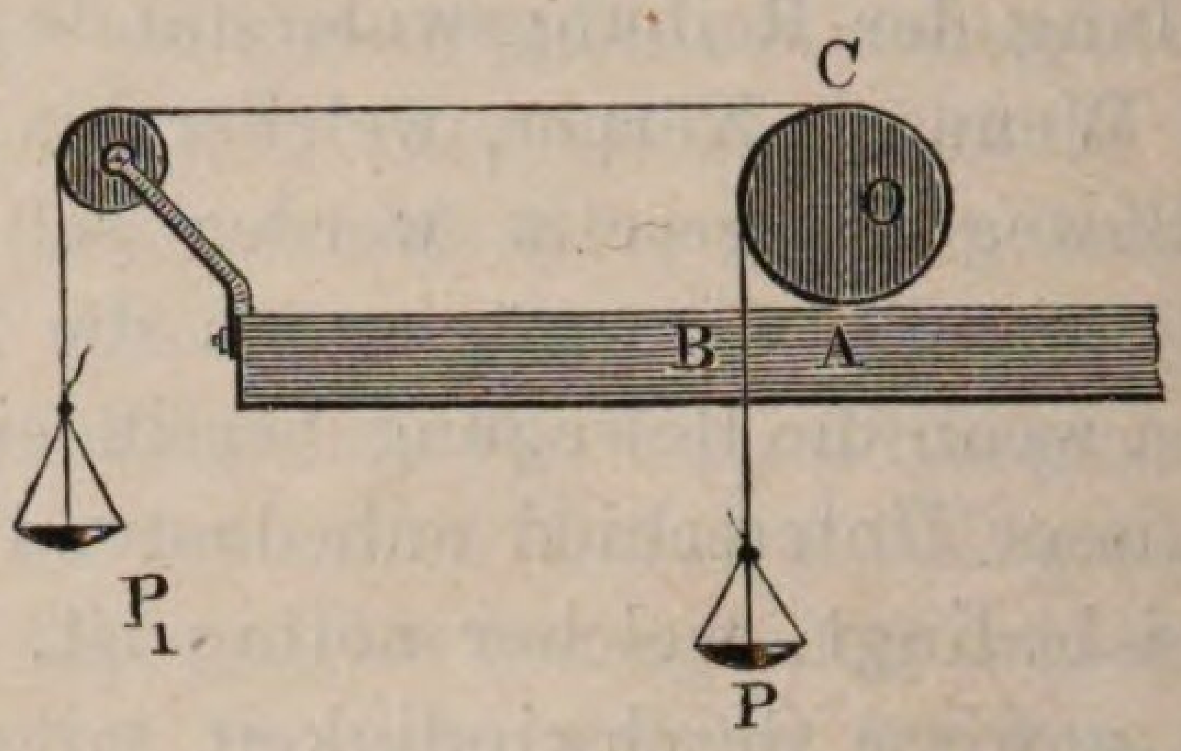


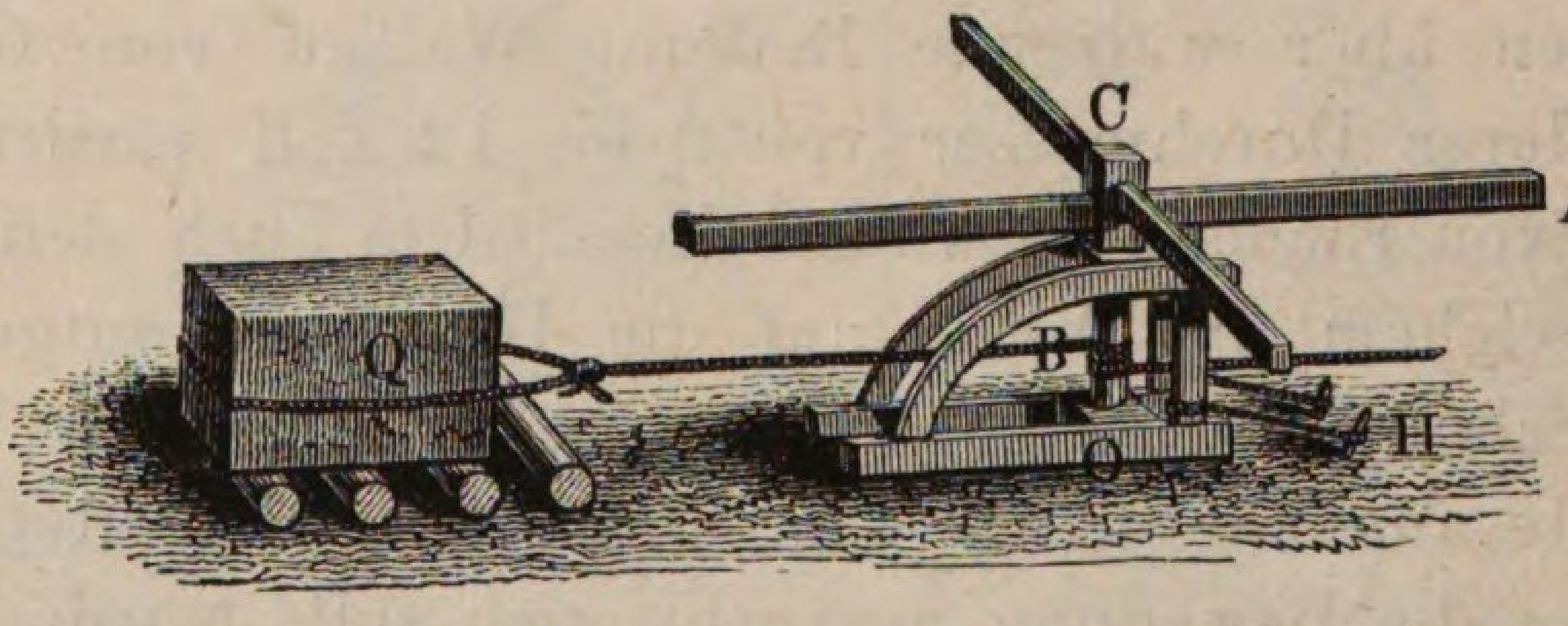
Fig. 406.



obigen Anordnung der Fall war; wenn aber die Kraft an dem oberen Ende C der Walze, Fig. 406, angreift, so ist die wälzende Reibung nur halb so gross wie im vorigen Falle.

Wo es auf Verminderung der Reibungswiderstände ankommt, sucht man wo möglich die gleitende Reibung in eine wälzende zu verwandeln; um schwere Lasten fortzuschaffen, legt man dieselben auf Walzen, Fig. 407,

Fig. 407.



und darin liegt auch der Vortheil der Räder unserer Fuhrwerke, an deren Umfang nur wälzende Reibung zu überwinden ist, während die gleitende Reibung lediglich auf die Axen reducirt bleibt, wo die Ueberwindung derselben nur einen geringen Kraftaufwand in Anspruch nimmt, weil der Reibungscoëfficient durch Glätte der Flächen und Anwendung von Schmiermitteln möglichst herabgesetzt ist.

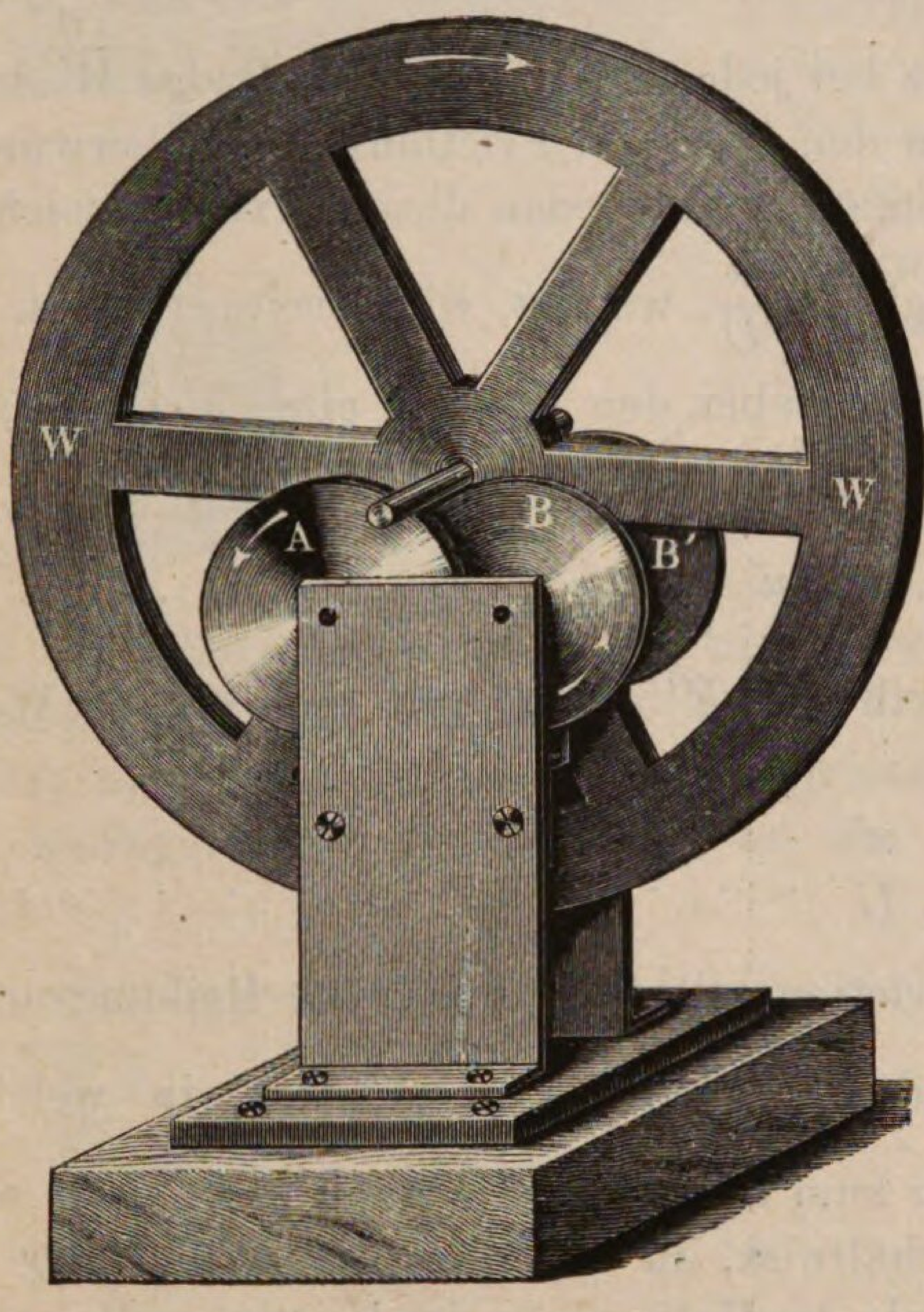
Aus obiger Formel geht auch hervor, dass der Reibungswiderstand an einem Wagen um so geringer ausfallen wird, je grösser der Halbmesser seiner Räder ist.

In der Praxis ist man aber doch an gewisse Gränzen gebunden, denn man darf die Räder nicht zu gross machen, damit das Fuhrwerk nicht Dimensionen annimmt, welche für den Gebrauch unbequem oder störend sind.

Die Zugkraft, welche nöthig ist, um einen Lastwagen auf einer guten horizontalen Landstrasse fortzufahren, beträgt 5 bis 7 Procent der Last. Auf horizontalen Eisenbahnen beträgt die erforderliche Zugkraft nur 0·5 bis 0·7 Procent der Last.

Um die Zapfenreibung zum Theil noch in wälzende Reibung zu verwandeln, legt man den Zapfen einer Welle oder eines Rades nicht in ein Zapfenlager, sondern auf sogenannte Frictionsrollen, deren Einrichtung durch Fig. 408 erläutert wird. Die Frictionsrollen bestehen aus zwei Räderpaaren, von denen das eine, aus den Rädern A und B gebildet, das vordere Ende der Axe trägt, um welche das Rad W gedreht werden soll, während das hintere Ende dieser Axe in gleicher Weise auf den Rädern A' und B' (A' ist in der Figur gänzlich verdeckt) aufliegt. Die Umdrehungsaxen der beiden dicht hintereinander liegenden zusammengehörigen Räder wie A und B sind um mehr als den Halbmesser und um weniger als den Durchmesser eines solchen Rades von einander entfernt, so dass sie oben mit einander einen einspringenden Winkel bilden, in welchen die Axe des Rades W hineingelegt wird.

Fig. 408.



Bezeichnet P die auf der Axe des Rades W ruhende Last, f den Coëfficienten für gleitende Reibung, so ist fP die Reibung, welche zu überwinden wäre, wenn die Axe des Rades W sich in einem Zapfenlager drehen müsste, und

$$K = f \cdot P \cdot u \qquad 1)$$

ist die mechanische Arbeit, welche durch Ueberwindung dieser Zapfenreibung bei jeder Umdrehung des Rades verrichtet würde, wenn u den Umfang der Axe bezeichnet.

Nun aber dreht sich der Zapfen des Rades W nicht in einem Zapfenlager, sondern auf dem Umfange der Frictionsrollen, deren Axen zusammen nahezu ebenfalls die Last P zu tragen haben, so dass fP nun auch die Summe der Reibung an den Axen der Frictionsrollen bezeichnet. Dreht sich nun das Rad W um, so findet am Umfange seiner Axe eine wälzende Reibung statt, welche sehr unbedeutend ist, allein die Räder A und B einerseits, so wie A' und B' andererseits drehen sich um ihre Axen, und an diesen Axen ist nun die gleitende Reibung zu überwinden.

Die Axe des Rades W macht aber n Umdrehungen, während die Frictionsräder nur eine machen, jeder Umdrehung des Rades W entspricht nur $\frac{1}{n}$ Umdrehung der Frictionsräder, es ist also $K' = \frac{1}{n} f P u'$ die mechanische Arbeit, welche bei jeder Umdrehung des Rades W durch Ueberwindung der Reibung an den Axen der Frictionsrollen überwunden werden muss, wenn u' den Umfang einer jeden dieser Axen bezeichnet.

Es ist aber $\frac{1}{n}$ offenbar gleich $\frac{u}{U}$, wenn u, wie bereits erwähnt, den Umfang der Axe des Rades W, U aber den Umfang einer Frictionsrolle bezeichnet. Folglich ist auch

$$K' = f \,.\, P \,.\, u' \frac{u}{U} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 2)$$

Vergleichen wir den Werth von K' bei 2) mit dem obigen Werth von K, so sehen wir, dass

$$K' = K \frac{u'}{U} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 3)$$

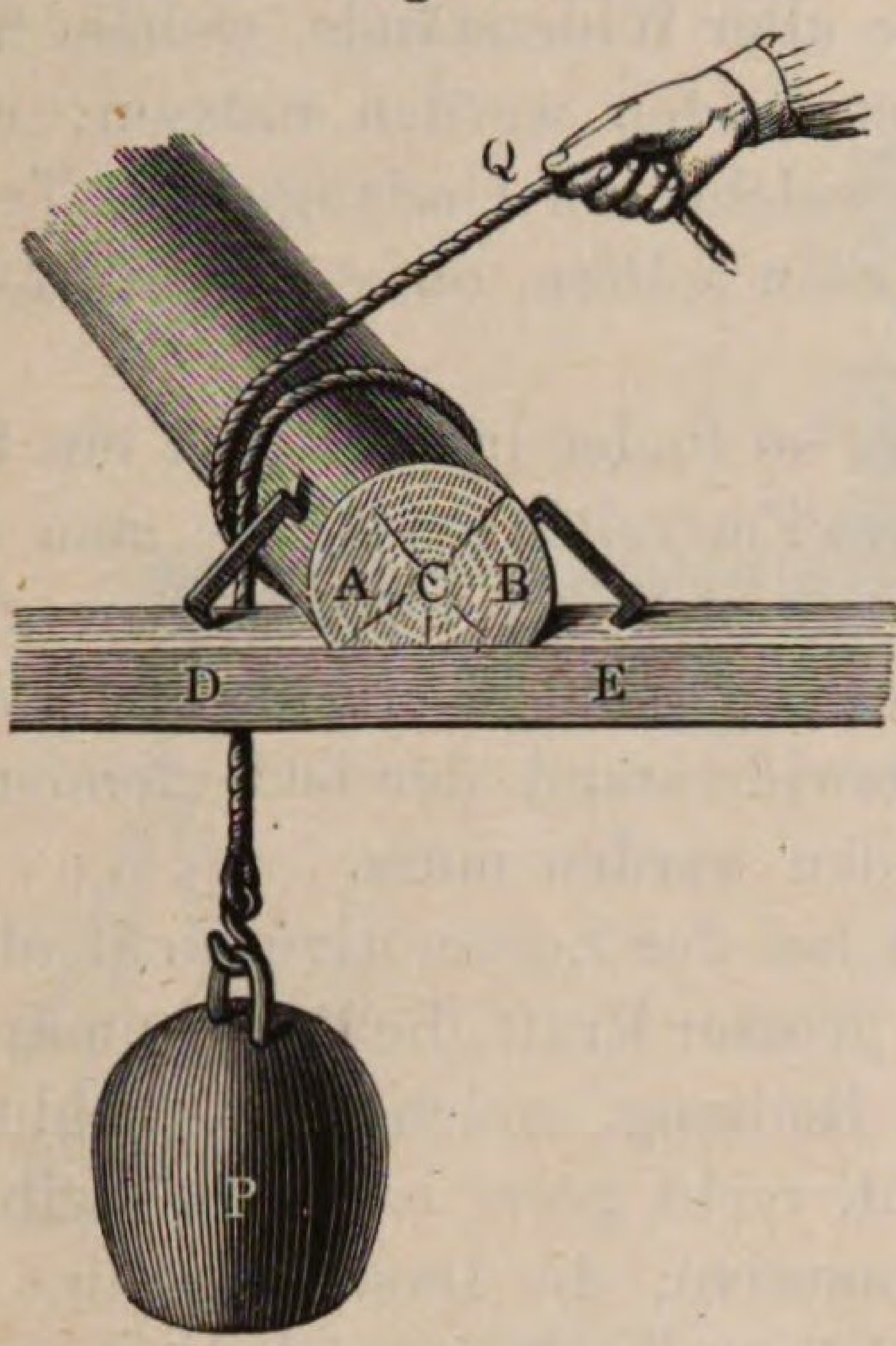
Durch Anwendung der Frictionsrollen wird also die Reibungsarbeit im Verhältniss $\frac{u'}{U}$, d. h. in dem Verhältniss vermindert, in welchem der Umfang der Frictionsrollen zum Umfang ihrer Axen steht, oder auch was dasselbe ist, in dem Verhältniss, in welchem der Halbmesser der Frictionsrollenaxe kleiner ist, als der Halbmesser der Frictionsrolle selbst.

Wäre z. B. der Radius der Frictionsrollenaxe $^1/_{20}$ vom Radius der Frictionsrolle, so würde der zu überwindende Reibungswiderstand nur $^1/_{20}$ von dem sein, welchen die Umdrehung des Rades W erfahren würde, wenn seine Axe direct in Zapfenlagern liefe.

134 **Nutzen und Anwendung der Reibung.** Wir haben bisher die Reibung nur als ein Bewegungshinderniss betrachtet, welches bei Maschinen einen bedeutenden Theil der bewegenden Kraft verzehrt, also offenbar nachtheilig auf den Nutzeffect wirkt; allein diese Reibung, welche hier freilich störend wirkt, bringt uns in anderen Fällen ungleich mehr Vortheil, und in vielen Fällen machen wir von derselben für unsere Zwecke Anwendung.

Zunächst könnten wir ohne Reibung weder sicher gehen noch stehen, wie uns das Glatteis zeigt, auf welchem nur eine stark verminderte Reibung stattfindet; dass der Nagel in der Wand hält, ist lediglich eine Folge der Reibung; ohne Reibung würden wir keinen Körper fest in den Händen halten können, sie würden uns entgleiten wie ein schlüpfriger Aal.

Fig. 409.



Beim Betrieb von Maschinen machen wir häufig Anwendung von der Reibung zur Fortpflanzung der Bewegung; denn nur durch die Reibung wird es möglich, mittelst Seilen oder Riemen die Bewegung eines Rades auf ein anderes zu übertragen, wie dies z. B. bei der Schwungmaschine Fig. 354 auf Seite 290 und bei der Drehbank der Fall ist.

Ein Seil, an dessen einem Ende eine Last *P*, Fig. 409, hängt, sei über einen horizontal liegenden, nicht drehbaren Cylinder geschlungen, so ist die Reibung, welche das Seil am Umfange des Cylinders zu überwinden hat, wenn die Last *P* niedergehen soll, sehr bedeutend, so dass eine geringe Kraft *Q* hinreicht, um das Herabsinken von *P* zu verhindern.

Q	ist ungefähr	0·6000 *P*	bei	1/4	Umwickelung	des	Cylinders,	
Q	„	0·3800 *P*	„	1/2	„	„	„	
Q	„	0·1200 *P*	„	1	„	„	„	
Q	„	0·0150 *P*	„	2	„	„	„	
Q	„	0·0002 *P*	„	4	„	„	„	

Man macht hiervon Gebrauch, um eine grosse untheilbare Last von einer gewissen Höhe herabzulassen, indem man das Seil, an welchem die Last hängt, um einen festgeklammerten runden Stamm schlägt und das andere Ende des Seiles in die Hand nimmt.

So kann ein Fasszieher, wenn er beim Hinablassen eines vollen Fasses in einen Keller das dabei angewandte Seil 3mal um einen quer über die Kellerthür gelegten Stamm wickelt, mit einer Kraft von 25 Pfund eine Last von 132 Centnern ohne Gefahr hinablassen.

Ohne Reibung würde eine Locomotive nicht im Stande sein, einen Wagenzug fortzubringen. Die Kraft der Dampfmaschine der Locomotive bewirkt zunächst eine Umdrehung der Treibräder. Diese Räder laufen nun entweder um, während die Locomotive fortrollt; dann müssen sämmtliche Reibungs- und sonstige Widerstände an dem Wagenzug

überwunden werden, welcher der Locomotive folgt; — oder die Treibräder drehen sich um, während die Locomotive an ihrer Stelle stehen bleibt, dann ist die gleitende Reibung zu überwinden, welche beim Schleifen der Treibräder auf den Schienen entsteht. Es ist nun klar, dass der Zug fortgehen wird, so lange die Summe aller Widerstände, welche beim Fortrollen des ganzen Wagenzuges überwunden werden müssen, noch kleiner ist als die gleitende Reibung, welche am Umfange der Treibräder entstände, wenn sie umgedreht werden sollten, ohne dass die Locomotive fortrollt.

Ist die fortzuziehende Last zu gross, so findet in der That ein Umlaufen der Treibräder ohne entsprechendes Fortrollen statt, wie man dies bei grossen Güterzügen oft bemerkt, wenn der Zug sich in Bewegung setzen soll, weil beim Anfange der Bewegung nicht allein die Reibungswiderstände, sondern auch der Trägheitswiderstand der bedeutenden in Bewegung zu setzenden Masse überwunden werden muss.

Aus dem Allen geht hervor, dass es bei der Locomotive nicht allein darauf ankommt, dass die Maschine mit grosser Kraft die Räder umdreht, sondern auch darauf, dass die gleitende Reibung, welche beim Schleifen der Treibräder auf den Schienen entsteht, recht gross ist; diese Reibung wächst aber mit dem Gewicht der Locomotive; die Dampfmaschine der Locomotive muss also nicht allein die gehörige Kraft entwickeln, sondern die Locomotive selbst muss auch das genügende Gewicht haben, welches um so grösser sein muss, je grössere Lasten fortgezogen werden sollen; deshalb muss man auch nicht allein stärkere, sondern auch schwerere Maschinen anwenden, wenn die Eisenbahn nur eine Steigung von 1 bis $1^1/_2$ Meter auf eine Länge von 100 Meter hat.

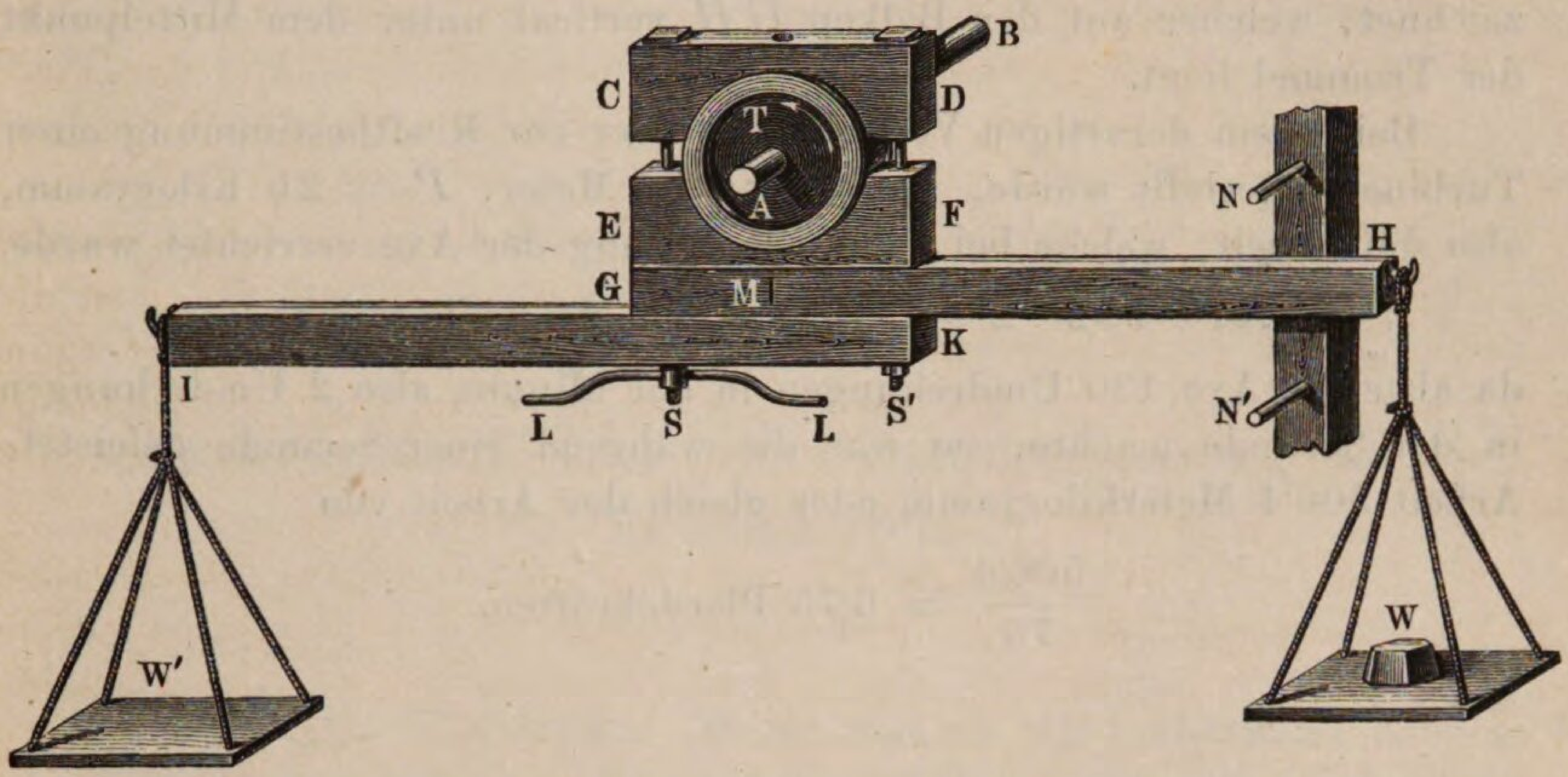
Man wendet die Reibung auch an, um die mechanische Leistung verschiedener Motoren zu bestimmen. In der Regel besteht die Arbeit der Motoren, z. B. der Wasserräder, Dampfmaschinen u. s. w. in der Umdrehung einer Welle, deren Bewegung dann auf irgend eine Weise fortgepflanzt wird. An diese Welle wird nun, um die Leistung des Motors zu bestimmen, während die Maschine keine weitere Arbeit verrichtet, ein sogenanntes Bremsdynamometer oder der nach seinem Erfinder genannte Prony'sche Zaum angelegt, welcher in Fig. 410 dargestellt ist.

AB ist ein Stück der horizontalen Axe, welche durch den Motor, etwa durch ein Wasserrad, umgedreht wird. Auf dieser Axe wird eine eiserne Trommel *T* befestigt, deren Mantelfläche bei ungefähr $^1/_2$ Meter Durchmesser eine Breite von 15 Centimeter hat. Auf den Umfang dieser Trommel ist nun oben das Holzstück *CD* aufgesetzt, dessen fast halbkreisförmiger Ausschnitt gleichen Radius mit der Trommel hat. In dem Ausschnitt eines ähnlichen Holzstückes *EF* liegt die untere Hälfte der Trommel.

Durch Anziehen der Schrauben *S* und *S'* kann man die beiden Holzbacken *CD* und *EF* mehr oder weniger fest auf den Umfang der Trommel andrücken und auch während des Versuchs den Druck mit

Hülfe des Hebels LL reguliren. Unterhalb des Holzbackens EF ist ein im Ganzen ungefähr $2\frac{1}{2}$ Meter langer Balken GH angebracht, welcher bei H eine Wagschale W trägt. Um das Gewicht dieses Wagbalkens GH und der Wagschale W nicht in Rechnung bringen zu müssen, ist

Fig. 410.



ihm entgegengesetzt ein zweiter, dem ersteren gleicher Hebelarm KI angebracht, welcher die Wagschale W' trägt, so dass GH mit W durch IK und W' äquilibrirt ist. Sollte das Gleichgewicht nicht vollständig sein, so kann man es leicht durch Auflegen kleiner Gewichte auf die eine oder andere Wagschale herstellen.

Wenn sich nun die Axe AB in der Richtung des Pfeils umdreht, so würde auch die ganze Brems- und Hebelvorrichtung in der gleichen Richtung gedreht werden, wenn auf W gar kein oder doch ein zu geringes Gewicht aufgelegt wäre. Um die Drehung in dieser Richtung zu begränzen, ist in einem seitlich stehenden verticalen Balken der eiserne Stab N eingesetzt, an welchem der Hebelarm GH alsbald anstossen wird.

Wird auf die Wagschale W ein Gewicht aufgelegt, welches gerade der Reibung am Umfang der rotirenden Trommel T das Gleichgewicht hält, so wird der Hebel GH, unbedeutende Schwankungen abgerechnet, auch während der Rotation der Axe AB in horizontaler Lage verbleiben, während er niedergezogen wird, wenn das auf W aufgelegte Gewicht zu gross ist. Um ein zu weites Herabziehen des Hebels GH zu verhindern, dient der eiserne Stab N'.

Der Versuch wird nun in der Weise angestellt, dass man, während die Axe AB sammt der Trommel T rotirt, das Gewicht W und die Reibung am Umfang von T mit Hülfe des Hebels LL so regulirt, dass der Hebelarm GH in horizontaler Stellung verbleibt. Ist so das Gleichgewicht hergestellt, so hat man noch zu zählen, wie viel Umdrehungen die Axe AB in der Minute macht.

Wenn Alles in der angegebenen Weise regulirt ist, so hält das auf W aufgelegte Gewicht P gerade der Reibung am Umfang der Rolle das Gleichgewicht, und die Arbeit, welche die Maschine bei jeder Umdrehung der Axe verrichtet, ist gleich $P \,.\, 2\pi r$, wenn r den Abstand des Hakens, an welchem die Wagschale W aufgehängt ist, von dem Punkt M bezeichnet, welcher auf den Balken GH vertical unter dem Mittelpunkt der Trommel liegt.

Bei einem derartigen Versuche, welcher zur Kraftbestimmung einer Turbine angestellt wurde, war $r = 1{\cdot}92$ Meter, $P = 21$ Kilogramm, also die Arbeit, welche bei jeder Umdrehung der Axe verrichtet wurde,

$$21 \,.\, 1{\cdot}92 \,.\, 2 \,.\, 3{\cdot}14 = 253{\cdot}2 \text{ Meterkilogramm,}$$

da aber die Axe 120 Umdrehungen in der Minute, also 2 Umdrehungen in der Secunde machte, so war die während einer Secunde geleistete Arbeit 506·4 Meterkilogramm oder gleich der Arbeit von

$$\frac{506{\cdot}4}{75} = 6{\cdot}75 \text{ Pferdekräften.}$$

Achtes Capitel.

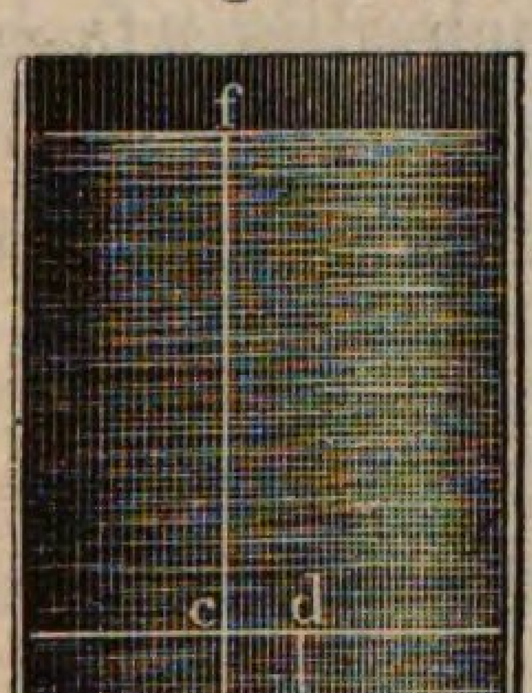
Hydrodynamik oder die Bewegungsgesetze der Flüssigkeiten.

Toricelli's Theorem. Wenn man in die Seitenwand oder in den Boden eines mit einer Flüssigkeit gefüllten, oben offenen Gefässes ein Loch macht, welches im Vergleich mit den Dimensionen des Gefässes klein ist, so strömt die Flüssigkeit mit einer Geschwindigkeit aus, welche um so grösser ist, je tiefer sich die Oeffnung unter dem Spiegel der Flüssigkeit befindet. Der Zusammenhang zwischen Ausflussgeschwindigkeit und Druckhöhe lässt sich am einfachsten auf folgende Weise ausdrücken: Die Ausflussgeschwindigkeit ist gerade so gross wie die Geschwindigkeit, welche ein frei fallender Körper erlangen würde, wenn er von dem Spiegel der Flüssigkeit bis zur Ausflussöffnung herabfiele. 135

Dieser Satz ist unter dem Namen des Toricelli'schen Theorems bekannt. Er lässt sich durch folgende Schlussweise ableiten.

Wenn die Flüssigkeitsschicht *abcd*, Fig. 411, welche sich unmittelbar über der Oeffnung *ab* befindet, frei herabfiele, ohne durch die über ihr lastende Flüssigkeit beschleunigt zu sein, so würde sie die Oeffnung mit derjenigen Geschwindigkeit verlassen, welche der Höhe *ac* entspricht, die wir mit *h* bezeichnen wollen. Diese Geschwindigkeit ist $v = \sqrt{2gh}$ (S. 272). Nun aber ist die ausströmende Schicht nicht bloss durch ihre eigene Schwere beschleunigt, sondern durch die Schwere der ganzen auf ihr lastenden Flüssigkeit. Die beschleunigende Kraft der Schwere g verhält sich demnach zur beschleunigenden Kraft g', welche die flüssigen Theilchen wirklich austreibt, wie *ac* zu *af* oder wie h zu s, wenn die Druckhöhe mit s bezeichnet wird, d. h.

Fig. 411.



$$h : s = g : g',$$

und also ist die auf die ausfliessende flüssige Schicht wirkende beschleunigende Kraft $g' = \frac{g}{h}\,s$. Wenn aber die beschleunigende Kraft, welche auf die ausfliessende Schicht wirkt, nicht g, sondern g' ist, so ist auch die Ausflussgeschwindigkeit $v' = \sqrt{2g'h}$, und wenn wir in diesen Werth von v' den eben abgeleiteten Werth von g' setzen, so erhalten wir für die Ausflussgeschwindigkeit den Werth

$$v' = \sqrt{2gs} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 1)$$

Dies ist aber dieselbe Geschwindigkeit, welche ein Körper erlangt, wenn er eine Höhe s durchfällt.

Aus diesem Satze folgt unmittelbar:

1) Die Ausflussgeschwindigkeit hängt nur von der Tiefe der Oeffnung unter dem Niveau, aber nicht von der Natur der Flüssigkeit ab, da in Gleichung 1) der Werth des specifischen Gewichts der Flüssigkeit gar nicht vorkommt. Bei gleichen Druckhöhen muss also Wasser und Quecksilber gleich schnell ausfliessen. Jede Quecksilberschicht wird zwar durch einen Druck ausgetrieben, welcher 13·6mal so gross ist als beim Wasser, dagegen ist aber auch die Masse eines Quecksilbervolumens, welches ausfliesst, 13·6mal grösser als die eines gleich grossen Wasservolumens.

2) Die Ausflussgeschwindigkeiten verhalten sich wie die Quadratwurzeln der Druckhöhen. Aus einer Oeffnung, welche 100 Zoll unter dem Wasserspiegel liegt, muss also das Wasser mit 10mal grösserer Schnelligkeit ausfliessen, als aus einer anderen, welche nur 1 Zoll unter dem Niveau liegt.

Den letzteren Satz kann man auch in folgender Weise ableiten:

Es sei v die Geschwindigkeit, mit welcher der Wasserstrahl bei einer Druckhöhe 1 hervorspringt und m die in 1 Secunde ausfliessende Wassermenge, so ist die in 1 Secunde geleistete Arbeit

$$a = m.v.$$

Bei hfacher Druckhöhe wird die Ausflussgeschwindigkeit nmal so gross, der nfachen Geschwindigkeit entspricht aber auch die nfache Ausflussmenge. Bei hfacher Druckhöhe wird also die Ausflussgeschwindigkeit nv und die Ausflussmenge $n.m$, die in 1 Secunde geleistete Arbeit wird also

$$A = n.m \times n.v = n^2.m.v.$$

Bei hfacher Druckhöhe wird aber unter sonst gleichen Umständen offenbar die hfache Arbeit geleistet, wir haben also

$$A = h.a,$$

mithin auch

$$ha = n^2.m.v,$$

oder

$$h = n^2$$

und

$$n = \sqrt{h},$$

was zu beweisen war.

Apparate zu Versuchen über die Ausflussgeschwindigkeit. 136 Um das Toricelli'sche Gesetz durch das Experiment zu prüfen, wendet man Gefässe an, deren Rauminhalt bedeutend ist im Vergleich zu der Grösse der Oeffnung. Die Oeffnungen selbst müssen in ganz dünne Metallblättchen gemacht sein, welche man in die Seitenwand oder in den Boden des Gefässes einsetzen kann; denn wenn die

Fig. 412.

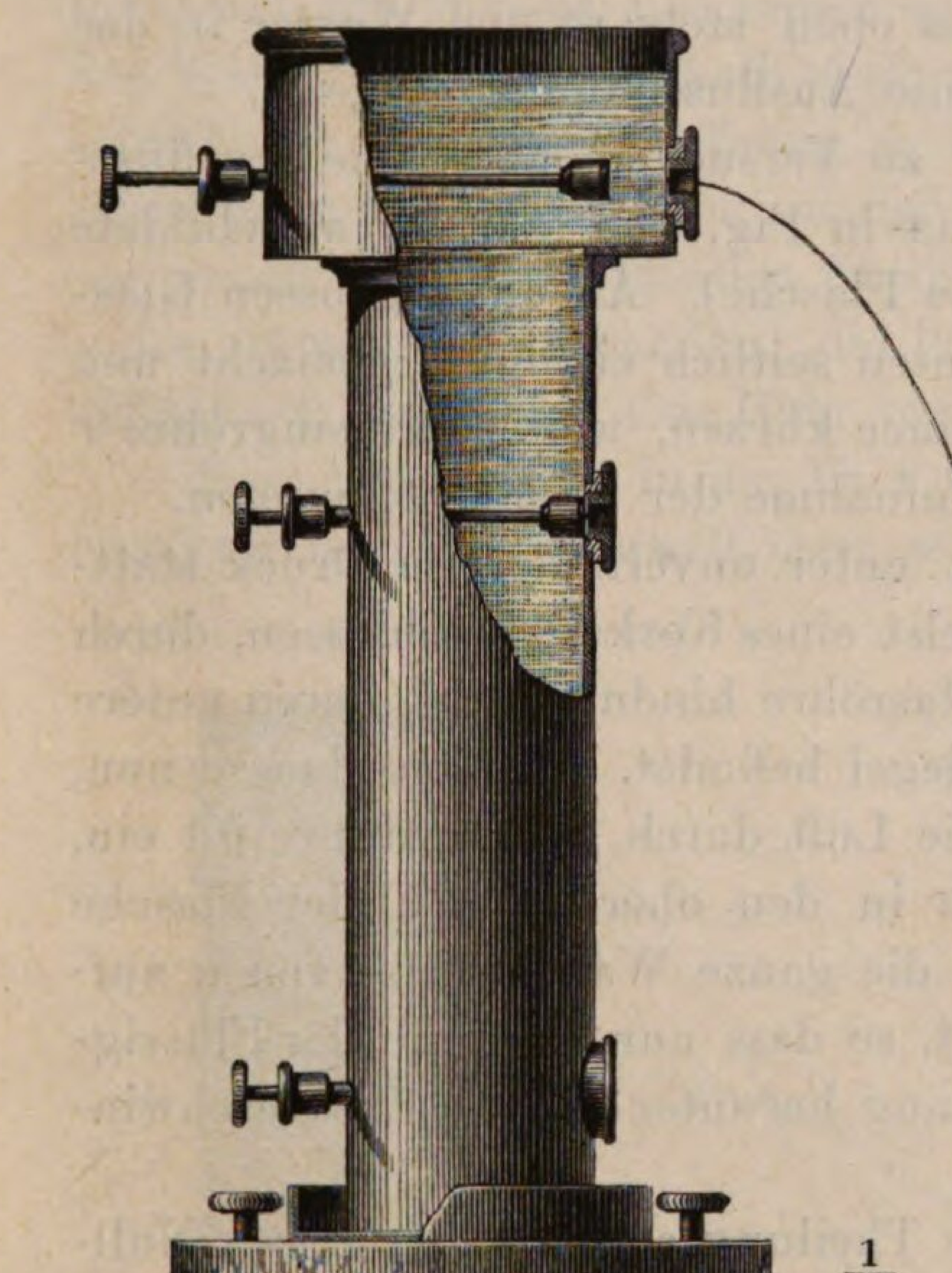
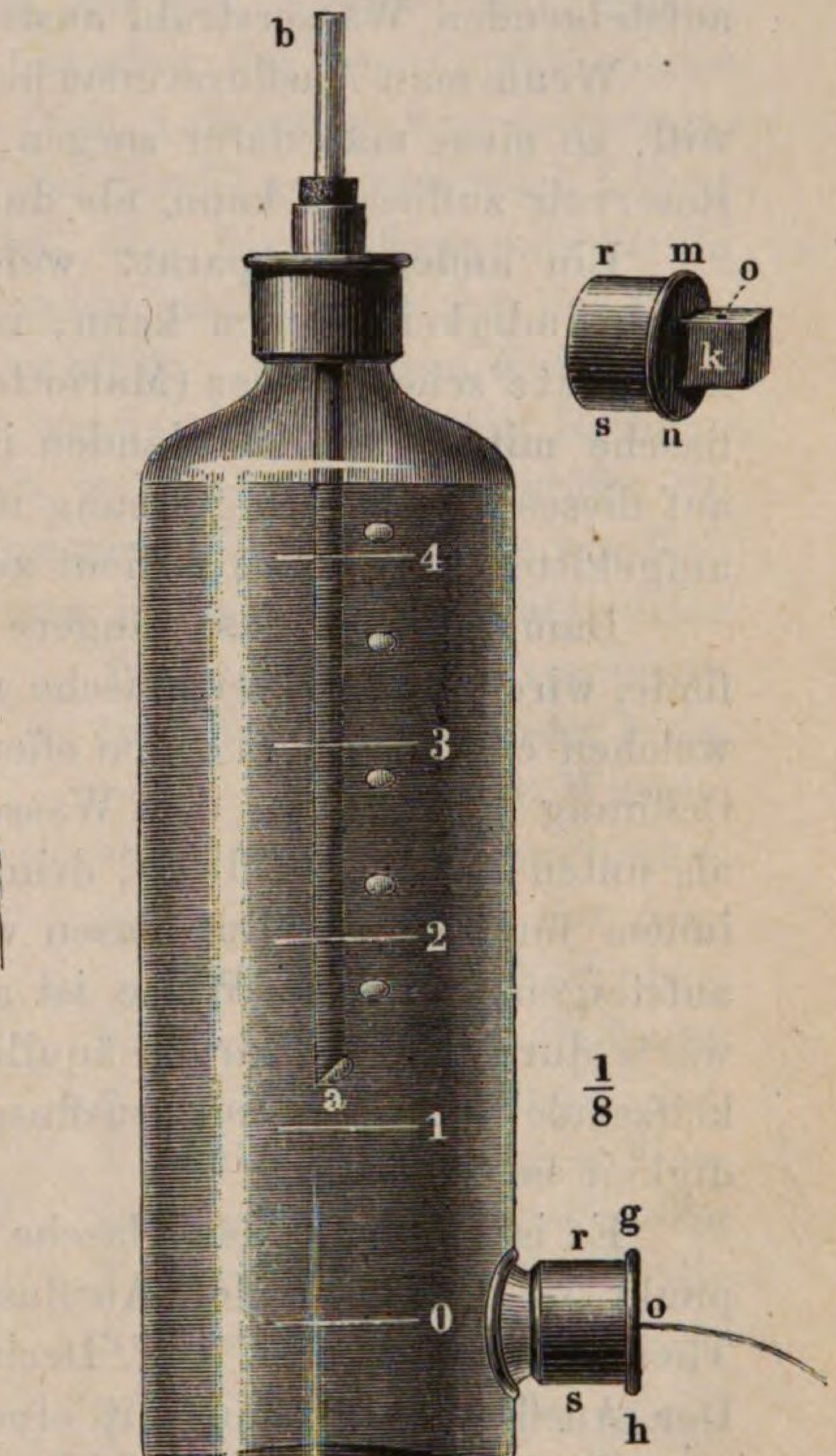


Fig. 413.



Oeffnungen sich in einer dicken Wand befänden, so würde die Ausflussgeschwindigkeit zu sehr durch die Reibung an den Wänden der Oeffnung vermindert werden.

Besonders zweckmässig zu Versuchen über den Ausfluss von Flüssigkeiten ist der Fig. 412 abgebildete, im Wesentlichen nach Weisbach construirte Apparat. Die drei Ausflussöffnungen liegen 1, 4 und 9 Decimeter unter einem im oberen Theile des Gefässes angebrachten Merk-

zeichen, bis zu welchem es mit Wasser gefüllt wird. Der Verschluss der Ausflussöffnungen wird durch kleine mit vulcanisirtem Kautschuk besetzte Kolben bewerkstelligt, welche man nach Belieben auf die Oeffnung aufdrücken, wie es die mittlere Oeffnung darstellt, oder von derselben zurückziehen kann, wie man es bei der obersten Oeffnung sieht. Den Oeffnungen gegenüber sind Stopfbüchsen angebracht, durch welche die Stangen hindurchgehen, mittelst deren man jene Kolben vor- und rückwärts schieben kann.

Statt der in unserer Figur dargestellten Ausflussöffnungen, aus welchen der Wasserstrahl in horizontaler Richtung hervorspringt, kann man auch kurze Röhren anschrauben, welche mit einer nach oben gerichteten Oeffnung versehen sind, so dass man auch Versuche mit dem aufsteigenden Wasserstrahl anstellen kann.

Wenn man Ausflussversuche bei unveränderter Druckhöhe anstellen will, so muss man dafür sorgen, dass oben stets so viel Wasser in das Reservoir zufliessen kann, als durch die Ausflussöffnung abfliesst.

Ein anderer Apparat, welcher zu Versuchen über die Ausflussgeschwindigkeit dienen kann, ist das in Fig. 413 (a. v. S.) abgebildete Mariotte'sche Gefäss (Mariotte'sche Flasche). An einer grossen Glasflasche mit verticalen Wänden ist unten seitlich ein Loch gemacht und auf dieses eine Messingfassung mit einer kurzen, weiten Messingröhre *r* aufgekittet. Die Röhre *r* dient zur Aufnahme der Ausflussöffnungen.

Damit der Ausfluss längere Zeit unter unverändertem Druck stattfinde, wird der Hals der Flasche mittelst eines Korkes verschlossen, durch welchen eine oben und unten offene Glasröhre hindurchgeht, deren untere Oeffnung *a* sich unter dem Wasserspiegel befindet. In dem Maasse nun, als unten Wasser ausfliesst, dringt die Luft durch die Glasröhre *ba* ein, indem fortwährend Luftblasen von *a* in den oberen Theil der Flasche aufsteigen; auf diese Weise ist aber die ganze Wassermasse von *a* aufwärts durch den Luftdruck äquilibrirt, so dass nur die Höhe der Flüssigkeitssäule von *a* bis zur Ausflussöffnung herunter die Ausflussgeschwindigkeit bedingt.

Es ist nun auf der Flasche eine Theilung angebracht, deren Nullpunkt in der Höhe der Ausflussöffnung liegt, während die folgenden Theilstriche 1, 2, 3 u. s. w. Decimeter über demselben angebracht sind. Der Ausfluss wird nun mit einer Geschwindigkeit stattfinden, welche einer Druckhöhe von 1, 2, 3 oder 4 Decimetern entspricht, wenn man die Röhre so stellt, dass ihr unteres Ende sich in der Höhe des Theilstrichs 1, 2, 3 oder 4 befindet.

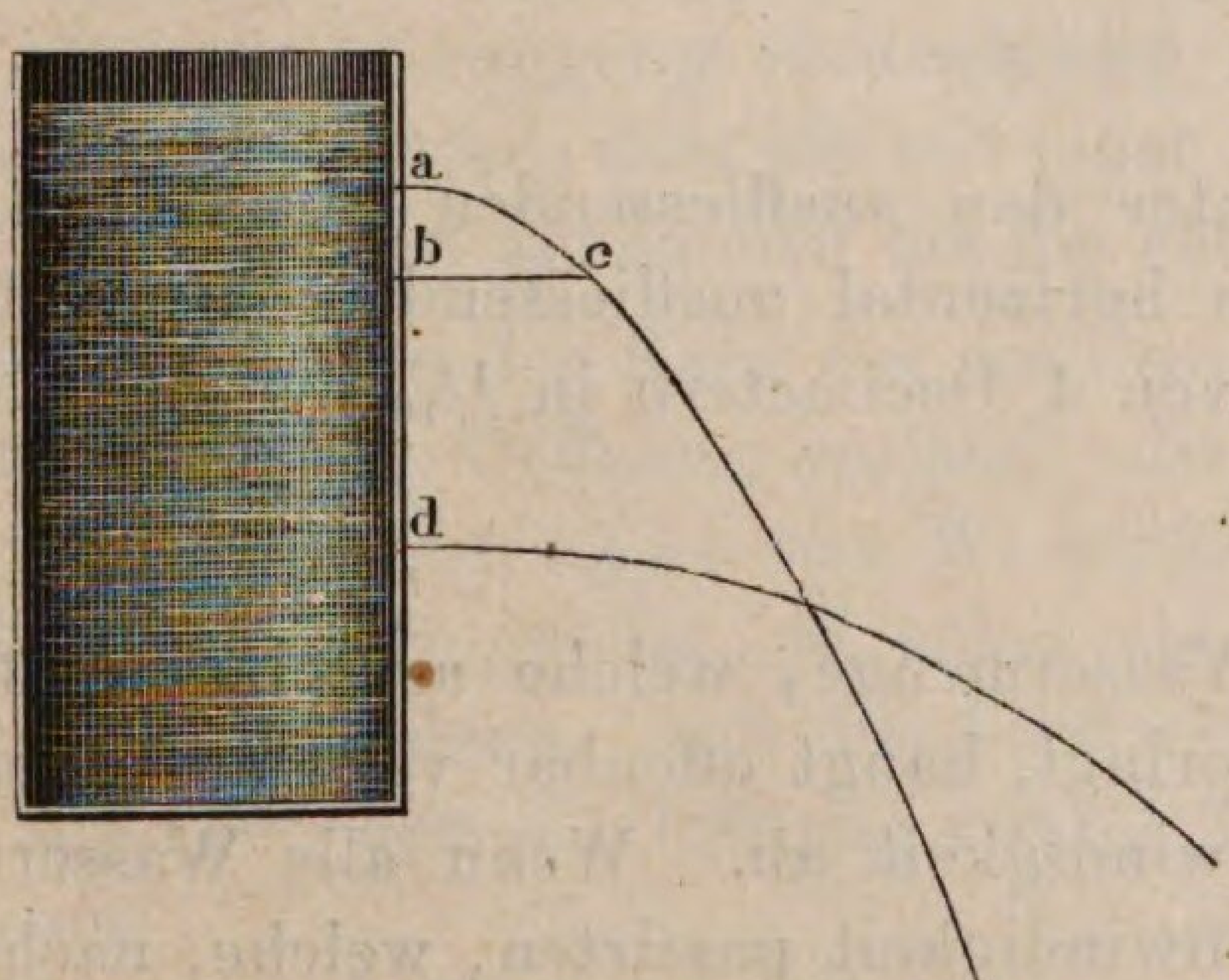
Um einen Wasserstrahl vertical in die Höhe springen zu lassen, kann man ein gebogenes kurzes Glasröhrchen mittelst eines Korkes in *r* einsetzen, wie es die Figur zeigt, oder, wenn die Reibung im engen Rohr vermieden werden soll, ein weiteres gebogenes Metallrohr anschrauben, welches oben mit horizontaler dünner Platte endigt, in welcher die Oeffnung angebracht ist.

Versuche über Ausflussgeschwindigkeit. Um das oben 137
in §. 135 entwickelte Gesetz durch den Versuch zu prüfen, scheint es am einfachsten, einen Wasserstrahl vertical in die Höhe steigen zu lassen; denn wenn man das Wasser aus der Oeffnung in dünner Wand vertical nach Oben ausströmen lässt, so sollte man erwarten, dass der Wasserstrahl vollkommen die Druckhöhe erreichen würde; hat man also in dem Apparate Fig. 413 die Röhre *ab* so hoch in die Höhe gezogen, dass ihr unteres Ende sich in der Höhe des Theilstrichs 4 befindet, so müsste der verticale Wasserstrahl bis zur Höhe dieses Theilstrichs 4, also bis *d* steigen.

Der Versuch aber zeigt, dass der verticale Wasserstrahl die theoretische Höhe nicht erreicht, woran jedoch nur die Bewegungshindernisse Schuld sind; den wesentlichen Einfluss übt aber das vom Gipfel wieder herabfallende Wasser aus, indem es das freie Aufsteigen des nachfolgenden Wassers hindert; deshalb steigt auch der Strahl augenblicklich höher, sobald man die Ausflussöffnung so wendet, dass der ausfliessende Strahl einen ganz kleinen Winkel mit der Verticalen macht, dass also das Wasser neben dem aufsteigenden Strahle herabfällt. In diesem Falle kann unter günstigen Umständen, das heisst wenn möglichst wenig Reibung stattfindet, der Strahl eine Höhe erreichen, welche 0·9 der Druckhöhe ist.

Eine bessere und in der That vollkommen genügende Uebereinstimmung mit dem Gesetz erhält man, wenn man mit horizontal ausfliessenden Wasserstrahlen experimentirt. Ein in horizontaler Richtung ausfliessender Wasserstrahl beschreibt eine Parabel, deren Gestalt von der Ausflussgeschwindigkeit abhängt. Gesetzt die Oeffnung *a*, Fig. 414, befände sich 1 Decimeter unter dem Wasserspiegel, so ist nach dem Toricelli'schen Gesetz die Ausflussgeschwindigkeit

Fig. 414.



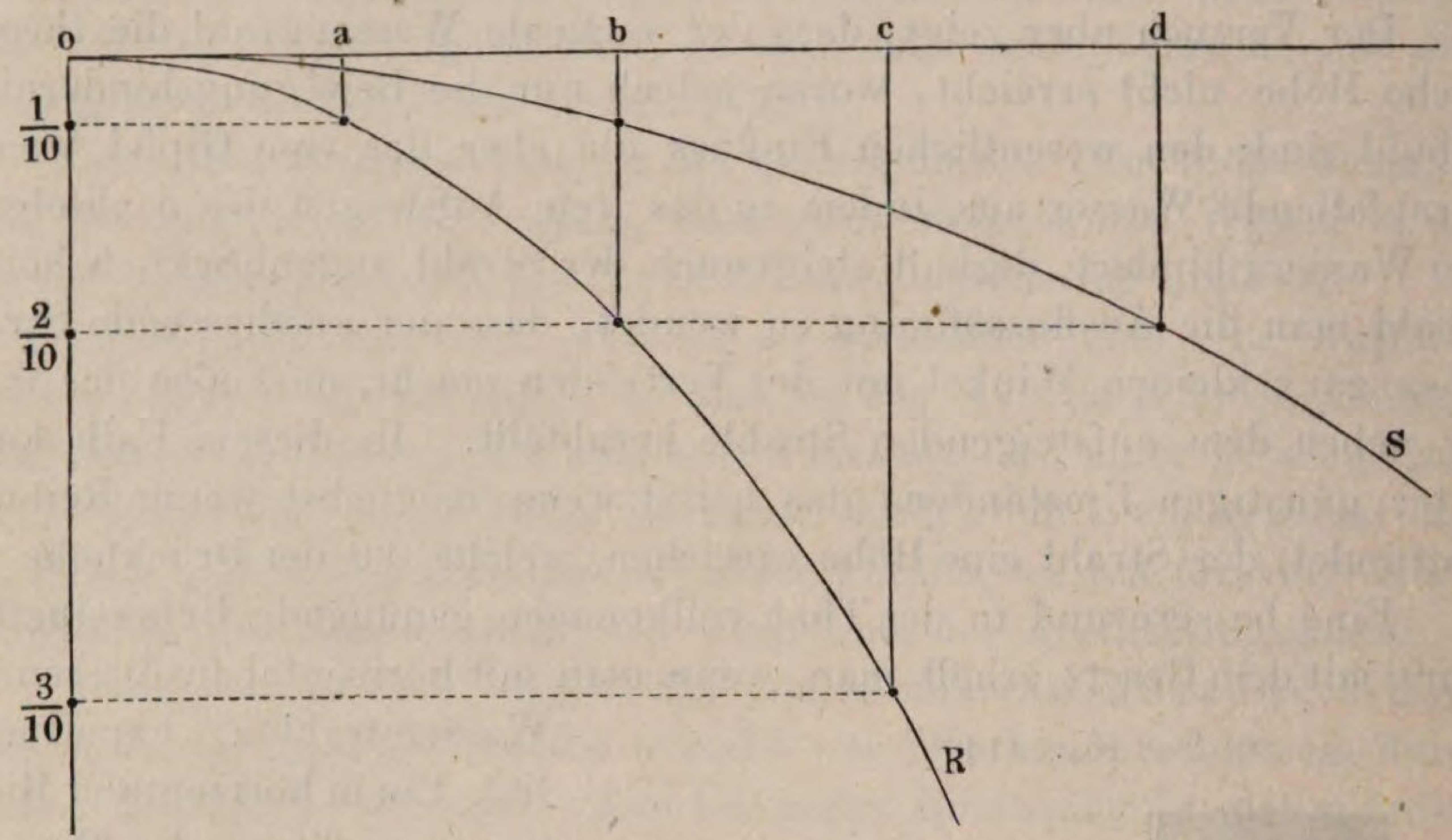
$$\sqrt{2 \,.\, 9{\cdot}8 \,.\, 0{\cdot}1} = 1{\cdot}4 \text{ Meter.}$$

Wenn also ein Wassertheilchen in einem bestimmten Momente die Oeffnung verlässt, so wird es nach 1 Secunde in horizontaler Richtung 1·4 Meter von derselben entfernt sein. Ein eben ausströmendes Wassertheilchen wird also nach $^2/_{10}$ Secunden in horizontaler Richtung 0·28 Meter von der Oeffnung entfernt sein; in $^2/_{10}$ Secunden fällt es aber um 0·196 Meter herab. Wenn man demnach von der Oeffnung *a*, Fig. 414, in verticaler Richtung die Länge $ab = 0{\cdot}196$ Meter herab misst, so muss eine von *b* aus in horizontaler Richtung nach dem Wasserstrahle hin gezogene Linie *bc* denselben in einer Entfernung von 0·28 Meter treffen.

Aus einer Oeffnung *d*, welche 4mal so tief unter dem Wasserspiegel liegt als *a*, strömt der Wasserstrahl mit der doppelten Geschwindigkeit hervor. Wenn man also von *d* aus 0·196 Meter herabmisst und dann in horizontaler Richtung eine Linie gegen den Strahl hingezogen denkt, so muss sie denselben in einer Entfernung 2 . 0·28, also in einer Entfernung von 0·56 Meter treffen.

Dass der horizontal ausfliessende Wasserstrahl in der That die dem Gesetz entsprechende Parabel beschreibt, davon überzeugt man sich am besten, wenn man die Parabel auf Papier oder auf einem Brette con-

Fig. 415.



struirt und sie dann dicht hinter den ausfliessenden Strahl hält. In Fig. 415 sind die Parabeln des horizontal ausfliessenden Wasserstrahls für eine Druckhöhe von 1 und von 4 Decimetern in $^1/_{10}$ der natürlichen Grösse construirt.

138 **Ausflussmenge.** Die Wassermenge, welche aus einer Oeffnung in einer gegebenen Zeit hervorspringt, hängt offenbar von der Grösse der Oeffnung und der Ausflussgeschwindigkeit ab. Wenn alle Wassertheilchen die Oeffnung mit der Geschwindigkeit passirten, welche, nach dem Toricelli'schen Theorem, der Druckhöhe entspricht, so würde die in einer Secunde ausfliessende Wassermenge einen Cylinder bilden, dessen Basis gleich der Oeffnung und dessen Höhe gleich dem Wege ist, den ein Wassertheilchen vermöge seiner Geschwindigkeit in einer Secunde zurücklegt. Dieser Weg ist nun aber die Ausflussgeschwindigkeit selbst, also $\sqrt{2gs}$, und wenn wir also den Flächeninhalt der Oeffnung mit f bezeichnen, so ist die Ausflussmenge in einer Secunde

$$m = f \,.\, \sqrt{2gs}.$$

Für eine Druckhöhe von 0·1 Meter, welcher eine Ausflussgeschwindigkeit von 140 Centimeter entspricht, und eine Oeffnung von 2 Milli-

meter Durchmesser, welche also 0·0314 Quadratcentimeter Querschnitt hat, giebt die Rechnung eine Ausflussmenge von 4·4 Cubikcentimeter per Secunde, also 264 Cubikcentimeter per Minute.

Stellt man den Versuch an, so findet man nur eine Ausflussmenge von 169 Cubikcentimetern.

Diese Differenz zwischen der sogenannten theoretischen und der beobachteten Ausflussmenge beweist unwiderleglich, dass nicht alle Wassertheilchen die Oeffnung mit der Geschwindigkeit passiren, welche der Druckhöhe entpricht. In der That haben im Querschnitt der Oeffnung nur die in der Mitte sich befindenden Wasserfäden diese Geschwindigkeit, während sie für die mehr nach dem Rande der Oeffnung hin ausfliessenden geringer ist, wie dies auch nothwendig nach der folgenden Betrachtung sein muss.

In einem weiten Gefässe mit enger Oeffnung kann die ganze flüssige Masse, mit Ausnahme der in der Nähe der Oeffnung befindlichen Theile, als ruhend betrachtet werden. Die nach einander ausströmenden Schichten beginnen also ihre Bewegung nicht zu gleicher Zeit, die vordersten haben bereits das Maximum der Geschwindigkeit erreicht, während die hintersten erst ihre Bewegung beginnen. Es würde dies ein Zerreissen der auf einander folgenden Schichten zur Folge haben, wenn sich leere Räume bilden könnten. Weil dies aber nicht möglich ist, so ziehen sich die einzelnen Schichten mehr in die Länge, während ihr Durchmesser abnimmt; in dem Maasse nun, als der Querschnitt der Schichten sich vermindert, müssen andere Wassertheilchen von den Seiten zufliessen; da diese aber ihre Bewegung rechtwinklig gegen die Oeffnung erst später beginnen, so ist klar, dass sie mit einer geringeren Geschwindigkeit in der Oeffnung selbst ankommen als die centralen Wasserfäden.

Während also der Kern des ausfliessenden Strahls in dem Momente, in welchem er die Oeffnung verlässt, die der Druckhöhe entsprechende Geschwindigkeit hat, ist er von Wasserfäden umgeben, deren Geschwindigkeit um so geringer ist, je näher sie dem Rande der Oeffnung sind, und daraus folgt denn, dass die Ausflussmenge geringer sein muss, als wenn alle Theilchen die Oeffnung mit der Geschwindigkeit des Kernstrahls verliessen.

Die wahre Ausflussmenge beträgt ungefähr 64 Procent der sogenannten theoretischen. Die wahre Ausflussmenge ist also

$$M = c \,.\, f \,.\, \sqrt{2gs},$$

wo man für den constanten Factor c den Zahlenwerth 0·64 zu setzen hat. Mit wachsender Druckhöhe nimmt der Zahlenwerth des constanten Factors c etwas ab.

Constitution des ausfliessenden Strahles. Gleich nachdem der flüssige Strahl die Oeffnung verlassen hat, beobachtet man eine auffallende Veränderung desselben; er zieht sich rasch zusammen; in einer 139

Entfernung von der Oeffnung, welche dem Halbmesser der Oeffnung gleich ist, beträgt der Flächeninhalt des Querschnitts des Strahles nur noch $^2/_3$ vom Flächeninhalte der Oeffnung selbst, so dass also an dieser Stelle der Durchmesser des Strahles ungefähr 0·8 vom Durchmesser der Oeffnung ist.

F. 417. F. 418.

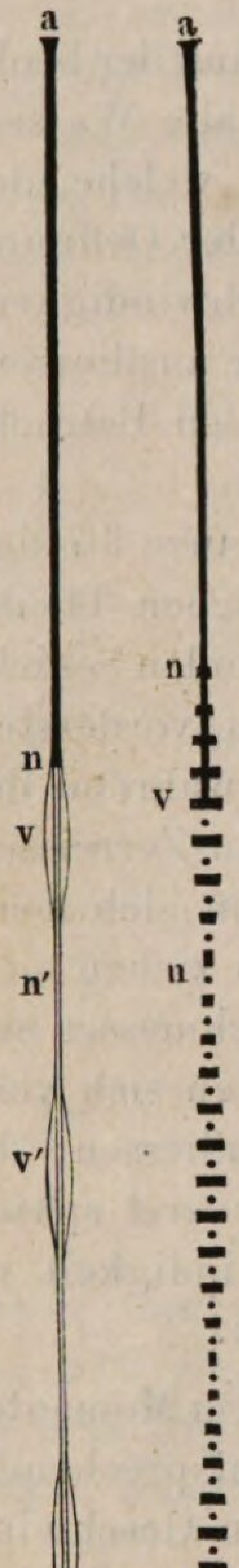
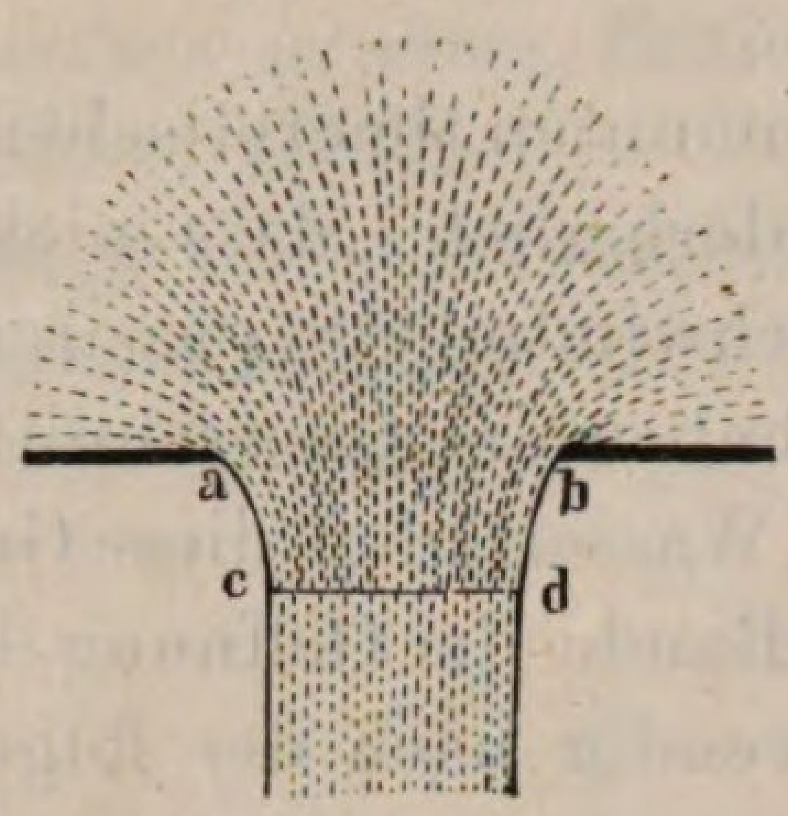


Fig. 416.



Dieses Zusammenziehen des Strahles wird mit dem Namen der *Contractio venae* bezeichnet.

Man glaubte früher, dass von der bezeichneten Stelle an der Strahl sich wieder ausbreitete; Savart hat aber gezeigt, dass ein solches Contractionsmaximum nur bei aufwärts gerichteten Strahlen stattfinde; bei anderen Strahlen nimmt die Zusammenziehung fortwährend, wenn auch kaum merklich, zu.

Die Fig. 416 stellt diese Contraction des Strahles dar; die Entfernung von der Oeffnung *ab* bis zu der Stelle *cd*, von welcher an die fernere Zusammenziehung fast unmerklich wird, ist etwas grösser als der Halbmesser der Oeffnung selbst. *cd* ist ungefähr $^8/_{10}$ der Länge *ab*.

Die Ursache der *Contractio venae* ist wohl keine andere als die, welche schon im Inneren des Gefässes den Seitenzufluss der Wassertheilchen veranlasst.

Verfolgen wir den flüssigen Strahl auf seinem Laufe weiter, so finden wir, dass er aus zwei wohl zu unterscheidenden Theilen besteht; der eine Theil, welcher der Oeffnung zunächst liegt, ist ruhig und durchsichtig wie ein massiver Glasstab, der andere entferntere Theil erscheint zerrissen und aus einer Reihe getrennter Tropfen bestehend.

Fig. 417 stellt einen flüssigen, von oben nach unten gerichteten Strahl dar, wie er dem Auge erscheint; *an* ist der klare Theil; in *n* beginnt der gestörte Theil des Strahles, welcher abwechselnd aus Bäuchen und Knoten besteht. Fig. 418 stellt den Strahl dar, wie er nach Savart's Untersuchungen wirklich ist. Der ganze gestörte Theil ist aus einer Reihe von Tropfen zusammengesetzt. Die Bäuche bestehen aus breiten, in horizontaler Richtung ausgedehnten Tropfen, die Knoten aber aus solchen, welche in verticaler Richtung verlängert sind. Da aber die Knoten und Bäuche eine fixe Stellung haben, so muss ein und derselbe Tropfen abwechselnd breit und lang werden, je nachdem er sich an der Stelle eines Bauches oder Knotens befindet; jeder Tropfen muss also in regelmässigen Perioden aus einer Gestalt in die andere übergehen. Alle Tropfen scheinen gleiche Grösse zu haben und denselben Veränderungen unterworfen zu sein. Zwi-

schen je zwei dieser Tropfen scheint noch ein weit kleinerer sich zu befinden, wodurch die Bäuche ein röhrenartiges Ansehen erhalten.

Die Gegenwart der Luft hat auf die Form und die Dimensionen des Strahles keinen Einfluss.

Wenn die Oeffnungen nicht kreisförmig sind, so erleidet der Strahl sehr merkwürdige Formveränderungen. Ein Strahl z. B., welcher aus einer quadratischen Oeffnung in horizontaler Richtung hervorspringt, hat in verschiedenen Entfernungen von der Oeffnung die Querschnitte, Fig. 419, 420 und 421. Es rührt dies gewiss grösstentheils daher, dass die Stelle, bis zu welcher hin die starke Contraction stattfindet, nicht für alle Theilchen in gleicher Entfernung von der Oeffnung liegt, weil ja der Durchmesser der Oeffnung nicht nach allen Richtungen derselbe ist.

Fig. 419.

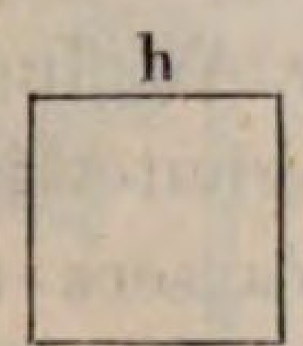


Fig. 420.

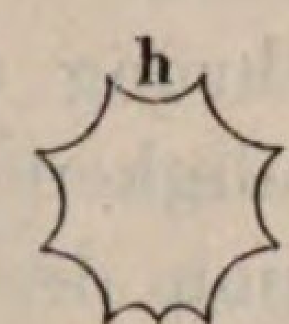
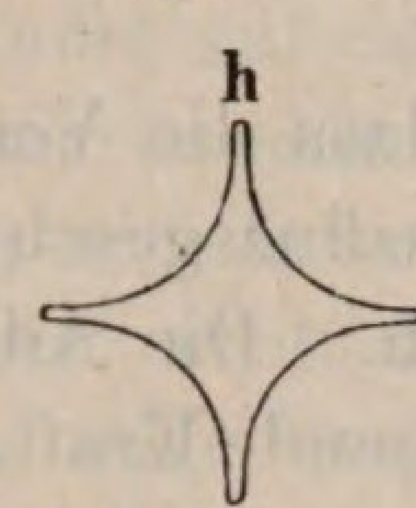


Fig. 421.



Einfluss der Ansatzröhren auf die Ausflussmenge. Wenn der Ausfluss nicht durch Oeffnungen geschieht, welche in eine dünne Wand gemacht sind, sondern durch kurze Röhren, so finden merkwürdige Modificationen statt, die wir jetzt näher betrachten wollen. 140

Wenn die kurze Ansatzröhre selbst die Gestalt des contrahirten Strahles hat, so übt sie weiter keinen Einfluss auf die Ausströmung des Wassers aus.

Durch kurze cylindrische und nach Aussen konisch erweiterte Ansatzröhren fliesst der Strahl entweder frei durch, wie durch eine Oeffnung, welche gleichen Durchmesser mit dem inneren Ende der Röhre hat,

Fig. 422.

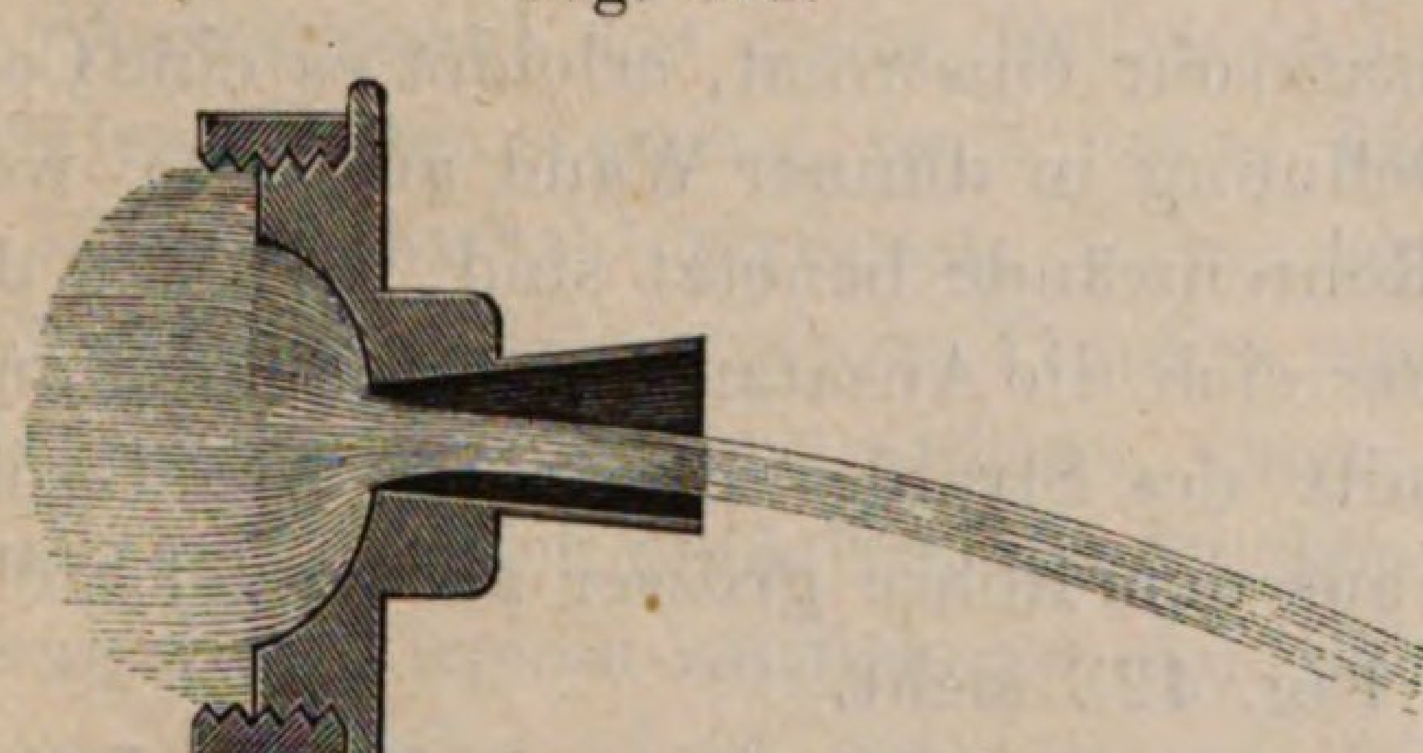


Fig. 423.

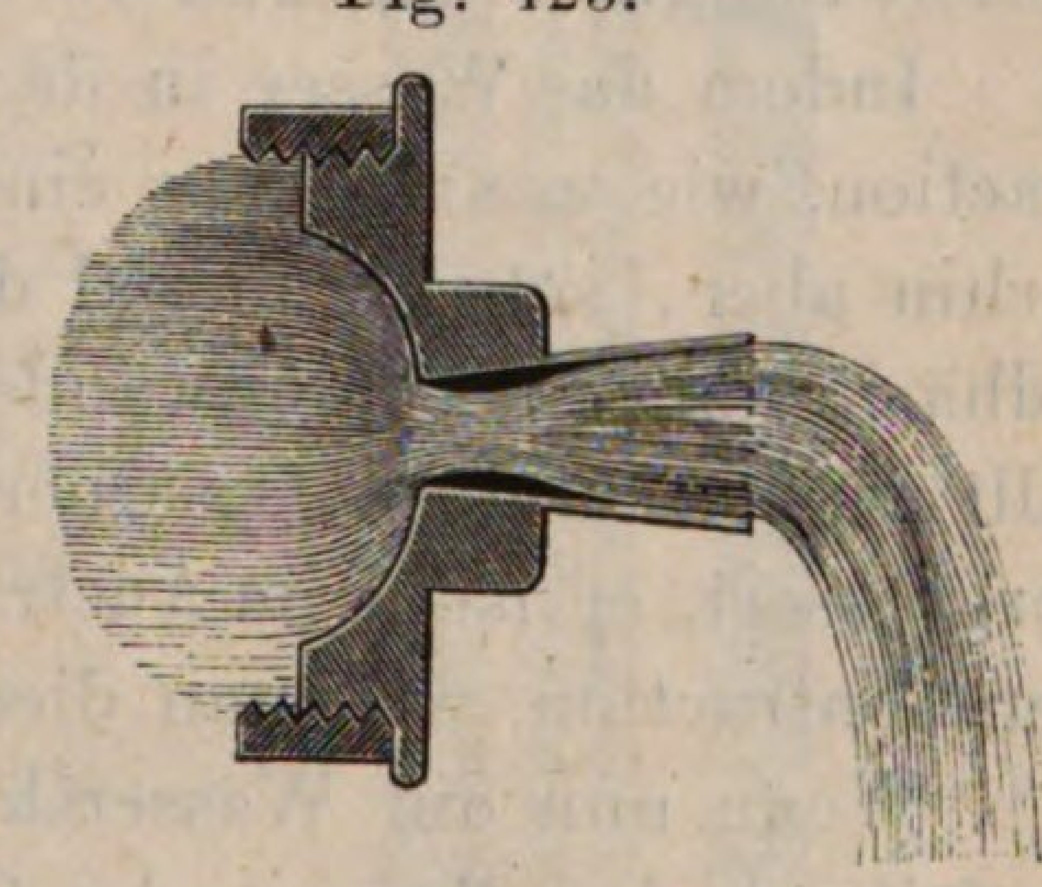


Fig. 422, und in diesem Falle übt die Röhre keinen Einfluss aus; oder das Wasser hängt sich an die Wände der Röhre, so dass die Flüssigkeit die ganze Röhre ausfüllt und ein Strahl vom äusseren Durchmesser der Röhre ausfliesst, Fig. 423; in diesem Falle veranlasst die Ansatzröhre eine Verminderung der Ausflussgeschwindigkeit und eine Vermehrung der Ausflussmenge. Während eine Oeffnung in dünner Wand 0·64 der theoretischen Ausflussmenge giebt, erhält man durch eine cylindrische Ansatzröhre 84 Procent, vorausgesetzt, dass die Länge der Röhre ihrem

vierfachen Durchmesser gleich ist. Bei geringer Druckhöhe ist der Strahl stets anhängend, bei grosser Druckhöhe hingegen ist er frei. Bei mittlerem Drucke kann man ihn nach Belieben bald frei, bald anhängend machen; ein geringes Hinderniss stellt das Anhängen her, und oft reicht ein ganz schwacher Stoss hin, um den Strahl wieder frei zu machen.

Ein konisches nach aussen erweitertes Ansatzrohr bewirkt, im Falle es voll ausfliesst, wie in Fig. 423, eine noch grössere Vermehrung der Ausflussmenge als ein cylindrisches.

Es ist bereits bemerkt worden, dass die Vermehrung der Ausflussmenge von einer Verminderung der Ausflussgeschwindigkeit begleitet ist. Der Grund davon ist leicht einzusehen. Die Adhäsion des Wassers an die Röhrenwände ist keine beschleunigende Kraft, sie kann die lebendige Kraft des ausfliessenden Strahls nicht vermehren. Bezeichnen wir mit M die Ausflussmenge durch eine Oeffnung in dünner Wand, durch v die entprechende Geschwindigkeit, so ist $\frac{Mv^2}{2g}$ die lebendige Kraft des Strahls. Wird nun die Ausflussmenge M vermehrt, indem sie M' wird, so muss doch die lebendige Kraft des ausfliessenden Strahles unverändert bleiben, es ist also

$$M\frac{v^2}{2g} = M'\frac{v'^2}{2g}$$

oder

$$v'^2 = v^2 \frac{M}{M'},$$

v' ist also kleiner als v.

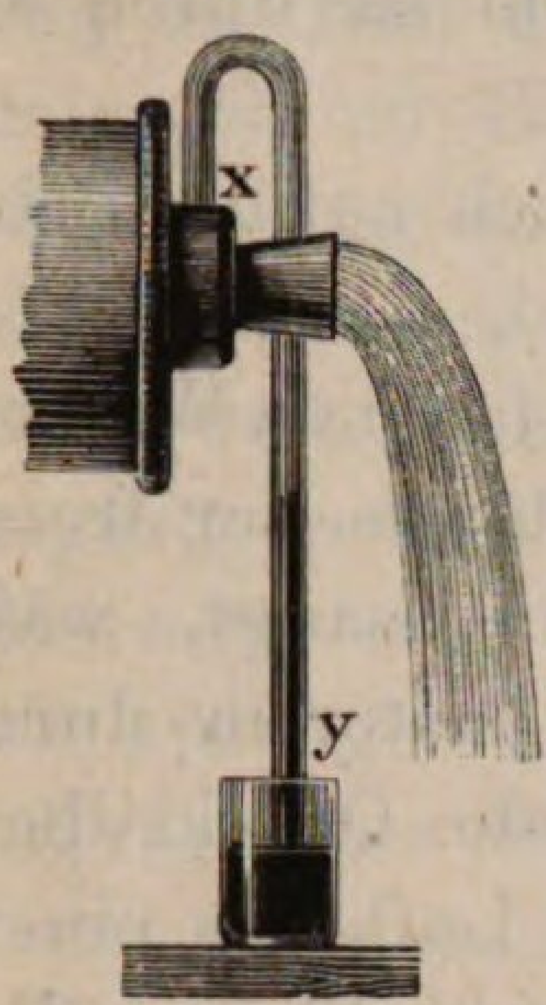
Es ist jetzt noch zu untersuchen, wie es kommt, dass Ansatzröhren die Ausflussmenge auf die erwähnte Weise vermehren und die Ausflussgeschwindigkeit dagegen vermindern.

Indem das Wasser in das Ansatzrohr einströmt, erleidet es eine Contraction, wie wenn es aus einer Oeffnung in dünner Wand ausflösse; weiterhin aber, sobald einmal die Röhrenwände benetzt sind, bewirkt die Adhäsion an die Röhrenwände, dass sich die Ansatzröhre vollständig ausfüllt, und somit ist der Querschnitt des Strahles durch das Ansatzrohr vergrössert, er ist beim Austritte aus dem Rohre grösser als an der Stelle der Contraction, wie man dies in Fig. 423 sieht.

Wenn nun die Wassertheilchen, den ganzen Querschnitt der Röhre ausfüllend, dieselbe mit der Geschwindigkeit verliessen, mit welcher sie die Stelle der grössten Contraction passiren, so müsste nothwendig ein Zerreissen der auf einander folgenden Wasserschichten eintreten. Die Trennung der Wassertheilchen, also die Bildung von leeren Räumen, wird aber durch den Druck der Luft verhindert, welche den Eintritt der Wassertheilchen in das Rohr beschleunigt, dagegen aber auch den Ausfluss aus demselben verzögert. Durch den Druck der Luft werden die ausfliessenden Wassertheilchen so viel zurückgehalten, dass dadurch ein voller Ausfluss möglich wird.

Dass der Luftdruck hier wirklich diese Rolle spielt, geht vorzüglich daraus hervor, dass, wenn das Wasser in einen luftleeren Raum ausfliesst, der Ausfluss stets in der Fig. 422 dargestellten Weise stattfindet, also die Ausflussmenge nicht vermehrt wird.

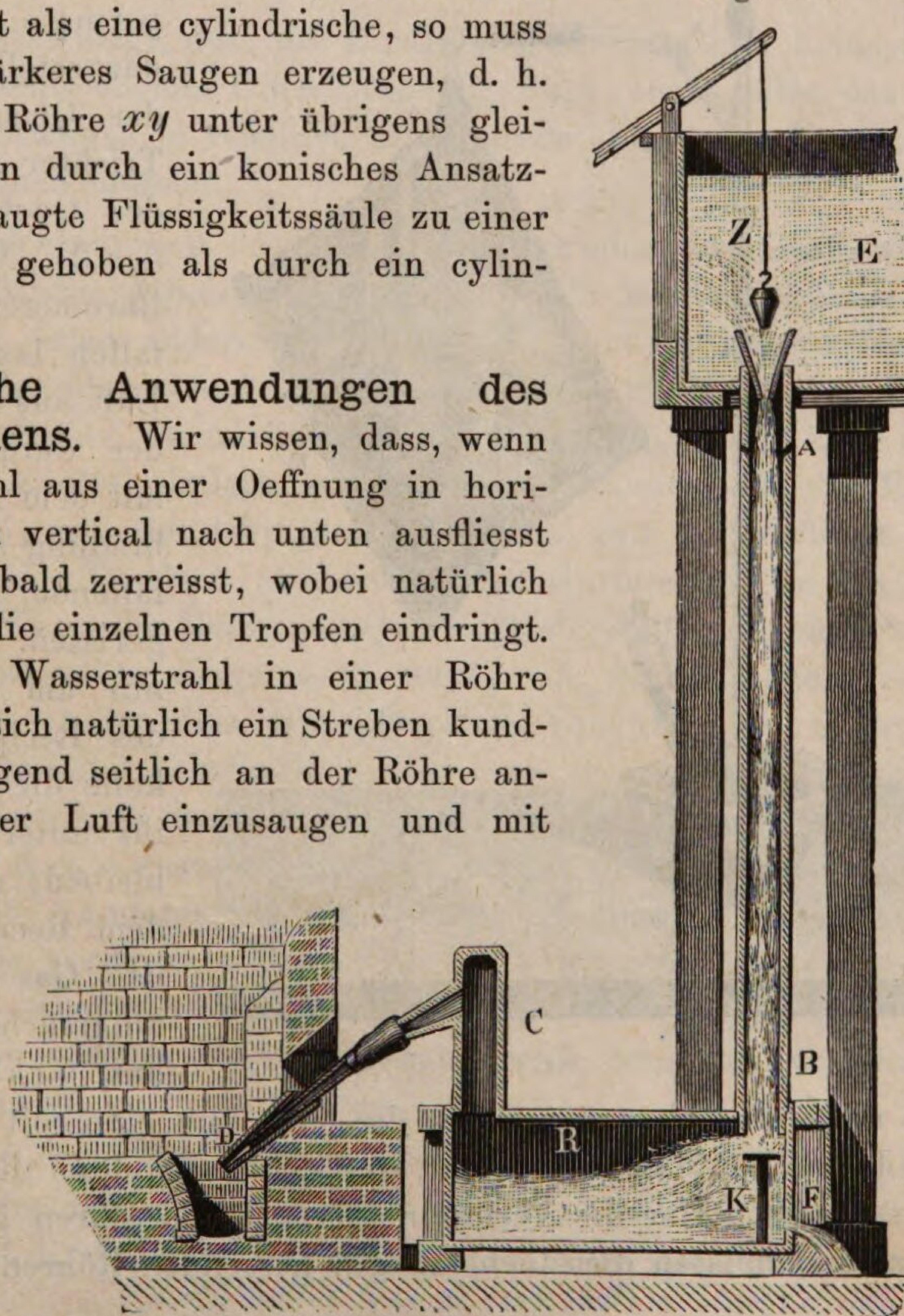
Fig. 424.



Macht man in die Seitenwand der Ansatzröhre da, wo die grösste Contraction stattfindet, ein Loch, so wird durch diese Oeffnung Luft eingesaugt, und der Strahl hört auf continuirlich zu sein.

Wenn in eine solche von obenher gemachte Seitenöffnung eine heberförmig gebogene Röhre xy, Fig. 424, eingesetzt wird, deren unteres Ende in ein Gefäss mit Wasser oder Quecksilber mündet, so wird durch das Bestreben des Wassers, in der Ansatzröhre einen luftleeren Raum zu bilden, die Flüssigkeit in der Röhre xy in die Höhe gesaugt. Dieses Phänomen des Saugens beweist ebenfalls den Einfluss des Luftdrucks auf die soeben betrachteten Erscheinungen. Da eine konische Ansatzröhre eine noch grössere Ausflussmenge giebt als eine cylindrische, so muss sie auch ein stärkeres Saugen erzeugen, d. h. es wird in der Röhre xy unter übrigens gleichen Umständen durch ein konisches Ansatzrohr die aufgesaugte Flüssigkeitssäule zu einer grösseren Höhe gehoben als durch ein cylindrisches.

Fig. 425.

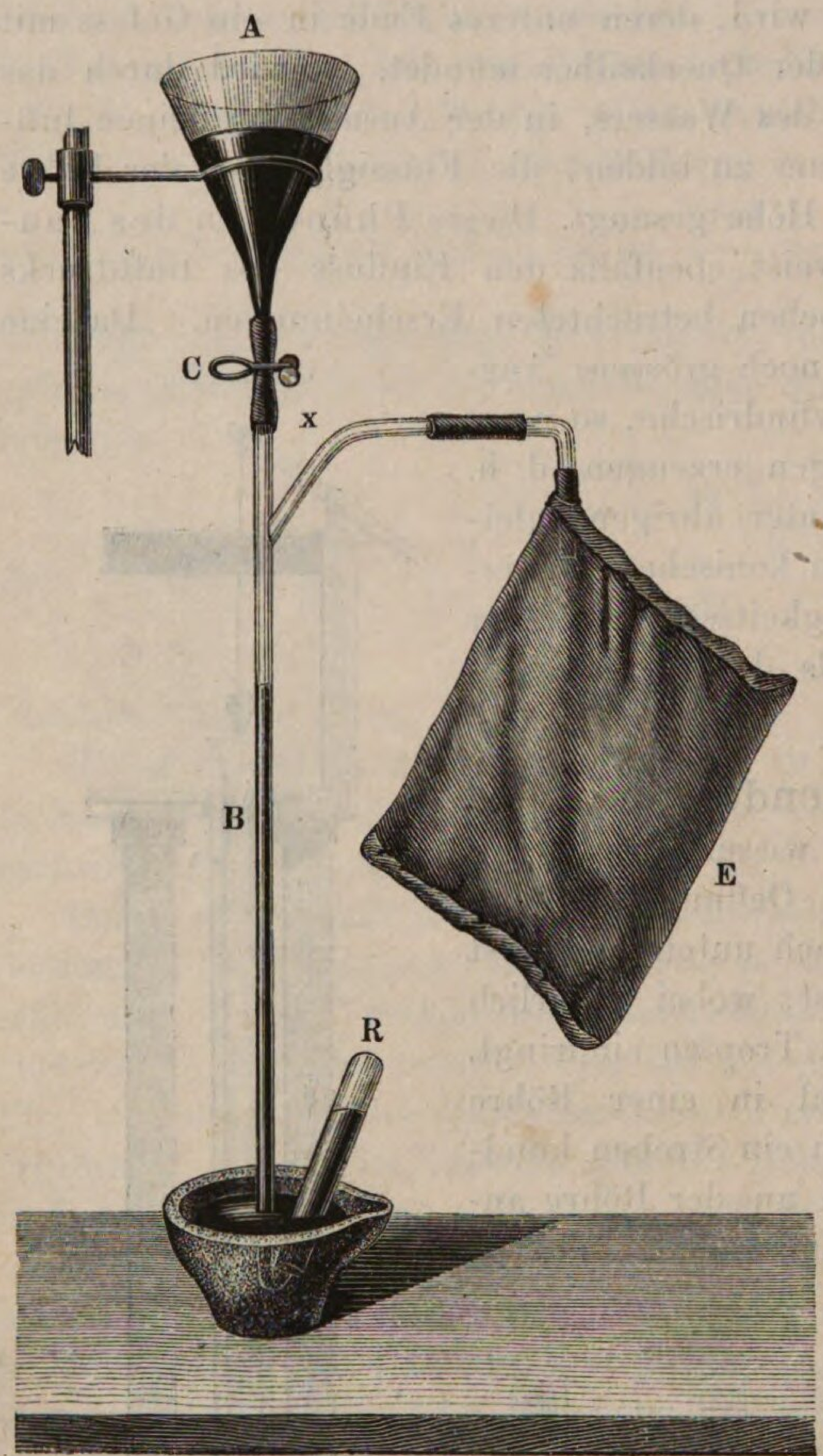


Praktische Anwendungen des Saugphänomens. Wir wissen, dass, wenn ein Wasserstrahl aus einer Oeffnung in horizontalem Boden vertical nach unten ausfliesst (S. 360), er alsbald zerreisst, wobei natürlich Luft zwischen die einzelnen Tropfen eindringt. Fällt nun der Wasserstrahl in einer Röhre herab, so wird sich natürlich ein Streben kundgeben, durch irgend seitlich an der Röhre angebrachte Löcher Luft einzusaugen und mit 141

dem fallenden Wasserstrahle herunterzureissen. Darauf beruht nun das Wassertrommelgebläse, welches Fig. 425 (a. v. S.) abgebildet ist. Aus dem Wasserbehälter stürzt das Wasser durch eine Röhre in den Windkasten *B*, welcher oben geschlossen ist, unten aber eine Ausflussöffnung hat. Das herabstürzende Wasser saugt nun Luft durch die Löcher *A* ein und reisst sie mit Gewalt in den Windkasten *B*, aus welchem sie durch die Düse *D* ausströmt, während das Wasser bei *F* ausfliesst.

Sprengel's Quecksilber-Luftpumpe gründet sich auf das Princip des Wassertrommelgebläses, nur mit dem Unterschied, dass bei letzterem die fallende Wassersäule Luft aus der freien Atmosphäre saugt, während bei ersterem durch die fallende Quecksilbersäule die Luft aus einem in der Regel kleinen Recipienten gesaugt wird.

Fig. 426.



Sprengel's Luftpumpe ist in Fig. 426 dargestellt. Wenn man das Quecksilber in dem Trichter *A* durch Oeffnen des Quetschhahns *C* in der $2^1/_2$ Millimeter weiten Barometerröhre *B* herabfallen lässt, so wird die Luft aus dem Recipienten, der durch die Röhre *x* mit dem Rohre *B* in Verbindung steht, durch das fallende Quecksilber mitgerissen. Wenn es sich nur um die Evacuirung des Recipienten handelt, kann die Röhre *B* bis an ihr unteres Ende gerade bleiben; um aber die aus dem Recipienten gezogenen Gase auffangen und untersuchen zu können, hat Graham die Fallröhre unten umgebogen und auf die Mündung eine mit Quecksilber gefüllte kleine Röhre *R* aufgesteckt, in welcher sich dann die herabgerissene Luft sammelt. Um die Verbindungen der Glasröhren gehörig luftdicht zu machen, müssen dieselben mit gut passenden Röhren von schwarzem

vulcanisirtem Kautschuk, welche man unter dem Namen „französische Röhren“ verkauft, hergestellt sein. Ausserdem müssen alle Verbindungsstellen mit Kupferdraht umwickelt und auch noch mit geschmolzener Guttapercha oder heissem flüssigem Kautschuk überzogen sein.

Graham benutzte die Sprengel'sche Luftpumpe, um den Durchgang der Luft durch Kautschuk zu untersuchen. Anstatt des Recipienten wurde zu diesem Zweck ein gewöhnliches elastisches Luftkissen *E* (18 Zoll lang und 15 Zoll breit) angesetzt. Der Beutel wurde mit den Händen zunächst flach gedrückt und dann mit der Sprengel'schen Röhre weiter ausgepumpt. Nachdem der ganze Inhalt des Beutels herausgezogen und dieser vollständig zusammengefallen war, begann die Sprengel'sche Röhre wiederum zwar langsam aber sehr regelmässig Luft auszugeben. Die auf diese Art aus dem Beutel gezogene Luft betrug in einer Stunde 15·65 Cubikcentimeter, sie war aber auf andere Weise zusammengesetzt, als die atmosphärische Luft, denn sie enthielt im Durchschnitt 41 Proc. Sauerstoff, der Sauerstoff war also in verhältnissmässig reichlicherem Maasse durch den Kautschuk hindurchgegangen, als der Stickstoff.

Dieses Resultat zeigt, dass der Durchgang der Gase hier keineswegs dem im §. 103 besprochenen Diffusionsgesetz folgt, sonst hätte das specifisch leichtere Stickgas in reichlicherem Maasse durch die Kautschukwand hindurchgehen müssen.

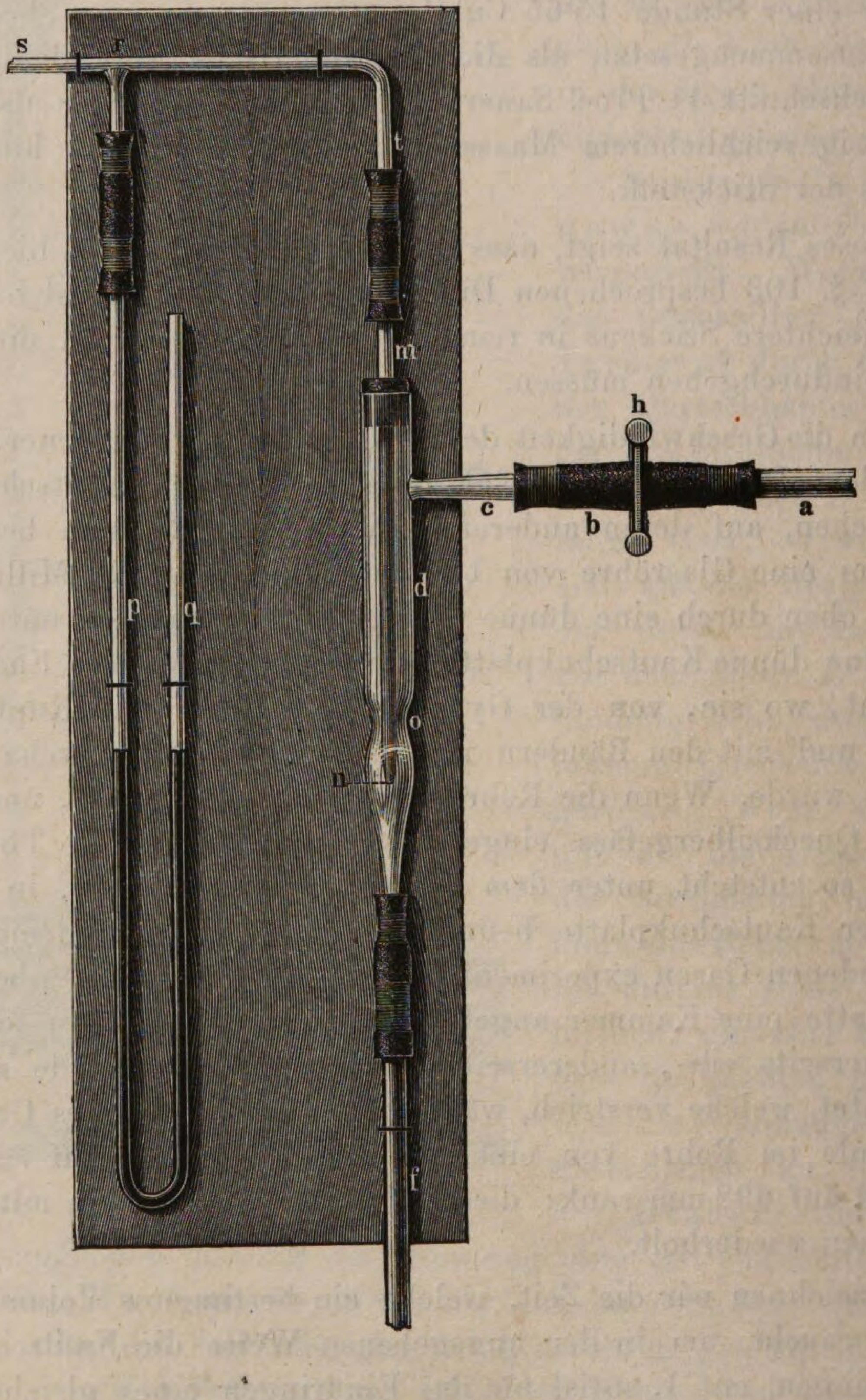
Um die Geschwindigkeit des Durchganges verschiedener Gase, welche unter dem Druck der Atmosphäre stehen, durch Kautschukplatten zu untersuchen, auf deren anderer Seite sich ein Vacuum befand, wandte Graham eine Glasröhre von 1 Meter Länge und 22 Millimeter Weite an, die oben durch eine dünne Gypsplatte geschlossen, unten aber offen war. Eine dünne Kautschukplatte wurde über das obere Ende der Röhre gespannt, wo sie, von der Gypsplatte gestützt, mit Kupferdraht umwickelt und mit den Rändern mittelst heisser Guttapercha an das Glas gekittet wurde. Wenn die Röhre mit Quecksilber gefüllt, umgekehrt und in ein Quecksilbergefäss eingetaucht wird, wie eine Toricelli'sche Röhre, so entsteht unter dem Gypspfropf ein Vacuum, in welches das über der Kautschukplatte befindliche Gas langsam eindringt. Um mit verschiedenen Gasen experimentiren zu können, wurde über der Kautschukplatte eine Kammer angebracht, in welche das zu untersuchende Gas einerseits ein-, andererseits ausströmte. Es wurde nun die Zeit beobachtet, welche verstrich, während für ein bestimmtes Gas die Quecksilbersäule im Rohre von einer Höhe von 748 mm auf 723 und dann von 723 auf 698 mm sank; dieser Versuch wurde dann mit verschiedenen Gasen wiederholt.

Bezeichnen wir die Zeit, welche ein bestimmtes Volumen Kohlensäure braucht, um in der angegebenen Weise die Kautschukplatte zu durchdringen, mit 1, so ist für das Eindringen eines gleichen Volumens

Wasserstoff	die Zeit		2·5
Sauerstoff	„	„	5·3
Atmosphär. Luft	„	„	11·8
Kohlenoxydgas	„	„	12·2
Stickstoff	„	„	13·6

nöthig. Den eben besprochenen Durchgang der Gase durch eine Kautschukplatte in ein Vacuum bezeichnet Graham als Dialyse der Gase und schreibt sie einer Art von chemischer Verwandtschaft zu, vermöge deren das Gas einerseits von dem Kautschuk absorbirt wird, um dann andererseits an das Vacuum abgegeben zu werden. (Poggend. Annal. CXXIX. 1866.)

Fig. 427.



Statt der fallenden Quecksilbersäule hat Bunsen eine fallende Wassersäule zur Construction einer Luftsaugepumpe (Wasserluftpumpe) benutzt. Aus einem oben offenen Wasserbehälter strömt das Wasser durch ein Bleirohr *a*, Fig. 427, das verbindende Kautschukrohr *b* und das Glasrohr *c* in das weitere Glasrohr *d*, um dann von hier aus weiter durch das 9 bis 12 Meter lang vertical hinabreichende ungefähr 8 Millimeter weite Bleirohr *f* hinabzufallen. Das weitere Rohr *d* ist oben mit einem wohl schliessenden Kautschukstopfen geschlossen, durch welchen ein engeres Glasrohr *mn* bis in den unteren Theil des weiteren Rohres *d* hinabreicht (bei den von Desaga ausgeführten Wasserluftpumpen ist das Glasrohr *mn* in das obere Ende von *d* luftdicht eingeschmolzen). Der Raum, aus welchem die Luft ausgesaugt werden soll, wird mit dem Glasrohr *st* in Verbindung gesetzt, welches andererseits durch eine Kautschukröhre mit *mn* verbunden ist. So zieht dann die in *f* herabfallende Wassersäule die Luft aus dem Recipienten durch die Röhren *st* und *mn* nach. Der Grad der erzielten Luftverdünnung kann an dem Quecksilbermanometer *pq* abgelesen werden. Alle am Apparate befindlichen Kautschukverbindungen bestehen aus ziemlich engen aber sehr dickwandigen Röhrenstücken.

Die Bunsen'sche Luftsaugepumpe wird vorzugsweise zur Beschleunigung des Auswaschens von Niederschlägen gebraucht. Zu diesem Zwecke wird die Röhre des Trichters, auf welchem das Filter mit dem Niederschlage liegt, mittelst eines Kautschukstopfens luftdicht in den Hals eines Glasgefässes *A*, Fig. 428, eingesetzt. Dieser Kautschukstopfen hat aber noch eine zweite Durchbohrung, in welcher ein durch ein dickwandiges Kautschukrohr *K* mit dem Glasrohr *st*, Fig. 427, in Verbindung zu setzendes Glasröhrchen steckt. Sobald nun die Luftpumpe functionirt, wird das auf den Trichter gegossene Wasser durch den Niederschlag und das Filter hindurchgesaugt, und so ein rasches Auswaschen des Niederschlages bewirkt. Damit das Filter nicht reisst, wird seine Spitze in einen kleinen aus dünnem Platinblech zusammengelegten Hohlkegel eingesetzt und nur eine mässige Verdünnung in Anwendung gebracht.

Fig. 428.



Die Menge des abströmenden Wassers muss mit Hülfe des Quetschhahnes *h* gehörig regulirt werden. Mit dieser Vorrichtung kann die Luft in *A* so weit verdünnt werden, dass das Manometer *pq* nur noch einen Druck von 10 bis 15 Millimetern anzeigt.

Hagenbach hat in der physikalischen Anstalt des Bernoullianums zu Basel eine Wasserluftpumpe in grösserem Maassstabe construirt, deren wesentlichster Theil in Fig. 429 (a. f. S.) dargestellt ist. Bei *A* wird das Rohr *An* an die Wasserleitung angeschraubt, welche einen Druck von

ungefähr 3 Atmosphären hat, während bei *B* das 13 Meter lange Abflussrohr angesetzt ist, welches in einen Schacht führt, in welchem das Wasser versickert. Es ist zweckmässig, wenn das Rohr unten in ein offenes Gefäss mündet, damit, wenn der Wasserzufluss aufhört, das Wasser im Ablaufrohr stehen bleibt. Am oberen Ende des 0·5 Meter hohen Rohres *DC* wird der Recipient angesetzt, aus welchem die Luft herausgesaugt werden soll. Die Gestalt der Ausflussöffnung bei *n* ist nicht gleichgültig; am zweckmässigsten ist eine kreuzförmige Oeffnung, wie solche in Fig. 430 in natürlicher Grösse dargestellt ist.

Fig. 429.

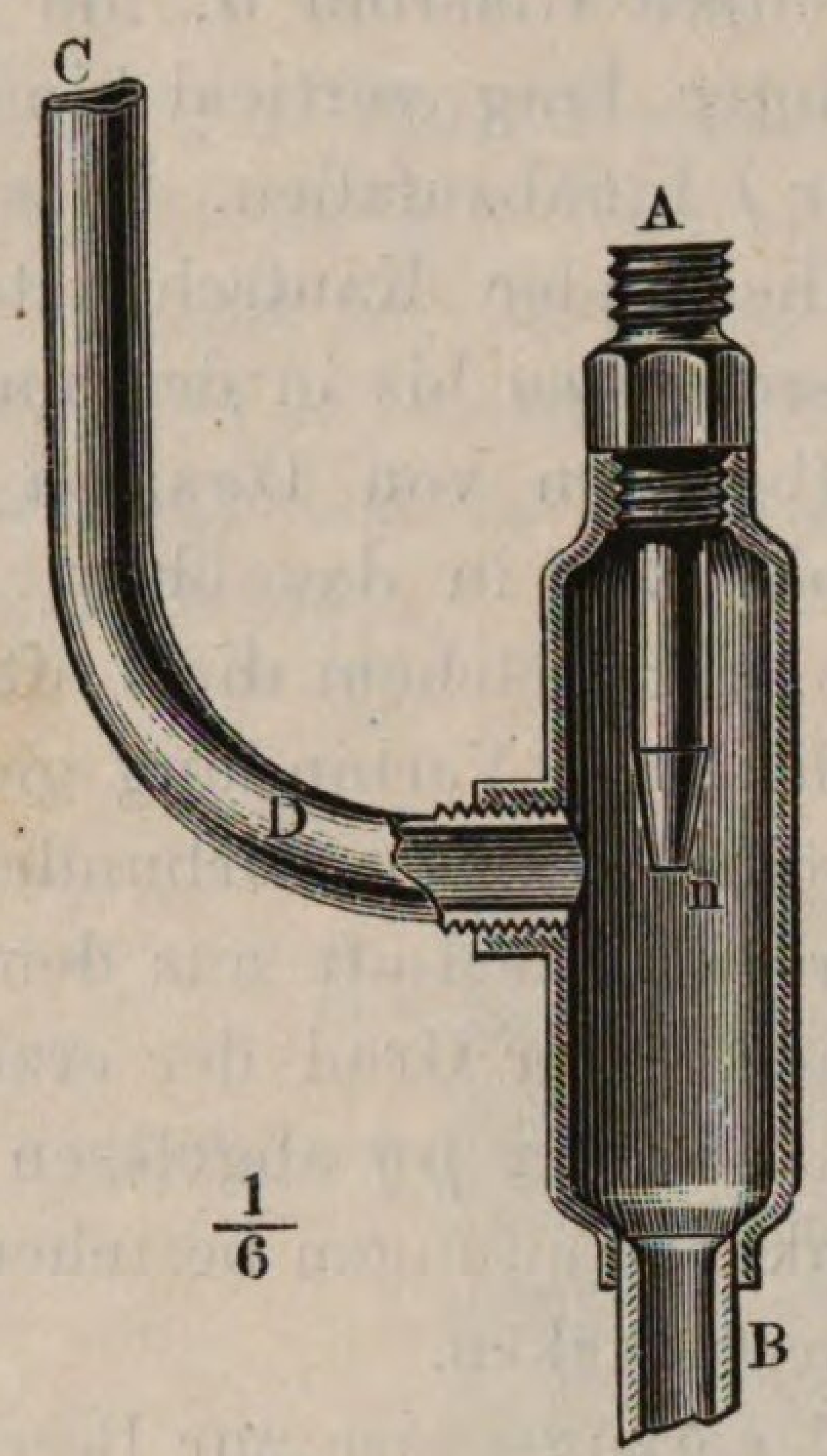


Fig. 430.



Bei freiem Zutritt der Luft saugt dieser Apparat 34 Liter in der Minute, während eine zweistiefelige Luftpumpe bei raschem Pumpen nur $12^1/_2$ Liter und eine Bunsen'sche Wasserluftpumpe nur 2 bis 3 Liter Luft in der gleichen Zeit einsaugt.

Was die Gränze der Verdünnung betrifft, welche man mit den Wasserluftpumpen erreichen kann, so ist klar, dass im günstigsten Falle die zu leerenden Gasräume nur bis zu einem Drucke gleich der Spannkraft des die Pumpe füllenden Wasserdampfes entleert werden können.

142 **Reibungswiderstand in langen Röhren.** Mit der nach der Gleichung $v = \sqrt{2gs}$ berechneten Geschwindigkeit fliesst eine Flüssigkeit nur durch eine in dünner Wand angebrachte Oeffnung aus; wenn dagegen der Ausfluss durch lange und verhältnissmässig enge Röhren geschieht, so findet ein Reibungswiderstand statt, welcher die Ausflussgeschwindigkeit erheblich vermindert. Aus diesbezüglichen Versuchen ergiebt sich für dieselbe annähernd die Formel:

$$v = \sqrt{\frac{2gs}{1 + b\frac{l}{d}}}$$

worin *l* die Länge, *d* den Durchmesser der Röhre und *b* eine mit der Geschwindigkeit *v* selbst veränderliche Grösse bedeutet. Es ist nämlich

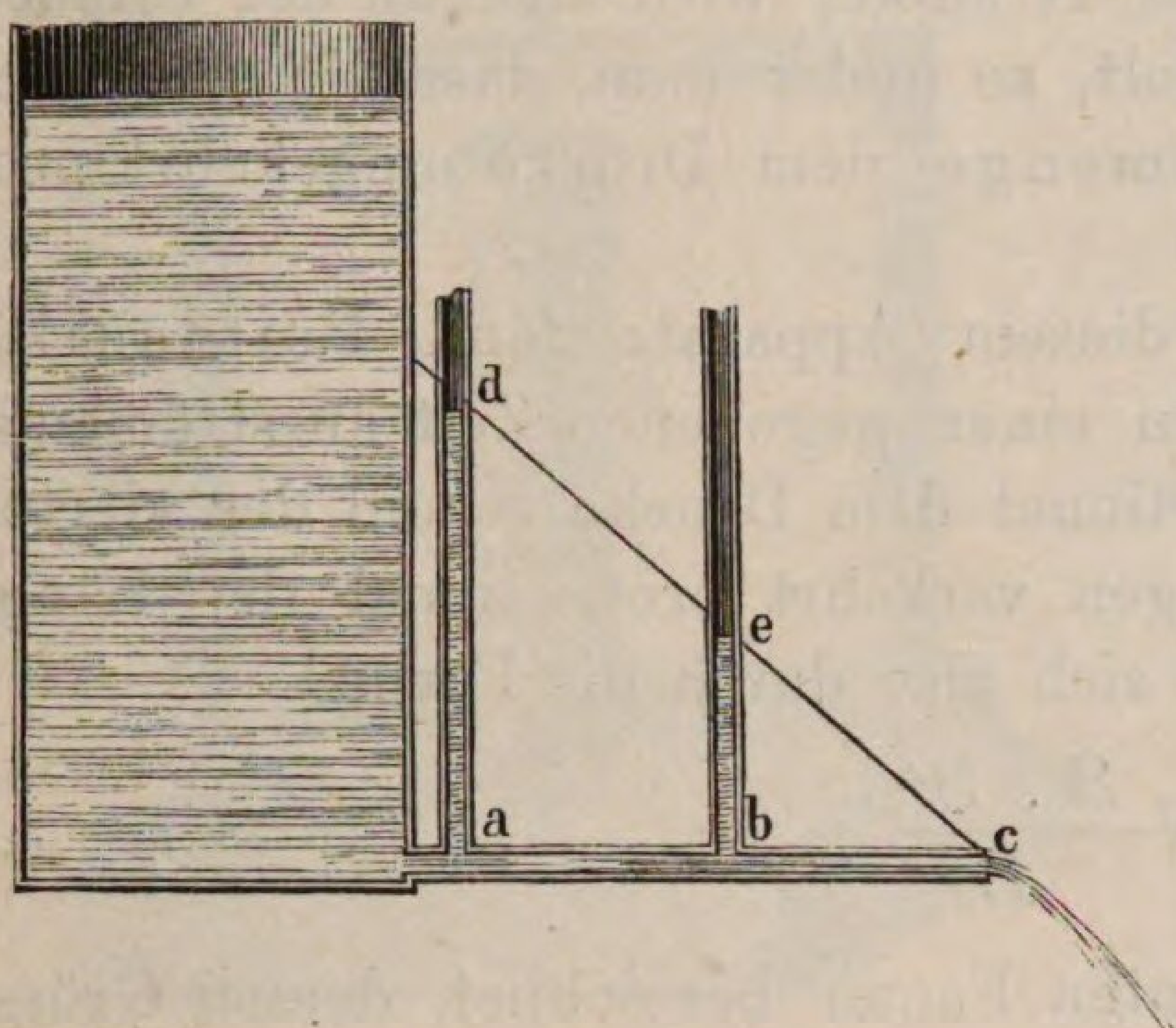
$$b = 0{\cdot}01439 + \frac{0{\cdot}009471}{\sqrt{v}}.$$

Diese Formel für die Ausflussgeschwindigkeit gilt aber auch nur für den Fall, dass die Röhrenleitung überall gleich weit und ziemlich

gerade, namentlich, dass kein besonderer Widerstand beim Eintritt aus dem Reservoir in die Röhre zu überwinden ist.

Wenn das aus dem Gefässe, Fig. 431, durch die Röhre *ac* ausfliessende Wasser auf seinem Wege keine Reibung zu überwinden hätte, wenn es bei *c* mit der Geschwindigkeit ausflösse, welche der vollen Druckhöhe entspricht, so hätten die Röhrenwände keinerlei Druck auszuhalten. In Folge des zu überwindenden Reibungswiderstandes aber hat jede Stelle der Röhre einen Druck auszuhalten, welche dem Reibungswiderstande proportional ist, der auf dem Wege von der fraglichen Stelle bis zur Mündung *c* der Röhre noch zu überwinden ist.

Fig. 431.



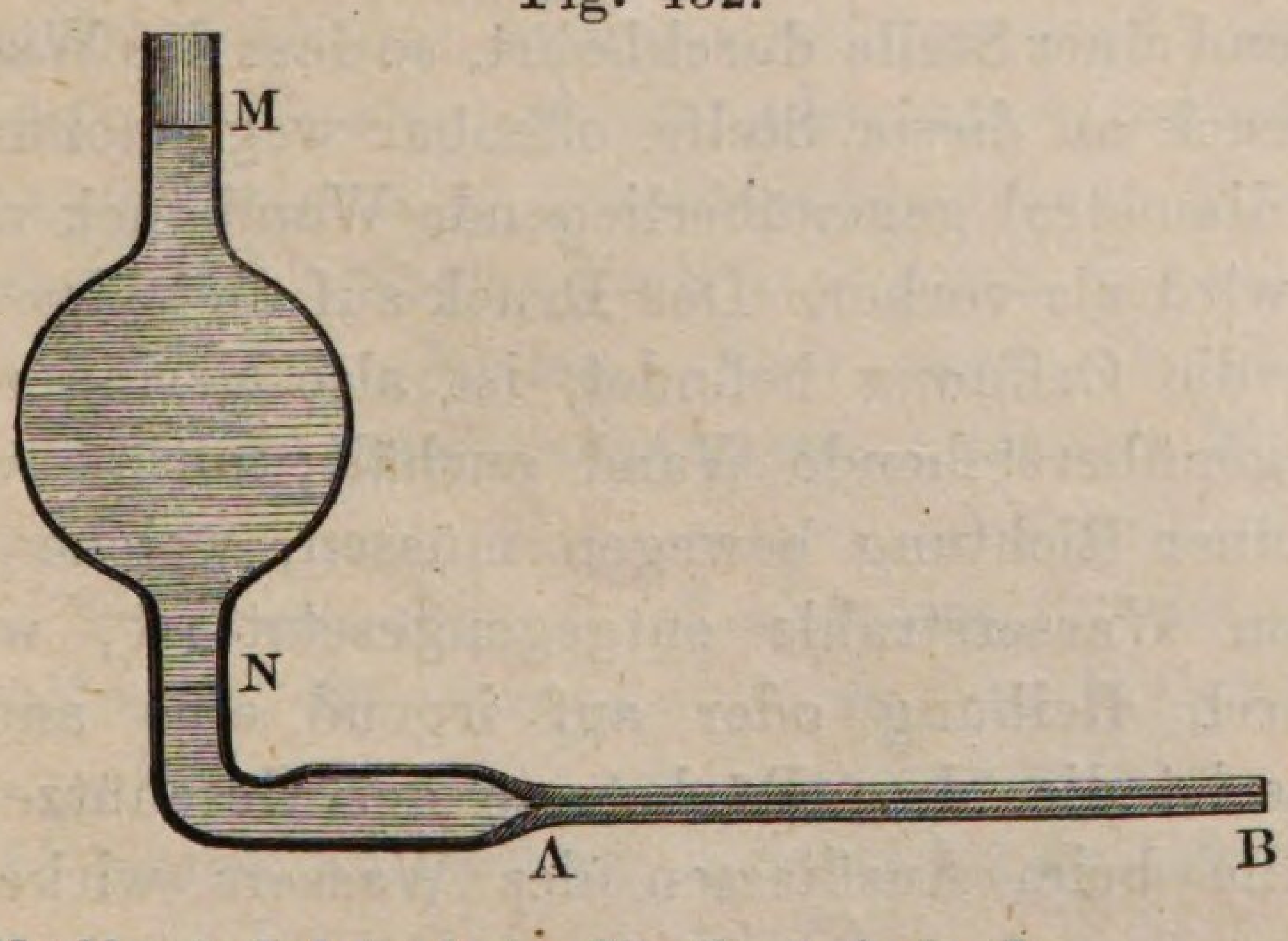
Wird in die Ausflussröhre bei *a* ein verticales Glasrohr eingesetzt, so wird das Wasser in ihm bis zu einer Höhe *ad* aufsteigen. Der Druck der Wassersäule *ad* hält dem Reibungswiderstande das Gleichgewicht, welchen das durch die Röhre strömende Wasser auf dem Wege von *a* bis *c* noch zu überwinden hat.

Wird in der Mitte zwischen *a* und *c*, also bei *b*, eine verticale Glasröhre eingesetzt, so wird in ihr das Wasser nur bis zu einer Höhe *be* steigen, welche nur $^1/_2$ *ad* ist, weil der auf dem Wege von *b* bis *c* zu überwindende Widerstand nur die Hälfte von dem von *a* bis *c* zu überwindenden ist.

Wenn man überhaupt an irgend einer Stelle der Röhre *ac* eine verticale Glasröhre einsetzt, so wird das Wasser in derselben so hoch steigen, dass der Gipfel der Wassersäule auf die gerade Linie *dc* fällt.

Ausfluss durch Capillarröhren. Um die Gesetze des Ausflusses von Flüssigkeiten durch Capillarröhren zu untersuchen, wandte Poisseuille den Fig. 432 abgebildeten Apparat an. Die Capillarröhre *AB* ist an eine weitere, mit einer kugelförmigen Erweiterung versehene Glasröhre angesetzt. Ueber und unter der Kugel sind die Marken *M* und *N* angebracht; das Volumen des Gefässes zwischen 143

Fig. 432.



M und N ist genau bestimmt. Nachdem der Apparat durch Saugen mit der Flüssigkeit gefüllt ist, wird das obere Ende desselben mit einem Reservoir verbunden, welches comprimirte Luft enthält, deren Druck durch ein Quecksilbermanometer gemessen wird. Man beobachtet die Zeit, welche erforderlich ist, damit unter constantem Druck der Spiegel der Flüssigkeit von M bis N sinkt; wird alsdann der Versuch bei verschiedenem Druck wiederholt, so findet man, dass die Ausflusszeit für dieselbe Flüssigkeitsmenge dem Drucke umgekehrt proportional ist.

Aus seinen Versuchen mit diesem Apparate fand Poisseuille (Pogg. Annal. LVIII.), dass die in einer gegebenen Zeit ausströmende Flüssigkeitsmenge Q direct proportional dem Drucke S und der vierten Potenz des Durchmessers D, dagegen verkehrt proportional der Länge L der Capillarröhre sei. Sie lässt sich also durch die Formel

$$Q = N\frac{S \,.\, D^4}{L}$$

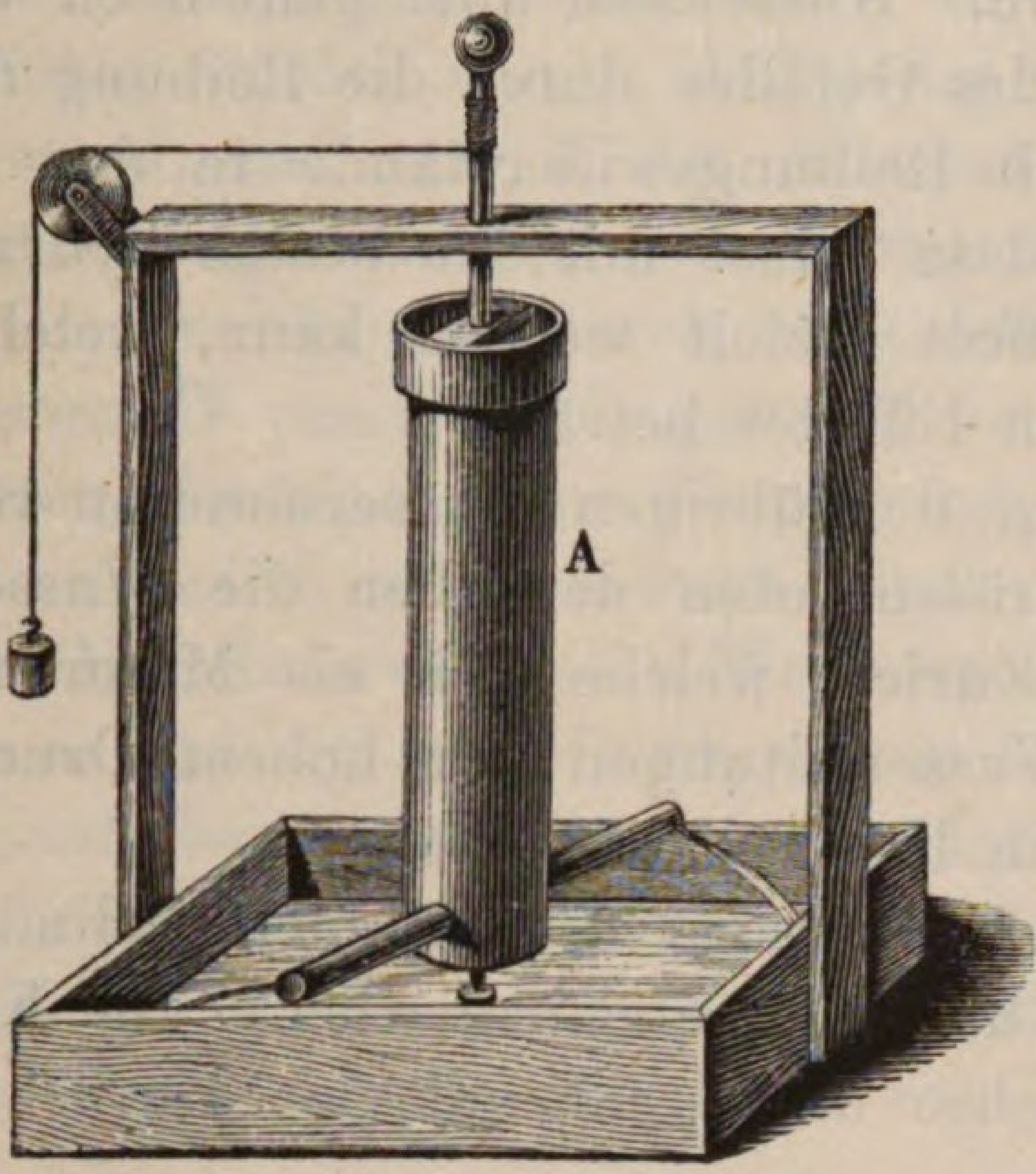
ausdrücken, worin N einen constanten Factor bezeichnet, dessen Grösse sich von einer Flüssigkeit zur andern, sowie auch insbesondere mit der Temperatur ändert. Erhöhung der letzteren von 0^0 bis 60^0 steigert z. B. die Ausflussmenge des Wassers (nach Girard's Versuchen) um mehr als das Dreifache.

Während die Ausflussgeschwindigkeit der Flüssigkeiten aus Oeffnungen in dünnen Wänden nach dem Toricelli'schen Gesetze lediglich eine Function des Druckes ist, erscheint dieses Gesetz beim Ausfluss durch Capillarröhren vollständig umgewandelt, indem hier die Molekularwirkungen zwischen den Theilchen der Flüssigkeit und denen der Röhrenwand einen Einfluss gewinnen, welcher bei den Fällen, auf welche das Toricelli'sche Gesetz passt, völlig verschwindet.

144 **Reaction, welche durch das Ausströmen der Flüssigkeiten erzeugt wird.** Denken wir uns ein Gefäss, welches mit Wasser gefüllt ist, so bleibt Alles in Ruhe, weil jeder Seitendruck durch einen vollkommen gleichen, aber entgegengesetzten aufgehoben wird. Wenn man aber die Wand an irgend einer Stelle durchbohrt, so dass das Wasser hervorspringt, so ist der Druck an dieser Stelle offenbar weggenommen, während das der Oeffnung diametral gegenüberliegende Wandstück noch gerade so stark gedrückt wird als vorher. Der Druck auf diejenige Gefässwand, in welcher sich die Oeffnung befindet, ist also geringer als der Druck, welchen die gegenüberstehende Wand aushält; mithin wird das ganze Gefäss sich in einer Richtung bewegen müssen, welche der Richtung des ausfliessenden Wasserstrahls entgegengesetzt ist, wenn diese Bewegung nicht durch Reibung oder auf irgend eine andere Weise verhindert wird. Es ist dies dem Rückstosse der Geschütze zu vergleichen. Man kann die beim Ausfliessen des Wassers wirkende

Reaction durch einen Apparat anschaulich machen, welcher unter dem Namen des Segner'schen Wasserrades, Fig. 433, bekannt ist. Es besteht aus einem um eine verticale Axe leicht drehbaren Gefässe A, an dessen unterem Ende sich zwei oder mehrere horizontale Röhren befinden, die alle (von der Mitte aus gesehen) auf derselben Seite mit kleinen Oeffnungen versehen sind. Das Gefäss dreht sich nach der den ausströmenden Wasserstrahlen entgegengesetzten Richtung.

Fig. 433.



Mit Erfolg hat man in neuerer Zeit dieses Princip zur Construction hydraulischer Motoren benutzt, welche den Namen der Reactionsräder, der Reactionsturbinen oder der schottischen Turbinen führen.

Lebendige Kraft der Wassergefälle. Wenn eine Wassermasse, deren Gewicht wir mit P bezeichnen wollen, von der Höhe H herabfällt, so wird dabei die Arbeit 145

$$A = PH$$

verfügbar, welche wir wenigstens theilweise für unsere Zwecke verwenden können, indem wir sie auf irgend eine Weise auf eine Maschine übertragen.

Diese Uebertragung kann überhaupt in zweierlei Weise stattfinden, nämlich

1) indem man das Wasser die der Fallhöhe entsprechende Geschwindigkeit erlangen lässt und dann seine lebendige Kraft auf einen anderen Körper durch Stoss überträgt, wie dies z. B. bei den unterschlächtigen Wasserrädern der Fall ist, oder

2) indem man das Wasser schon während seines Falles durch sein Gewicht einen Druck auf den zu bewegenden Körper ausüben lässt, so dass es die seiner Fallhöhe entsprechende Geschwindigkeit gar nicht erreicht und überhaupt mit bedeutend verminderter Beschleunigung niedergeht, wie dies z. B. bei oberschlächtigen Wasserrädern und bei Wassersäulenmaschinen der Fall ist. Auch die oben erwähnten Turbinen gehören in diese Klasse. Hier wird die lebendige Kraft der fallenden Wassermasse gewissermaassen gleich im Moment ihrer Entstehung consumirt.

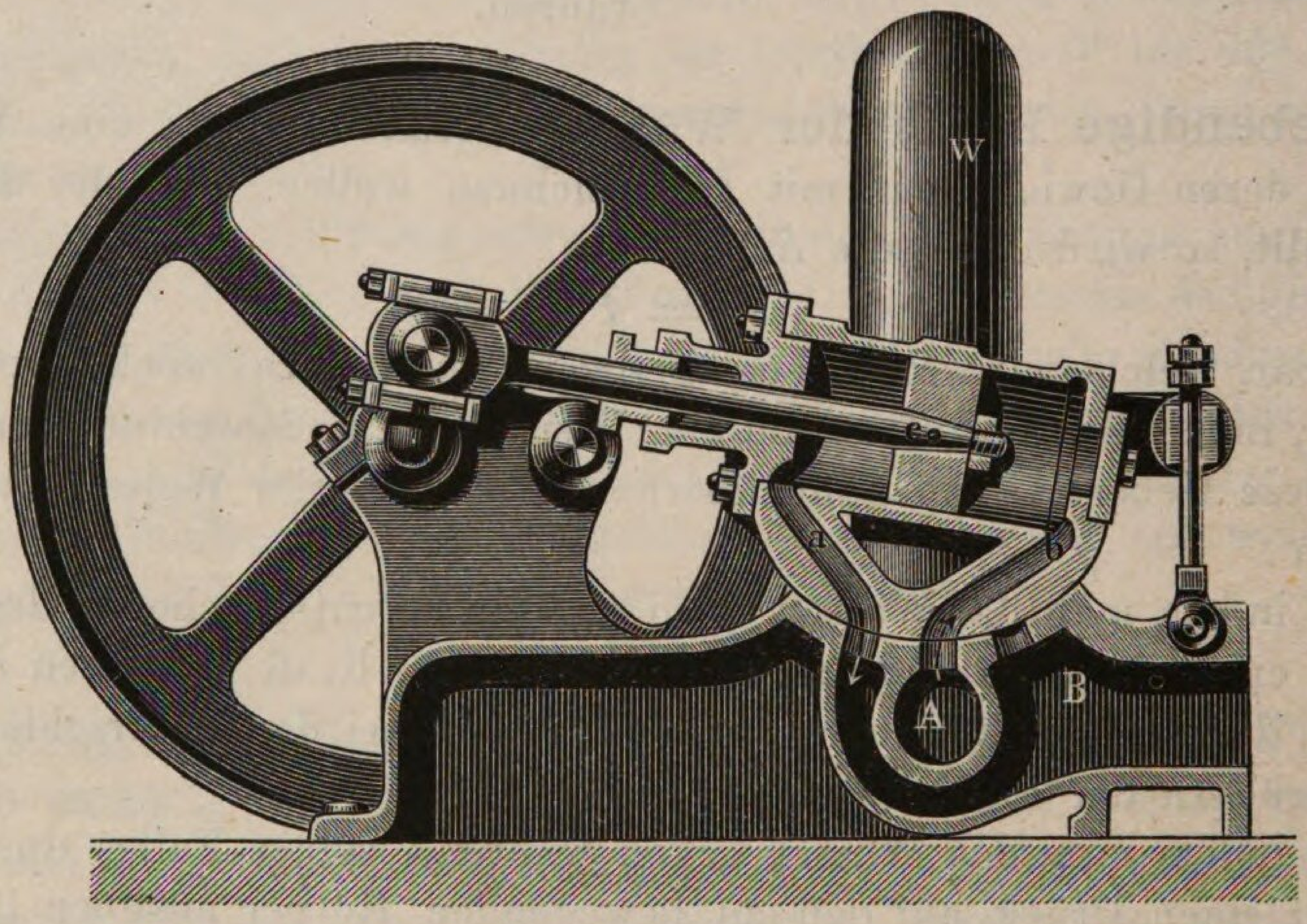
Mag nun aber die Benutzung der lebendigen Kraft eines Wassergefälles auf die eine oder die andere Weise stattfinden, so wird es doch nie gelingen, den theoretischen Effect, als welchen wir die Arbeit PH bezeichnen wollen, vollständig zu verwerthen, und zwar schon des-

halb nicht, weil im ersten der beiden oben betrachteten Fälle dem Wasser doch noch eine bestimmte Geschwindigkeit bleiben muss, mit welcher es abfliesst, im zweiten Falle aber das Wasser dann doch nicht ohne alle Beschleunigung niedergehen kann. Ausserdem aber geht noch ein grosser Theil der lebendigen Kraft des Gefälles durch die Reibung des Wassers in den Canälen sowie durch Reibungswiderstände in den zu bewegenden Maschinen verloren, so dass selbst mit den besten hydraulischen Maschinen kaum ein Nutzeffect erzielt werden kann, welcher mehr als 70 Procent des theoretischen Effectes beträgt.

Indem wir auf eine Beschreibung der übrigen Wassermotoren verzichten müssen, wollen wir als Repräsentanten derselben die Wassersäulenmaschine von A. Schmidt in Zürich, welche sich als Motor für das Kleingewerbe in Städten, wo Wasserleitungen mit hohem Drucke zur Verfügung stehen, bewährt hat, in Kürze beschreiben.

Die Maschine, Fig. 434, besteht aus einem oscillirenden Cylinder, dessen Kolben vom Druckwasser hin und her getrieben wird. Die Kolbenstange geht durch eine Stopfbüchse und steht mit der Kurbel in

Fig. 434.



directer Verbindung. Vermöge der rotirenden Bewegung der Kurbel wird der Cylinder durch die Kolbenstange in eine oscillirende Bewegung versetzt, deren Axe durch den Punkt c geht. An dem Cylinder ist unterhalb ein Bauch mit Zuführungscanälen und cylindrischer Schieberfläche angegossen, welche letztere sich in der Figur als ein von c aus beschriebenes Kreissegment darstellt. Die hohlgegossene Grundplatte B legt sich dicht schliessend an die auf ihr hin und her gleitende Schieberfläche des Cylinders; sie enthält drei Canäle, wovon der mittlere A das Druckwasser abwechselnd dem Canal a oder b zuführt, während seine beiden Seitencanäle dasselbe bei B abströmen lassen. Man ersieht leicht aus

der Figur, in welcher Weise durch die Bewegung des Kolbens das Oscilliren des Cylinders und hierdurch eine den jeweiligen Kolbenstellungen entsprechende Communication der Canäle hervorgebracht wird, durch welche dann das Druckwasser abwechselnd durch *a* und *b* zu- und abgeführt werden muss. Bei jeder Umdrehung des Schwungrades findet zweimal, und zwar in den Momenten, wo der Kolben eine der äussersten Lagen angenommen, eine Absperrung sämmtlicher Canäle statt. Die Stösse, welche hierdurch entstehen würden, werden durch den Windkasten *W* unschädlich gemacht, indem die in seinem oberen Theile enthaltene Luft bei jeder Absperrung durch das eindringende Wasser comprimirt wird, um sich dann wieder auszudehnen.

Der Schmidt'sche Wassermotor wird gegenwärtig in 21 verschiedenen Grössen ausgeführt, wovon bei einem Wasserdrucke von 20 m der kleinste bei einem Durchmesser des Cylinders = 4 cm und einem Wasserverbrauch von 40 Liter per Minute circa $1/_5$ Pferdekraft entwickelt, während der grösste von 30 cm Durchmesser und 2150 Liter Wasserverbrauch per Minute eine Kraft von $7\,1/_5$ Pferden liefert.

Neuntes Capitel.

Bewegung der Gase.

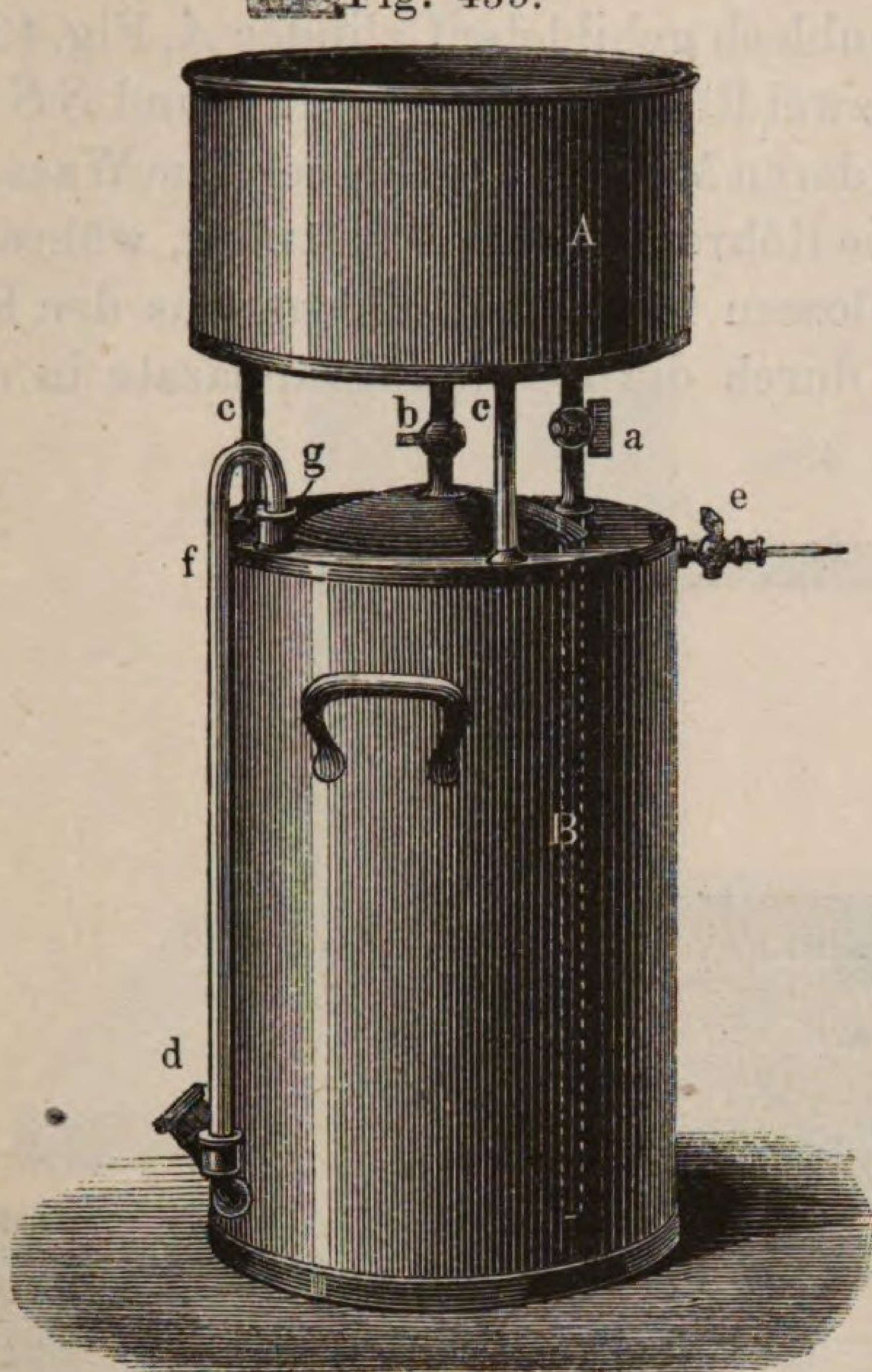
146 **Gasometer.** Dass Gase auch frei fallen oder über schiefe Ebenen herabfliessen können, lässt sich mit Kohlensäure leicht zeigen, die sich aus einem Gefässe in ein anderes umgiessen lässt. Meistens wird eine Bewegung von Gasen dadurch veranlasst, dass in zwei mit einander in Verbindung stehenden, mit Gasen erfüllten Räumen ein ungleicher Druck herrscht. Es wird dann das Gas von dem Raume, welcher einem stärkeren Drucke ausgesetzt ist, nach demjenigen überströmen, an welchem ein geringerer Druck stattfindet, bis das Gleichgewicht wieder hergestellt ist. Wenn man also einen luftverdünnten Raum mit der äusseren Atmosphäre in Verbindung setzt, so muss Luft einströmen; wenn man aber in einem Ballon mit Hülfe der Compressionspumpe die Luft verdichtet hat, so wird die Luft ausströmen, wenn man einen Hahn öffnet, welcher das Innere des Ballons mit der äusseren Luft in Verbindung setzt.

Gase, welche man in besonderen Gasbehältern, Gasometern, aufgefangen hat, werden meist durch den Druck einer Wassersäule zum Ausströmen gebracht.

Fig. 435 stellt ein kleines Gasometer nach Pepy dar, wie es in chemischen Laboratorien gewöhnlich gebraucht wird. *B* ist ein Cylinder von lackirtem Blech, welcher ungefähr 40 bis 50 cm hoch ist, der 25 bis 30 cm Durchmesser hat, und dessen oberer Deckel etwas nach oben gewölbt ist. Auf diesem Deckel ruht auf vier Stützen ein zweiter, oben offener Cylinder *A*, dessen Höhe aber nur $^1/_3$ von der des unteren ist. Der obere Cylinder ist mit dem unteren durch zwei Röhren verbunden, von denen die eine, *b*, gerade in der Mitte des Deckels sich befindet. Sie darf durchaus nicht in den unteren Cylinder hineinragen. Eine

zweite Verbindungsröhre a geht fast auf den Boden des unteren Cylinders. In jeder dieser Röhren befindet sich ein Hahn, vermittelst dessen man nach Belieben die Verbindung der beiden Cylinder herstellen und unterbrechen kann. Bei e befindet sich eine kurze horizontale Röhre, welche ebenfalls durch einen Hahn verschlossen werden kann und an welcher vorn ein Schraubengewinde eingeschnitten ist, um andere Röhren und Ausströmungsöffnungen anschrauben zu können. Nahe am Boden des unteren Cylinders befindet sich bei d eine aufwärts stehende Oeffnung, welche mittelst einer Schraube oder eines Korkes verschlossen werden kann.

Fig. 435.

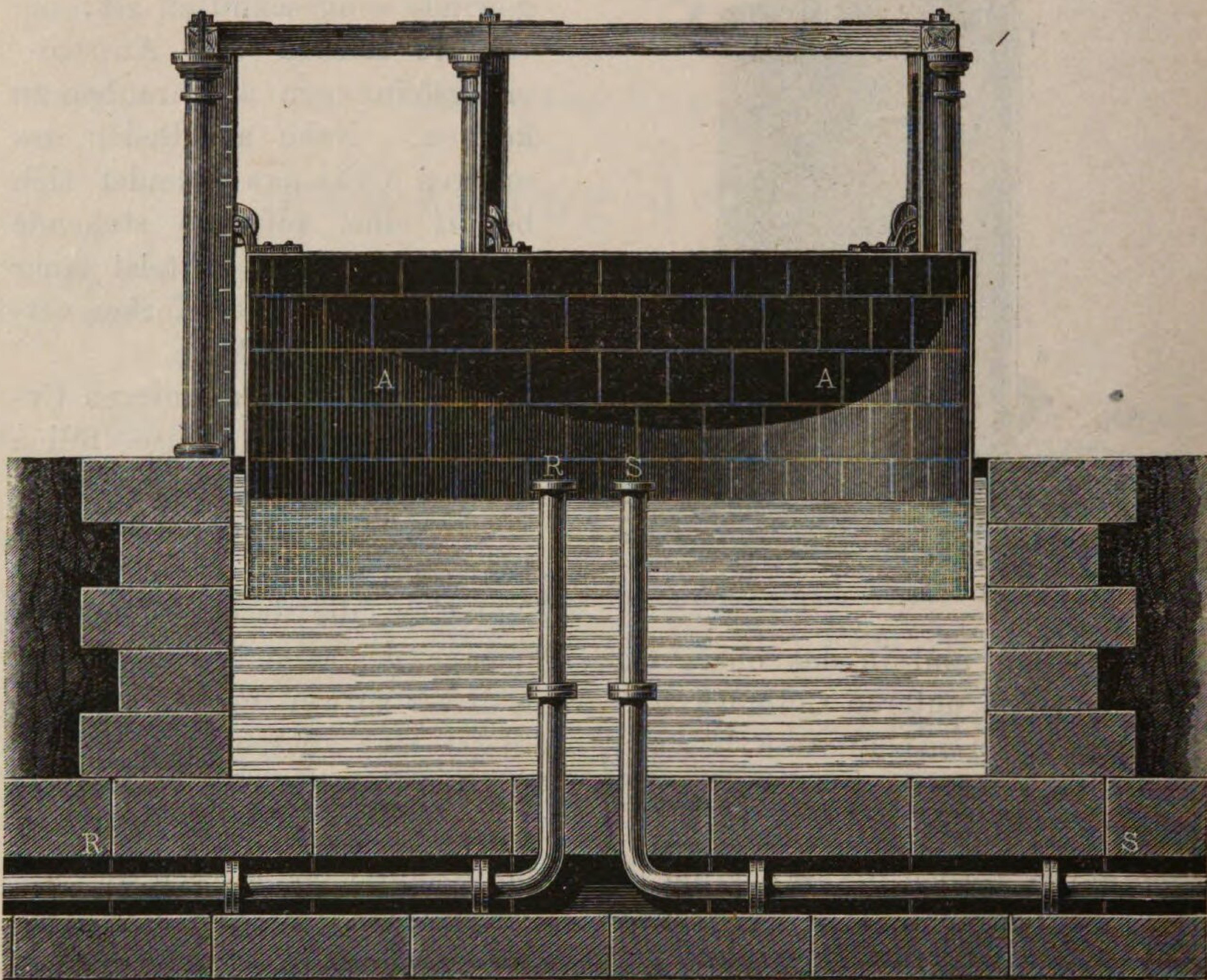


Wenn man den unteren Cylinder mit einem Gase füllen will, füllt man ihn erst mit Wasser, und zwar auf folgende Weise. Die Oeffnung bei d wird verschlossen, die drei Hähne werden geöffnet und in das obere Gefäss Wasser gegossen. Das Wasser fliesst in den unteren Cylinder, und wenn dieser so weit gefüllt ist, dass Wasser bei e auszufliessen beginnt, schliesst man diesen Hahn. Der Rest von Luft, welcher nun noch im Cylinder sich befindet, entweicht durch das Rohr b. Ist der untere Cylinder auf diese Weise mit Wasser gefüllt, so werden die Hähne der Verbindungsröhren geschlossen und die Schraube oder der Kork bei d weggenommen. Wasser kann hier nicht ausfliessen, weil keine Luftblasen eindringen können. Wenn man aber bei d ein Gasleitungsrohr einsteckt, so wird neben diesem Rohre das Wasser ausfliessen, während aus demselben fortwährend Gasblasen in den oberen Theil des Behälters aufsteigen. Auf diese Weise füllt sich der untere Cylinder mehr und mehr mit Gas. Wie weit der Cylinder mit Gas gefüllt ist, sieht man an dem Glasrohre fg, welches mit dem Gefässe B oben und unten in Verbindung steht, so dass das Wasser in diesem Glasrohre gleiche Höhe hat wie im Cylinder.

Nachdem das ganze Reservoir mit Gas gefüllt ist, wird die Oeffnung bei d verschlossen, der Hahn der Verbindungsröhre a geöffnet. Sobald nun der Hahn e geöffnet wird, strömt das Gas hier mit einer dem Drucke der Wassersäule in der Röhre a entsprechenden Geschwindigkeit aus.

Die grossen Gasometer, welche man zur Gasbeleuchtung anwendet, sind nach einem anderen Principe (Glockengasometer) construirt. In ein mit Wasser gefülltes Bassin ist ein unten offener, oben geschlossener, aus zusammengenieteten Platten von Eisenblech gebildeter Cylinder *A*, Fig. 436, eingetaucht. Von unten her ragen zwei Röhrenleitungen *R R* und *S S* in diesen umgestülpten Cylinder hinein, deren Mündung sich über dem Wasserspiegel im Bassin befindet. Durch die Röhrenleitung *R R* strömt, während die andere durch einen Hahn verschlossen ist, das Leuchtgas aus den Retorten, in welchen es erzeugt wird, durch die Reinigungsapparate in die

Fig. 436.

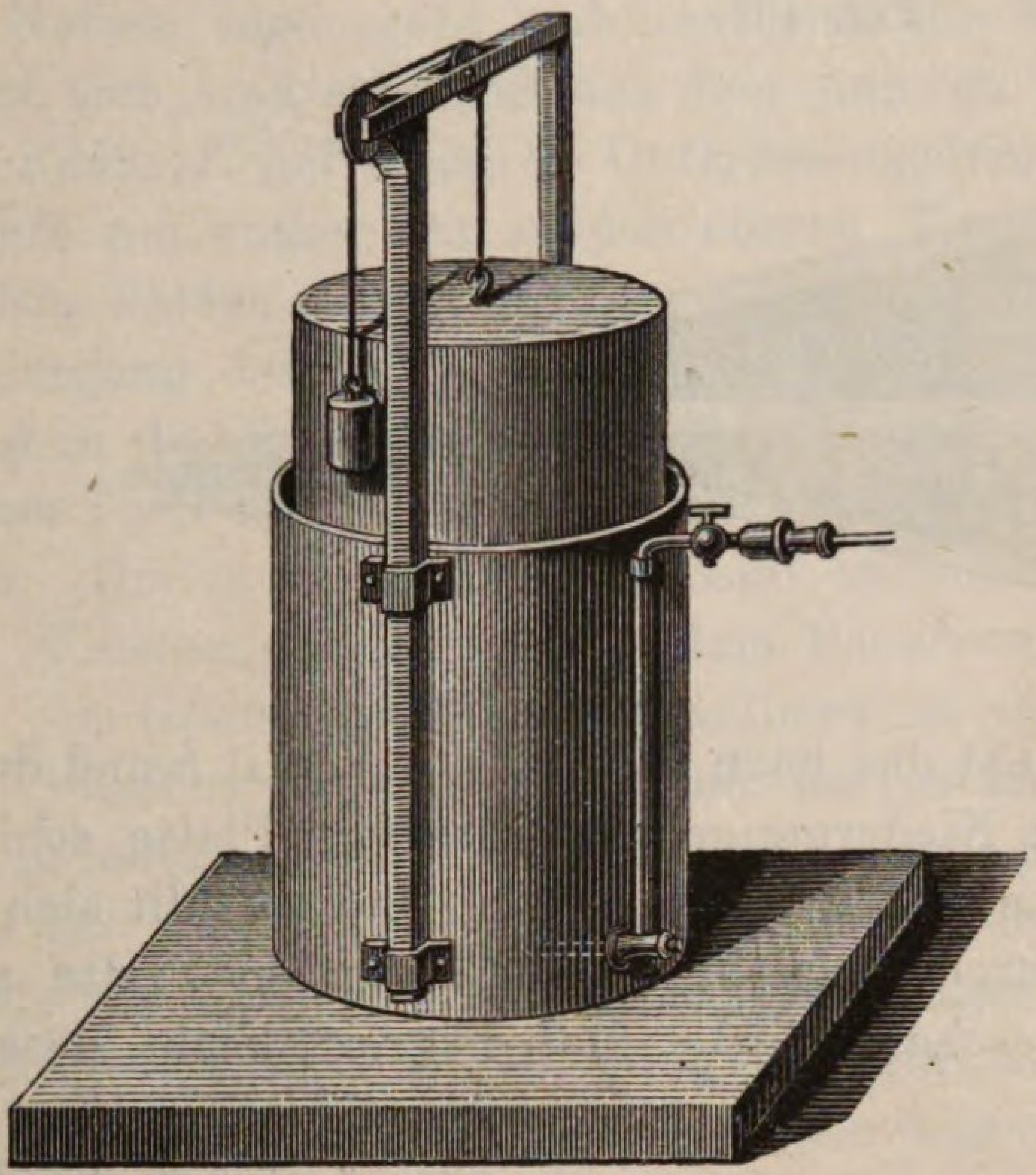


Höhlung des Cylinders *A* ein. In dem Maasse aber, in welchem das Gas einströmt, muss der ganze Cylinder *A* aus dem Wasser des Bassins emporsteigen. Fünf eiserne, an dem Rande des Bassins angebrachte Säulen dienen, wie aus der Figur leicht zu ersehen ist, dem Cylinder zur Führung, so dass er sich beim Steigen nicht auf die Seite neigen kann.

Ist das Gasometer gefüllt, so wird das Zuströmungsrohr geschlossen, der Hahn des Abströmungsrohrs, welches sich in viele enge, zu den Gasschnäbeln führende Röhren theilt, wird geöffnet; das Gas strömt nun durch die Röhrenleitung *S S* ab, indem es durch das Gewicht des Blechcylinders *A* comprimirt wird, in Folge dessen dann auch der Wasserspiegel in *A* um einige Zoll tiefer steht als aussen. — In dem Maasse, in

welchem das Gas durch die Röhrenleitung SS abströmt, sinkt der Cylinder A wieder allmälig nieder.

Fig. 437.



Der Durchmesser eines solchen Gasometers beträgt meist über 10 m.

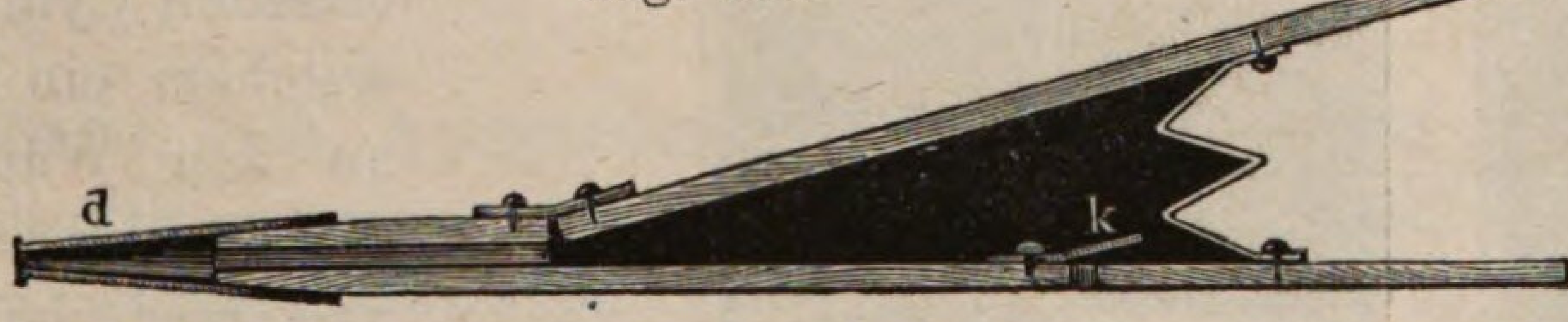
Nach demselben Principe werden auch kleinere Gasometer für Laboratorien construirt. In Fig. 437 ist ein solcher abgebildet, und wohl ohne weitere Erklärung verständlich. Es befindet sich hier nur eine Zuleitungsröhre, aus welcher man erst das Gas ein- und nachher auch wieder ausströmen lässt.

Diese Glockengasometer haben vor den Pepy'schen zwei Hauptvorzüge: einmal den, dass man beim Füllen mit Gas ihr Wasser nicht zu entleeren braucht, dann, dass der Druck des ausströmenden (oder eingesaugten) Gases durch Anbringung passender Gewichte beliebig regulirt und constant erhalten werden kann.

Gebläse. Unter Gebläsen versteht man Vorrichtungen, welche 147
dazu dienen, an eine bestimmte Stelle einen mehr oder minder starken Luftstrom hinzuleiten.

Die einfachste und bekannteste Form der Gebläse ist der Blasebalg, welcher in Fig. 438 in seiner einfachsten Form dargestellt ist.

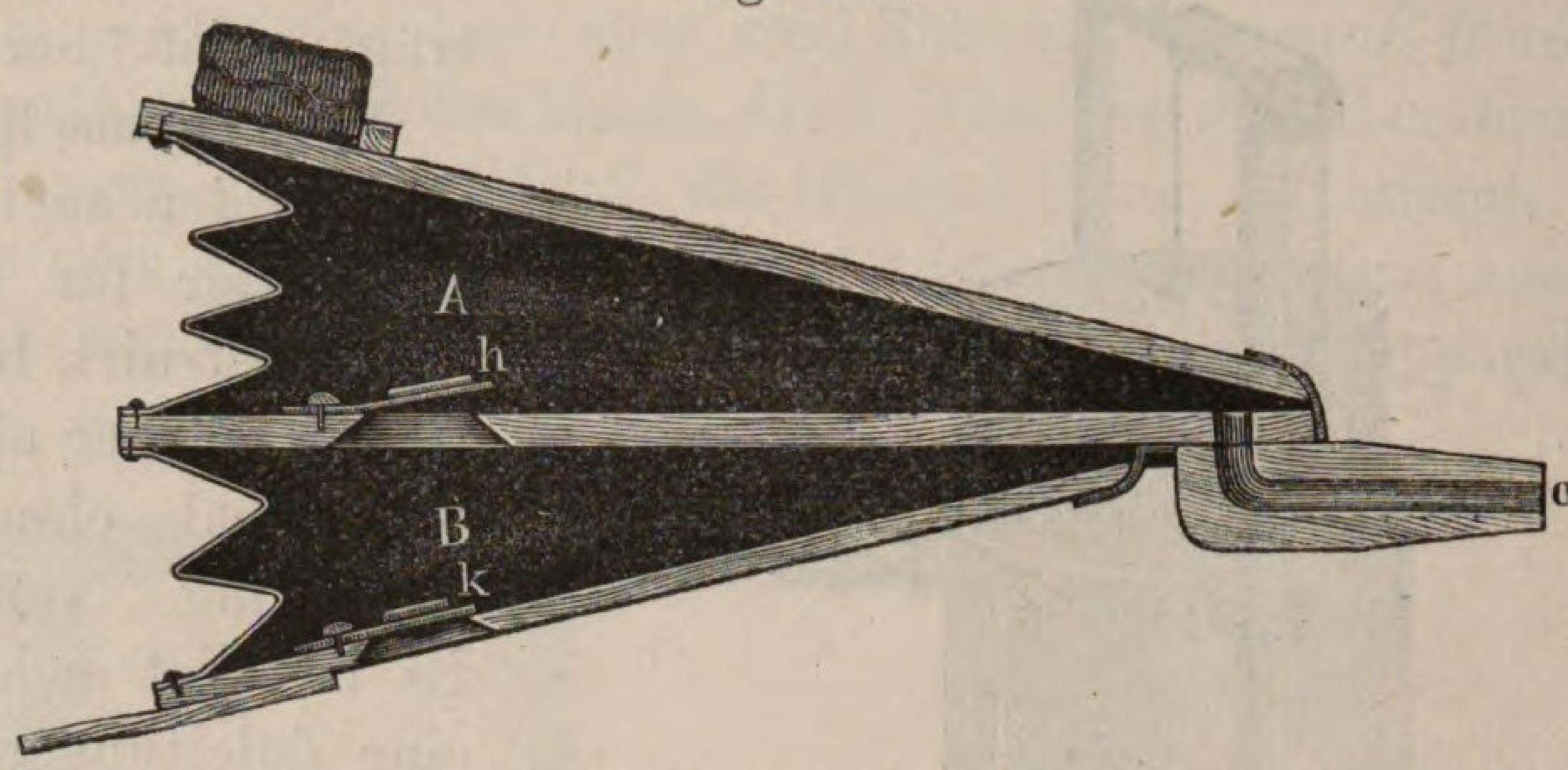
Fig. 438.



Beim Aufziehen des Deckels hebt sich das im Boden angebrachte Ventil k, es dringt von aussen her Luft in den inneren Raum des Blasebalges, welche beim Niederdrücken des Deckels durch die Düse d ausgetrieben wird, weil sich bei diesem Niederdrücken die Klappe k schliesst. Mit einem einfachen Blasebalg kann man aber keinen continuirlichen Luftstrom erzeugen, wie dies in Schmieden, in chemischen Laboratorien u. s. w. nöthig ist; man wendet in diesem Falle zusammengesetzte Blasebälge an, welche construirt sind, wie Fig. 439 (a. f. S.) zeigt. Die in der oberen Abtheilung A eines solchen Blasebalges enthaltene Luft wird durch Gewichte, welche auf dem oberen Deckel liegen, comprimirt; sie kann

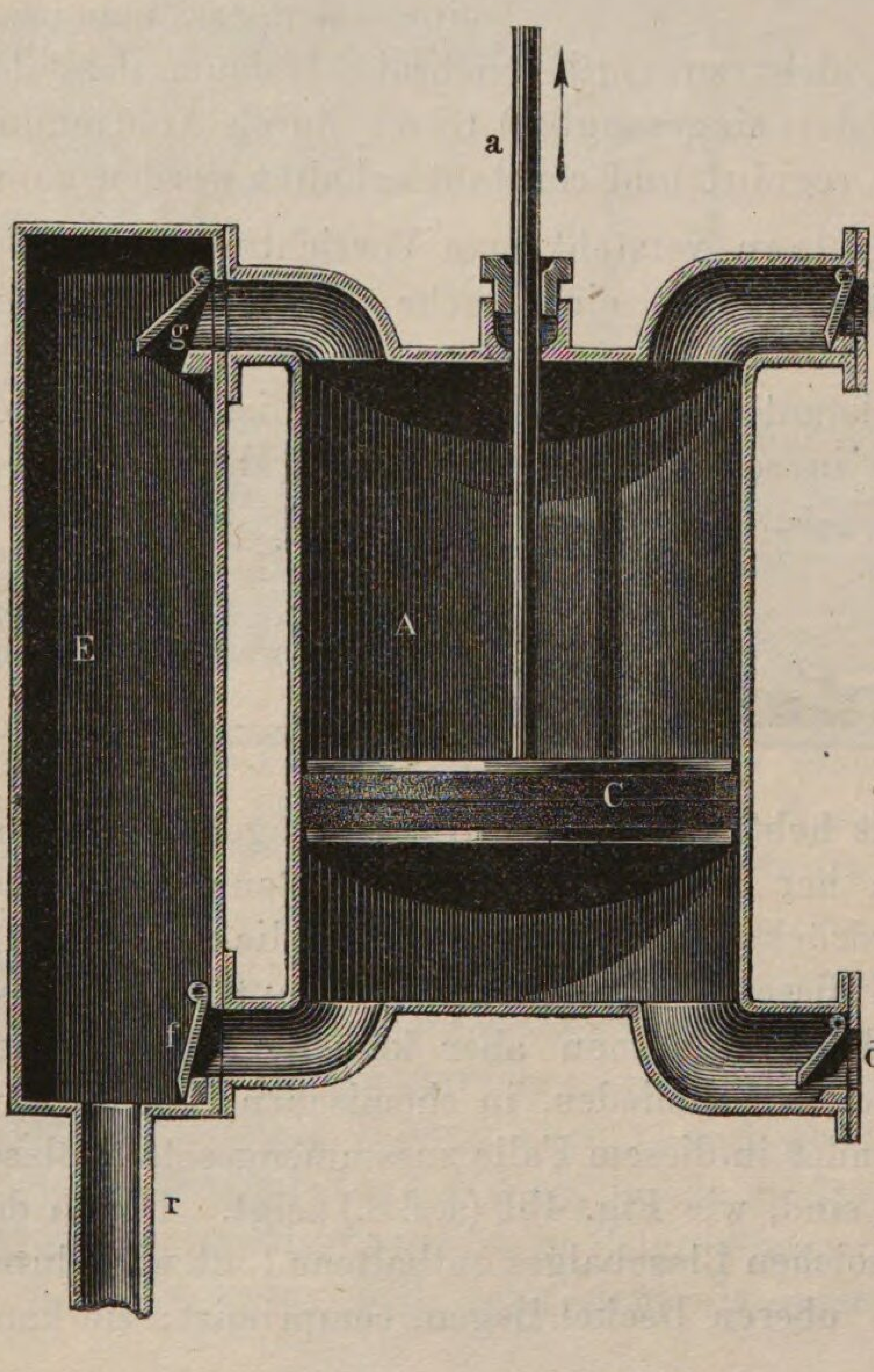
aber nur durch die Düse *o* entweichen, weil das Ventil *h* zwischen *A* und *B* sich schliesst, sobald die Luft in *A* stärker comprimirt ist als in *B*. Wenn man die untere Platte des Raumes *B* hebt, so wird die

Fig. 439.



Luft in *B* comprimirt, sie hebt das nach *A* führende Ventil *h* und dringt in den oberen Raum. Beim Niedergange der untersten Platte schliesst sich das Ventil *h* wieder, das Ventil *k* öffnet sich, und *B* füllt sich von Neuem mit Luft, welche durch Aufziehung der untersten Platte abermals in den oberen Raum geschafft wird. Man begreift leicht, dass das Ausströmen der Luft aus *A* durch die Düse nicht unterbrochen wird, während *B* von Neuem sich mit Luft füllt.

Fig. 440.



Das vollkommenste aller Gebläse ist das Cylindergebläse, welches Fig. 440 abgebildet ist. In einem wohlausgebohrten gusseisernen Cylinder *A*, in welchem ein Kolben *C*, an den Wänden luftdicht schliessend, auf- und niederbewegt werden kann, geht die Kolbenstange *a* luftdicht durch die in der Mitte des oberen Deckels befindliche Stopfbüchse. Durch die Oeffnung bei *b* communicirt der obere, durch die Oeffnung bei *d* der untere Theil des Cylinders mit der freien

Luft; die Oeffnungen bei *g* und *f* aber verbinden den Cylinder mit einem viereckigen Kasten *E*. Bei *b* und *d* befinden sich Klappen, die sich nach innen, bei *g* und *f* aber solche, die sich nach aussen öffnen. Wenn nun der Kolben niedergeht, schliesst sich die Klappe bei *d*, die bei *f* aber öffnet sich, und alle Luft aus dem unteren Theile des Cylinders wird in den Raum *E* getrieben. — Unterdessen dringt aber durch die Klappe bei *b* Luft von aussen her in den oberen Theil des Cylinders. Wenn der Kolben wieder in die Höhe geht, schliesst sich *b*, und alle Luft, die beim Niedergang des Kolbens hier eingedrungen war, wird durch die Oeffnung bei *g* in den Kasten *E* geschafft, während *f* geschlossen ist und sich der untere Theil des Cylinders wieder durch die geöffnete Klappe *d* mit Luft füllt. Die in *E* comprimirte Luft strömt durch ein am unteren Ende von *E* befestigtes Rohr nach dem Feuerraume.

Die Geschwindigkeit des Kolbens ist am grössten, wenn er die Mitte des Cylinders passirt, sie nimmt um so mehr ab, je mehr er sich der oberen oder unteren Gränze seines Weges nähert. Daraus geht hervor, dass der Wind, welchen ein solcher Cylinder liefert, nicht gleichmässig ausströmt. Da aber für die meisten Schmelzprocesse ein gleichmässiger Windstrom nöthig ist, so muss man dafür sorgen, ihn zu reguliren. Man erreicht dies entweder dadurch, dass man an demselben Windkasten *E* drei Cylinder anbringt, deren Kolben nicht gleichzeitig die Mitte ihres Weges passiren, oder auch dadurch, dass man die Luft aus *E* erst in einen Behälter treten lässt, dessen Rauminhalt sehr gross ist im Vergleich zum Volumen des Cylinders. Je grösser dieser Luftbehälter ist, welcher den Namen Regulator führt, desto weniger Einfluss hat die Unregelmässigkeit der Kolbenbewegung auf die Gleichmässigkeit des aus dem Regulator austretenden Luftstromes.

Um den Druck zu messen, welchem die Gase in den verschiedenen Behältern und Gasleitungsröhren ausgesetzt sind, bedient man sich der Manometer, welche bei Gebläsen auch den Namen der Windmesser führen.

Gesetze des Ausströmens der Gase. Für die Ausflussgeschwindigkeit der Gase gelten dieselben Gesetze wie bei Flüssigkeiten, d. h. die Ausflussgeschwindigkeit ist (Seite 353) 148

$$v = \sqrt{2gs} \qquad \text{1)}$$

wenn s die Druckhöhe bezeichnet. Hier aber ist s eine Grösse, die nicht direct durch die Beobachtung gegeben ist, wie bei tropfbar-flüssigen Körpern. Für diese bezeichnet s die Höhe der Flüssigkeitssäule, deren Druck den Ausfluss bewirkt und welche von derselben Natur und Dichtigkeit ist, wie die ausfliessende Flüssigkeit selbst. Gase, welche in einem Gefässe eingeschlossen sind, sind aber nie durch eine Gassäule von gleichmässiger Dichtigkeit und wohlbegränzter Höhe gedrückt, sondern sie sind einem Drucke ausgesetzt, welcher durch die Höhe *h* einer Wassersäule oder einer Quecksilbersäule gemessen wird.

Ist das specifische Gewicht des eingeschlossenen Gases (Wasser = 1 gesetzt) gleich d, so ist die Höhe s einer Säule dieses Gases, welche einer Wassersäule von der Höhe h das Gleichgewicht hält

$$s = \frac{h}{d},$$

mithin haben wir

$$v = \sqrt{2g\frac{h}{d}} \qquad \qquad 2)$$

Unter normalem Atmosphärendruck ist das specifische Gewicht der atmosphärischen Luft 0·00129. Hat aber eine abgesperrte Luftmasse ausser dem normalen Atmosphärendruck (welcher einer Wassersäule von 10·33 Metern das Gleichgewicht hält) noch den Druck einer Wassersäule von h Metern zu tragen, so ist ihr specifisches Gewicht

$$d = 0{\cdot}00129 \frac{10{\cdot}33 + h}{10{\cdot}33}.$$

Die Ausflussgeschwindigkeit der Luft ist also unter diesen Umständen

$$v = \sqrt{2g\frac{h \,.\, 10{\cdot}33}{0{\cdot}00129\,(10{\cdot}33 + h)}} \qquad \qquad 3)$$

Wenn die in einem Gasometer eingeschlossene Luft bei einem Barometerstand von b Metern ausser dem Druck der Atmosphäre noch den Ueberdruck einer Quecksilbersäule von h Metern zu tragen hat, so ist ihr specifisches Gewicht

$$d = 0{\cdot}00129 \frac{b + h}{0{\cdot}76}.$$

Die Höhe s einer Luftsäule von dieser Dichtigkeit, welche einer Quecksilbersäule von h Metern das Gleichgewicht hält, ist

$$s = h\frac{q}{d},$$

wenn d das specifische Gewicht der eingeschlossenen Luft, q aber das des Quecksilbers (beide auf Wasser bezogen) bezeichnen, oder wenn man für q und d ihre Werthe setzt:

$$s = h \cdot \frac{13{\cdot}6 \,.\, 0{\cdot}76}{0{\cdot}00129\,(b + h)}$$

$$s = 8012\,\frac{h}{b + h}.$$

Setzen wir diese Werthe von s in Gleichung 1), so kommt

$$v = \sqrt{2g \,.\, 8012\,\frac{h}{b + h}},$$

oder wenn man für g seinen Zahlenwerth 9·81 setzt:

$$v = 396{\cdot}5 \sqrt{\frac{h}{b+h}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 4)$$

In dieser Gleichung bezeichnet also v die Geschwindigkeit, mit welcher atmosphärische Luft aus der Oeffnung eines Gefässes, in welchem sie durch den Ueberdruck einer Quecksilbersäule von h Metern comprimirt ist, ins Freie, also in die Luft ausströmt, welche unter dem Druck eines Barometerstandes von b Metern Höhe steht.

Nach Gleichung 4) lässt sich aber auch die Geschwindigkeit berechnen, mit welcher Luft, welche sich unter dem Drucke h befindet, in den leeren Raum einströmt. Man hat für diesen Fall nur $b = 0$ zu setzen und erhält alsdann

$$v = 396{\cdot}5 \sqrt{\frac{h}{h}} = 396{\cdot}5,$$

also stets den gleichen Werth von v, welches auch der Werth von h sein mag.

Die Ausflussmenge in einer Secunde würde man erhalten, wenn man den Querschnitt der Oeffnung f mit diesem Werthe von v multiplicirt, vorausgesetzt, dass in jedem Punkte des Querschnitts die ausströmenden Lufttheilchen mit dieser Geschwindigkeit passiren. Die Ausflussmenge in t Secunden würde demnach sein

$$M = f\,.\,t\,.\,396{\cdot}5 \sqrt{\frac{h}{b+h}}.$$

Die Erfahrung aber zeigt, wie wir dies ja auch schon bei tropfbarflüssigen Körpern gesehen haben, dass die wirkliche Ausflussmenge geringer ist als die theoretische; und zwar hat man die theoretische Ausflussmenge mit einem bestimmten Factor μ zu multipliciren, um die wirkliche zu erhalten.

Für Wasser ist bekanntlich dieser Factor 0·64 und ist fast ganz unabhängig von der Druckhöhe, indem er nur sehr unbedeutend wächst, wenn die Druckhöhe abnimmt. Für Gase aber ist der Werth von μ sehr veränderlich. Nach Schmidt, welcher diesen Gegenstand zuerst einer genaueren Untersuchung unterworfen hat, ist μ bei einer Druckhöhe von 1 m (Wasser) gleich 0·52. Nach d'Aubuisson's Versuchen ist, innerhalb der Druckhöhen 3 bis 15 cm, der Werth von $\mu = 0{\cdot}65$ zu setzen. Solche Verschiedenheiten können nicht wohl von Beobachtungsfehlern herrühren, und beweisen unzweifelhaft eine Veränderlichkeit von μ.

Eine sehr genaue Reihe von Versuchen hat Koch über diesen Gegenstand angestellt. Er hat gefunden, dass, wenn die Druckhöhe von 2 m (Wasser) bis 5 cm abnimmt, der Werth von μ von 0·5 bis auf 0·6 wächst. Buff hat gezeigt, dass, wenn man

$$\mu = 0{\cdot}626\,(1 - 0{\cdot}789 \sqrt{h})$$

setzt, wo h, wie bisher, die Druckhöhe bezeichnet, die nach dieser Formel

berechneten Werthe sehr gut mit den Koch'schen Beobachtungen übereinstimmen, dass also diese Formel das empirische Gesetz für die Veränderlichkeit des Ausflusscoëfficienten μ ist. Später hat Buff hierüber selbst genaue Versuche bei geringem Drucke, wie er besonders in der Praxis vorkommt, angestellt, welche gleichfalls die Veränderlichkeit des Coëfficienten μ in der erwähnten Weise bestätigen.

Die Differenz zwischen der theoretischen und wirklichen Ausflussmenge hat hier einen ganz analogen Grund, wie bei den tropfbar-flüssigen Körpern, und es lässt sich daraus schliessen, dass auch hier eine *Contractio venae* stattfinden muss, obgleich wir sie nicht unmittelbar beobachten können.

Cylindrische Ansatzröhren ebenso wie konische, mag nun die weite Oeffnung nach innen oder nach aussen gekehrt sein, vermehren die Ausflussmenge der Gase.

149 **Ausflussgeschwindigkeit verschiedener Gase bei gleichem Druck.** Nach Gl. 2) des vorigen Paragraphen ist die Ausströmungsgeschwindigkeit v' eines Gases, dessen specifisches Gewicht nicht d, sondern nd ist,

$$v' = \sqrt{2g\frac{h}{nd}} = v\sqrt{\frac{1}{n}}.$$

Wenn verschiedene Gase unter gleichem Druck ausströmen, so ist also ihre Ausströmungsgeschwindigkeit der Quadratwurzel aus ihren specifischen Gewichten umgekehrt proportional. Ein viermal leichteres Gas wird also doppelt so schnell ausströmen. Das specifische Gewicht der Kohlensäure ist 1·5, das des Wasserstoffgases ist 0·069 mal so gross als das der atmosphärischen Luft. Die Ausströmungsgeschwindigkeit der Kohlensäure ist also $\frac{v}{\sqrt{1 \cdot 5}} = 0 \cdot 816\, v$, die des Wasserstoffgases ist $\frac{v}{\sqrt{0 \cdot 069}} = 3 \cdot 8 \,.\, v$, wenn v die Ausströmungsgeschwindigkeit der atmosphärischen Luft unter gleichem Druck bezeichnet.

Da nun aber die Ausflusszeit der Ausflussgeschwindigkeit umgekehrt proportional ist, so folgt, dass das specifische Gewicht eines Gases dem Quadrat der Zeit proportional ist, welches ein gegebenes Gasvolumen unter sonst gleichbleibenden Umständen braucht, um aus einer feinen Oeffnung auszuströmen.

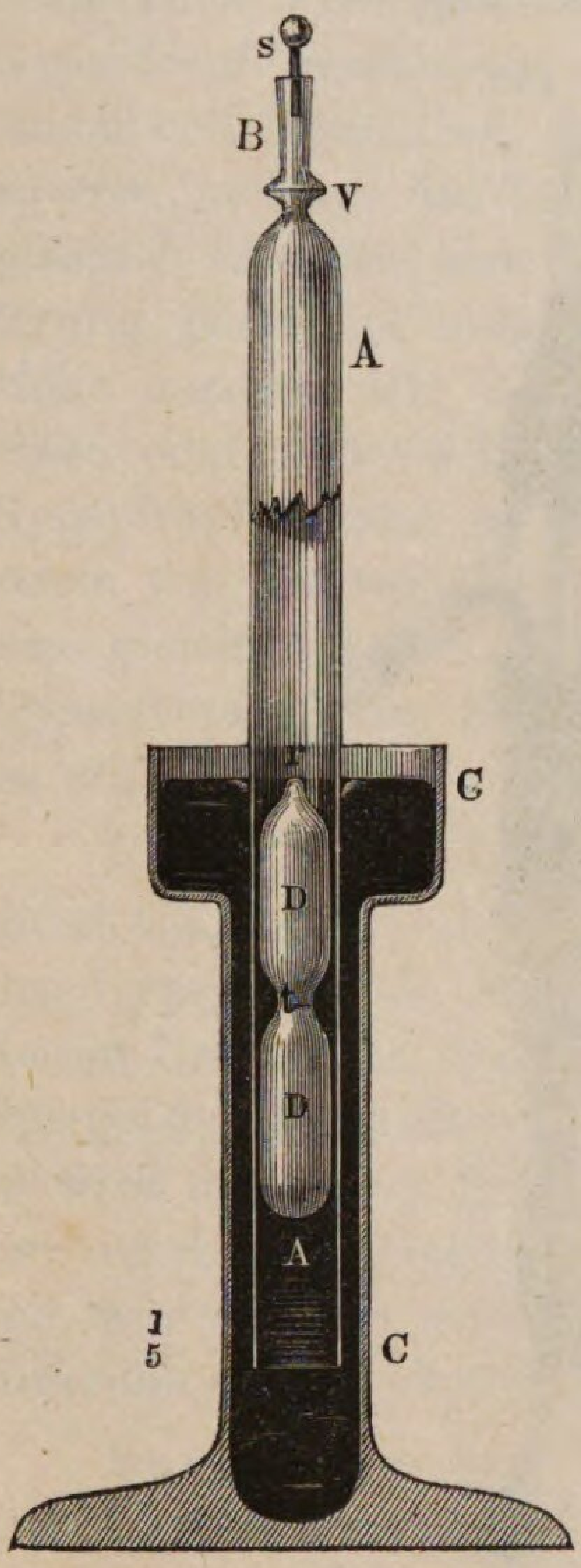
Bezeichnen wir mit t und t' die Zeiten, welche zwei gleiche Volumina verschiedener Gase brauchen, um bei gleichem Druck durch die gleiche Oeffnung auszuströmen, so haben wir also

$$\frac{s}{s'} = \frac{t^2}{t'^2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 1)$$

wenn wir mit s und s' die specifischen Gewichte der beiden Gasarten bezeichnen.

Bunsen gründete darauf ein sehr sinnreiches Verfahren, um das specifische Gewicht von Gasen zu ermitteln. Zur Aufnahme des zu untersuchenden Gases dient eine Glasröhre *A*, Fig. 441, welche ungefähr 40 Centimeter lang ist. Oben ist sie verengt und ein Glasröhrchen *B* angesetzt. In der etwas verdickten Vereinigungsstelle *V* ist ein dünnes Platinplättchen eingeschmolzen, welches eine feine Oeffnung hat, durch welche das Gas aus *A* ausströmen kann, wenn das Röhrchen *B* nicht durch den Glasstöpsel *s* geschlossen ist. Unten ist das Gas durch Quecksilber gesperrt, welches sich in einem oben erweiterten Gefäss befindet. Während der Stöpsel *s* wohl schliessend aufgesetzt ist, wird nun die Glasröhre *A* so tief in das Quecksilber niedergedrückt und durch eine entsprechende Vorrichtung festgehalten, dass die Spitze *r* eines aus einer Glasröhre verfertigten Schwimmers *D* durch ein mehrere Schritte entferntes Fernrohr genau im Niveau des Quecksilbers im Gefäss *C* erscheint. Nun wird der Stöpsel *s* weggenommen; das Gas beginnt auszuströmen, der Schwimmer *D* steigt, und man hat nur die Zeit zu messen, welche vom Wegnehmen des Stöpsels an vergeht, bis die an einer Verengung des Schwimmers *D* angebrachte Marke *t* im Niveau des äusseren Quecksilbers erscheint. Hat man mit demselben Instrumente gleich hinter einander diese Messung mit zwei verschiedenen Gasarten angestellt, so verhalten sich ihre specifischen Gewichte wie die Quadrate der beobachteten Ausflusszeiten. Zur Erläuterung mögen folgende von Bunsen angestellte Messungen dienen. Damit der Schwimmer *D* um die Höhe *rt* stieg, waren erforderlich

Fig. 441.



für atmosphärische Luft	für Knallgas (elektrolytisch)
117·9 Secunden	75·4 Secunden
117 "	75·8 "
117·9 "	75·7 "
117·6 Secunden	75·6 Secunden.

Setzen wir nach diesen Versuchsresultaten in Gleichung 1) $t = 75{\cdot}6$, $t' = 117{\cdot}6$ und $s' = 1$, so ergiebt sich für das specifische Gewicht des Knallgases

$$s = \frac{75{\cdot}6^2}{117{\cdot}6^2} = 0{\cdot}413,$$

was mit dem aus dem specifischen Gewicht der Bestandtheile berechneten specifischen Gewichte des Knallgases (0·415) sehr nahe übereinstimmt.

Fig. 442 zeigt eine verbesserte Form des Ausströmungsapparates, welchen Bunsen zur Bestimmung des specifischen Gewichtes der Gase anwendet (Bunsen, gasometrische Methoden, S. 129).

Fig. 442.

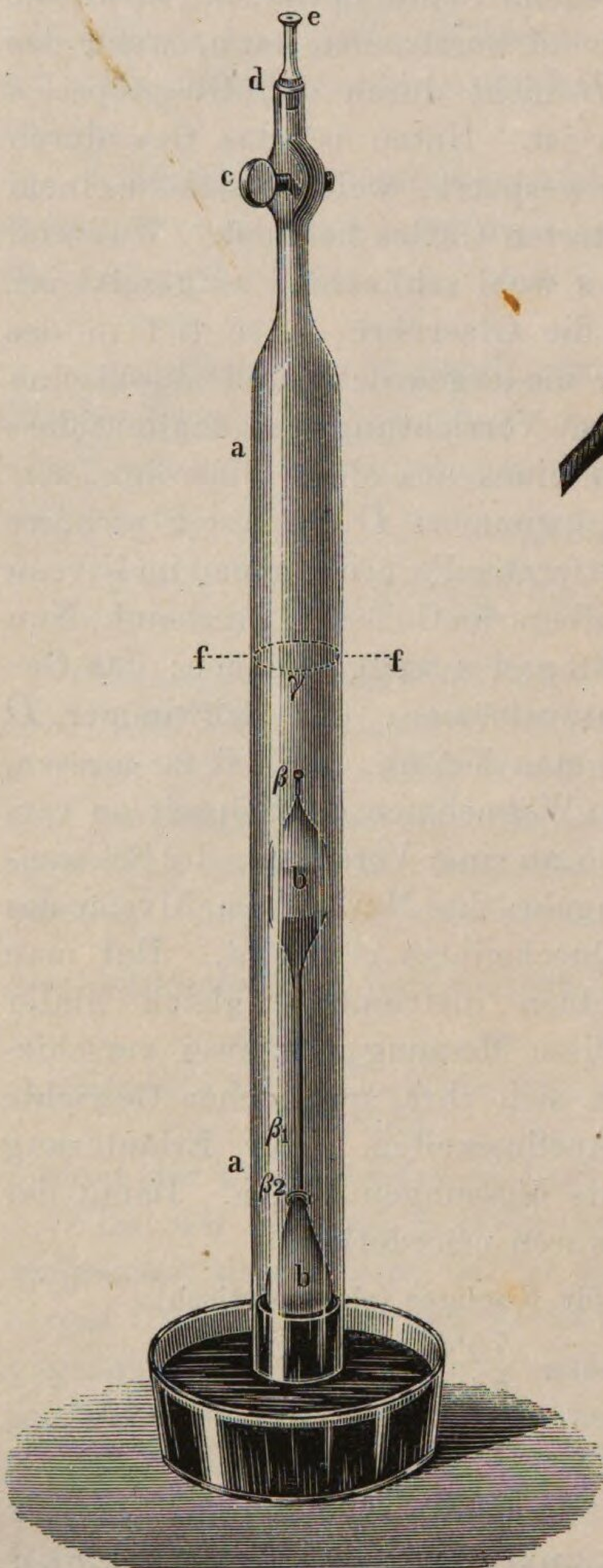
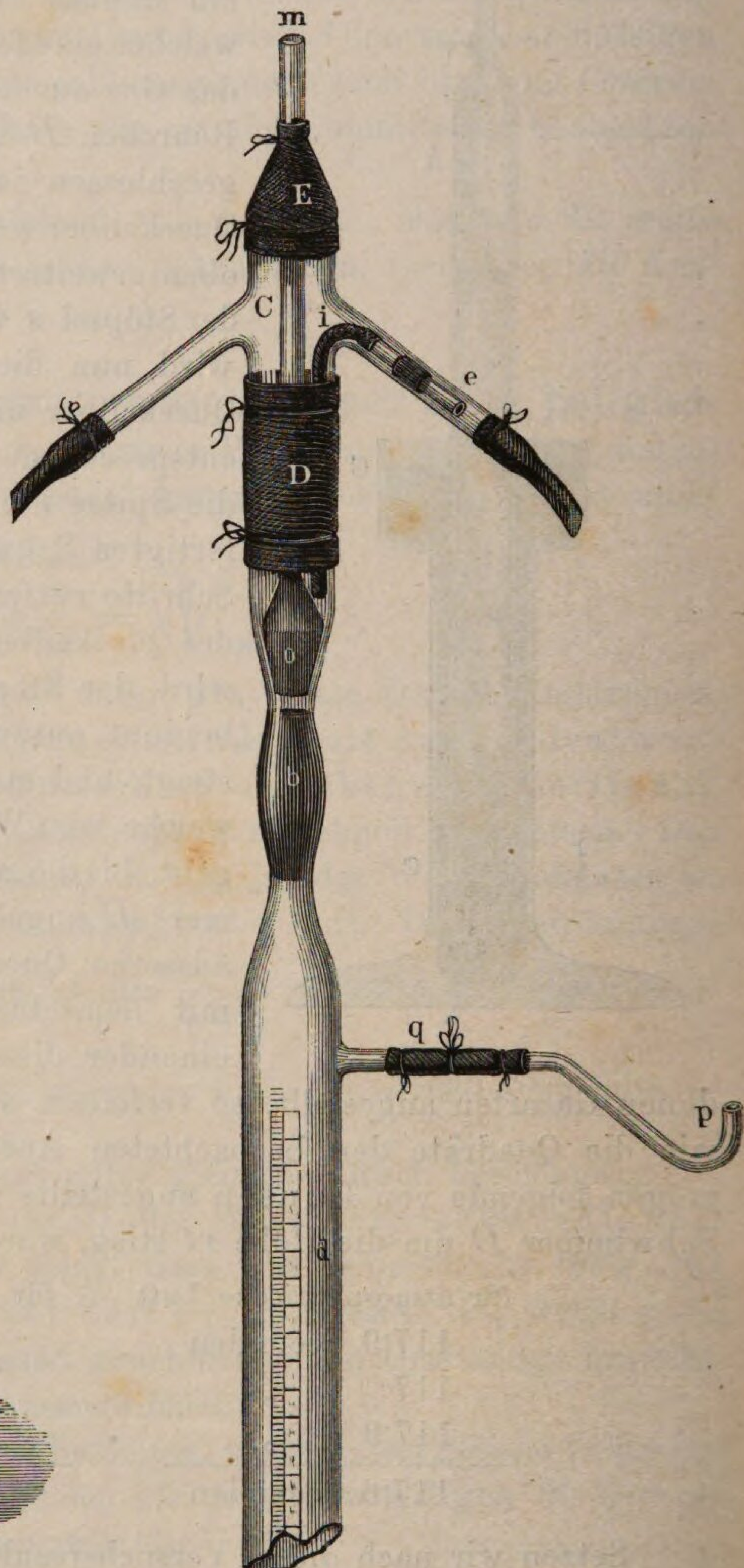


Fig. 443.



Wenn die Gase nicht durch Oeffnungen in dünner Wand, sondern durch Capillarröhren ausströmen, so erscheinen die Ausströmungsgesetze in ähnlicher Weise modificirt, wie die der tropfbar-flüssigen Körper.

Um die Gesetze zu ermitteln, nach welchen das Ausströmen eines Gases durch die capillaren Canäle eines Gypspfropfs stattfindet, wandte Bunsen (Gasometrische Methoden Seite 214) die in Fig. 443 abgebildete Vorrichtung an. Eine graduirte Röhre, ähnlich dem im §. 103 besprochenen Diffussionsrohre, ist oben mit einem bei 60° C. getrockneten Gypspfropf geschlossen. Durch ein seitliches Rohr kann man sie mit einem beliebigen Gase füllen und dann mittelst eines Quetschhahnes absperren, welcher das Kautschukröhrchen *q* zudrückt. — Ueber dem Gypspfropf *b* erweitert sich die Glasröhre etwas und in diese konische Erweiterung passt der eingeriebene Glasstöpsel *o*. Erst wenn dieser in die Höhe gezogen ist, kann eine Durchströmung des Gypspfropfs nach der einen oder anderen Richtung hin beginnen. Durch den Raum über dem Gypspfropf *b* kann man nun aber mittelst des Röhrchens *i* einen Gasstrom von der rechten Seite her einführen, während auf der linken Seite eine gleiche Gasmenge ausströmt, und so ist es möglich, auch über dem Gypspfropf *b* eine beständig erneuerte Atmosphäre irgend eines Gases zu erhalten.

Es sei nun das Rohr in der Fig. 330 S. 265 angedeuteten Weise durch Quecksilber abgesperrt und mit Sauerstoffgas gefüllt, während über den Gypspfropf ein Strom von Sauerstoffgas hinwegstreicht; wenn unter diesen Umständen das Rohr so hoch in die Höhe gezogen wird, dass der Spiegel des Quecksilbers im Rohr einige Centimeter höher steht als aussen, so wird unter dem Einfluss dieser Druckdifferenz Sauerstoffgas von oben her durch den Gypspfropf in die Röhre eintreten und man kann nun messen, wie viel Zeit erforderlich ist, damit bei constant erhaltener Druckdifferenz ein gegebenes Volumen Sauerstoff eindringt.

Bunsen hat den Versuch für das nämliche Gas bei verschiedener Druckdifferenz angestellt und ihn dann in gleicher Weise mit verschiedenen Gasen wiederholt. Aus diesen Versuchen ergab sich zunächst, dass die in gleichen Zeiten durch den Gypspfropf eingeströmten Volumina desselben Gases der Druckdifferenz proportional sind.

Vergleicht man aber die Volumina verschiedener Gase, welche unter gleicher Druckdifferenz in derselben Zeit einströmen, so verhalten sich diese nicht umgekehrt wie die Quadratwurzel aus den specifischen Gewichten der Gase. Die unter gleicher Druckdifferenz in gleichen Zeiten eingetretenen Volumina von Sauerstoffgas und Wasserstoffgas verhalten sich nach dem Versuche wie 1 : 2·73; während die Quadratwurzeln aus den specifischen Gewichten im Verhältniss von 1 zu 3·995 stehen.

Es geht daraus hervor, dass der Durchgang eines Gases durch einen Gypspfropf durch einen Reibungscoëfficienten modificirt ist, welcher von der Natur des Gases abhängt, und dass also die Hohlräume des Gypses gegen hindurchströmende Gase sich nicht wie ein

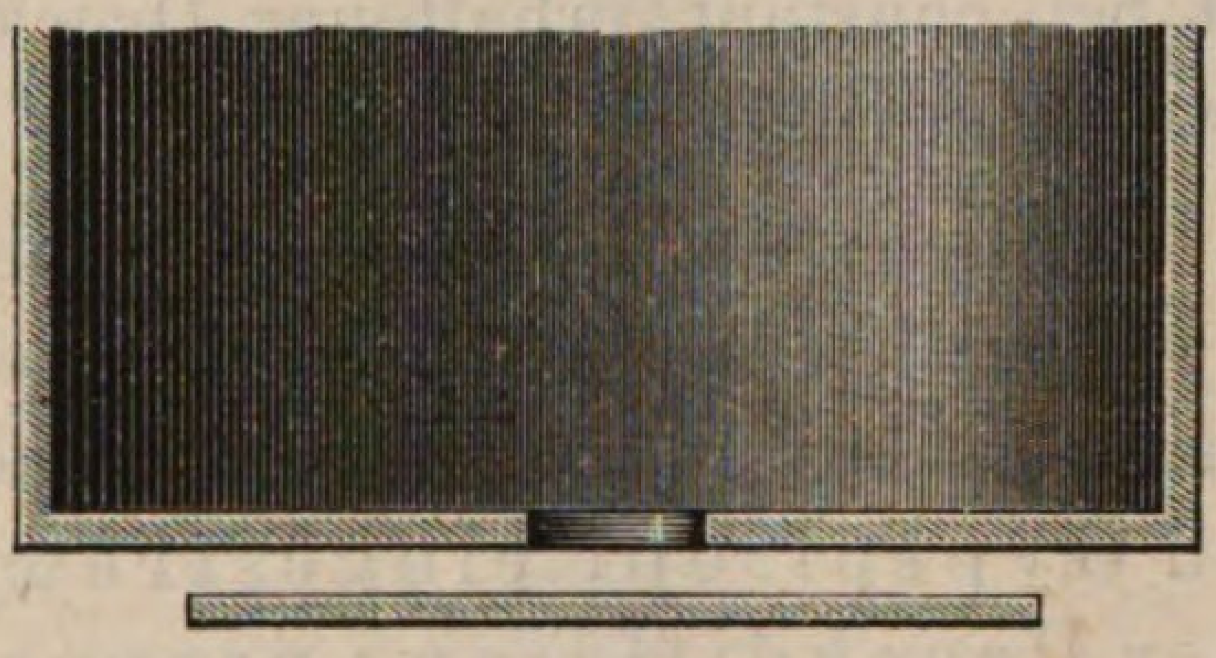
System von feinen Oeffnungen in dünner Wand, sondern wie ein System capillarer Röhren verhalten.

Durch diese Thatsache erklärt sich auch, warum die durch einen Gypspfropf vermittelte Diffusion von Gasen (§. 103) nicht genau dem Graham'schen Gesetze folgen kann.

150 **Seitendruck der Gase beim Ausströmen.** Wenn sich Luft durch Röhrenleitungen bewegt, so ist ein Reibungswiderstand zu überwinden, und dazu wird ein Theil der Spannung des comprimirten Gases verwandt werden, also für die Bewegung verloren gehen. Der Druck, den die Röhrenwände von der Tension der durchströmenden Luft auszuhalten haben, nimmt um so mehr ab, je mehr man sich der Mündung des Rohres nähert, wie man sich durch Manometer überzeugt, welche an verschiedenen Stellen des Rohres angebracht werden. Es ist dies ganz den Erscheinungen analog, welche man bei der Bewegung von Flüssigkeiten durch Röhrenleitungen beobachtet. Ueber den Reibungswiderstand, welcher bei der Bewegung der Luft durch Röhren überwunden werden muss, sind besonders von d'Aubuisson und Buff Versuche angestellt worden.

Das Phänomen des Saugens findet bei der Bewegung der Gase auf eine ganz ähnliche Weise wie bei dem Ausströmen von Flüssigkeiten statt. Clement und Desormes haben eine äusserst interessante, hierher gehörige Erscheinung beschrieben. Wenn man in den Boden eines Reservoirs, Fig. 444, welches comprimirte Luft enthält, eine Oeffnung von 2 bis 5 cm Durchmesser macht, so entweicht die Luft mit grosser Gewalt.

Fig. 444.



Wenn man der Oeffnung eine Scheibe von Holz oder Metall nähert, welche ungefähr 20 cm Durchmesser hat, so wird sie, nachdem der erste Widerstand überwunden ist, nicht mehr abgestossen; sie oscillirt lebhaft, indem sie in sehr kurzen Zwischenräumen sich der Oeffnung bald nähert, bald von ihr entfernt. Die Luft entweicht dabei mit grossem Geräusch zwischen der Scheibe und der Wand. Wenn man versucht, die Scheibe wegzunehmen, so muss man grosse Kraft anwenden, wie wenn sie auf die Wand festgeleimt wäre. Clement und Desormes erklärten dies Phänomen ganz richtig. Der Luftstrahl, welcher die Oeffnung verlässt, muss sich in eine dünne Schicht zwischen der Scheibe und der Wand ausbreiten. Bei unveränderter Dicke muss sie sich um so mehr ausbreiten, je mehr sie sich dem Rande der Scheibe nähert; sie befindet sich also in dem Falle wie ein flüssiger Strahl, welcher die immer wachsenden Querschnitte eines konischen Ansatzrohres ausfüllen soll. Zwischen der Scheibe und der Wand bildet sich ein luftverdünnter Raum, in Folge dessen die atmosphärische Luft, von unten gegen die Scheibe drückend, sie an die Wand anpresst.

Man kann diesen Versuch auch im Kleinen anstellen, wenn man Luft mit dem Mund durch eine Röhre bläst, welche mit einer ebenen Scheibe endigt, wie dies Fig. 445 dargestellt ist. Diese Scheibe hat in der Mitte ein Loch. Nahe am Rande sind drei Stäbchen, etwa von Draht, befestigt. An ihrem unteren Ende ist an jedem dieser Stäbchen ein Knopf angebracht, und auf diesen drei Knöpfchen liegt endlich frei nach oben beweglich eine Scheibe von Kartenpapier; sie hat drei Einschnitte, durch welche die drei Stäbchen hindurchgehen. Sobald man bei *a* in die Röhre *ab* kräftig hineinbläst, wird die bewegliche Scheibe gehoben und bleibt nahe der oberen Scheibe hängen, bis man mit Blasen aufhört.

Fig. 445.

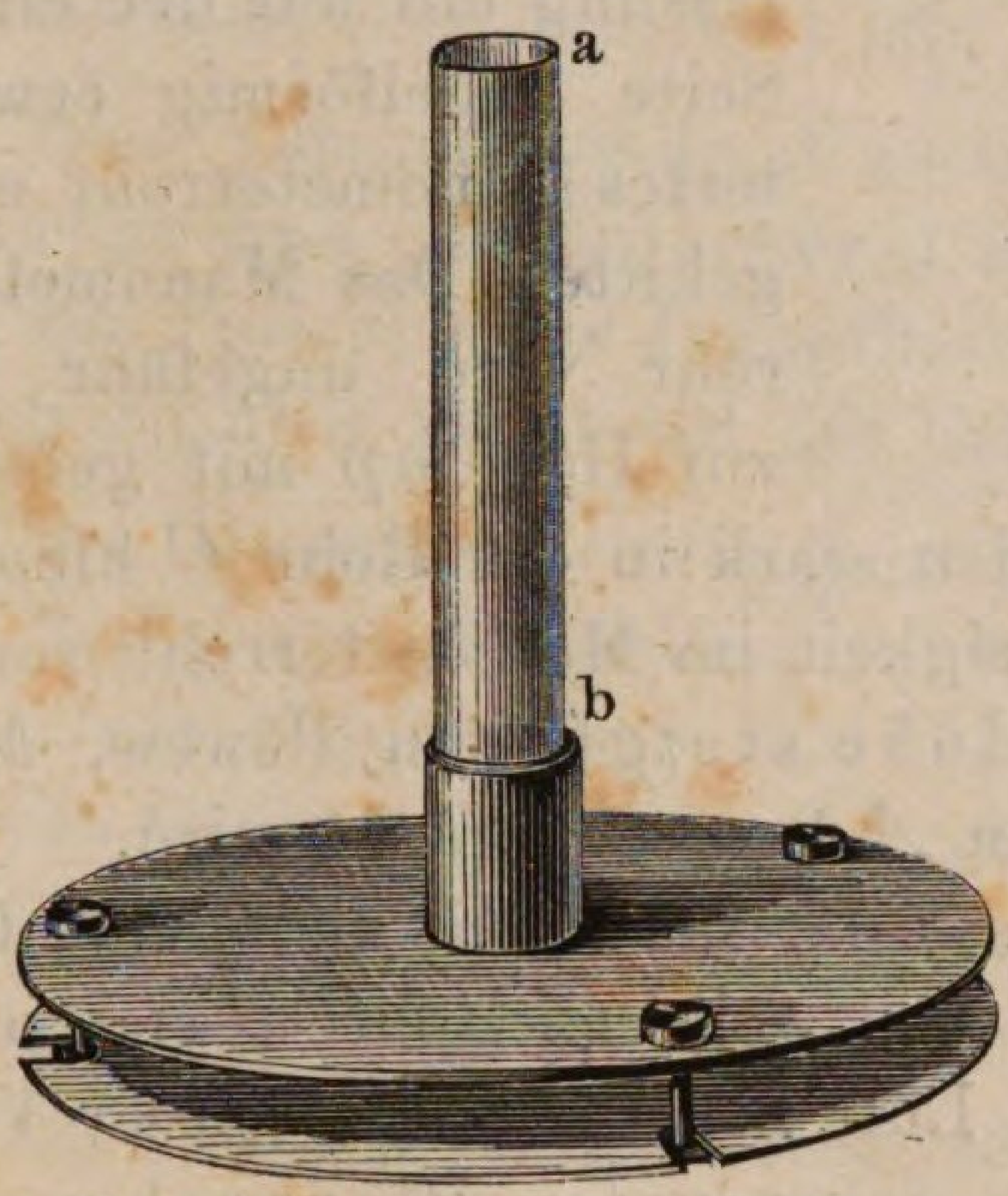
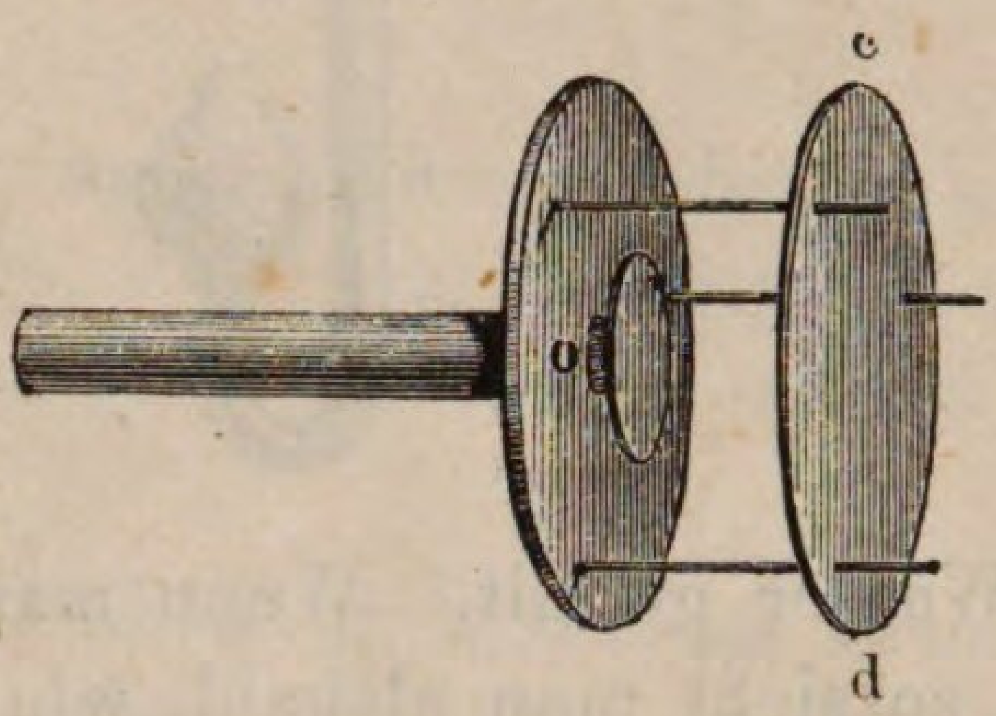


Fig. 446.



Eine andere Form dieses Versuchs ist in Fig. 446 dargestellt. Vor der Mündung *o* des horizontal gehaltenen Rohres ist in geringem Abstand ein Messingscheibchen befestigt, dessen Durchmesser etwas grösser ist als der der Oeffnung, so dass der bei *o* austretende Luftstrom alsbald eine seitliche Richtung annehmen muss. Bei richtiger Stellung dieses kleinen Scheibchens kann der gegen die bewegliche Scheibe *cd* von aussen her wirkende Druck so stark werden, dass sie schon aus einer Entfernung von 5 cm angezogen wird.

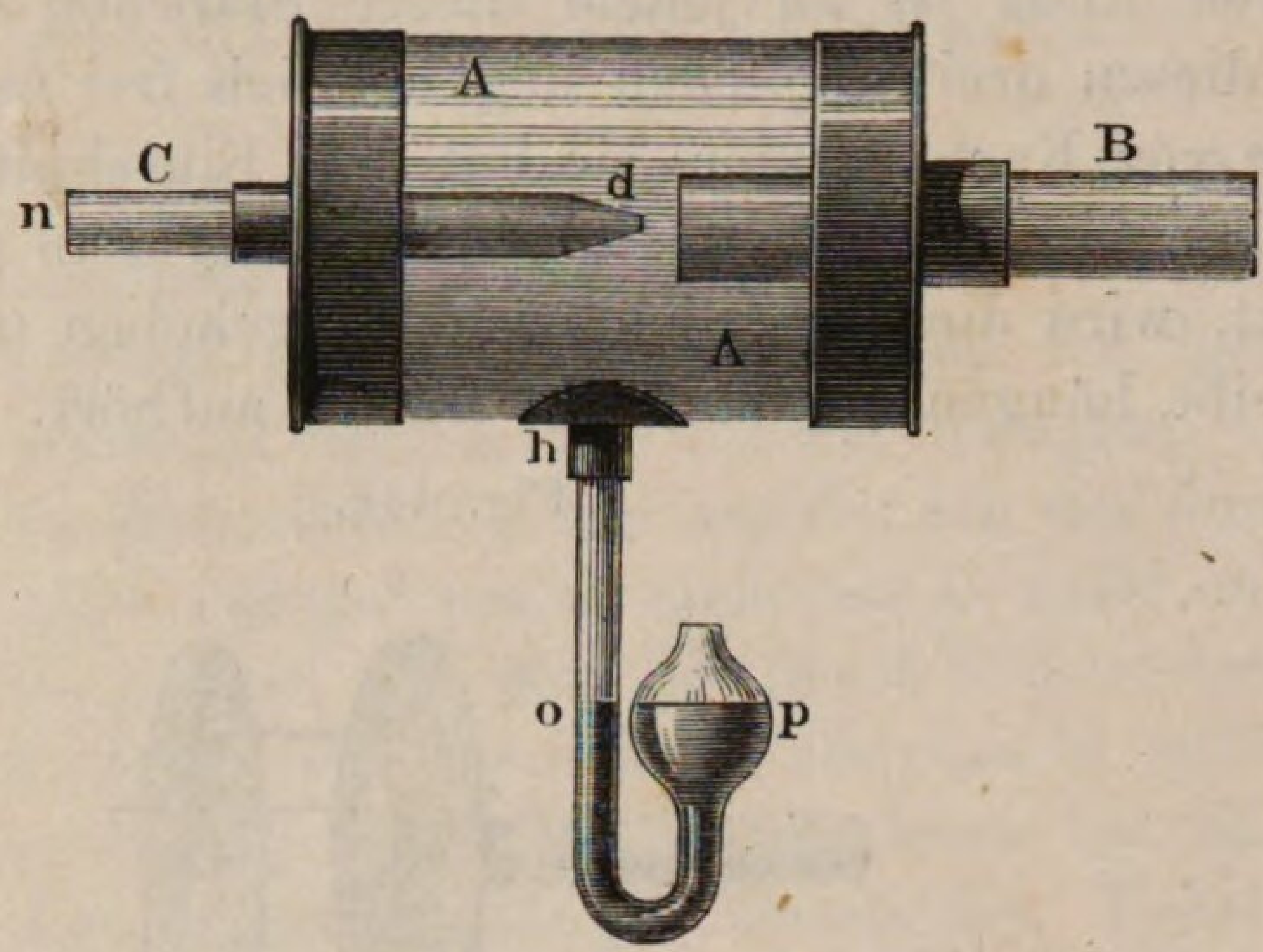
Den Durchmesser der Scheiben kann man ungefähr 1 Decimeter, die verticale Entfernung der beiden Scheiben 1 Centimeter machen.

Die einfachste Art, diesen Versuch anzustellen, hat Faraday angegeben. Man schliesse die Finger der offenen Hand fest an einander, so wird doch noch von Gelenk zu Gelenk ein spaltartiger Zwischenraum bleiben. Während man nun die Hand auf diese Weise horizontal hält, so dass die Fläche abwärts gekehrt ist, applicire man die Lippen dem Intervall zwischen dem Zeige- und Mittelfinger, nahe an ihren Wurzeln, und blase möglichst stark. Bringt man nun ein Stück Papier von ungefähr 16 Qcm an die Oeffnung, durch welche der Luftstrom hindurchgeht, so wird es weder durch diesen Luftstrom fortgeblasen, noch fällt es durch sein Gewicht herab, was aber sogleich geschieht, sobald man mit Blasen aufhört.

Das Phänomen des Saugens durch ausströmende Gase wollen wir auch mittelst des Apparates Fig. 447 (a. f. S.) erläutern. Ein etwas wei-

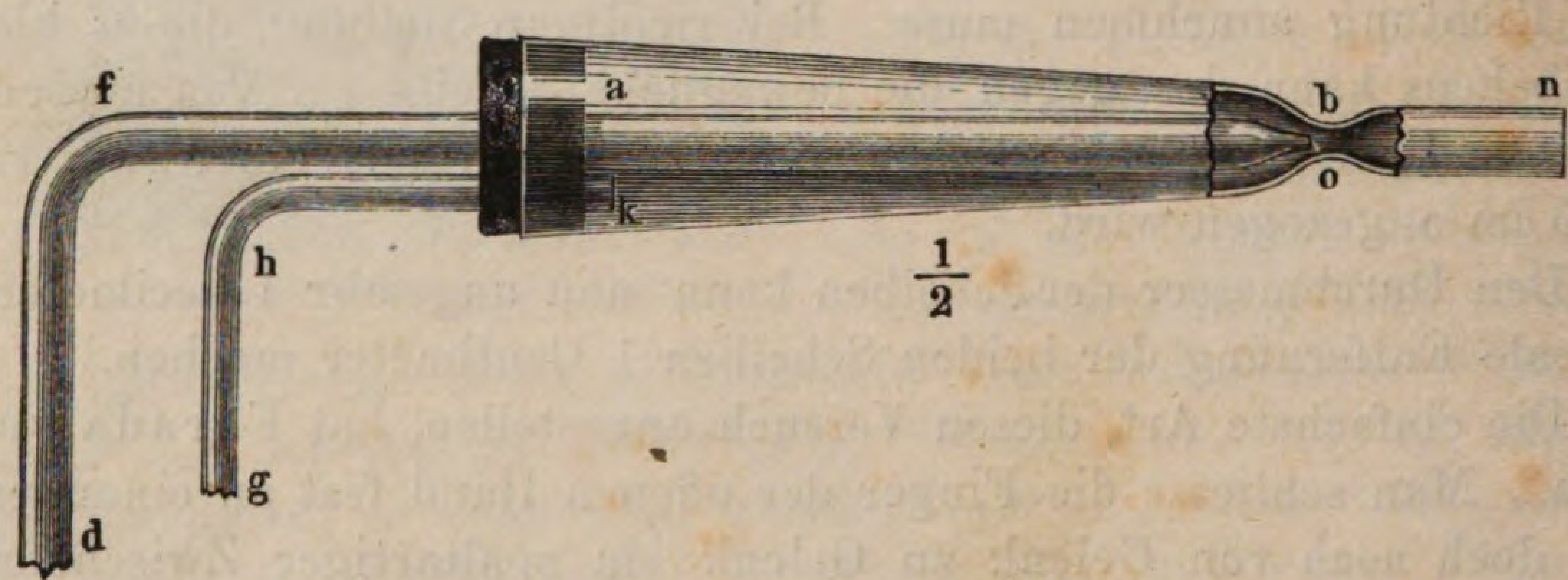
tes, kurzes Glasrohr A ist auf beiden Seiten durch aufgekittete Kappen von Messingblech geschlossen. In die eine derselben ist die Glasröhre B, in die andere ist die noch engere Glasröhre C so eingekittet, dass die etwas eingezogene, etwa 2 mm weite Mündung d der Röhre C ganz nahe vor dem einen Ende der Röhre B steht. Bei h ist die Röhre A durchbohrt und in eine hier aufgekittete Messingfassung ein auf der einen Seite kugelförmig erweitertes Manometerrohr eingekittet. Das Manometerrohr wird ungefähr bis zur Höhe op mit gefärbtem Wasser gefüllt. Wenn man nun bei n stark in das Rohr C hineinbläst, so sieht man alsbald, wie die Flüssigkeit im Manometerrohr von o aus mehrere Centimeter hoch in die Höhe steigt, ein Beweis, dass durch das Blasen eine Luftverdünnung in A hervorgebracht wird.

Fig. 447.



Die Luftverdünnung rührt daher, dass der bei d mit ziemlicher Geschwindigkeit austretende Luftstrom, in dem weiteren Rohre b sich ausbreitend, eine saugende Wirkung auf die Luft in A ausübt. Dieser Versuch erklärt sehr gut die Wirkung des sogenannten Blaserohrs der Locomotiven.

Fig. 448.



Weit kräftiger noch lässt sich die Wirkung des Saugens mit dem von Reichert ganz aus Glas und Korkstopfen construirten Apparat Fig. 448 zeigen, dessen Einrichtung nach dem Vorangehenden wohl ohne Weiteres verständlich sein wird. Zur Erläuterung der Figur ist nur noch zu bemerken, dass die äussere Glasröhre bei b im Durchschnitt dargestellt ist. Der links aus dem Korkstopfen hervorragende Theil der Röhre ofd und khg ist in horizontaler und verticaler Richtung weit länger, als es in der Figur der Raumersparniss wegen dargestellt ist.

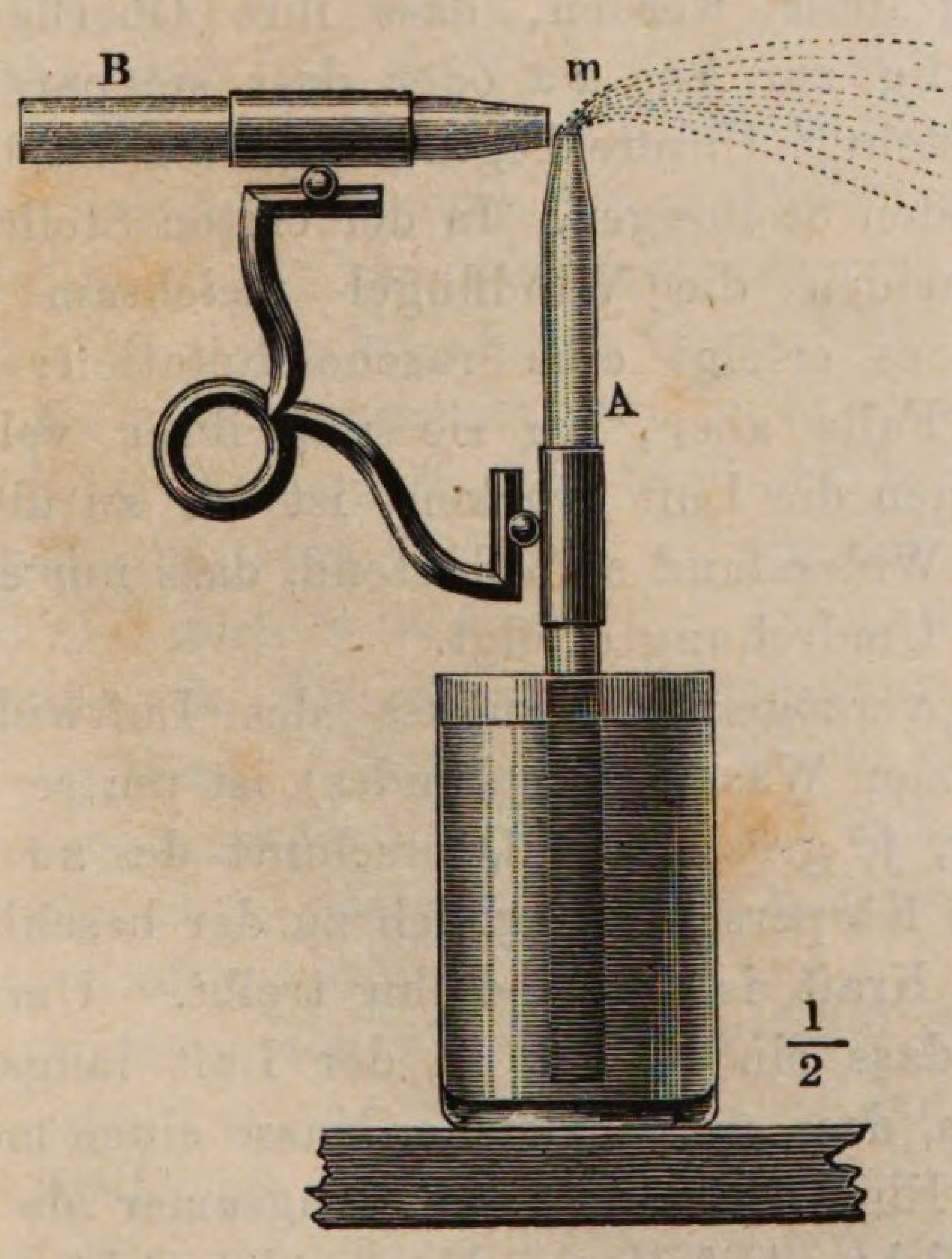
Das vertical herabgehende Röhrenstück *fd* ist in den Hals eines Kochgefässes, etwa eines kleinen Papinianischen Topfes, eingesetzt, dessen Wasser erhitzt wird. Sobald die Dämpfe bei *o* mit hinreichender Gewalt ausströmen, saugen sie nicht nur das Wasser aus einem Gefäss, in welches das untere Ende von *hg* eingetaucht ist, empor, sondern sie treiben dasselbe auch noch zur Oeffnung bei *n* hinaus. Setzt man bei *n* mittelst eines Kautschukröhrchens ein kurzes Glasrohr an, welches mit einer verengten Mündung versehen ist, wie die bei *o*, so strömt aus dieser Mündung ein continuirlicher Wasserstrahl hervor, welcher unter günstigen Umständen bis zur Decke des Zimmers aufsteigt, wenn diese Mündung vertical nach oben gerichtet ist.

Diese Vorrichtung dient auch sehr gut, um die Wirkung der Dampfstrahlpumpe (des Injectors) zu erläutern, welche in neuerer Zeit vielfach zur Speisung der Dampfkessel benutzt wird, für deren nähere Besprechung aber hier nicht der Ort ist.

Die Gebrüder Körting in Hannover haben nach diesem Principe eine Reihe von Apparaten construirt, welche zum Fortbewegen und Heben von Flüssigkeiten, als Ersatz von Pumpen, dann zum Fortbewegen von Gasen, als Gebläse, Ventilatoren, Exhaustoren, Luftpumpen, ja selbst zum Fortblasen und Heben von festen Körpern (Korn, Knochenkohle etc.) eine vielfache und sehr vortheilhafte Anwendung finden.

Eine in neuerer Zeit sehr verbreitete Anwendung des Saugphänomens sind auch die Flüssigkeits-Zerstäuber, deren einfachste Form in Fig. 449 in $^1/_2$ der natürlichen Grösse dargestellt ist. Dicht bei der etwas verengten oberen Oeffnung des verticalen Glasrohres *A*, dessen untere Oeffnung in die zu zerstäubende Flüssigkeit eingetaucht ist, mündet das bei *m* gleichfalls etwas verengerte horizontale Glasröhrchen *B*. Wird nun kräftig in das Röhrchen *B* hineingeblasen, so strömt die Luft mit solcher Gewalt bei *m* aus, dass die Flüssigkeit in *A* nicht allein bis zur oberen Mündung dieses Röhrchens aufgesaugt, sondern auch in die zartesten Tröpfchen aufgelöst von dem Luftstrome mit

Fig. 449.



fortgerissen wird. Der Luftstrom kann auch hier durch einen Dampfstrom ersetzt werden.

151 **Widerstand der Flüssigkeiten und der Gase.** Wenn ein fester Körper in einer Flüssigkeit oder in einem Gase bewegt werden soll, so muss er nothwendig mehr oder weniger Flüssigkeits- oder Lufttheilchen vor sich herschieben und auf die Seite treiben, und dadurch wird stets ein Theil der beschleunigenden Kraft verzehrt, welche auf den festen Körper wirkt; kurz Flüssigkeiten und Gase üben einen Widerstand gegen die Bewegung fester Körper innerhalb ihrer Masse aus.

Die Grösse dieses Widerstandes hängt ab

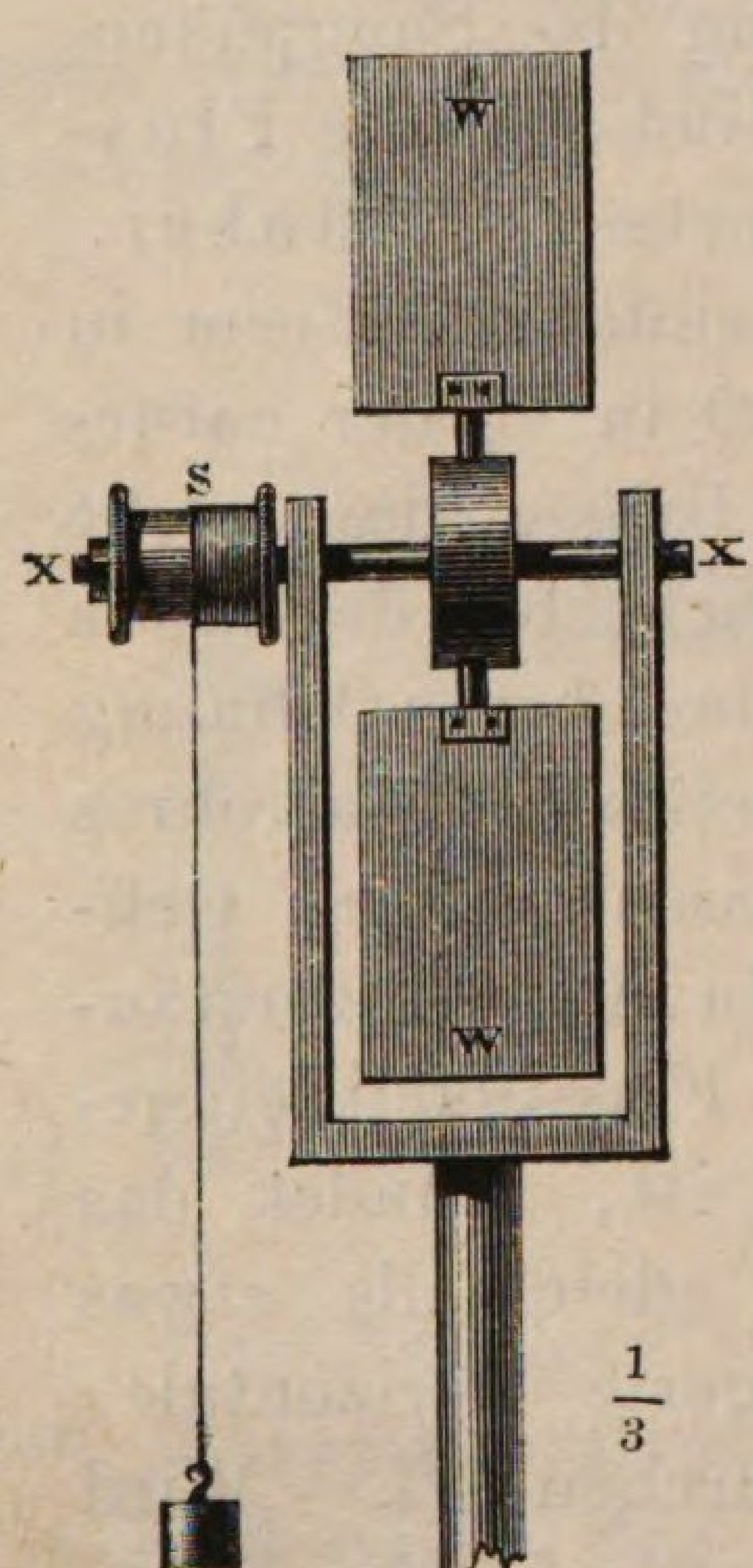
1) von der Grösse des Querschnitts des bewegten Körpers, und

2) von der Geschwindigkeit desselben.

Aus 1) folgt, dass ein und derselbe Körper bei gleicher Geschwindigkeit bald mehr, bald weniger Widerstand zu überwinden hat, je nachdem er mit seiner breiten oder mit seiner schmalen Seite gegen die Luft oder das Wasser stösst, wovon man sich leicht mit Hülfe eines etwas breiten hölzernen Lineals überzeugen kann.

Den Einfluss des Querschnitts kann man auch mit Hülfe des Apparates Fig. 450 nachweisen. Die Umdrehung der horizontalen Axe *xx* wird durch ein Gewicht bewerkstelligt, welches an einer um die Spule *s* geschlungenen Schnur hängt; die Windflügel *w* können nach Belieben so gestellt werden, dass ihre Oberfläche rechtwinklig zur Axe *xx* oder dass sie parallel mir ihr steht. Unsere Figur zeigt die letztere dieser beiden Stellungen. In der ersten Stellung durchschneiden die Windflügel gleichsam die Luft und es erfolgt eine rasche Rotation; im letzteren Falle aber, wo sie mit ihrer vollen Breite gegen die Luft drücken, ist der zu überwindende Widerstand so bedeutend, dass nur eine langsame Umdrehung erfolgt.

Fig. 450.



Der verzögernde Einfluss des Luftwiderstandes (oder Wasserwiderstandes) ist um so bedeutender, je grösser der Querschnitt des zu bewegenden Körpers im Vergleich zu der beschleunigenden Kraft ist, welche ihn treibt. Um zu machen, dass ein Körper in der Luft langsam fällt, hat man nur dafür zu sorgen, dass er bei gleicher Masse einen möglichst grossen Querschnitt habe. Eine Seifenblase fällt langsamer als ein Wassertropfen von gleichem Gewicht. Auf diesem Umstand beruht auch das langsame Fallen einer Flaumfeder, die Wirkung des Fallschirmes, Fig. 451 und 452.

Je mehr man einen Körper verkleinert, desto langsamer wird er im Wasser oder in der Luft fallen, weil bei der Verkleinerung seine Masse, also auch die beschleunigende Kraft, welche ihn niedertreibt, in weit rascherem Verhältniss abnimmt als sein Querschnitt. Betrachten wir z. B. eine Kugel von Kreide, welche 1 Millimeter im

Fig. 451.

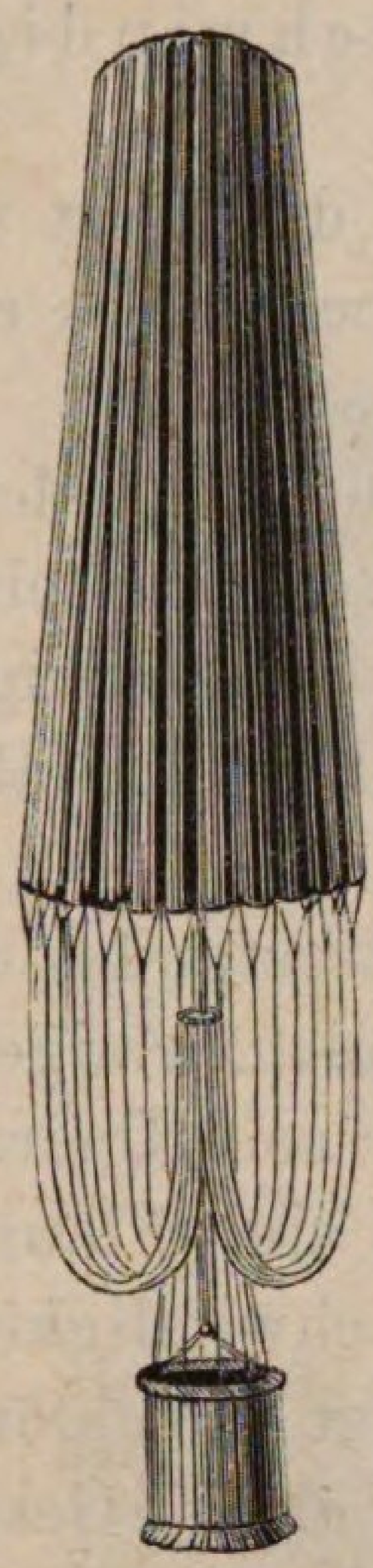
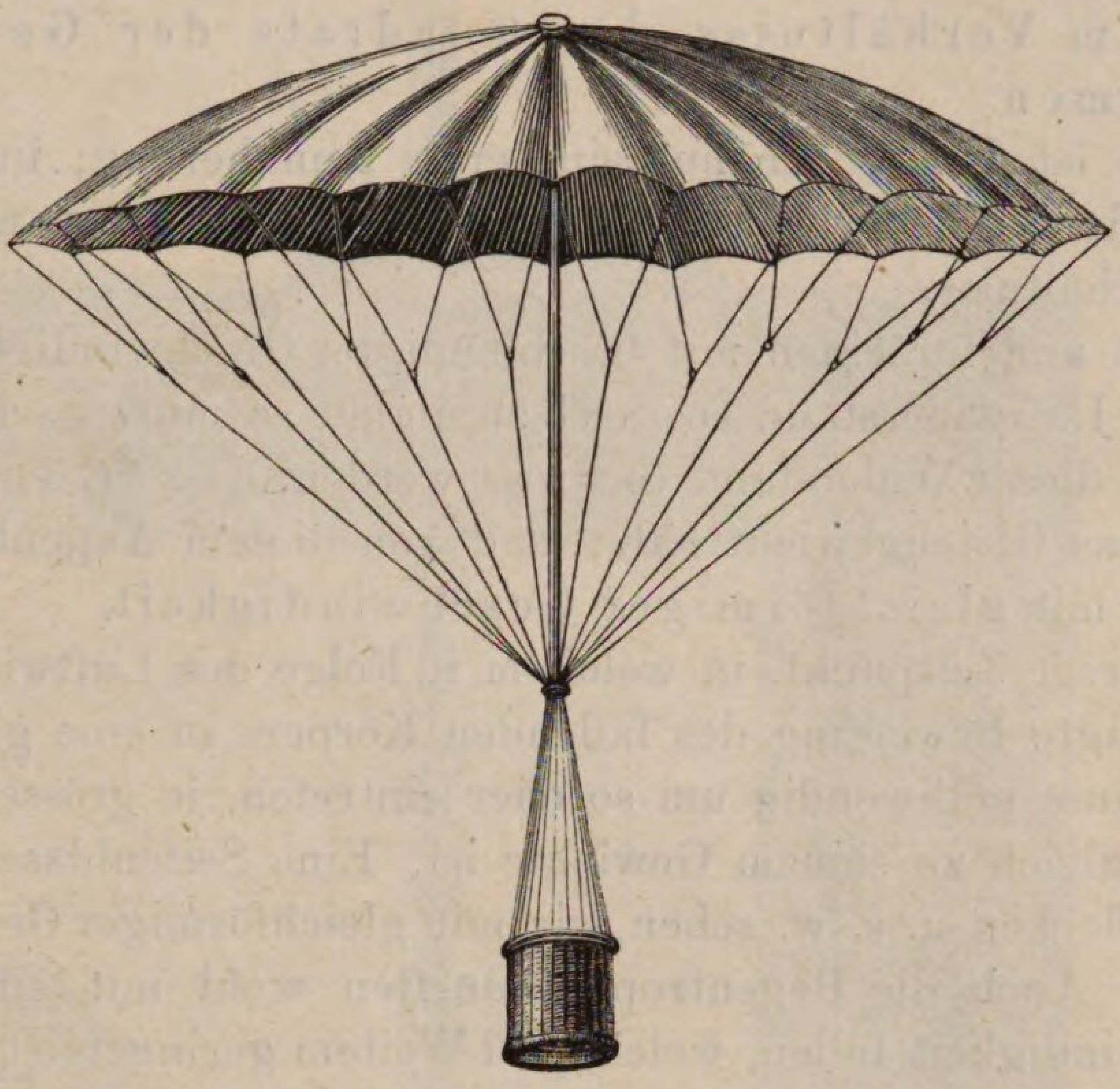


Fig. 452.



Durchmesser hat, so wird dieselbe mit einer bestimmten Geschwindigkeit im Wasser sinken; ein Kreidekügelchen aber, welches nur $^1/_{10}$ Millimeter Durchmesser hat, wiegt 1000mal weniger, die Kraft, welche es fallen macht, ist also 1000mal geringer, während sein Querschnitt nur 100mal geringer ist als der Querschnitt einer 1 Millimeter dicken Kugel. Für die kleine Kugel ist also, wenn dieselbe im Wasser fällt, der Widerstand des Wassers im Vergleich zur beschleunigenden Kraft, welche sie niedertreibt, 10mal grösser als für die grosse Kugel, die kleine Kugel wird also auch weit langsamer fallen als die grosse. Dieser Umstand erklärt auch, wie es kommt, dass ganz fein zertheilte Substanzen, wie Kreidepulver, Lehmtheilchen, welche das Wasser trüben, so lange in demselben suspendirt bleiben und sich nur sehr langsam absetzen; er erklärt ferner, wie es kommt, dass feine Stäubchen, Nebelbläschen u. s. w. in der Luft schweben.

Untersuchen wir nun, in welcher Beziehung der Luft- und Wasserwiderstand zur Geschwindigkeit der bewegten Körper steht.

Während der Widerstand der Reibung von der Geschwindigkeit des über einen anderen hingleitenden Körpers unabhängig ist, wächst der Widerstand der Flüssigkeiten und Gase, wenn die Geschwindigkeit der in ihnen sich bewegenden Körper zunimmt, und zwar in einem weit rasche-

ren Verhältniss als diese Geschwindigkeit selbst, wie sich aus folgender Betrachtung ergiebt:

Wenn ein Körper sich mit der doppelten, mit der dreifachen Geschwindigkeit bewegt, so muss er in gleicher Zeit nicht allein die doppelte, die dreifache Luft- oder Wassermasse aus dem Wege räumen, sondern auch den aus ihrer Stelle getriebenen Partikelchen die doppelte, die dreifache Geschwindigkeit mittheilen; demnach muss also der fragliche Widerstand im Verhältniss des Quadrats der Geschwindigkeit zunehmen.

Es ist dies jedoch nur eine erste Annäherung; in der That wächst der Widerstand der Flüssigkeiten und Gase in einem noch etwas rascheren Verhältniss.

Da nun für einen mit beschleunigter Geschwindigkeit fallenden Körper der Luftwiderstand so rasch zunimmt, so muss nach einiger Zeit nothwendig dieser Widerstand so gross werden, dass er der beschleunigenden Kraft das Gleichgewicht hält, und von diesem Augenblick an fällt der Körper mit gleichförmiger Geschwindigkeit.

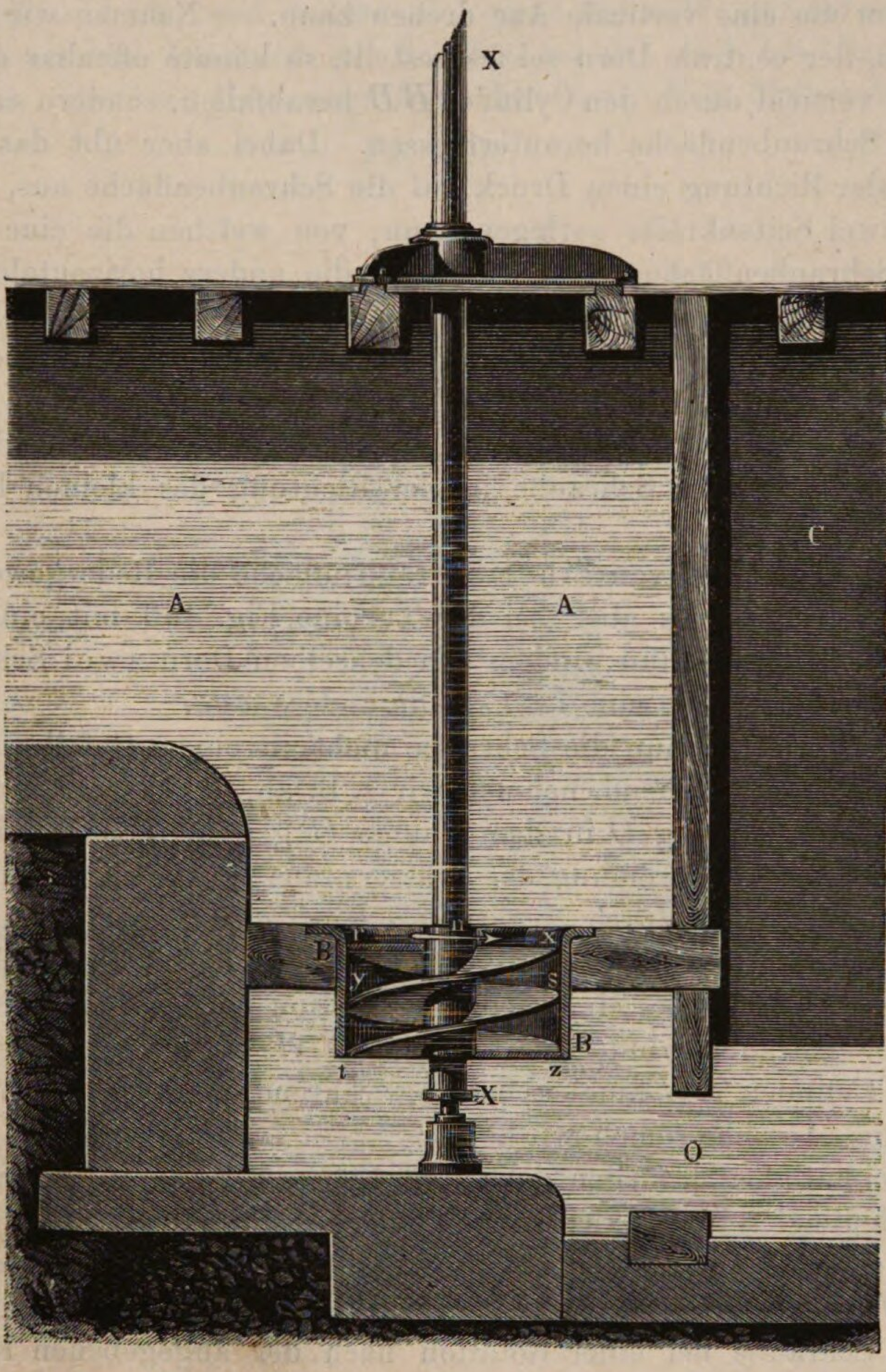
Dieser Zeitpunkt, in welchem in Folge des Luftwiderstandes die beschleunigte Bewegung des fallenden Körpers in eine gleichförmige übergeht, muss nothwendig um so eher eintreten, je grösser sein Querschnitt im Vergleich zu seinem Gewichte ist. Eine Seifenblase, eine Flaumfeder, Schneeflocken u. s. w. sehen wir mit gleichförmiger Geschwindigkeit sinken. — Auch die Regentropfen dürften wohl mit einer gleichförmigen Geschwindigkeit fallen, welche bei Weitem geringer ist, als die Geschwindigkeit, mit welcher sie auf dem Boden ankommen würden, wenn ihr Fall nicht durch den Luftwiderstand verzögert worden wäre. Ein Wassertropfen, der von einer Höhe von 1000 m herabgefallen ist, müsste ohne eine solche Verzögerung mit der enormen Geschwindigkeit von 140 m aufschlagen, während die Fallgeschwindigkeit der Regentropfen schwerlich viel grösser ist als 10 m in der Secunde.

Wie durch den Luftwiderstand eine beschleunigte Bewegung sehr bald in eine gleichförmige übergeführt werden kann, lässt sich auch mit Hülfe des schon oben beschriebenen Apparates, Fig. 450, nachweisen. Der Windflügel bedient man sich auch, um einen gleichförmigen Gang der Uhrwerke zu erzielen, welche die Umdrehung der grösseren Aequatoreal-Instrumente (J. Müller's Kosmische Physik, 4. Aufl. S. 46) um ihre Hauptaxe besorgen. Durch eine Pendeluhr könnte diese Umdrehung nur stossweise erfolgen.

152 **Anwendung des Wasser- und Luftwiderstandes.** Gerade so wie die Reibung den Füssen des Pferdes den festen Stützpunkt verleiht, dessen es bedarf, um eine Last fortzuziehen, so bietet auch der Widerstand des Wassers dem Ruder, dem Schaufelrad einen, wenn auch nicht vollkommen festen Stützpunkt, durch welchen es möglich wird, den Kahn und das Dampfschiff auf dem Wasser fortzubewegen.

Die Wirkungsweise des Ruders und des Schaufelrades bedarf wohl kaum einer weiteren Erläuterung, da es sich ja hier nicht darum handelt, die Grösse des Nutzeffectes zu ermitteln, welche man mit diesen Vorrich-

Fig. 453.



tungen erreicht. Fast ebenso leicht ist die Wirkungsweise der Schiffsschraube zu übersehen, welche von dem Schweizer Daniel Bernoulli 1752 erdacht, von dem Oesterreicher Jos. Ressel 1826 zuerst praktisch ausgeführt wurde und in neuerer Zeit eine grosse Bedeutung für Kriegsschiffe gewonnen hat.

Um die Wirkungsweise der Schiffsschraube anschaulich zu machen, wollen wir eine sie erläuternde Form des horizontalen Wasserrades, nämlich die Schraubenturbine, Fig. 453, etwas näher betrachten.

Das Wasser des Gefälles strömt aus dem Behälter A durch den hohlen Cylinder BB herab. In diesen hohlen Cylinder ist aber ähnlich einer Wendeltreppe in einem runden Thurme eine aus Eisenblech gebildete Schraubenfläche gelegt, welche, an einem centralen Dorn befestigt, sich mit diesem um eine verticale Axe drehen kann. — Nehmen wir nun zunächst an, der centrale Dorn sei festgestellt, so könnte offenbar das Wasser nicht vertical durch den Cylinder BB herabfallen, sondern es müsste über die Schraubenfläche herunterfliessen. Dabei aber übt das Wasser in verticaler Richtung einen Druck auf die Schraubenfläche aus, welchen man in zwei Seitenkräfte zerlegen kann, von welchen die eine parallel mit der Schraubenfläche wirkt, während die andere horizontale Seitenkraft dahin strebt, die Schraube um ihre verticale Axe umzudrehen.

Nach dieser Auseinandersetzung begreift man nun leicht, dass das durch die Schraube niederströmende Wasser, wenn die Axe XX drehbar ist, eine Rotation derselben in solcher Richtung bewirken wird, dass sich der vordere Theil der Schraube in der Richtung des kleinen Pfeiles n dreht.

Es ist bisher nur von einer Schraubenfläche die Rede gewesen; in der That haben wir es aber bei der Turbine Fig. 453 mit einer doppelten Schraube zu thun, indem um denselben Dorn zwei Schraubenflächen gelegt sind; die eine ist rst, die andere xyz.

Denken wir uns nun die Schraube nicht in einem Gefälle, sondern in ruhigem Wasser stehend, nehmen wir z. B. an, das Wasser stände jenseits der Abflussöffnung O in dem Raume C gerade so hoch wie in A, so könnte man eine Strömung des Wassers aus A nach C dadurch hervorbringen, dass man durch eine äussere Kraft eine Rotation um die Axe XX in der Richtung bewerkstelligt, wie sie durch den kleinen Pfeil bei n angedeutet wird. Bei einer solchen Rotation wird nämlich die untere Fläche der Schraubenwindungen, gegen das Wasser pressend, es unten aus dem Cylinder BB hinausschaffen, während dem entsprechend das Wasser aus A nachströmen wird.

Dabei hat aber natürlich die untere Fläche der Schraubenwindungen einen bedeutenden Druck auszuhalten, welcher die ganze Schraube heben würde, wenn die Axe XX oben nicht genügend belastet oder auf eine andere Weise festgehalten wäre. Sobald ein solcher Widerstand fehlt, wird die Schraube bei einer Rotation nach der angegebenen Richtung nothwendig eine fortschreitende Bewegung nach oben annehmen müssen.

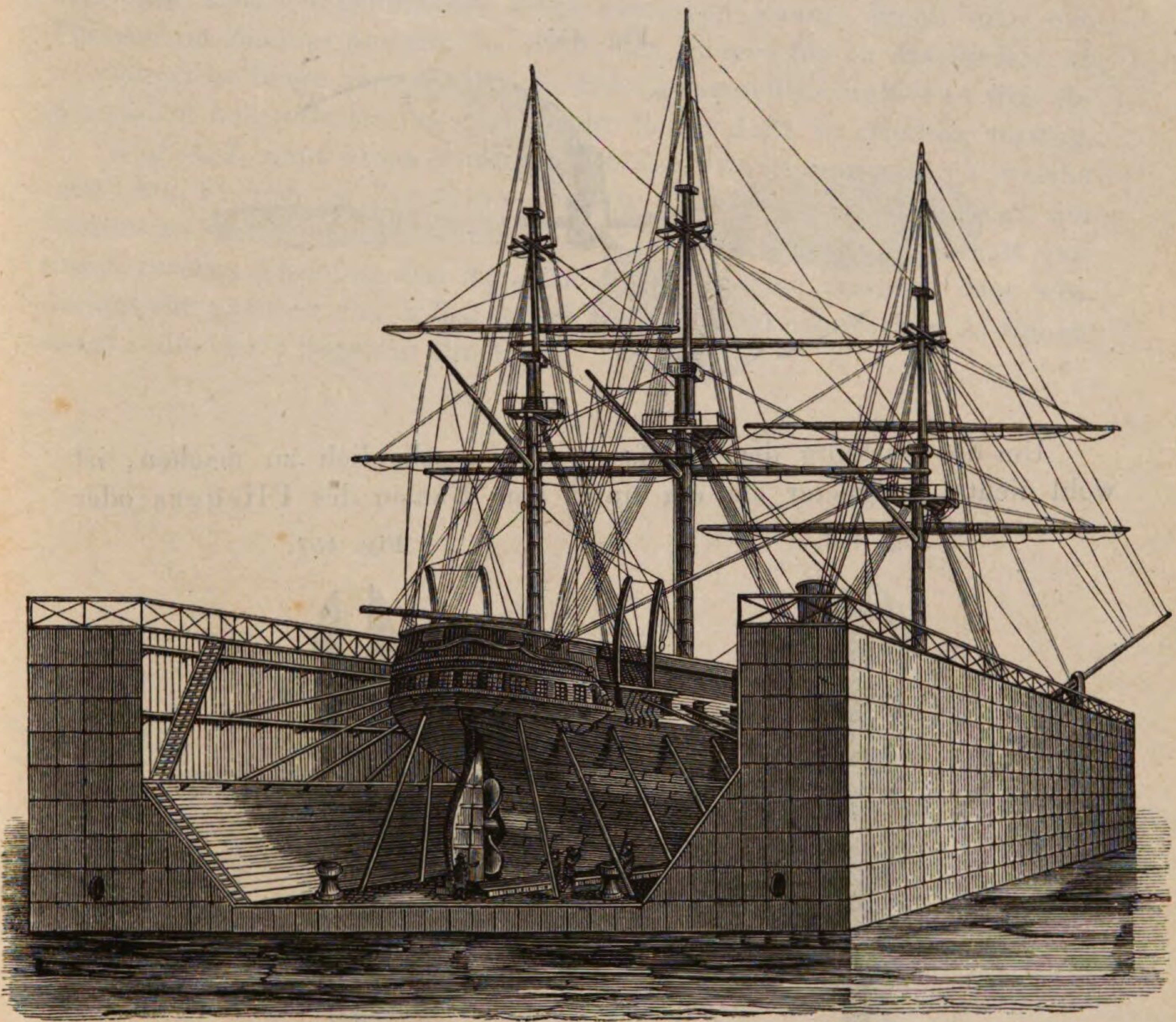
Wenn die Umdrehungsaxe einer solchen frei beweglichen, ganz in Wasser eingetauchten Schraube eine horizontale Lage hat, so muss eine rasche Rotation um diese Axe nothwendig eine fortschreitende Bewegung in horizontaler Richtung bewirken, wie dies in der That bei den Schraubendampfschiffen der Fall ist.

Die Schiffsschraube besteht aber in der Regel nicht aus Schraubenflächen, welche einen zusammenhängenden ganzen Umgang bilden, wie in Fig. 453, sondern aus einzelnen Flügeln, deren jeder ein Stück einer

Schraubenfläche bildet, ähnlich wie in dem später zu besprechenden Apparat Fig. 455 Seite 396, und zwar werden die Schiffsschrauben meist nur aus zwei, oder auch aus drei oder vier solcher Flügel gebildet.

Die Axe der Schiffsschraube, welche unmittelbar vor dem Steuerruder angebracht ist, und welche sich ganz unter Wasser befindet, ist dem Kiele, also der Längsaxe des Schiffes, parallel, und ihre Umdrehung wird durch eine Dampfmaschine bewerkstelligt. Fig. 454, welche die

Fig. 454.



hintere Ansicht einer gedeckten Schraubencorvette darstellt, zeigt, wie die (hier zweiflügelige) Schraube zwischen dem Hintertheil des Schiffes und dem Steuerruder angebracht ist und lässt auch die Grössenverhältnisse der Schraube erkennen.

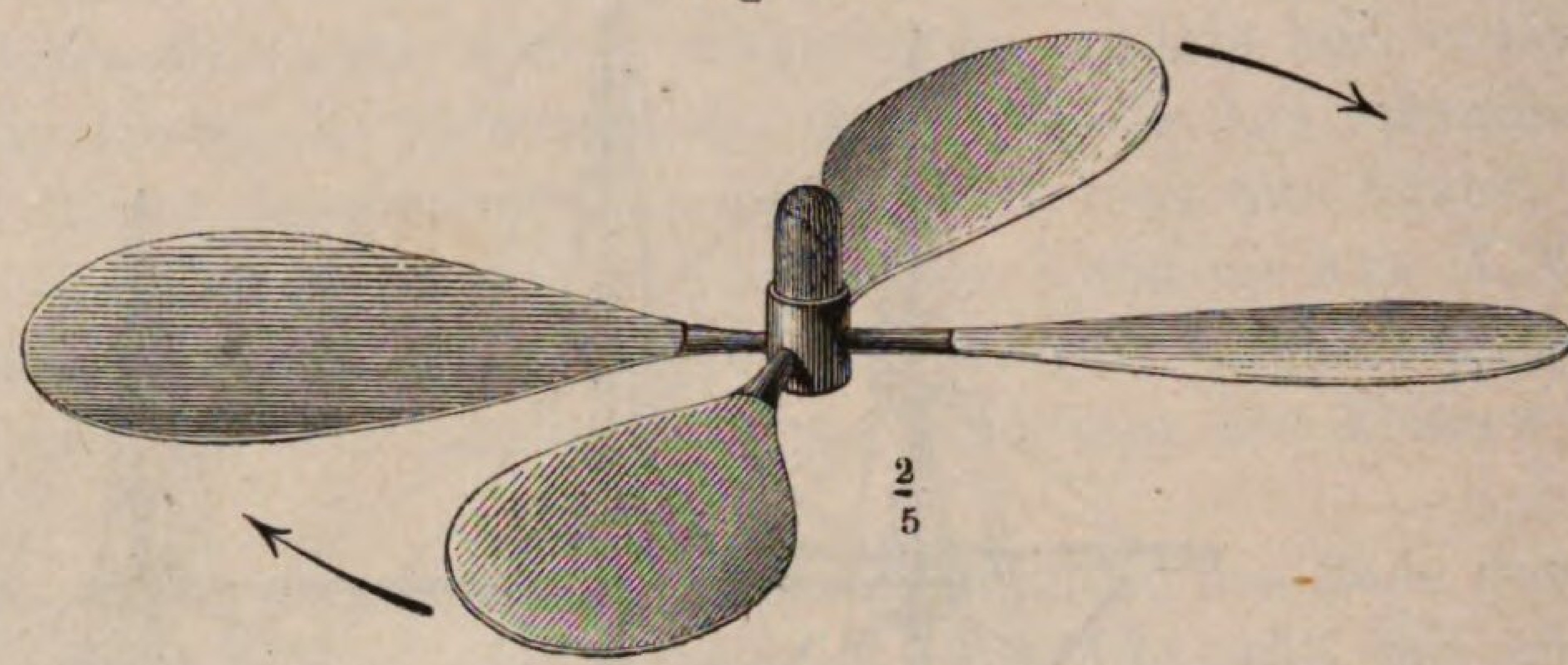
Für Kriegsschiffe liegt der Hauptvortheil der Schraube vor den Schaufelrädern der gewöhnlichen Dampfschiffe darin, dass sie den feindlichen Kugeln nicht so ausgesetzt ist und dass die ganze Breitseite des Schiffes mit Geschützen besetzt werden kann.

Je nach der Richtung, in welcher die Schraube umgedreht wird, geht das Schiff vorwärts oder rückwärts.

Der erste Schraubendampfer wurde 1829 nach Ressel's Angaben in Triest gebaut, blieb aber trotz der guten Erfolge unbeachtet.

Das erste grössere Schraubenschiff „Archimedes“, welches der Engländer Smith im Jahre 1838 construirte, hatte eine Schraube, welche nur aus einer einzigen Windung von 360⁰ bestand, also ähnlich wie die Schraube Fig. 453 S. 393, wenn man sich die Schraubenfläche *rst* entfernt denkt.

Fig. 455.



Um die Wirkung der Schiffsschraube anschaulich zu machen, ist wohl nichts geeigneter als ein unter dem Namen des Fliegers oder

Fig. 456.

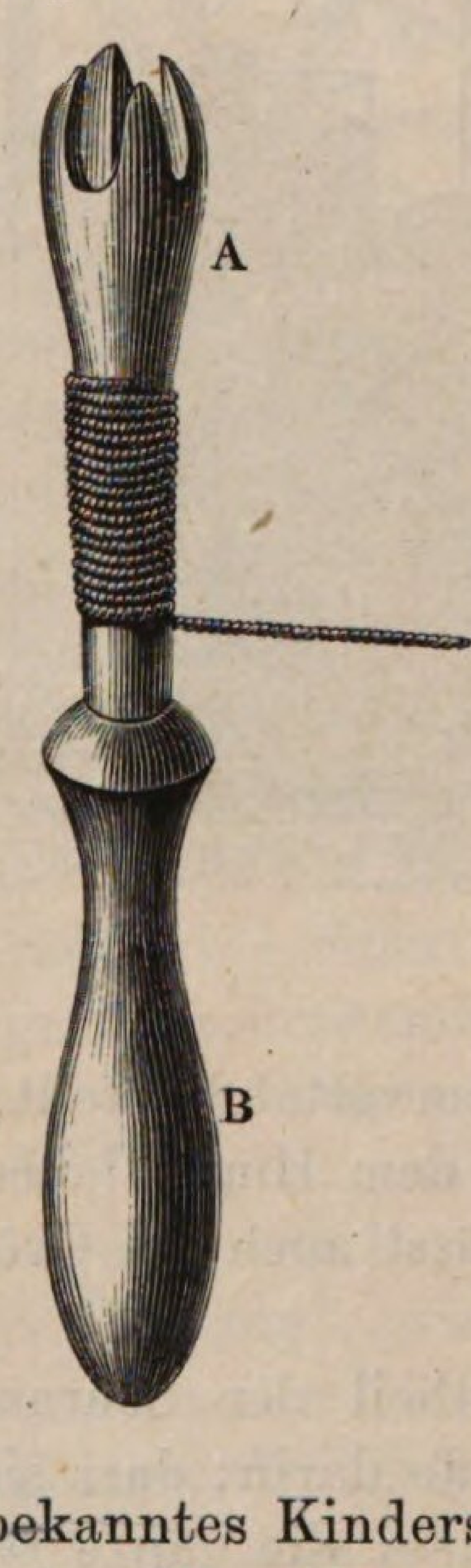
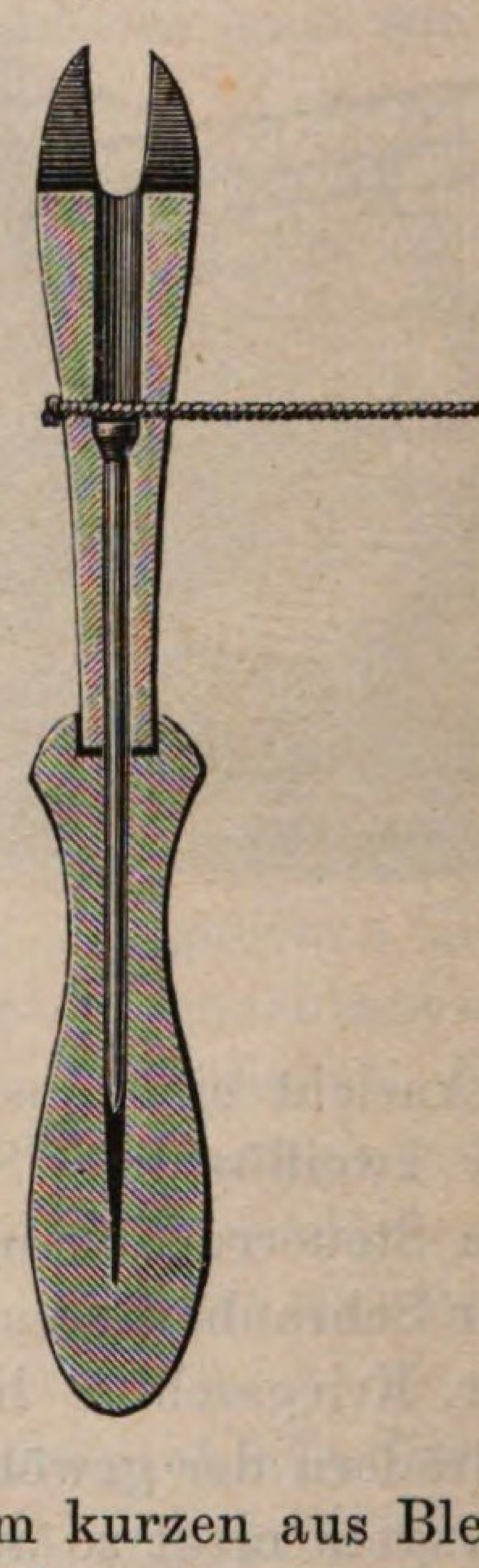


Fig. 457.



Spiralifer bekanntes Kinderspielzeug. An einem kurzen aus Blech gemachten Cylinder, Fig. 455, sind vier Flügel befestigt; dieselben sind nun

sämmtlich etwas gegen die Ebene geneigt, welche rechtwinklig auf der Axe des centralen Cylinders steht, jeder dieser Flügel bildet also ein Stück einer sehr schwach aufsteigenden um den centralen Dorn gelegten Schraubenfläche. Diese Vorrichtung wird nun in die Gabel der Rotationsvorrichtung AB, Fig. 456, gelegt. Den Handgriff B hält man in der linken Hand, während man durch rasches Abziehen einer Schnur, welche um den oberen, um seine verticale Axe drehbaren Theil gewunden ist, diesen in rasche Rotation versetzt. Diese Rotation theilt sich auch dem Flieger mit, der sich nun in Folge derselben in der Luft gleichsam hinaufschraubt und eine ziemlich bedeutende Höhe erreichen kann. Wenn man den Versuch im Zimmer anstellt, so steigt der Flieger bis an die Decke, an welcher er so lange verweilt, bis die Rotationsgeschwindigkeit so weit abgenommen hat, dass sie ihn nicht mehr in der Luft zu erhalten vermag.

Fig. 457 zeigt einen Durchschnitt der Vorrichtung, durch welche man den Flieger in Rotation versetzt. Das Experiment gelingt am leichtesten, wenn man die Schnur zuerst entgegengesetzt aufwickelt und durch rasches Abziehen den Apparat so in Rotation versetzt, dass sich die Schnur nachher von selbst aufwickelt. Beim neuerlichen Abziehen steigt dann der Flieger in die Höhe.

Zweites Buch.

DIE AKUSTIK.

Erstes Capitel.

Fortschreitende und stehende Luftwellen.

Einleitung. Die Akustik ist derjenige Zweig der Physik, welcher sich am einfachsten als die Lehre vom Schall bezeichnen lässt. 153
Wie im Allgemeinen die Praxis der Theorie vorangeht und man sich von den Erfahrungsresultaten ausgehend nur nach und nach zur wissenschaftlichen Erkenntniss des wahren Zusammenhanges erhebt, so ist auch die Musik ungleich älter als die Akustik, d. h. die künstlerische Verwendung der Töne hatte längst schon eine verhältnissmässig hohe Vollendung erreicht, ehe in der physikalischen Erkenntniss ihres Wesens auch nur der erste Schritt gethan war.

Ueber die Entstehung und Verbreitung des Schalles hatten die alten Griechen nur sehr mangelhafte Vorstellungen. Allerdings war man schon in den ältesten Zeiten der Meinung, dass der Schall durch irgend eine Bewegung des tönenden Körpers erzeugt und durch eine entsprechende Bewegung der Luft bis zum Ohre fortgepflanzt werde; was aber die Art dieser Bewegung betrifft, so begnügte man sich mit den vagsten Ideen, wie dies unter Andern aus verschiedenen Stellen der Schriften des Aristoteles hervorgeht.

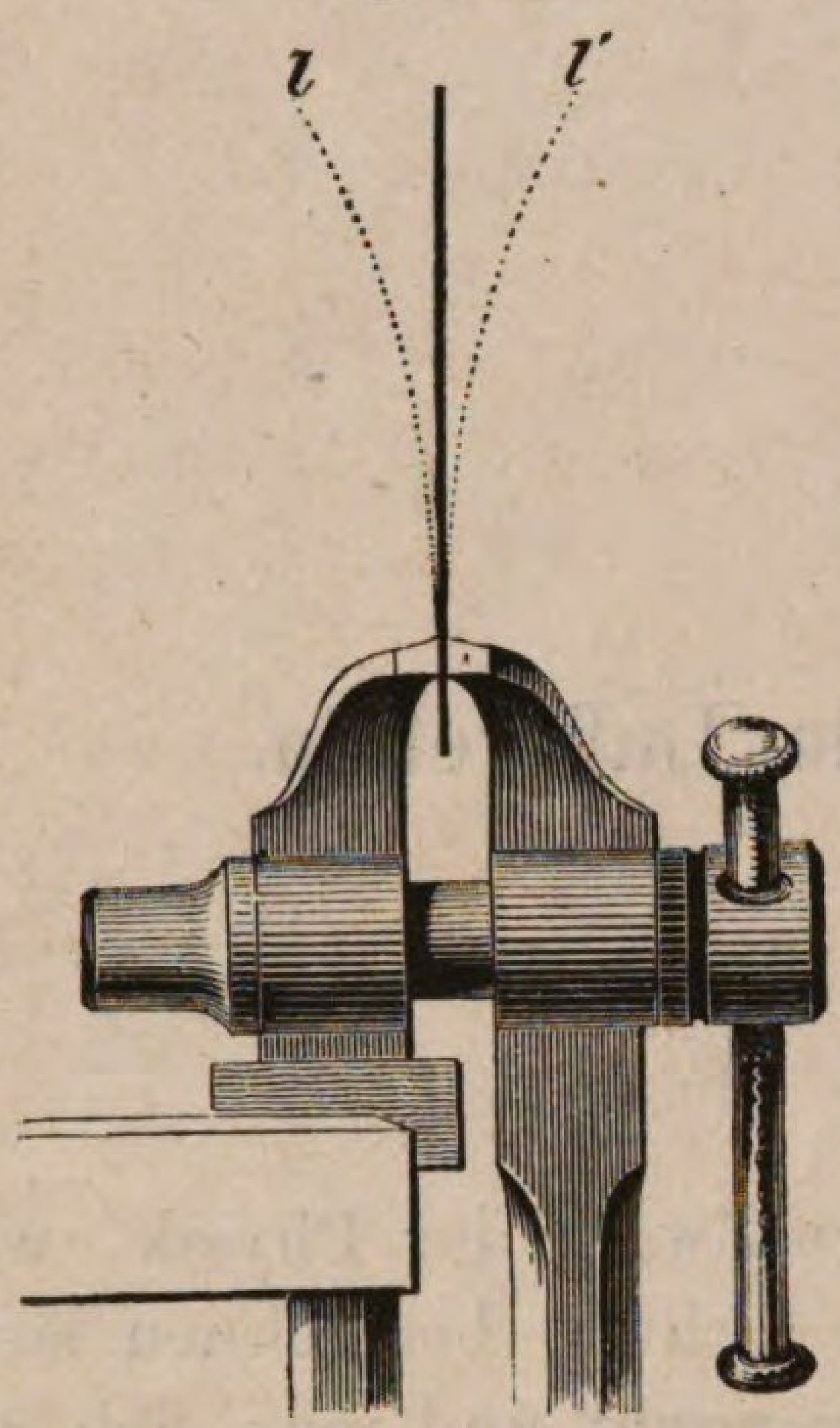
Besser schon sind die Erklärungen Vitruv's, welcher bereits ganz richtig die Verbreitung der Schallwellen mit der Verbreitung der Wasserwellen vergleicht. Aber erst Newton hat in seinem unsterblichen Werke: *Philosophiae naturalis principia mathematica* eine richtige Definition der Schallwellen und ihrer Verbreitung gegeben.

Der Schall entsteht durch eine zitternde Bewegung (Oscillationsbewegung) elastischer Körper; durch eine solche Oscillationsbewegung werden aber in der umgebenden Luft abwechselnd Verdichtungen und Verdünnungen erzeugt, welche

die Oscillationsbewegung bis zu unserem Ohr fortpflanzen und hier den entsprechenden Nervenapparaten mitgetheilt die Schallempfindung hervorrufen.

Suchen wir dies noch etwas anschaulicher zu machen! Wenn irgend ein elastischer Körper, z. B. ein elastischer Stahlstreifen, Fig. 458, dessen eines Ende fest eingeklemmt ist, aus seiner Gleichgewichtslage heraus gebogen und dann sich selbst überlassen wird, so oscillirt er eine Zeit lang mit mehr oder minder grosser Geschwindigkeit zwischen zwei Gränzlagen hin und her, wie dies in unserer Figur angedeutet ist. Indem sich nun das obere Ende des Stahlstreifens rasch von l bis l' bewegt, werden die zunächst rechts von ihm liegenden Luftschichten gleichfalls nach der rechten Seite hingetrieben und dadurch entsteht hier eine Verdichtung der Luft. Indem aber die comprimirte Luft sich in Folge ihrer Elasticität wieder ausdehnt, übt sie einen Stoss auf die zunächst folgenden Luftschichten aus und so wird die ursprünglich vom oscillirenden Körper ausgehende Bewegung, wie später noch ausführlicher nachgewiesen werden soll, der Reihe nach von einer Luftschicht zur andern übertragen, und die Verdichtung, welche der oscillirende Körper zunächst nur in den benachbarten Schichten hervorgebracht hatte, pflanzt sich in Folge dessen mit einer gleichförmigen Geschwindigkeit fort.

Fig. 458.

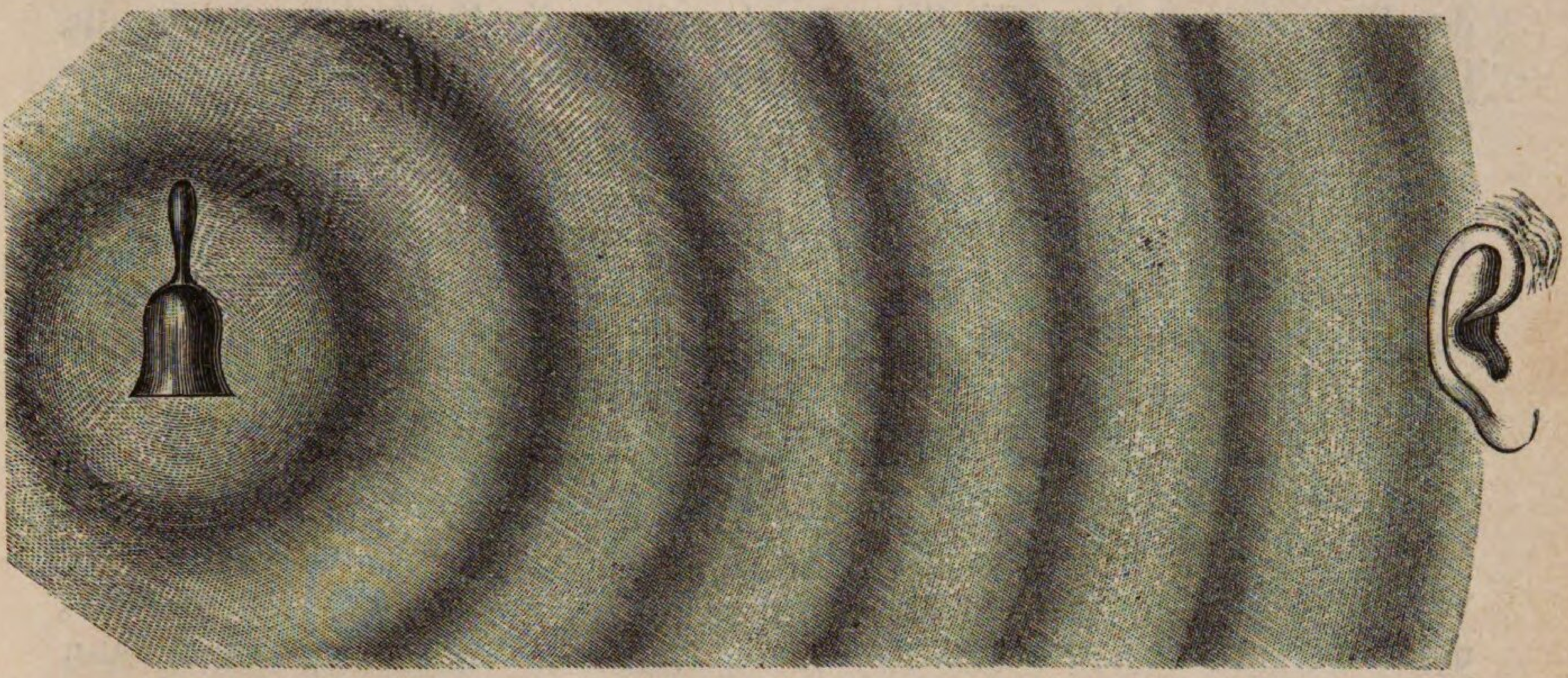


Während nun so die Verdichtungswelle mit gleichförmiger Geschwindigkeit sich fortpflanzt, schwingt der oscillirende Körper in seine Gränzlage zur Linken zurück; dadurch werden nun die zunächst rechts vom Stahlstreif befindlichen Luftschichten gleichfalls nach der Linken gerissen, es entsteht rechts vom Stahlstreif eine Luftverdünnung, die sich in gleicher Weise verbreitet, wie vorher die Verdichtung, indem nun die aufeinander folgenden Luftschichten der Reihe nach ihre Oscillationsbewegung nach der linken Seite hin ausführen.

So erzeugt denn jede vollständige Oscillation des tönenden Körpers, d. h. jede hin und her gehende Bewegung desselben eine neue Verdichtungs- und eine ihr folgende Verdünnungswelle, welche alle mit gleicher Geschwindigkeit fortschreitend sich in gleichen Zwischenräumen einander folgen, wie dies durch Fig. 459 anschaulich gemacht werden soll, wo die Verdichtungswellen, welche von der etwa durch den Anschlag eines Hammers zum Tönen gebrachten Glocke ausgehen, durch dunklere Schattirung angedeutet sind.

Eine eingehendere Betrachtung der dabei stattfindenden Vorgänge für die folgenden Paragraphen vorbehaltend, haben wir hier vorläufig nur

Fig. 459.



ein anschauliches Bild der Entstehung und Verbreitung der Schallwellen geben wollen.

Stehende Schwingungen und fortschreitende Wellen. 154

Betrachtet man die im vorigen Paragraphen besprochenen Vorgänge näher, so zeigt sich zunächst ein wesentlicher Unterschied zwischen den Schwingungen des schallerzeugenden Körpers und den Vibrationen der Theilchen des schallverbreitenden Mediums. Die Schwingungen des schallerzeugenden Körpers sind der Art, dass alle Theilchen gleichzeitig in Bewegung gerathen, gleichzeitig ihre Gleichgewichtslage passiren, gleichzeitig die Gränzen ihrer Oscillationsamplitude erreichen und gleichzeitig ihren Rückweg beginnen. Von dieser Art, welche Weber als stehende Schwingungen bezeichnet, sind die Schwingungen des Stahlstabes Fig. 460, die Schwingungen einer gespannten Saite u. s. w. Alle tönenden Körper befinden sich im Zustande stehender Schwingungen.

Nur Körper von verhältnissmässig geringen Dimensionen, bei denen eine an irgend einer Stelle bewirkte Verschiebung der Theilchen aus ihrer Gleichgewichtslage sich momentan oder doch in verschwindend kleinen Zeittheilchen bis zu den äussersten Gränzen fortpflanzt, können direct in den Zustand stehender Schwingungen versetzt werden. Sind dagegen die Dimensionen eines elastischen Mediums so bedeutend, dass eine namhafte Zeit vergeht, bis die an irgend einer Stelle erregte Oscillationsbewegung auf entfernte Stellen fortgepflanzt wird, so entstehen fortschreitende Wellen, deren Wesen darin besteht, dass jedes folgende Theilchen dieselben Oscillationen macht wie das vorhergehende, nur mit dem Unterschiede, dass es seine Bewegung um so

später beginnt, je weiter es von dem Ursprung der Wellenbewegung entfernt ist.

Beispiele von Wellenbewegung liefert uns eine ruhige Wasserfläche, auf welche man einen Stein fallen lässt (wo aber nicht die Elasticität des Wassers, sondern die Schwere desselben die Kraft ist, welche die Oscillationsbewegung der Wassertheilchen bedingt); ein sehr langes gespanntes Seil, gegen welches man nahe an einem Ende einen kräftigen Schlag führt; die Schallwellen in der Luft u. s. w. Wir werden diese verschiedenen Wellenbewegungen alsbald näher betrachten.

Die Oscillationsdauer eines im Zustand stehender Schwingungen befindlichen Körpers kann nun unter Umständen grösser oder kleiner sein. Ist sie gross, so dass nur wenige Schwingungen in einer Secunde ausgeführt werden, so kann man die einzelnen Oscillationen mit dem Auge verfolgen; das ist aber nicht mehr möglich, wenn die Schwingungsdauer zu kurz, also die Schwingungszahl (d. h. die Zahl der in einer Secunde vollendeten Oscillationen) zu gross ist. In diesem Falle aber, in welchem man die einzelnen Oscillationen nicht mehr unterscheiden kann, kann ihre Gesammtwirkung noch einen Eindruck hervorbringen, indem sie in den umgebenden Medien Wellenbewegungen erzeugt, durch welche sie bis zu besonders eingerichteten Sinnesorganen fortgeleitet werden und hier eine eigenthümliche Empfindung veranlassen.

So veranlassen Vibrationen elastischer Körper, deren Schwingungsdauer innerhalb gewisser, bald näher zu besprechender Gränzen liegt, in der Luft oder anderen elastischen Medien Wellen, welche, in abwechselnden Verdichtungen und Verdünnungen bestehend, bis zum Ohre fortgepflanzt als Schall wahrgenommen werden.

Noch ungleich schnellere Vibrationen der einzelnen Körpertheilchen bringen, durch die Wellenbewegung eines eigenthümlichen elastischen Mediums, welches wir Aether nennen, bis in unser Auge fortgepflanzt, hier den Eindruck des Lichtes hervor.

Da nun sowohl Schall- als Lichtvibrationen durch Wellenbewegungen fortgepflanzt werden, so wollen wir zunächst die wichtigsten Gesetze der Wellenbewegung überhaupt etwas näher betrachten und diese Betrachtung mit den Wasserwellen beginnen, weil von ihnen doch der Begriff der Welle entnommen ist und weil durch das Verständniss der Wasserwellen das Verständniss anderer Wellenbewegungen, namentlich der Schallwellen, welche uns hier vorzugsweise interessiren, sehr erleichtert wird.

155 **Wasserwellen.** Wenn man einen Stein ins Wasser wirft, so bilden sich kreisförmige Wellen, welche sich von einem Mittelpunkte (der Stelle, wo der Stein ins Wasser fiel) aus nach allen Richtungen mit gleichförmiger Geschwindigkeit verbreiten, wenn nicht irgend eine störende Ursache wirkt. Die Wellen bestehen aus abwechselnden Bergen und Thälern, welche ziemlich rasch auf einander folgen und welche in der Richtung von dem Mittelpunkte nach aussen hin fortschreiten.

Während nun ein Wellenberg nach aussen hin fortschreitet, nehmen nicht etwa auch die einzelnen Wassertheilchen an dieser fortschreitenden Bewegung Theil; denn wenn ein Stückchen Holz auf dem Wasser schwimmt, so sieht man, wie es abwechselnd gehoben wird und sich dann wieder senkt, wenn Wellenberge und Wellenthäler gleichsam unter ihm wegziehen.

Die Kraft, durch welche die Wasserwellen hier fortgepflanzt werden, ist die Schwere; denn wenn durch irgend eine Ursache in der horizontalen Wasserfläche eine Erhöhung oder Vertiefung hervorgebracht wird, so wirkt alsbald die Schwere der einzelnen Wassertheilchen, um die gestörte horizontale Ebene wieder herzustellen; dadurch wird eine Oscillationsbewegung hervorgebracht, welche nach und nach von Theilchen zu Theilchen fortgepflanzt wird.

Sobald sich einmal regelmässige Wellen gebildet haben, beschreiben die einzelnen Wassertheilchen an der Oberfläche während des Fortschreitens der Welle in sich zurückkehrende Curven, welche im Falle der grössten Regelmässigkeit Kreise sind; nur in solchen Fällen, in welchen der dem Gipfel vorangehende Theil des Wellenberges dem folgenden nicht gleich ist, beschreiben die einzelnen Wassertheilchen Curven, die nicht in sich geschlossen sind, von der Art, wie sie Fig. 460 dargestellt sind.

Die Bewegung der einzelnen Wassertheilchen während des Fortschreitens der Welle ist von den Gebrüdern Weber durch eine Reihe genauer Versuche ermittelt worden. Sie bedienten sich zu diesen Versuchen einer grösseren und einer kleineren Wellenrinne. Die kleinere war ungefähr $1^1/_2$ m lang und über 20 cm tief; die beiden Seitenwände wurden durch Glastafeln gebildet, welche ungefähr 14 mm weit von einander abstanden; bei der grösseren, welche einen 2 m langen, 80 cm tiefen und ungefähr 3 cm breiten Raum einschloss, waren die Seitenwände durch Bretter gebildet, in denen nur an einzelnen Stellen Glasstreifen wasserdicht eingesetzt waren. (Wellenlehre auf Experimente gegründet von den Brüdern F. H. Weber und W. Weber, Leipzig 1825.)

Fig. 460.



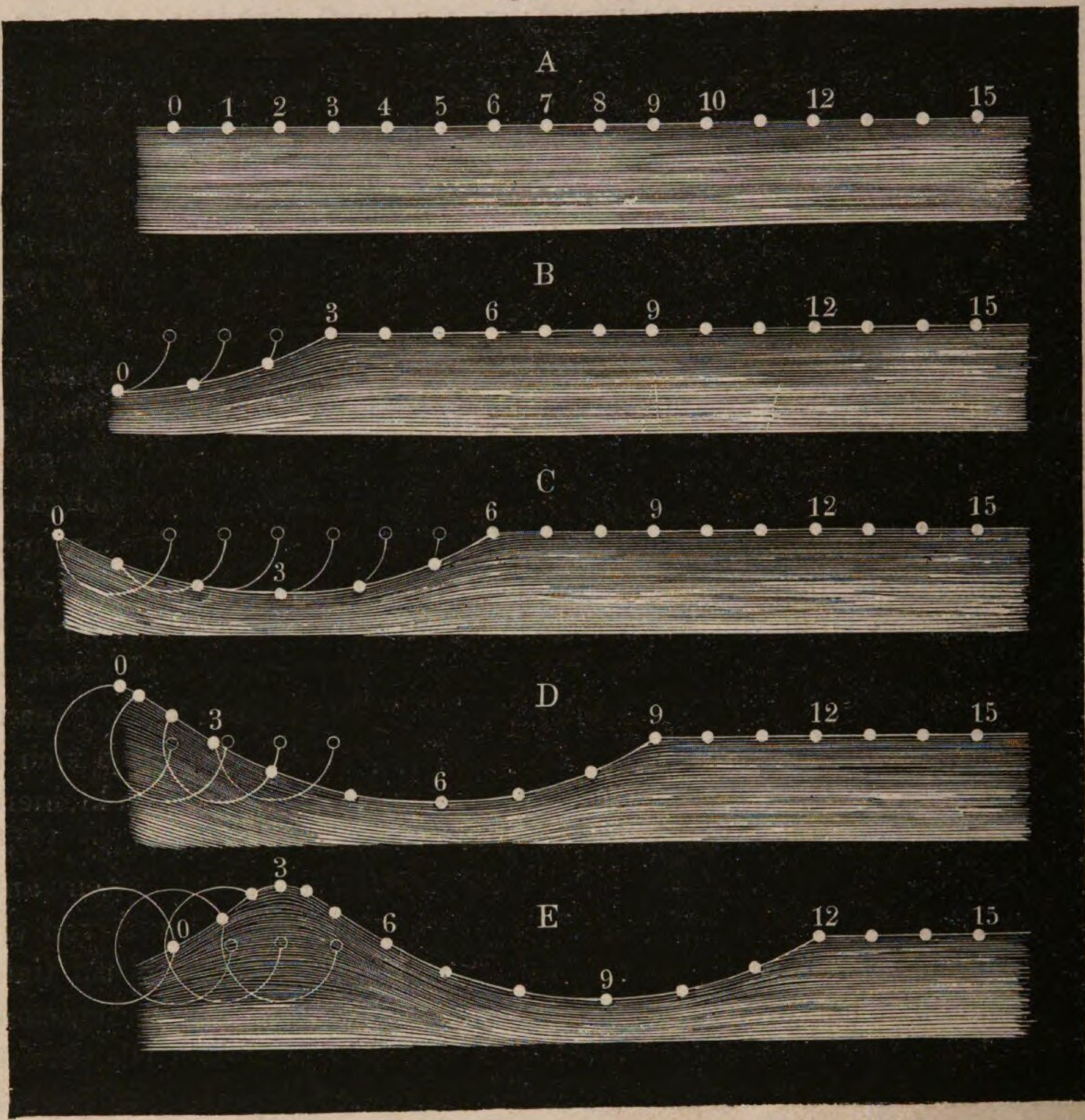
Betrachten wir nun den Zusammenhang zwischen der Bewegung der einzelnen Wassertheilchen und dem Fortschreiten der Welle etwas genauer.

Nehmen wir an, eine ganz regelmässige Wellenbewegung habe sich, von der Linken zur Rechten fortschreitend, bis zu dem Wassertheilchen 0, Fig. 461 (a. f. S.), fortgepflanzt und veranlasse dieses Theilchen, nun eine kreisförmige Bahn zurückzulegen. Während nun das Theilchen 0 zum ersten Male seine Kreisbahn vollendet, wird die Bewegung eine bestimmte Strecke sich fortpflanzen. Das mit 12 bezeichnete Wassertheilchen sei nun dasjenige, bis zu welchem sich die Oscillationsbewegung von 0 aus fortpflanzt, während 0 eine Umdrehung vollendet; es wird also 12 seine erste Umdrehung in demselben Momente beginnen, in welchem 0 seine zweite Umdrehung beginnt.

Denken wir uns nun den Umfang des Kreises, welchen das Theilchen 0 beschreibt, und ebenso den Raum zwischen 0 und 12 in 12 gleiche

Theile getheilt, so wird die Wellenbewegung in der Richtung von 0 nach 12 immer um eine Abtheilung weiter schreiten, während das Theilchen 0 gerade $^1/_{12}$ seiner kreisförmigen Bahn zurücklegt.

Fig. 461.



Während das Theilchen 0 das erste Zwölftel seiner Bahn zurücklegt, pflanzt sich also die Wellenbewegung bis 1, während 0 das erste Viertel seiner Bahn zurücklegt, pflanzt sie sich bis 3 fort.

Fig. 461 B stellt den Moment dar, in welchem das Theilchen 0 den vierten Theil oder $^3/_{12}$ des Kreises zurückgelegt hat, den es durchlaufen soll; das Theilchen 1 hat in diesem Augenblicke $^2/_{12}$, das Theilchen 2 hat $^1/_{12}$ seiner Kreisbahn zurückgelegt, das Theilchen 3 ist noch nicht aus seiner Gleichgewichtslage verrückt.

Die Fig. 461 C bezieht sich auf den Augenblick, in welchem das Theilchen 0 die Hälfte seiner Bahn zurückgelegt hat; das Theilchen 1 hat $^5/_{12}$, das Theilchen 2 hat $^4/_{12}$, das Theilchen 3 hat $^3/_{12}$ seiner Bahn zurückgelegt, die Theilchen 4 und 5 befinden sich in derselben Lage wie die Theilchen 1 und 2 der vorigen Figur. Das Theilchen 6 ist noch nicht aus seiner Gleichgewichtslage entfernt, beginnt aber eben seine Bewegung.

Hier hat das Theilchen 3 seine tiefste Stellung erreicht; es befindet sich in der Mitte eines Wellenthals.

Wenn nun abermals $1/_{12}$ der Zeit vergangen ist, welche ein Theilchen braucht, um seinen Kreislauf ganz zu vollenden, so wird das Theilchen 3 in eine solche Lage gegen seine ursprüngliche Stellung gekommen sein, wie es jetzt für das Theilchen 2 der Fall ist; das Theilchen 4 hat seine tiefste Stellung erreicht, es ist um $1/_4$ Kreis von seiner Gleichgewichtslage entfernt; das Wellenthal ist also in diesem Zeittheilchen von 3 bis 4 fortgerückt.

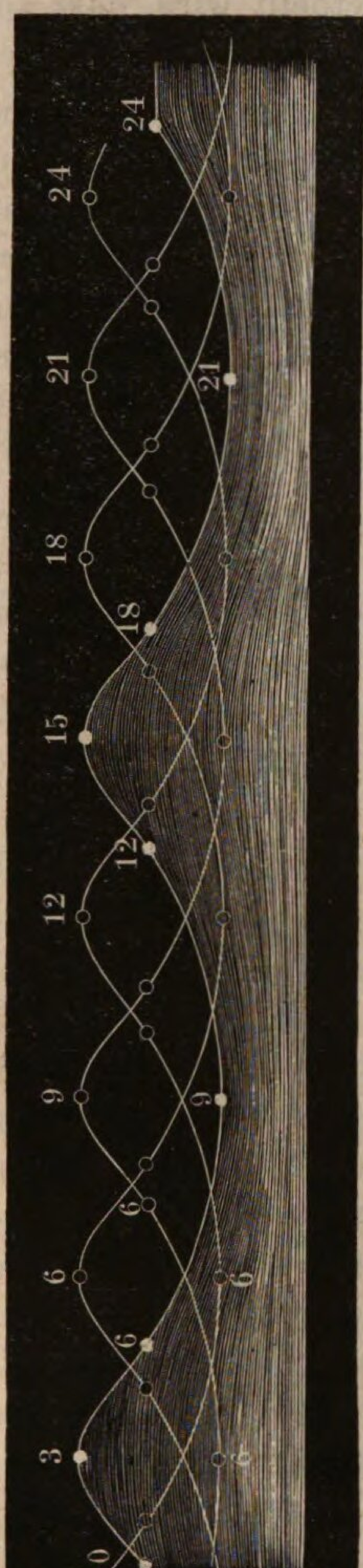


Fig. 462.

Fig. 461 D stellt den Moment dar, wo das Theilchen 0 $3/_4$ seines Weges zurückgelegt, wo es den höchsten Punkt seiner Bahn erreicht hat; hier ist also der Gipfel eines Wellenberges. Das Theilchen 1 hat bereits $8/_{12}$, 2 hat $7/_{12}$, 3 hat $6/_{12}$ seiner Bahn zurückgelegt; die Theilchen 4, 5, 6, 7, 8 befinden sich in derselben Lage, wie 1, 2, 3, 4 und 5 der vorigen Figur. Von dem Momente an, auf welchen sich Fig. 461 C bezieht, bis zu dem Momente, welchen Fig. 461 D darstellt, ist das Wellenthal von 3 bis 6 fortgerückt.

Während das Theilchen 0 das letzte Viertel seiner Bahn zurücklegt, schreitet der Wellenberg von 0 bis 3, das Wellenthal von 6 bis 9 fort, und in demselben Moment, wo 0 seine Bahn zum ersten Male zurückgelegt hat, um sie zum zweiten Male zu beginnen, wird das Theilchen 12 zum ersten Male seine Bewegung anfangen.

Dieser Moment ist in Fig. 461 E dargestellt, welche wohl keiner Erläuterung mehr bedarf.

Der schraffirte Theil der Fig. 462 stellt den Wellenzug für den Augenblick dar, in welchem das Theilchen 0 zum zweiten Male seine Oscillation vollendet hat; in diesem Moment wird das Theilchen 12 zum ersten Male eine Oscillation vollendet und die Bewegung überhaupt sich bis 24 fortgepflanzt haben; ein Wellenberg ist in 3, ein zweiter in 15, ein Wellenthal in 9, ein zweites in 21.

Wenn nun die Wellenbewegung ungestört fortdauert, so werden dadurch, dass die einzelnen Wassertheilchen fortfahren, ihre Kreisbahnen zu durchlaufen, die Wellenberge sowohl als die Wellenthäler gleichmässig in der Rich-

tung von der Linken zur Rechten fortschreiten, indem ein Theilchen nach dem anderen den höchsten oder tiefsten Punkt seiner Bahn erreicht.

Von dem eben besprochenen Moment an gerechnet werden die Theilchen 6 und 18 nach $^1/_4$, die Theilchen 9 und 21 nach $^1/_2$, die Theilchen 12 und 24 nach $^3/_4$ der ganzen Oscillationsdauer auf dem Gipfel des Wellenberges angekommen sein. Die Welle wird also der Reihe nach die in Fig. 462 durch ausgezogene Curven angedeuteten Lagen einnehmen.

So schreitet denn Wellenberg und Wellenthal dadurch voran, dass allen Wassertheilchen dieselbe Kreisbewegung mitgetheilt wird, dass aber jedes folgende Theilchen dieselbe später beginnt als das vorangehende.

Die Entfernung von einem Theilchen bis zum nächsten, welches sich in gleichen Schwingungszuständen befindet, also die Entfernung von 0 bis 12, von 12 bis 24, heisst eine Wellenlänge; denn jene Theilchen beginnen gleichzeitig ihre Oscillation, sie erreichen gleichzeitig ihren tiefsten und ihren höchsten Stand. Demnach ist auch die Entfernung von dem Gipfel eines Wellenberges bis zum nächsten, also in unserer Figur von 3 bis 15, von der Mitte eines Wellenthales bis zur Mitte des nächsten Wellenthales, also hier von 9 bis 21, eine Wellenlänge.

Solche Theilchen, welche um $^1/_2$ Wellenlänge von einander entfernt sind, wie 0 und 6, 3 und 9, 9 und 15, befinden sich stets in entgegengesetzten Schwingungszuständen. Das Theilchen 9 z. B. bildet eben den tiefsten Punkt eines Wellenthales, 3 und 15 dagegen den Gipfel eines Wellenberges. Die Theilchen 0 und 6 befinden sich zwar beide in der Höhe ihrer Gleichgewichtslage, allein die Bewegung von 0 ist nach unten, die von 6 ist nach oben gerichtet.

Während ein Theilchen eine ganze Oscillation vollendet, schreitet die Welle um eine Wellenlänge voran.

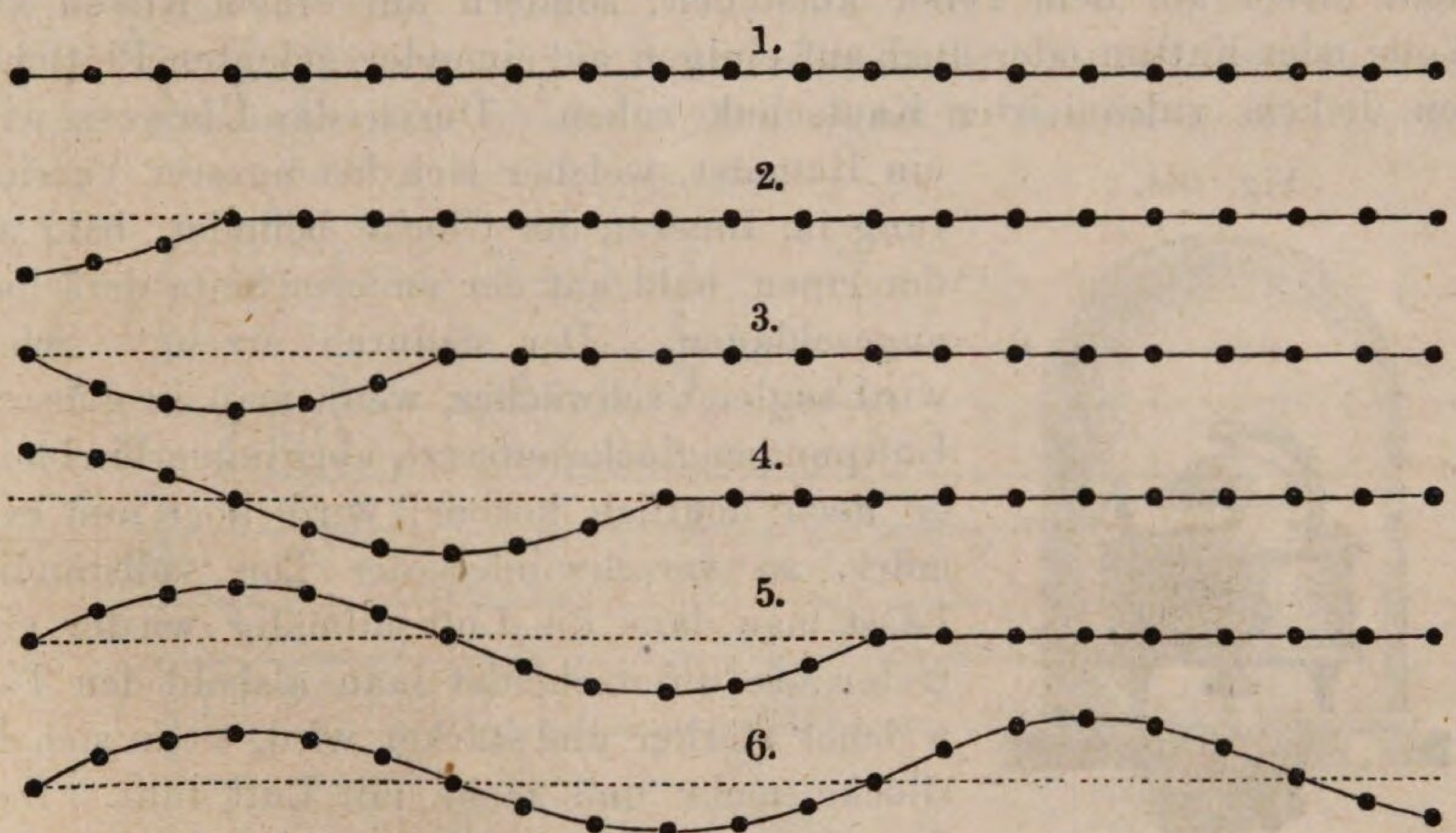
Die nähere Betrachtung des Verhältnisses zwischen der Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Wellen, der Grösse und Dauer der Oscillationen und der Gestalt der Wellen, der Oscillationsbewegung der Theilchen im Inneren der Flüssigkeit, der Abnahme der Höhe der Wellenberge und Thäler mit der Entfernung von dem Ursprunge der Welle, die Bildung der Wellen auf grossen Gewässern unter dem Einflusse des Windes würde uns hier zu weit führen; wir müssen in dieser Beziehung auf das schon oben genannte classische Werk der Gebrüder Weber verweisen. Ebenso lassen wir hier die Erscheinungen der Reflexion und Interferenz der Wasserwellen unberücksichtigt, da wir die entsprechenden Erscheinungen bei den Schall- und Lichtwellen doch näher untersuchen müssen.

156 **Seilwellen.** Es ist schon bemerkt worden, dass die Bahnen der Wassertheilchen nicht immer, wie wir in unseren Zeichnungen annahmen, genau kreisförmig, ja nicht einmal immer in sich selbst zurückkehrende

Curven sind. Häufig geht die kreisförmige Bahn in eine elliptische über, indem bald der horizontale, bald der verticale Durchmesser der grössere ist. Wäre der horizontale Durchmesser gleich Null, so würden die einzelnen Theilchen nur rechtwinklig zu der Richtung, nach welcher sich die Wellen fortpflanzen, auf und nieder oscilliren. Eine Bewegung der Art ist es, welche die Wellen am gespannten Seile fortpflanzt. Später werden wir auch eine solche Wellenbewegung bei der Lehre vom Lichte kennen lernen.

Die Curven 1 bis 6, Fig. 463, sollen dazu dienen, die Fortpflanzung solcher Wellen, also etwa der *Seilwellen*, anschaulich zu machen.

Fig. 463.



Diese Curven entsprechen ganz den Figuren 461 und 462; sie lassen sich aus diesen ableiten, wenn man den horizontalen Theil der Bewegung gleich Null setzt, sie werden deshalb auch ohne weitere Erklärung verständlich sein.

Wenn eine Seilwelle, gegen den einen Befestigungspunkt fortschreitend, an demselben angekommen ist, so wird sie reflectirt, sie kehrt wieder nach dem anderen Ende zurück und läuft so mehrmals hin und her. Wenn aber nun fortwährend neue Wellen erzeugt werden, so wird es kommen, dass die reflectirten Wellen den neu ankommenden begegnen; durch das Zusammenwirken der beiden Wellensysteme aber bilden sich *stehende Wellen*.

Fortpflanzung des Schalles. Jeder Körper, welcher sich im 157
Zustande stehender Schwingungen befindet, veranlasst in den ihn *umgebenden elastischen materiellen Medien* eine *Wellenbewegung*, welche, *bis zu unserm Ohre fortgepflanzt*, die *Empfindung des Schalles* hervorbringt. In der Regel ist es freilich die Luft,

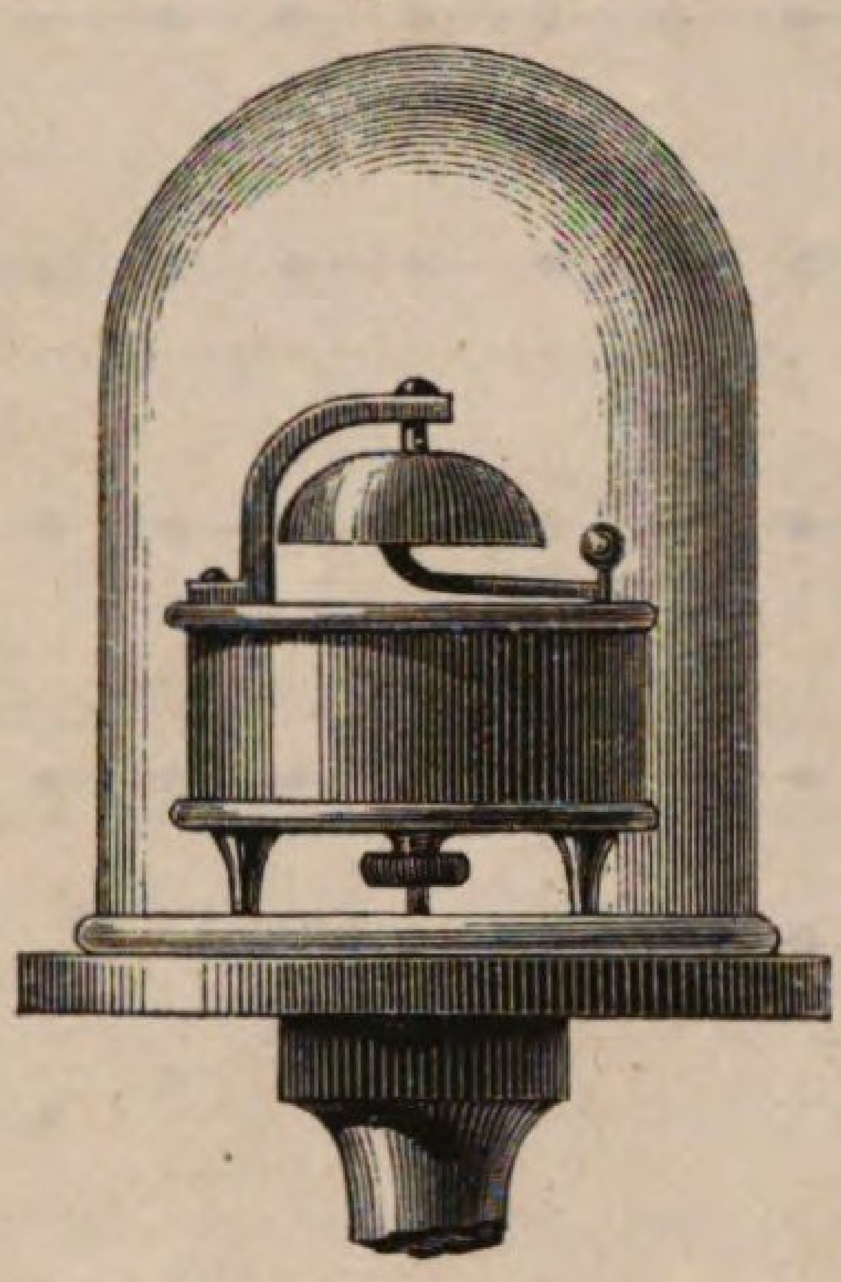
in welcher sich die Schallwellen bis zu unserem Gehörorgane fortpflanzen, doch sind auch alle anderen elastischen Körper, feste sowohl wie flüssige, fähig, den Schall mehr oder weniger gut zu leiten.

Durch stehende Schwingungen elastischer Körper wird also der Schall erzeugt, durch eine Wellenbewegung elastischer Medien wird er fortgepflanzt.

Zur Fortpflanzung des Schalles sind materielle Medien unbedingt erforderlich; das Vacuum kann den Schall nicht leiten.

Um dies zu zeigen, setze man auf den Teller der Luftpumpe ein aufgezogenes Weckerwerk, Fig. 464, jedoch so, dass die Füsse desselben nicht direct auf dem Teller aufstehen, sondern auf einem Kissen von Wolle oder Kattun oder auch auf einigen auf einander gelegten Plättchen von dickem vulcanisirten Kautschuk ruhen. Durch das Uhrwerk wird ein Hammer, welcher sich bei unserer Vorrichtung im Inneren der Glocke befindet, bald auf der einen, bald auf der anderen Seite derselben angeschlagen. Der dadurch erzeugte Schall wird sogleich schwächer, wenn man die gläserne Luftpumpenglocke aufsetzt, aber immerhin bleibt er noch deutlich hörbar; wird aber nun evacuirt, so verschwindet der Ton vollständig. Lässt man dann die Luft allmälig wieder eintreten, so unterscheidet man alsbald den Ton, welcher stärker und stärker wird, wenn sich die Glocke mehr und mehr mit Luft füllt. Der Schall kann sich also nicht durch den leeren Raum fortpflanzen.

Fig. 464.



Der grösste Lärm auf der Erde kann sich demnach nicht über die Gränzen unserer Atmosphäre verbreiten, dagegen kann aber auch von keinem anderen Himmelskörper nur das mindeste Geräusch bis zu unserer Erde dringen; die furchtbarsten Explosionen könnten auf dem Monde stattfinden, ohne dass wir davon etwas hörten.

Saussure sagt, dass auf dem Gipfel des Montblanc ein Pistolenschuss weniger Geräusch macht, als wenn man in der Ebene ein Kinderkanönchen losschiesst, und Gay-Lussac fand, mit seinem Ballon in einer Höhe von 7000 Metern, also in einer sehr verdünnten Luft schwebend, dass die Intensität seiner Stimme ungemein abgenommen hatte.

Nicht in der Luft allein, sondern in allen Gasen und Dämpfen kann sich der Schall verbreiten. Um sich davon zu überzeugen, braucht man nur die Gase oder Dämpfe in das Vacuum eintreten zu lassen, in welchem sich das gehende Weckerwerk, Fig. 464, befindet.

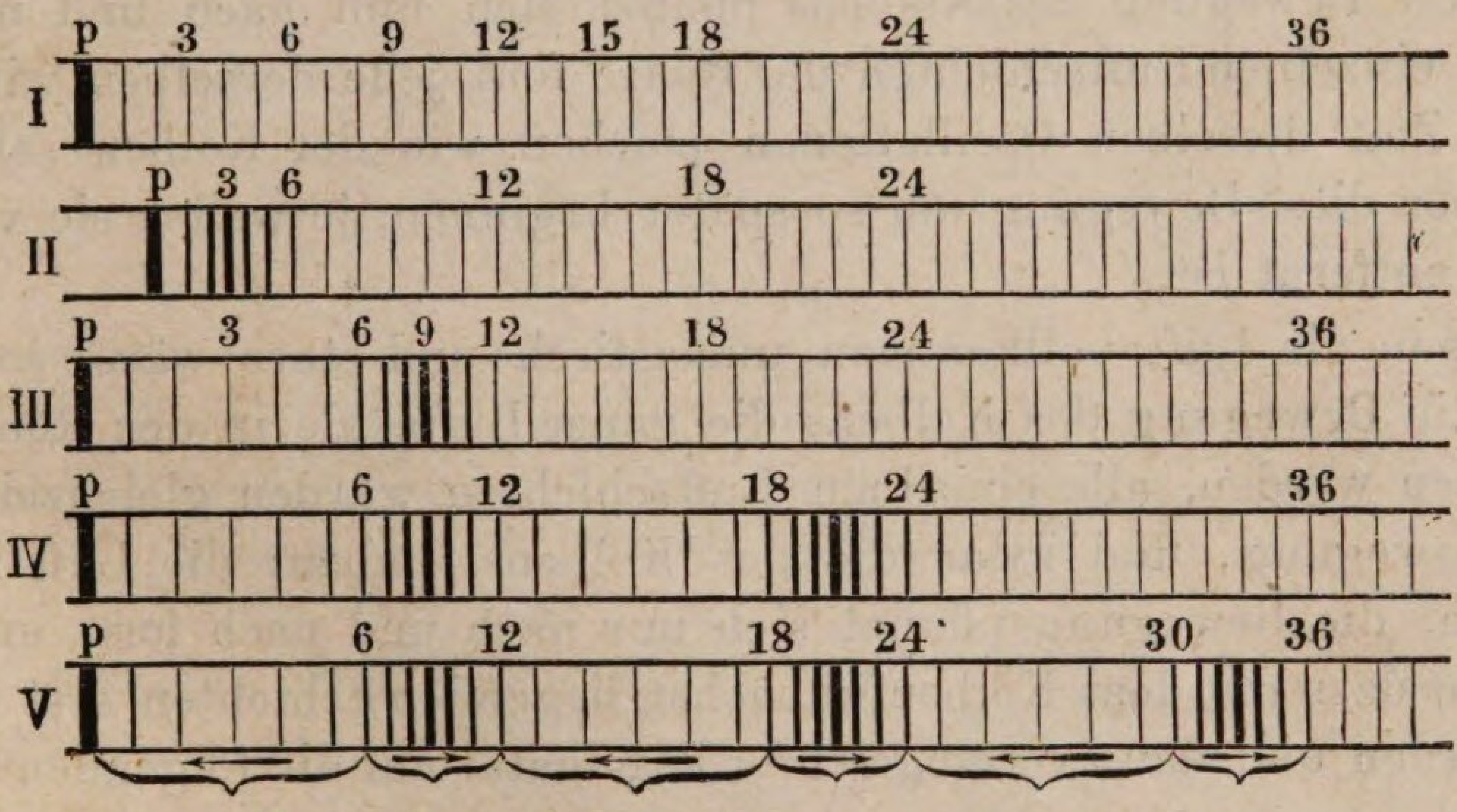
Im Wasser pflanzt sich der Schall sehr gut fort, die Taucher hören, was am Ufer gesprochen wird, und am Ufer hört man deutlich, wenn in grossen Tiefen zwei Steine an einander geschlagen werden.

In festen Körpern endlich kann der Schall nicht allein erregt, sondern auch fortgepflanzt werden. Wenn man dem einen Ende eines 60 bis 70 Fuss langen Balkens das Ohr nähert, so hört man deutlich, wenn am anderen Ende nur schwach angeklopft wird, wenngleich das Geräusch in der Luft so schwach ist, dass es selbst der kaum hört, welcher es hervorgebracht hat.

Schallwellen. Um die Art und Weise, wie sich die Schallschwingungen in der Luft fortpflanzen, anschaulich zu machen, wollen wir uns denken, dass die Luft in einer an einem Ende offenen Röhre durch die Oscillationen eines am anderen Ende angebrachten Kolbens in Schwingungen versetzt werde. 158

In Fig. 465 ist eine solche Röhre dargestellt; die bei I gleich weit von einander stehenden Striche stellen einzelne Schichten der überall

Fig. 465.



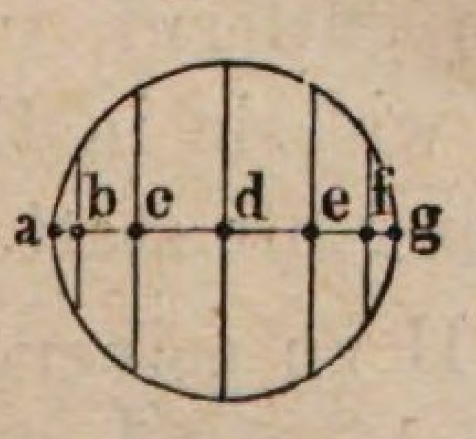
gleich dichten Luft dar; p ist der Kolben. Dieser Kolben soll um die Länge ag, Fig. 466, rasch hin und her gehen; und zwar wollen wir annehmen, dass er diese Oscillationen nach den Gesetzen der Pendelschwingungen ausführe.

Denken wir uns demnach die Zeit, welche der Kolben zu einem Hin- und Hergange braucht, in 12 gleiche Theile getheilt, so findet man die Punkte, in welchen er sich in jedem dieser 12 Momente befindet, durch die auf Seite 310 besprochene Construction. Diese Construction ist in Fig. 466 für die Oscillationsamplitude ag des Kolbens ausgeführt und es sind auf diese Weise auf ag die Stellen bezeichnet, in welchen der Kolben nach $^1/_{12}$, $^2/_{12}$, $^3/_{12}$ u. s. w. seiner Oscillationsdauer ankommen wird. Da nun aber die Bewegung des Kolbens in Fig. 465 zu klein ist, als dass man der entsprechenden Constructionsfigur, Fig. 466, noch die zur weiteren Besprechung nöthigen Buchstaben beisetzen könnte, so

Fig. 466.



Fig. 467.



ist dieselbe Construction in Fig. 467 auch noch in grösserem Maassstabe ausgeführt worden und dieser Figur sind dann die Buchstaben beigesetzt worden, welche bei der folgenden Auseinandersetzung stets auf die entsprechenden Punkte der kleinen Constructionsfigur zu beziehen sind.

Fig. 466.

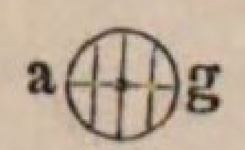


Fig. 467.



Im ersten Zwölftel seiner Oscillationsdauer legt der Kolben den kleinen Weg *ab* zurück; in den folgenden gleich grossen Zeittheilchen die Wege *bc*, *cd*, *de* u. s. w. Die anfangs langsame Bewegung nimmt also alsbald an Geschwindigkeit zu. In *d* erreicht der Kolben seine grösste Geschwindigkeit; von da an wird seine Bewegung wieder langsamer, bis er das Ende seiner Bahn erreicht, wo seine Bewegung in die entgegengesetzte übergeht. Im 7ten, 8ten, 9ten u. s. w. Zwölftel seiner Oscillationsdauer legt dann der Kolben die Wege *gf*, *fe*, *ed* u. s. w. zurück.

Diese Bewegung des Kolbens pflanzt sich nun nach und nach auf alle die einzelnen Luftschichten der Röhre fort, jede derselben wird nach einiger Zeit dieselben Oscillationen machen wie der Kolben selbst, sie wird aber diese Bewegung um so später beginnen, je weiter sie von dem Kolben entfernt ist.

Wenn die Luft vollkommen unelastisch und starr wäre, so würde durch die Bewegung des Kolbens die ganze Luftsäule in der Röhre fortgeschoben werden, alle einzelnen Luftschichten würden gleichzeitig dieselbe Bewegung, und zwar die des Kolbens, haben; die Luft ist aber elastisch, die Bewegung pflanzt sich nur nach und nach fort, und zwar dadurch, dass die dem Kolben zunächst liegenden Schichten erst comprimirt werden und dann vermöge ihrer Elasticität auf die folgenden wirken.

Betrachten wir den Zustand der Luftsäule in dem Moment, in welchem der Kolben zum ersten Male seinen Weg nach der rechten Seite hin vollendet hat, wie dies in Nr. II Fig. 465 dargestellt ist.

Der Kolben ist eben zur Ruhe gekommen, um seine rückgängige Bewegung anzufangen, die Luftschicht 3 aber hat in ihrer Bewegung von der Linken zur Rechten eben ihre grösste Geschwindigkeit erreicht.

Die	Luftschicht	1	ist	um	die	Länge	*af*
„	„	2	„	„	„	„	*ae*
„	„	3	„	„	„	„	*ad*
„	„	4	„	„	„	„	*ac*
„	„	5	„	„	„	„	*ab*
„	„	6	„	„	„	„	0

von ihrer ursprünglichen in I dargestellten Lage entfernt, und daraus ergiebt sich die gegenseitige Lage der Schichten, wie sie in II verzeichnet ist. Bei 3 findet die stärkste Verdichtung der Luft statt.

Während nun der Kolben von der Stellung II zu seiner ursprünglichen Lage zurückkehrt, pflanzt sich die Bewegung bis zur Luftschicht 12

fort; diese Luftschicht beginnt ihre Bewegung zum ersten Male in demselben Augenblicke, in welchem der Kolben zum zweiten Male nach der Rechten zu gehen beginnt. Die Lage der einzelnen Luftschichten zwischen 12 und dem Kolben, wie sie diesem Moment entspricht und wie sie in Nr. III dargestellt ist, ergiebt sich aus folgender Betrachtung.

Während der Kolben und die Luftschicht 12 ihre ursprüngliche Lage einnehmen und momentan in Ruhe sind, sind alle zwischenliegenden Luftschichten von ihrer ursprünglichen Lage entfernt; alle Luftschichten zwischen dem Kolben und 6 haben eine rückgängige Bewegung von der Rechten zur Linken, diejenigen zwischen 6 und 12 gehen von der Linken zur Rechten.

Die	Luftschicht	1	ist	um	die	Länge	*ab*
„	„	2	„	„	„	„	*ac*
„	„	3	„	„	„	„	*ad*
„	„	4	„	„	„	„	*ae*
„	„	5	„	„	„	„	*af*
„	„	6	„	„	„	„	*ag*
„	„	7	„	„	„	„	*af*
„	„	8	„	„	„	„	*ae*
„	„	9	„	„	„	„	*ad*
„	„	10	„	„	„	„	*ac*
„	„	11	„	„	„	„	*ab*
„	„	12	„	„	„	„	0

von ihrer ursprünglichen Lage entfernt; daraus ergiebt sich, dass bei 9 die stärkste Verdichtung, bei 3 aber die stärkste Verdünnung der Luft stattfindet; die Luftschicht 3 hat eben ihre grösste Geschwindigkeit nach der linken, die Luftschicht 9 hat ihre grösste Geschwindigkeit nach der rechten Seite hin.

Wenn nun der Kolben in Ruhe bliebe, so würde zunächst die Luftschicht 1, dann 2, 3, 4 u. s. w. in ihrer ursprünglichen Lage wieder ankommen, um daselbst ebenfalls in Ruhe zu bleiben, während die Bewegung sich nach der rechten Seite fortpflanzt; in dem Moment z. B., in welchem 3 in seiner ursprünglichen Lage wieder ankommt, wird sich die Bewegung bis 15 fortgepflanzt haben, das Maximum der Verdichtung wird bei 12, das Maximum der Verdünnung wird bei 6 ankommen. In dem Augenblicke, in welchem 12 wieder in seiner ursprünglichen Lage ankommt, ist das Maximum der Verdünnung bis 15, das Maximum der Verdichtung bis 21 fortgeschritten, die Luftschicht 24 beginnt aber eben sich nach der Rechten zu bewegen u. s. w.

Macht nun der Kolben noch eine zweite Oscillation, so folgt der ersten Welle eine zweite, wie dies in Nr. IV dargestellt ist, welche den Moment zeigt, in welchem der Kolben eben seinen zweiten Hin- und Hergang vollendet hat.

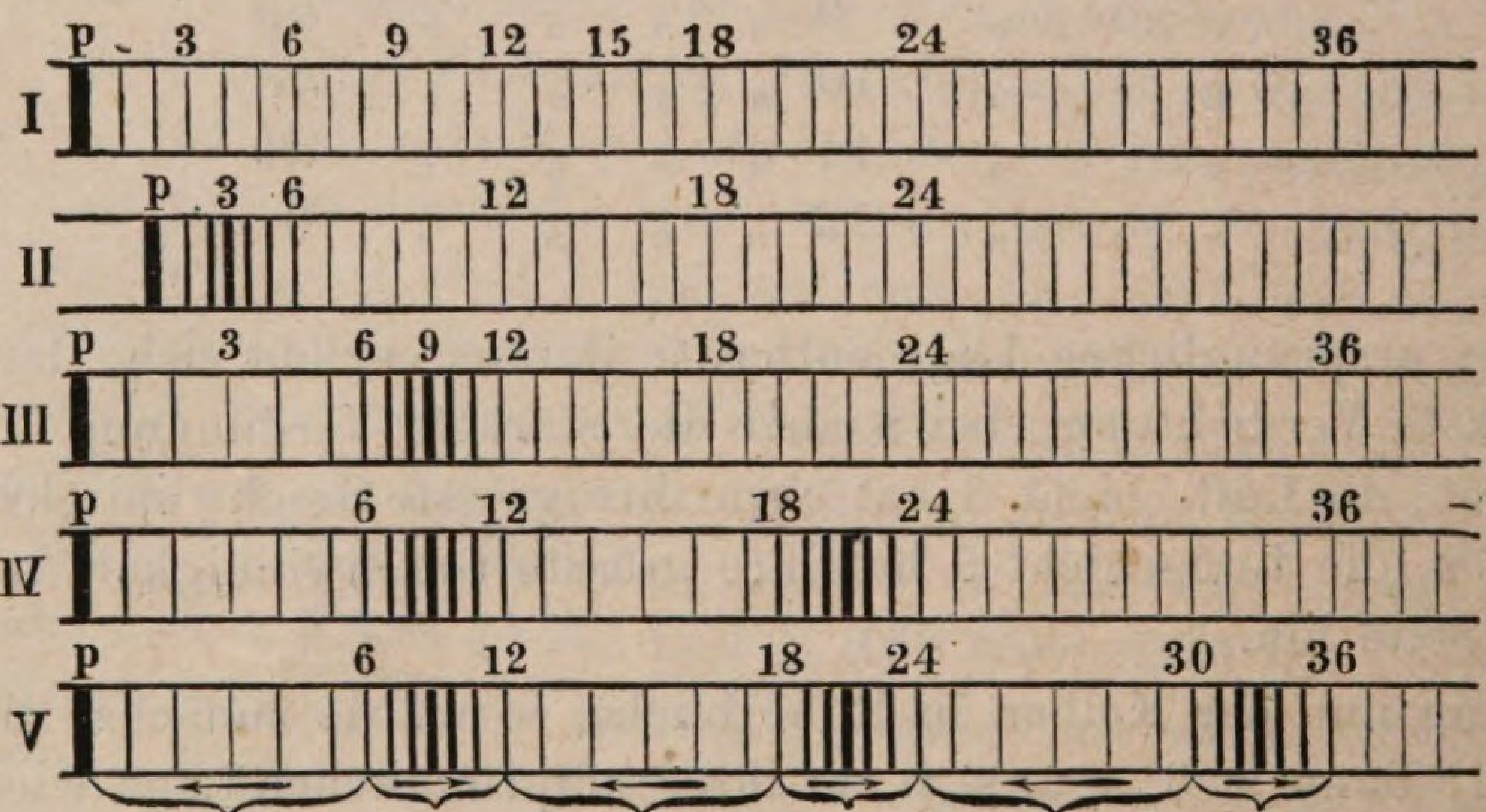
Vom Kolben bis 12 ist eine, von 12 bis 24 eine zweite Wellenlänge, denn die Länge einer Welle ist ja die kleinste Entfernung zweier Theilchen, welche sich stets in gleichen Schwingungszuständen befinden; der Kolben und die Luftschichten 12 und 24 beginnen, im Falle der Kolben seine Oscillation fortsetzt, gleichzeitig ihre Bewegung nach der Rechten; sie durchlaufen ihren Weg nach der rechten Seite hin und wieder zurück stets in gleichen Zeiten und in gleicher Weise.

Jede Welle besteht aus einem verdünnten und einem verdichteten Theile; ersterer entspricht dem Wellenthale, letzterer dem Wellenberge der Wasserwellen.

Die Entfernung von einem Maximum der Verdichtung oder der Verdünnung bis zum nächsten, also von 9 bis 21, oder von 3 bis 15, ist gleichfalls eine Wellenlänge.

Nr. V, Fig. 468, bezieht sich auf den Moment, in welchem der Kolben zum dritten Male seine Oscillation vollendet, wo er also drei vollständige sich einander folgende fortschreitende Wellen erzeugt hat. In dieser Figur sind immer diejenigen Luftschichten, welche sich nach derselben Richtung bewegen, mit einer Klammer zusammengefasst. Die

Fig. 468.



Mitte einer Klammer entspricht immer einem Maximum der Verdichtung oder der Verdünnung; die hier befindlichen Luftschichten haben eben ihre grösste Geschwindigkeit entweder nach der Rechten oder nach der Linken. Die Luftschichten, welche da sich befinden, wo zwei Klammern zusammentreffen, befinden sich momentan in Ruhe, indem sie sich gerade am rechten oder am linken Ende der Bahn befinden, welche sie während ihrer Oscillationen hin und her durchlaufen.

Um die Principien der Wellenbewegung überhaupt und namentlich auch die Verbreitung der Schallwellen in der Luft anschaulich zu machen, haben Wheatstone, Eisenlohr, E. Mach, J. Müller, Quinke, Crova und Andere für Vorlesungen sehr zu empfehlende Apparate construirt, bei welchen die Bewegungen der Lufttheilchen theils auf mecha-

nischem Wege nachgeahmt, theils durch optische Hülfsmittel zur Darstellung gebracht werden.

Wir haben bisher der Einfachheit wegen die Fortpflanzung der Luftwellen in einer Röhre betrachtet; ganz in derselben Weise pflanzen sich aber auch die Wellen in freier Luft von den oscillirenden Körpern nach allen Seiten hin fort. So wie sich um die Stelle des Wassers, in welche der Stein hineingefallen ist, kreisförmige Wellen bilden, so bilden sich um den oscillirenden Körper kugelförmige Luftwellen.

Verschiedenheit der Schallempfindungen. Die Eindrücke, 159
welche unser Ohr wahrzunehmen vermag und welche man mit dem gemeinschaftlichen Namen des Schalles bezeichnet, sind von sehr mannigfaltiger Art. Zunächst unterscheiden wir zwischen Geräuschen (Zischen, Plätschern, Rasseln u. s. w.) und musikalischen Klängen oder Tönen. Die Empfindung eines Klanges wird durch regelmässige Oscillationen des tönenden Körpers, also durch periodische Bewegungen hervorgebracht, während Geräusche von nicht periodischen Bewegungen herrühren.

Die verschiedenen Klänge oder Töne unterscheiden sich aber untereinander

1) durch ihre Tonhöhe,
2) durch ihre Stärke,
3) durch ihre Klangfarbe.

Die alten Griechen hatten zwar die Unterschiede der Tonhöhe musikalisch richtig erfasst, sie waren aber nicht im Stande, dieselben physikalisch zu definiren. Allerdings hatte Pythagoras die musikalischen Intervalle durch Zahlen ausgedrückt, die er auf empirische Weise gefunden hatte. Er hatte nämlich die Erfahrung gemacht, dass man die Octav, die Quint, die grosse Terz eines Tones erhält, wenn man die Saite, welche diesen Grundton giebt, bei unveränderter Spannung auf $^1/_2$, auf $^2/_3$, auf $^4/_5$ ihrer ursprünglichen Länge verkürzt, und er schloss daraus, dass das Intervall der Octav durch das Zahlenverhältniss 1 : 2, das Intervall der Quint durch das Verhältniss 2 : 3 u. s. w. charakterisirt sei. Die Beziehung dieser Zahlen zu den Tönen wurde aber im Alterthum sowohl wie auch vorzugsweise im Mittelalter nur mystisch aufgefasst und führte, indem man auch in anderen Dingen, z. B. unter den Gestirnen, ähnlichen Zahlenverhältnissen nachspürte, zu den wunderlichsten Träumereien, wie u. a. zu denen über die Harmonie der Sphären, von denen sich selbst Männer von wissenschaftlichem Geiste, wie Kepler, nicht ganz frei zu machen im Stande waren.

Erst im 17. Jahrhundert wurde es richtig erkannt, wodurch die Verschiedenheit der Tonhöhe bedingt und welches die physikalische Bedeutung der Pythagoräischen Zahlen sei. Diesen wichtigen Fortschritt verdankt die Wissenschaft dem Minoritenpater Mersenne, welcher sich

schon durch die Uebersetzung der Schriften Galiläi's ins Französische ein grosses Verdienst um die exacte Mechanik erworben hatte. Ganz im Geiste der Galiläi'schen Forschung unternahm Mersenne die Untersuchung der Schwingungsgesetze gespannter Saiten, deren Resultate er im Jahre 1636 in einem Werke veröffentlichte, welches den Titel: *Harmonicorum libri* XII. führt.

Mersenne stellte zuerst den Satz auf, dass die Tonhöhe nur von der Schwingungsdauer des tönenden Körpers oder, was dasselbe ist, von seiner Schwingungszahl, d. h. von der Anzahl der Oscillationen abhängt, welche er in einer gegebenen Zeit, etwa in einer Secunde, ausführt.

Die Töne sind um so höher, je grösser ihre Schwingungszahl oder je kleiner ihre Schwingungsdauer ist.

Welches die Schwingungszahl der verschiedenen Töne ist und wie man dieselbe ermitteln kann, wird weiter unten besprochen werden.

Die Stärke oder Intensität des Tones hängt von der Amplitude der Schwingungen ab, welche der tönende Körper macht; je grösser diese Schwingungen sind, desto stärker ist der Ton.

Unter Klangfarbe oder Klangcharakter versteht man die Eigenthümlichkeiten, durch welche man bei gleicher Tonhöhe und gleicher Stärke den Ton verschiedener Instrumente unterscheiden kann. So hat z. B. derselbe Ton einen ganz anderen Charakter, je nachdem er von einer Violine, oder von einer Clarinette oder von einer Trompete herrührt.

Das Wesen der Klangfarbe ist vorzugsweise durch die Untersuchungen von Helmholtz ermittelt worden; wir werden darauf später zurückkommen.

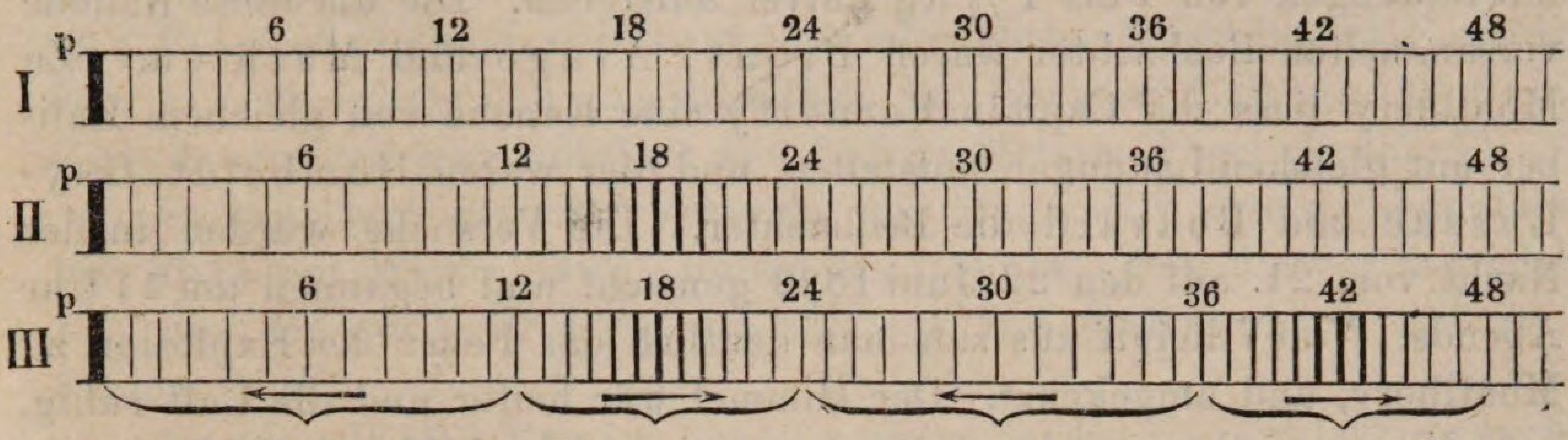
160 **Einfluss der Oscillationsdauer auf die Wellenlänge.** Die Geschwindigkeit, mit welcher sich die Schallwellen in der Luft fortpflanzen, ist, wie bald bewiesen werden wird, unabhängig von der Tonhöhe, also auch in dem oben betrachteten Falle unabhängig von der Oscillationsgeschwindigkeit des Kolbens p.

Nehmen wir nun an, der Kolben p brauche zu einer Oscillation eine doppelt so grosse Zeit als die, auf welche sich Fig. 468 bezog, so wird auch, während der Kolben einmal hin- und hergeht, die Welle doppelt so weit fortschreiten als in jenem Falle. Nach dem ersten Hin- und Hergange des Kolbens p wird die Welle bis zur Schicht 24 fortgeschritten sein (Nro. II Fig. 469) und es befindet sich für diesen Moment ein Dichtigkeitsmaximum bei 18, die grösste Verdünnung bei 6. — Nach zweimaligem Hin- und Hergange des Kolbens ist dann die Welle bis 48 fortgeschritten, wie man in Nro. III Fig. 469 sieht.

Man bemerkt, dass hier (Fig. 469) die Wellenlänge doppelt so gross ist als für den in Fig. 468 betrachteten Fall. Wenn man aber diese Schlussweise verallgemeinert, so ergiebt sich leicht, dass die Wellenlänge eines Tones, d. h. der Abstand von einem Dichtigkeitsmaximum

bis zum folgenden, der Schwingungsdauer des Körpers proportional ist, dessen Oscillationen die Schallwellen erzeugen.

Fig. 469.



Bezeichnen wir mit λ die Wellenlänge eines Tones, mit t die in Secunden ausgedrückte Dauer einer Oscillation des die Welle erzeugenden tönenden Körpers, so ist demnach

$$\lambda = nt \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad 1)$$

wenn n ein constanter Factor ist. Bezeichnet z die Anzahl der Oscillationen, welche der tönende Körper in 1 Secunde macht, so ist $t \, . \, z = 1$, also $t = \frac{1}{z}$, mithin auch

$$\lambda = \frac{n}{z} \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad 2)$$

Die Wellenlänge eines Tones verhält sich also umgekehrt wie die Schwingungszahl desselben, d. h. umgekehrt wie die Anzahl der Vibrationen, welche in 1 Secunde gemacht werden müssen, um diesen Ton zu erzeugen.

Geschwindigkeit des Schalles. Alle Töne, welche auch 161
ihre Höhe, ihre Intensität und ihre Klangfarbe sein mag, verbreiten sich in der Luft nahezu mit gleicher Geschwindigkeit; denn wenn an einer bestimmten Stelle ein Concert aufgeführt und von verschiedenen Beobachtern in verschiedenen Entfernungen angehört wird, so hören sie denselben Tact, dieselbe Harmonie. Wenn etwa die tiefen Töne den hohen merklich voraneilten oder umgekehrt, so würde bald aller Tact aufhören, und was in einer Entfernung von 10 Schritten eine Harmonie ist, würde in einer Entfernung von 100 Schritten die unerträglichste Kakophonie sein.

Mersenne bestimmte die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalles in der Luft zu 1378, die Florentiner Akademiker bestimmten sie im Jahre 1660 zu 1111 Pariser Fuss. Seitdem sind zu gleichem Zweck viele Versuche angestellt worden, deren Resultate man im fünften Bande von Poggendorff's Annalen Seite 476 zusammengestellt findet. Hier wollen wir nun die Versuche etwas ausführlicher besprechen, welche im Jahre 1822 bei Paris durch das Personal des Bureau des longitudes ausgeführt wurden.

Die beiden Stationen, welche man zu diesem Versuche gewählt hatte, waren Villejuif und Montlhery südlich von Paris. Zu Villejuif liess der Capitän Boscary an einem etwas erhabenen Orte einen Sechspfünder mit Ladungen von 1 bis $1^1/_2$ Kg Pulver aufstellen. Die um diese Kanone versammelten Beobachter waren Prony, Arago und Mathieu. Zu Montlhery liess der Capitän Pernetty eine Kanone von gleichem Kaliber mit gleichen Ladungen aufstellen, und hier waren Humboldt, Gay-Lussac und Bouvard die Beobachter. Die Versuche wurden in der Nacht vom 21. auf den 22. Juni 1822 gemacht und begannen um 11 Uhr Abends. Von Villejuif aus sah man deutlich das Feuer der Explosion zu Montlhery, und umgekehrt. Der Himmel war heiter und die Luft ruhig.

Man war übereingekommen, dass an jedem der beiden Orte 12 Schüsse von 10 zu 10 Minuten abgefeuert werden sollten, und dass man damit auf der Station zu Montlhery 5 Minuten früher anfangen sollte als zu Villejuif, so dass ein Beobachter, welcher gerade in der Mitte zwischen beiden Kanonen aufgestellt gewesen wäre, alle 5 Minuten einen Schuss gehört hätte, von denen der erste von Montlhery kam, der zweite von Villejuif, der dritte wieder von Montlhery u. s. w. Auf diese Weise konnte man ermitteln, ob die Windrichtung einen Einfluss auf die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalles habe.

Die Beobachter zu Villejuif hörten vollkommen gut alle Schüsse von Montlhery, jeder von ihnen beobachtete auf seinem Chronometer die Zeit, welche von dem Moment der Lichterscheinung an bis zur Ankunft des Schalles verging. Die grösste Differenz zwischen den Resultaten der drei Beobachter bei einem und demselben Versuche überstieg nicht $^3/_{10}$ bis $^4/_{10}$ Secunden. Die längste beobachtete Zeit war 55, die kürzeste 54·7, das Mittel 54·84 Secunden.

Zu Montlhery konnte man nur 7 von den 12 Schüssen von Villejuif hören, und von diesen 7 wurde auch nicht ein einziger von den drei Beobachtern zugleich gehört; doch stimmen die Resultate ziemlich gut überein. Die längste Zeit war 54·9, die kürzeste 53·9, das Mittel 54·43 Secunden.

Man kann demnach als Mittel für die Zeit, welche der Schall brauchte, um sich von einer Station bis zur anderen fortzupflanzen, 54·6 Secunden annehmen.

Es blieb nun noch übrig, die Entfernungen der beiden Stationen genau zu ermitteln; Arago wurde damit beauftragt, und indem er sich auf die Triangulation der Gradmessung stützte, fand er, dass die beiden Kanonen in einer Entfernung von 9549·6 Toisen aufgestellt gewesen waren.

Dividirt man diese Länge durch 54·6, so findet man 174·9 Toisen oder 340·88 Meter für den Weg, den der Schall in einer Secunde zurücklegte. Die Temperatur der Luft war 16°, das Barometer zu Villejuif stand auf 756·5 Millimeter und das Saussure'sche Hygrometer auf 78°.

Die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalles in der Luft ist unabhängig vom Barometerstand, aber veränderlich mit der Temperatur und

dem Wassergehalte der Luft. Für trockene Luft und eine Temperatur von 0^0 C. ergiebt sich aus den eben besprochenen Versuchen eine Fortpflanzungsgeschwindigkeit von 331·05 Metern in der Secunde.

Eine ähnliche Versuchsreihe stellten im Jahre 1823 Moll und van Beek in Holland und zwar mit möglichster Sorgfalt und Genauigkeit an. Es ergab sich aus derselben für trockene Luft und 0^0 C. die Fortpflanzungsgeschwindigkeit von 332·26 Metern (Pogg. Annal. V).

Spätere noch genauere Versuche von Régnault ergaben den merklich kleineren Werth 330·7, ferner das Resultat, dass die Geschwindigkeit von der Stärke des Schalls abhängt und deshalb nach und nach kleiner wird.

Régnault und König haben ausserdem die Entdeckung gemacht, dass hohe und tiefe Töne sich doch nicht mit vollkommen gleicher Geschwindigkeit fortpflanzen, wie man bisher annahm. — An dem einen Ende einer langen Röhrenleitung unter dem Boulevard St. Michel zu Paris liess König möglichst kurz zwei Töne, einen hohen und einen tiefen, mittelst zweier aufschlagender und mit Trompetenansätzen versehener Zungen, welche auf demselben Mundstück montirt waren, angeben. Am anderen Ende der Röhrenleitung beobachtete er die Ankunft der Töne mittelst einer Resonatorenvorrichtung, welche so disponirt war, dass das Ohr zugleich mit zwei Resonatoren in Verbindung stand, von denen einer dem hohen, der andere dem tiefen Tone entsprach.

Der tiefere Ton kam immer vor dem hohen an und wenn beide Töne sehr kurz angegeben wurden, so trat mitunter der Fall ein, dass der tiefere Ton schon aufgehört hatte, wenn der höhere erst dem Ohre wahrnehmbar wurde.

Die Röhrenleitung hatte zwischen 1600 und 1700 Meter Länge und der Durchmesser der Röhren betrug $1\,{}^1/_{10}$ Meter.

Nach §. 158 pflanzt sich die von einem tönenden Körper ausgehende Wellenbewegung während jeder Oscillation desselben um 1 Wellenlänge fort, wenn also der tönende Körper z Vibrationen in der Secunde macht, so ist $z\lambda$ der Weg, um welchen der Schall in einer Secunde fortschreitet, wenn λ, wie oben, die Wellenlänge des Tones ist. Bezeichnen wir den Weg, welchen der Schall in einer Secunde zurücklegt, mit n, so haben wir also $z\lambda = n$, und wenn man für n den in Metern ausgedrückten Werth der Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalles in der Luft setzt, so kommt $z\lambda = 341$, oder wenn man die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalles in Pariser Fussen ausdrückt, $z\lambda = 1050$.

Der Factor n in der Gleichung 2) des §. 160 ist also 341 oder 1050, je nachdem man das Meter oder den Fuss als Längeneinheit annimmt.

Der Umstand, dass der Schall sich langsamer fortpflanzt als das Licht, erklärt einige im alltäglichen Leben oft vorkommende Erscheinungen. Wenn man einen Steinklopfer aus einiger Entfernung beobachtet, so hört man den Schlag nicht in dem Moment, in welchem man den

Hammer aufschlagen sieht, sondern erst, wenn er wieder gehoben wird, was den Eindruck macht, als ob der Schall nicht durch das Aufschlagen des Hammers, sondern durch das Abreissen von dem Steine hervorgebracht würde. Wenn man ein Regiment Soldaten nach dem Tacte der vorausgetragenen Trommeln marschiren sieht, so beobachtet man eine wellenartige Bewegung, welche sich von den Trommlern aus durch die ganze Reihe fortpflanzt. Es erklärt sich dies dadurch, dass nicht Alle gleichzeitig auftreten und den neuen Schritt beginnen, weil die Hinteren den Tactschlag immer später vernehmen als die Vorderen.

162 **Abhängigkeit der Geschwindigkeit des Schalles von der Elasticität der schallverbreitenden Medien.** Wir haben zwar schon oben gesehen, dass sich der Schall durch alle ponderabelen Materien, durch luftförmige, flüssige und feste Körper fortpflanzt, wir kommen aber jetzt auf diesen Gegenstand zurück, nachdem wir Mittel kennen gelernt haben, die zur Bestimmung der Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalles in verschiedenen Körpern nöthig sind.

Newton hatte in dem zweiten Buche seiner „*Philosophiae naturalis principae mathematica*" einen Ausdruck für die Geschwindigkeit des Schalles in der Luft entwickelt, welcher ein zu kleines Resultat gab, nämlich nur $^5/_6$ von der beobachteten Schallgeschwindigkeit. Newton selbst suchte diese Differenz zu erklären; die wahre Ursache aufzufinden, blieb aber La Place vorbehalten. Die Bewegung, welche den Schall erzeugt, pflanzt sich, wie wir gesehen haben, in elastischen Mitteln dadurch fort, dass sie eine Compression in denselben hervorbringt; da aber jede Compression von einer Wärmeentwickelung begleitet ist, so vermuthete La Place, dass diese frei werdende Wärme die Elasticität der Luft vergrössert, und dadurch die Geschwindigkeit des Schalles beschleunigt. Wenn die verdichtete Welle Wärme erzeugt, so wird in der verdünnten Welle Wärme gebunden, und man sollte denken, dass diese entgegengesetzten Wirkungen sich gegenseitig aufhöben; sie compensiren sich auch wirklich in Beziehung auf die Temperatur, denn der Schall, welcher sich in der Luft fortpflanzt, bringt keine merkliche Wirkung auf das Thermometer hervor; dies hindert aber nicht, dass doch eine Modification der Elasticität stattfindet.

La Place giebt für die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalles in Gasen und Dämpfen folgende Formel:

$$v = \sqrt{\frac{gh}{d}k} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 1)$$

in welcher v die in Metern ausgedrückte Geschwindigkeit der Fortpflanzung, g die beschleunigende Kraft der Schwere (also 9·8088 Meter), h die auf 0^0 reducirte Höhe der Quecksilbersäule ist, welche die Spannkraft des Gases misst, d das specifische Gewicht des Gases, wenn das des Quecksilbers bei 0^0 zur Einheit genommen wird, und endlich k den Quo-

tienten der Wärmecapacität des Gases bei constantem Drucke, dividirt durch seine Wärmecapacität bei constantem Volumen, bezeichnet.

Um diese Formel auf Luft, unter beliebigem Drucke und beliebiger Temperatur anzuwenden, muss man bemerken, dass die Luft unter einem Drucke von 76 Centimetern und bei einer Temperatur von 0 Grad 10466·82mal leichter ist als Quecksilber, dass also bei einem Druck h und einer Temperatur t

$$d = \frac{h}{0{\cdot}76 \,.\, 10466{\cdot}82\,(1 + at)}$$

und also

$$v = \sqrt{9{\cdot}8088 \,.\, 0{\cdot}76 \,.\, 10466{\cdot}82\,(1 + at)k},$$

und da für Luft $k = 1{\cdot}3748$ ist, so kommt

$$v = 327{\cdot}52 \sqrt{1 + at}$$

für die Geschwindigkeit des Schalles in der Luft bei t^0. Für a ist der Ausdehnungscoëfficient der Luft 0·003665 zu setzen.

Man sieht, dass diese Geschwindigkeit nur von der Temperatur, nicht aber vom Druck abhängig ist.

Nach der Gleichung 1) lässt sich aber auch der Werth von k für ein Gas berechnen, wenn man die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalles in demselben kennt. Es giebt aber ein einfaches Mittel, die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalles in irgend einem Gase zu ermitteln; man braucht nur eine Röhre von bekannter Länge mit diesem Gase zu füllen, sie tönen zu lassen und den Ton zu messen, welchen sie giebt. Diese Versuche sind für die Theorie der Wärme nicht weniger interessant als für die Akustik, und man sieht, bis zu welcher Vollkommenheit La Place diese Theorien entwickelt hat, da es nun hinreicht, dass ein Experimentator den Ton hört, welchen eine Gassäule in einer Röhre von bekannter Länge hervorbringt, um daraus die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalles in diesem Gase und das Verhältniss seiner specifischen Wärmen zu kennen (Dulong, Annal. de Chim. et de Phys. T. XLI, p. 113).

Geschwindigkeit des Schalles in tropfbaren Flüssigkeiten und festen Körpern. 163 Um die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalles in Flüssigkeiten zu berechnen, hat La Place folgende Formel gegeben:

$$v = \sqrt{\frac{g}{\lambda}},$$

wo v und g dieselbe Bedeutung haben wie in der vorigen Formel, λ aber die Verkürzung bezeichnet, welche eine horizontale Flüssigkeitssäule von 1 Meter Länge in einer unelastischen Röhre unter einem ihrem Gewichte gleichen Drucke erleidet. (Vergl. J. Müller's Supplementband S. 116.)

Um diese Formel anwenden zu können, muss man λ kennen. Diese Grösse ist aber leicht zu bestimmen, wenn man die Zusammendrückbar-

keit einer Flüssigkeit durch den Druck einer Atmosphäre kennt. Das Wasser wird z. B. durch den Druck einer Atmosphäre um 47·85 Milliontel seines Volumens zusammengedrückt; durch den Druck einer Atmosphäre wird also eine 1 Meter lange Wassersäule in einer unelastischen Röhre um 47·85 Milliontel Meter zusammengedrückt. Der Druck einer Atmosphäre entspricht aber einem Quecksilberdrucke von 0·76 Meter bei einer Temperatur von 10° C. und dem Drucke einer Wassersäule von 10·2934 Meter; eine Wassersäule von 1 Meter Höhe würde also eine Verkürzung von $\frac{0{\cdot}00004785}{10{\cdot}2934}$ oder 0·0000046486 Meter hervorbringen, und dies ist der Werth von λ für Wasser; substituirt man diesen Werth von λ in der Formel, so findet man, dass die Geschwindigkeit des Schalles in Wasser von 10° C. 1453 Meter in der Secunde beträgt.

Die vorstehende Formel kann leicht auf folgende Weise umgeformt werden:

$$v = \sqrt{\frac{9{\cdot}8088 \,.\, 0{\cdot}76 \,.\, 13{\cdot}544 \,.\, 1000000}{d \,.\, c}},$$

wo d das specifische Gewicht der Flüssigkeit, im Vergleich zum Wasser, und c ihre Zusammendrückbarkeit für eine Atmosphäre bezeichnet.

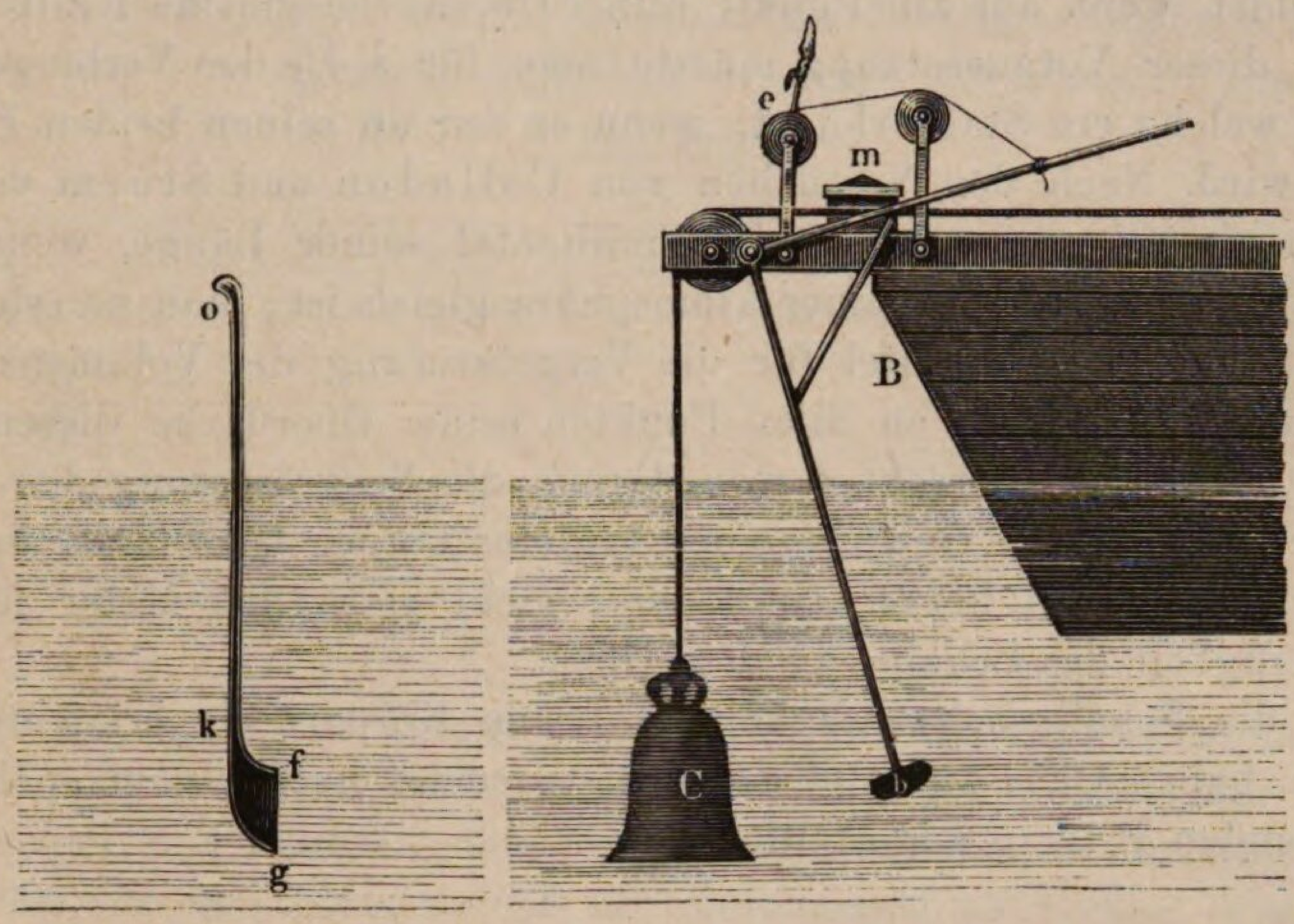
Nach dieser Formel ist die Geschwindigkeit des Schalles in folgenden Flüssigkeiten bei 10° C. berechnet:

Namen der Flüssigkeiten.	Specifisches Gewicht.	Zusammendrückbarkeit.	Geschwindigkeit des Schalles.
Aether	0·712	131·35	1039 m
Alkohol	0·795	94·95	1157
Terpentinöl	0·870	71·35	1276
Wasser	1	47·85	1453
Quecksilber	13·59	3·38	1484
Wasser mit Ammoniak gesättigt .	0·9	33·05	1842

Die Zahlen der letzten Columne sind alle mit einer Ungewissheit behaftet, welche besonders von der Ungewissheit des Werthes für die Zusammendrückbarkeit abhängt. Nimmt man z. B. für Alkohol den von Oersted angegebenen Werth der Zusammendrückbarkeit, so würde sich für die Geschwindigkeit des Schalles 2423 Meter in der Secunde ergeben, während man sie nur gleich 1157 Meter findet, wenn für die Zusammendrückbarkeit des Alkohols der von Colladon und Sturm gefundene Werth in Anwendung gebracht wird.

Das Wasser ist die einzige unter diesen Flüssigkeiten, welche einem directen Versuch unterworfen worden ist. Fig. 470 erläutert das Verfahren, welches Colladon und Sturm im Jahre 1827 zu diesem Zwecke im Genfer See zur Anwendung brachten. Eine ganz in das Wasser unter-

Fig. 470.



getauchte Glocke war an einem Nachen angehängt; sie wurde durch einen Hammer angeschlagen, dessen Stiel aus dem Wasser hervorragte. Durch Niederdrücken eines Hebels wird der Hammer *b* gegen die Glocke geschlagen und gleichzeitig die Lunte *e* mit dem Pulverhäufchen *m* in Berührung gebracht. Am gegenüberliegenden Ufer des Sees notirte man den Moment, in welchem man den Lichtblitz des entzündeten Pulvers, und denjenigen, in welchem man den im Wasser fortgepflanzten Schall wahrnahm, welcher mit Hülfe des Hörrohrs *gfko* beobachtet wurde. — Diese Versuche ergaben für die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalles im Wasser 1435 Meter, was von der berechneten Zahl 1453 nur wenig abweicht (Pogg. Annal. Bd. XII, S. 183).

Die Formel, welche La Place für Flüssigkeiten gegeben hat, lässt sich auch auf feste Körper anwenden, nur herrscht noch einige Ungewissheit in Beziehung auf die Ermittelungen des Werthes λ. Man nimmt zwar an, dass eine horizontale Metallstange gleichviel verkürzt oder verlängert wird, wenn sie mit gleicher Kraft gedrückt oder gezogen wird, und da man für feste Körper leichter die Verlängerung als die Verkürzung messen kann, so nimmt man an, dass in der Formel

$$v = \sqrt{\frac{g}{\lambda}}$$

für λ die Verlängerung zu setzen ist, welche eine 1 Meter lange Stange erleidet, wenn sie durch ein Gewicht gezogen wird, welches dem ihrigen

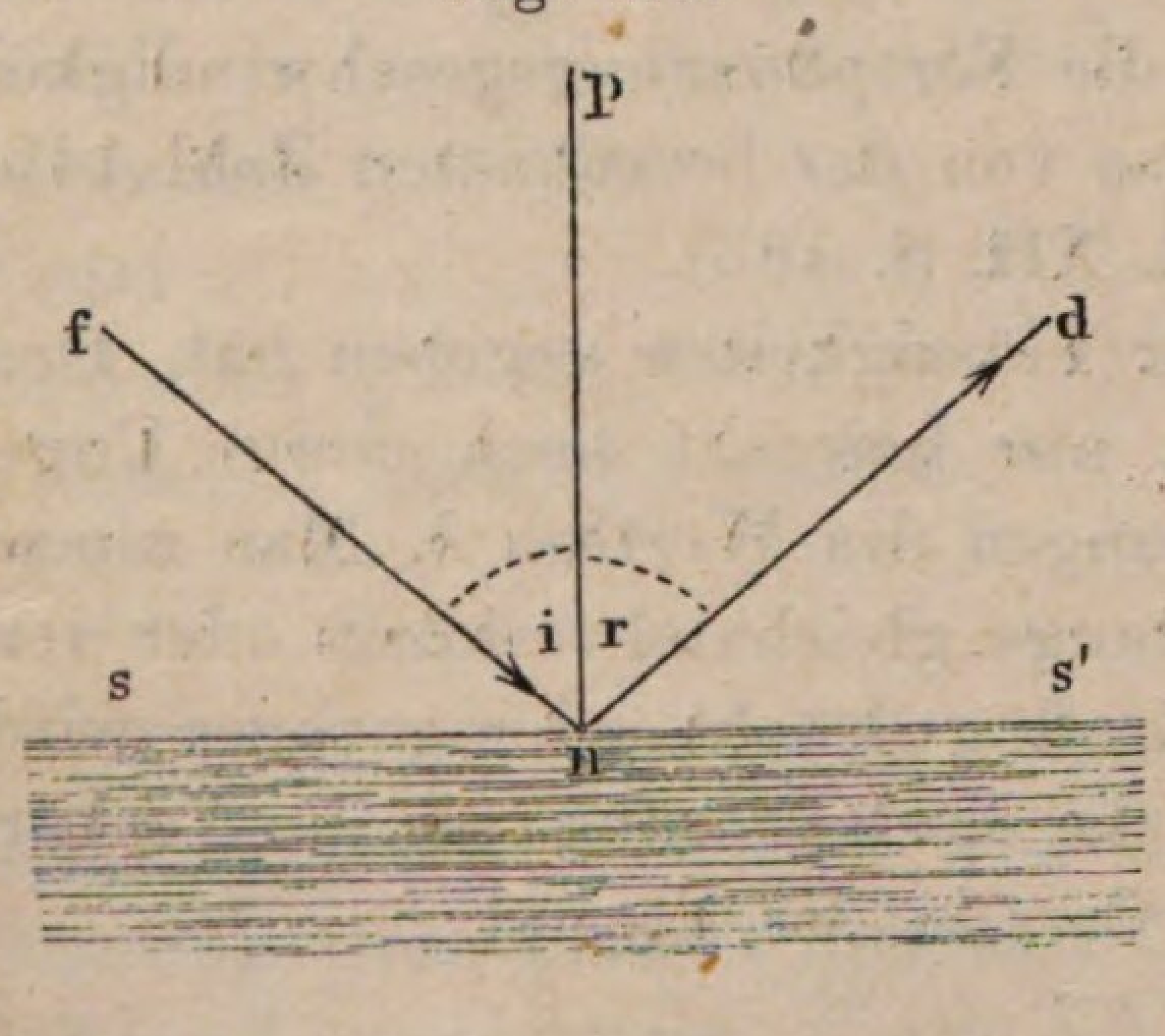
gleich ist. Die Verlängerung ist aber nicht dieselbe, wenn man annimmt, dass die Stange nur an ihren Enden gezogen wird, oder wenn man annimmt, dass dieser Zug auf alle Punkte ihrer Oberfläche wirkt. Mehrere Betrachtungen lassen annehmen, dass für λ bei festen Körpern, wie bei Flüssigkeiten, die Veränderung des Volumens zu nehmen sei, welche der Stab erleidet, wenn auf alle Punkte seiner Oberfläche gleiche Kräfte wirken. In dieser Voraussetzung müsste man für λ $^3/_2$ der Verlängerung nehmen, welche ein Stab erleidet, wenn er nur an seinen beiden Enden gezogen wird. Nach den Versuchen von Colladon und Sturm verlängert sich ein Glasstab um 11 Zehnmilliontel seiner Länge, wenn die ziehende Kraft dem Druck einer Atmosphäre gleich ist; man müsste also $^3/_2 . 11 = 16{\cdot}5$ Zehnmilliontel für die Vergrösserung des Volumens nehmen, wenn der Glasstab an allen Punkten seiner Oberfläche diesen Zug auszuhalten hätte. Berechnet man daraus die Vergrösserung des Volumens, welche eine dem Gewicht eines 1 Meter langen Glasstabes äquivalente ziehende Kraft hervorbringt, so ergiebt sich 4959 Meter für die Geschwindigkeit des Schalles in dem Glase.

Um die Schallgeschwindigkeit in festen Körpern experimentell zu ermitteln, haben Chladni und Savart Versuche nach einem später zu besprechenden Princip angestellt.

164 **Von der Reflexion des Schalles und dem Echo.** Wenn die Schallwellen aus einem Mittel in ein anderes übergehen, so erleiden sie immer eine partielle Reflexion; wenn sie aber auf ein festes Hinderniss stossen, so werden sie fast vollständig reflectirt.

Mag nun die Reflexion partiell oder vollständig sein, so ist doch der Reflexionswinkel stets dem Einfallswinkel gleich. Es ist ss', Fig. 471, die Trennungsfläche der beiden Mittel, etwa Luft und Wasser, und eine Schallwelle bewege sich in der Richtung fn gegen die Wasserfläche, so wird ein Theil der Bewegung in das Wasser übergehen, ein anderer Theil aber wird sich in der Richtung nd fortpflanzen, welche mit dem Perpendikel np einen eben so grossen Winkel macht wie fn, d. h. der Reflexionswinkel dnp ist dem Einfallswinkel fnp gleich. Dieselbe Erscheinung würde nach demselben Gesetze stattfinden, wenn ss' die Trennungsfläche zweier Gase oder auch nur zweier Gasschichten von verschiedener Dichtigkeit wäre, oder wenn ss' die Gränzfläche eines festen Körpers wäre, nur würde in dem letzten Falle der reflectirte Ton weit intensiver sein. Ein Beobachter also, welcher sich in irgend einem Punkte der Linie nd befindet, würde

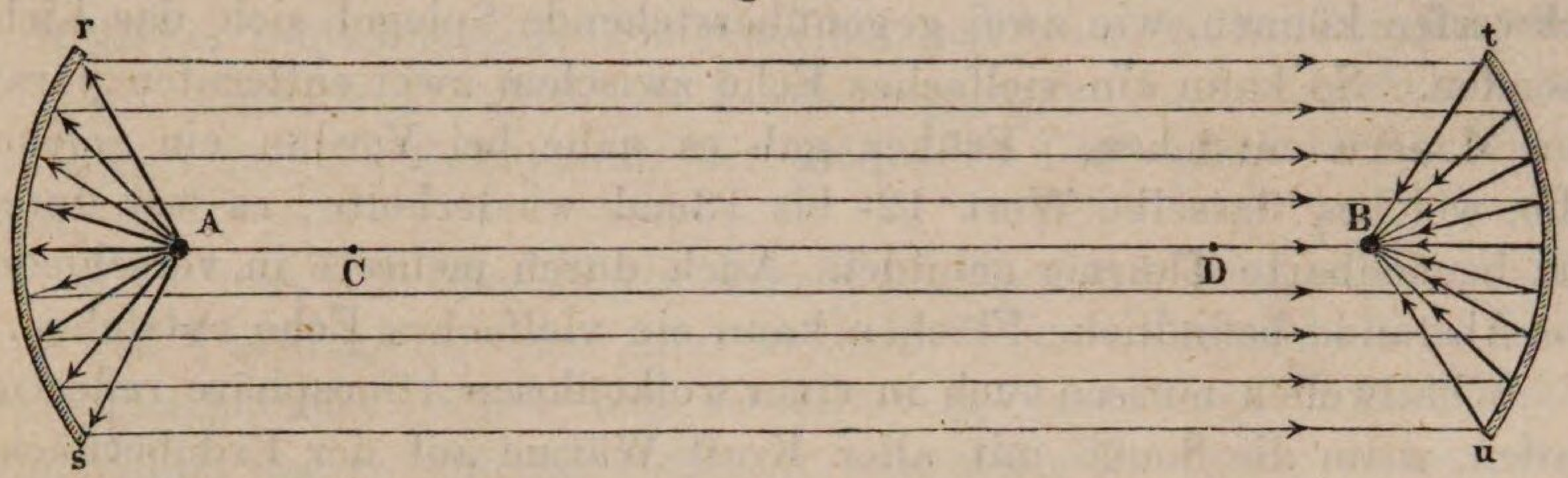
Fig. 471.



den Ton so hören, als ob er von *n* oder einem Punkte der Verlängerung der Linie *dn* ausginge.

Dass die Schallstrahlen wirklich denselben Reflexionsgesetzen folgen wie die Lichtstrahlen, ergiebt sich auch durch Versuche mit parabolischen oder sphärischen Hohlspiegeln. In Fig. 472 seien *rs* und *tu* zwei sphärische Hohlspiegel, welche in einer Entfernung von 3 bis 7 Meter von einander so aufgestellt sind, dass die Axen derselben in eine gerade

Fig. 472.



Linie zusammenfallen. Bringt man nun in den Brennpunkt *A* des einen Hohlspiegels eine Taschenuhr, so hört ein im Brennpunkt *B* des anderen befindliches Ohr deutlich das Ticken derselben, denn alle von *A* ausgehenden Schallstrahlen, welche den Hohlspiegel *rs* treffen, werden papallel mit der Axe reflectirt, wie es in unserer Figur angedeutet ist; auf den zweiten Spiegel *tu* treffend, werden sie aber gegen den Brennpunkt *B* desselben zurückgeworfen und also in *B* wieder vereinigt.

Entfernt man das Ohr aus dem Brennpunkte *B*, so verschwindet der Schall, selbst wenn man sich dem Punkte *A* bedeutend nähert.

Damit der eben angedeutete Versuch gelinge, müssen die beiden Brennspiegel ziemlich gross sein, damit der Kopf, dessen Ohr sich an der Stelle des Brennpunktes *B* befindet, nicht den grössten Theil der vom Brennspiegel *rs* kommenden Strahlen auffängt und nicht nach *tu* gelangen lässt. Wenn man mit kleineren Brennspiegeln experimentirt, muss man bei *B* die Mündung eines Hörrohres anbringen, welches die Schallwellen von *B* nach dem seitlich befindlichen Ohre hinleitet.

Aus der Reflexion des Schalles erklärt sich auch die Erscheinung des Echos.

Wenn die Schallwellen rechtwinklig auf die reflectirende Fläche treffen, so sendet das Echo den Ton zu seinem Ausgangspunkte zurück. In diesem Falle kann ein Echo je nach der Entfernung der reflectirenden Wand eine grössere oder geringere Anzahl von Silben unter Bedingungen wiederholen, welche leicht zu ermitteln sind. In einer Secunde kann man bequem drei Silben aussprechen, so dass also $^1/_3$ Secunde auf eine Silbe kommt. In $^1/_3$ Secunde durchläuft aber der Schall einen Weg von ungefähr 112 Metern, wenn also die reflectirende Wand 1mal, 2mal, 3mal, . . . *n*mal 56 Meter entfernt ist, so wird der Klang einer eben gesprochenen Silbe nach $^1/_3$, $^2/_3$, $^3/_3$ $^n/_3$ Secunden zum Sprecher

zurückkehren, er wird also 1, 2, 3 n Silben aussprechen können, ehe das Echo der ersten wieder an sein Ohr schlägt.

Es ist nicht durchaus nöthig, dass die reflectirende Fläche hart und platt sei, denn man beobachtet auf dem Meere oft, dass Wolken ein Echo bilden.

Die Erklärung der vielfachen Echos, d. h. solcher, welche dieselbe Silbe mehrmals wiederholen, beruht auf denselben Principien; denn da ein reflectirter Ton von Neuem reflectirt werden kann, so ist klar, dass zwei reflectirende Flächen einen Ton gegenseitig auf einander zurückwerfen können, wie zwei gegenüberstehende Spiegel sich das Licht zusenden. So kann ein vielfaches Echo zwischen zwei entfernten parallelen Mauern entstehen. Früher gab es nahe bei Verdun ein solches Echo, welches dasselbe Wort 12- bis 13mal wiederholte; es war durch zwei benachbarte Thürme gebildet. Auch durch mehrere in verschiedenem Abstande befindliche Flächen kann ein vielfaches Echo entstehen.

Schallwellen müssen auch in einer wolkenlosen Atmosphäre reflectirt werden, wenn die Sonne mit aller Kraft Wärme auf der Erdoberfläche entwickelt; denn nicht an allen Stellen kann die Erwärmung gleich sein, weil Verdampfung, Schatten und andere Ursachen es verhindern. Diese ungleiche Temperatur veranlasst eine Menge aufsteigender warmer und niedersinkender kalter Luftströmungen von ungleicher Dichtigkeit; so oft also eine Schallwelle aus einem solchen Luftstrome in einen anderen übergeht, wird sie eine theilweise Reflexion erleiden, und wenn auch der reflectirte Ton nicht stark genug ist, um ein Echo zu bilden, so wird doch dadurch der directe Ton merklich geschwächt. Dies ist sicherlich, wie Humboldt bemerkt, die Ursache, warum sich der Schall des Nachts weiter verbreitet als bei Tage, selbst mitten in den Wäldern von Amerika, wo die bei Tage schweigenden Thiere des Nachts die Atmosphäre mit tausend verworrenen Tönen erfüllen.

Professor Tyndall hat einen Apparat construirt, mittelst welchem man die Reflexion an wärmeren Luftschichten oder an Dämpfen experimentell nachweisen kann.

Durch die Reflexion des Schalles erklären sich auch die Wirkungen des Sprachrohrs und des Hörrohrs.

165 **Stehende Luftwellen.** Wenn in irgend einem Körper durch Erschütterung einzelner Theilchen eine Wellenbewegung eingeleitet wird, so können regelmässig fortschreitende Wellen doch nur dann zur vollständigen Ausbildung kommen, wenn jener Körper eine im Vergleich zur Wellenlänge sehr bedeutende Ausdehnung hat.

In einem Körper von geringeren Dimensionen erregt, haben die Wellen bald die Gränzen desselben erreicht, sie werden hier reflectirt und combiniren sich dann mit den neu erregten zu stehenden Wellen, wie dies z. B. bei gespannten Saiten, bei quadratischen Glas- oder Metallplatten, bei Glocken u. s. w. der Fall ist, welche man mit einem Fiedelbogen anstreicht.

Auch in der Luft können die durch irgend einen oscillirenden Körper erzeugten Schallwellen nur dann in ungestörter Weise regelmässig fortschreiten, wenn die schallverbreitende Luftmasse von namhafter Ausdehnung ist; dagegen kann eine geringere Luftmasse, welche in einer Röhre von geringer Länge eingeschlossen ist, unter geeigneten Umständen in den Zustand stehender Schwingungen versetzt und dadurch selbsttönend gemacht werden.

Es giebt nun verschiedene Methoden, die in irgend einer Röhre eingeschlossene Luftsäule zum Tönen zu bringen; hier wollen wir zunächst diejenige betrachten, welche am meisten geeignet ist, Aufschluss über das Wesen und die Entstehung der stehenden Luftwellen in Röhren zu geben.

Wenn man eine eben angeschlagene gewöhnliche Stimmgabel, welche etwa den Ton $\bar{a}$ giebt, über eine ungefähr 5 cm weite und 19 cm hohe unten geschlossene Röhre hält, so hört man eine ziemlich bedeutende Verstärkung des an und für sich sehr schwachen Tones der Stimmgabel.

Fig. 473.

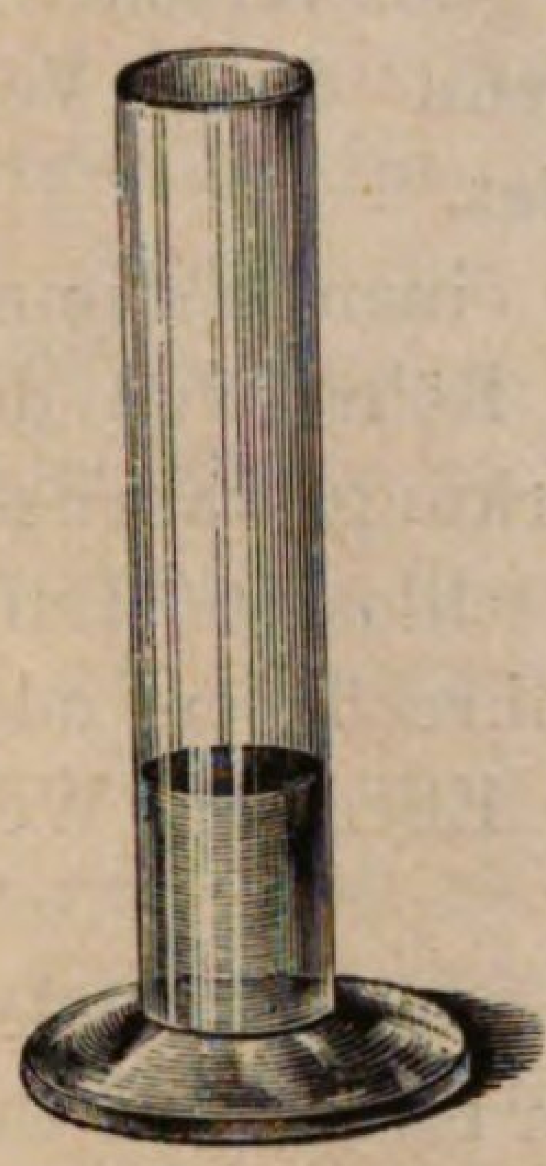
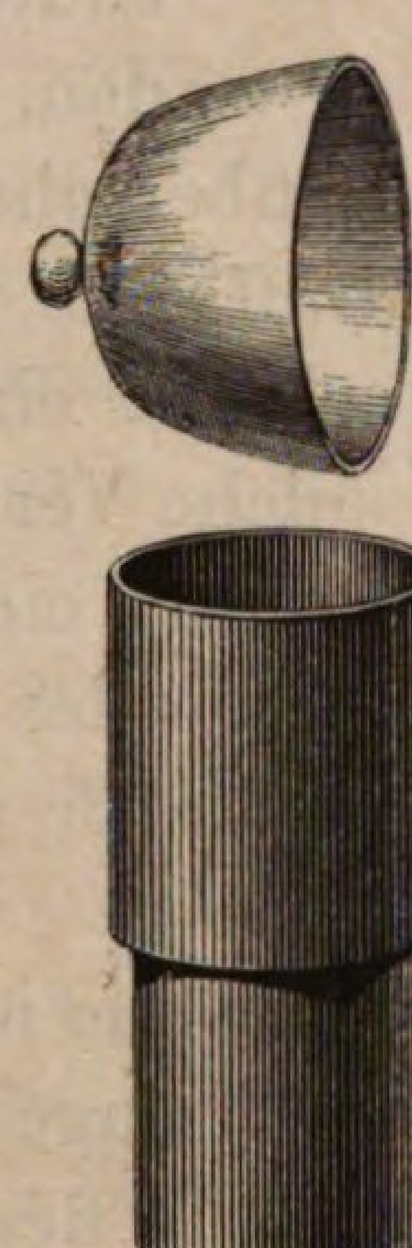


Fig. 474.



Am besten wählt man zu diesem Versuche einen Glascylinder, Fig. 473, von der angegebenen Weite, der etwas zu hoch ist, und in welchen man nach und nach so viel Wasser eingiesst, bis das Mitklingen der in der Röhre eingeschlossenen Luftsäule möglichst stark geworden ist.

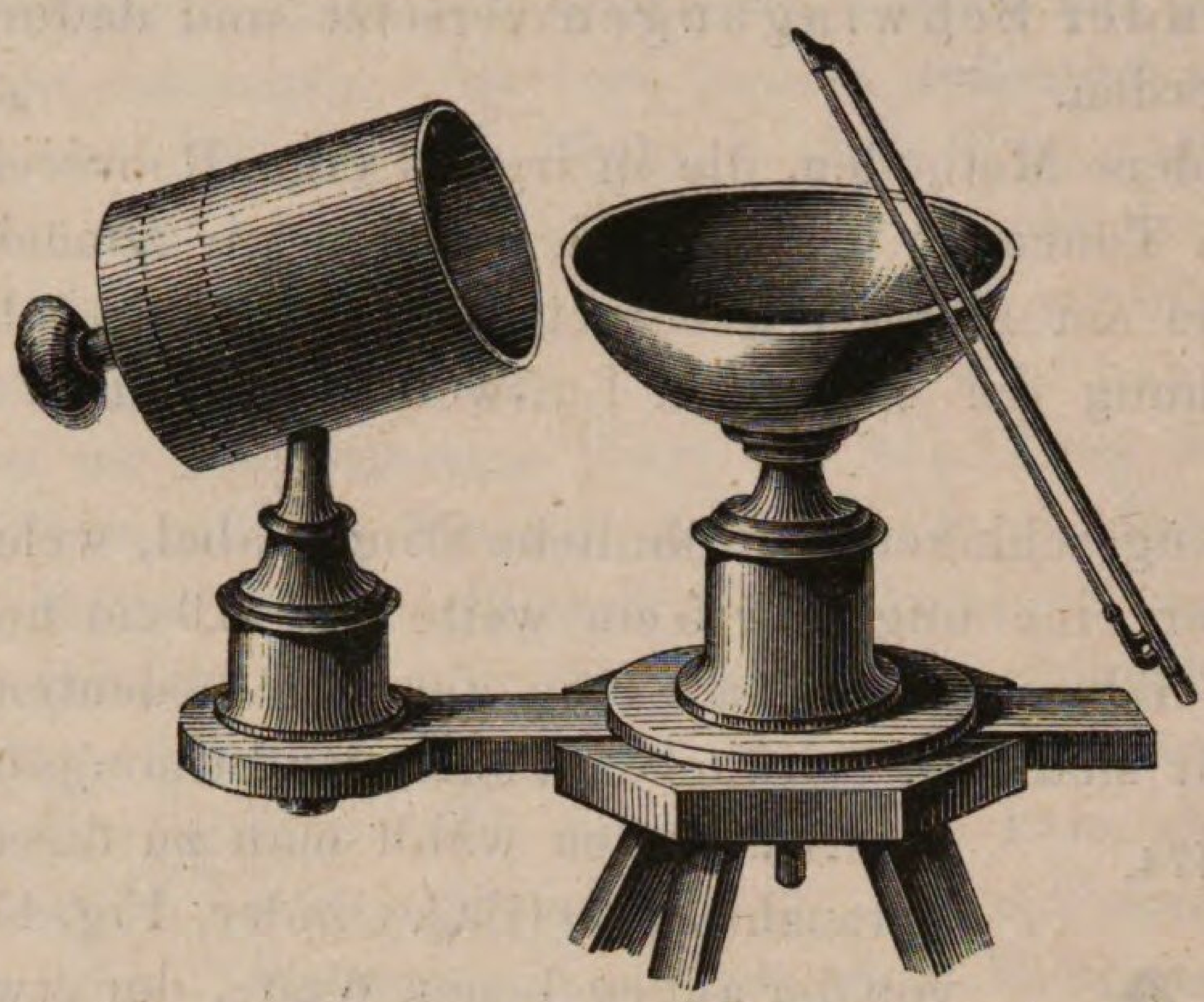
Um das Mittönen einer Luftsäule noch weit auffallender zu erhalten, kann man statt der Stimmgabel eine sogenannte Käseglocke und statt der Glasröhre weite Röhren von Pappdeckel anwenden, wie dies Fig. 474 dargestellt ist. Die Pappröhren haben einen Durchmesser von 12 bis 15 cm; die untere *A* ist am Boden geschlossen; die zweite *B* lässt sich mit einiger Reibung auf- und niederschieben, so dass man die Gesammtlänge der Röhre nach Bedürfniss abändern kann. Die Käseglocke kann einen Durchmesser von 15 bis 20 cm haben.

Um die Glocke zum Tönen zu bringen, hält man sie mit der linken Hand am Knopf fest und streicht dann den Rand mit einem passenden Fiedelbogen. Dieselbe Glocke wird nun, auf diese Weise behandelt, bald höhere, bald tiefere Töne geben; man muss es aber durch möglichst gleichförmiges und langsames Streichen dahin zu bringen suchen, dass sie ihren tiefsten Ton giebt. Hat man den gewünschten Ton hervorgebracht, so hält man die tönende Glocke über die Pappröhre, wie es die Fig. 474 andeutet, und wird dann, falls die Röhre die richtige Länge hat, ein überraschend kräftiges Anschwellen des Tones wahrnehmen.

Savart hat für diesen Versuch einen besonderen in Fig. 475 abgebildeten Apparat construirt, welcher wohl keiner weiteren Erklärung bedarf.

Wenn der tiefste Ton der Glocke etwa derjenige ist, welchen man in der Musik mit $\bar{c}$ bezeichnet, so muss die Gesammtlänge der Röhre ungefähr 31 cm betragen; für höhere Töne muss sie kürzer, für tiefere muss sie länger werden.

Fig. 475.



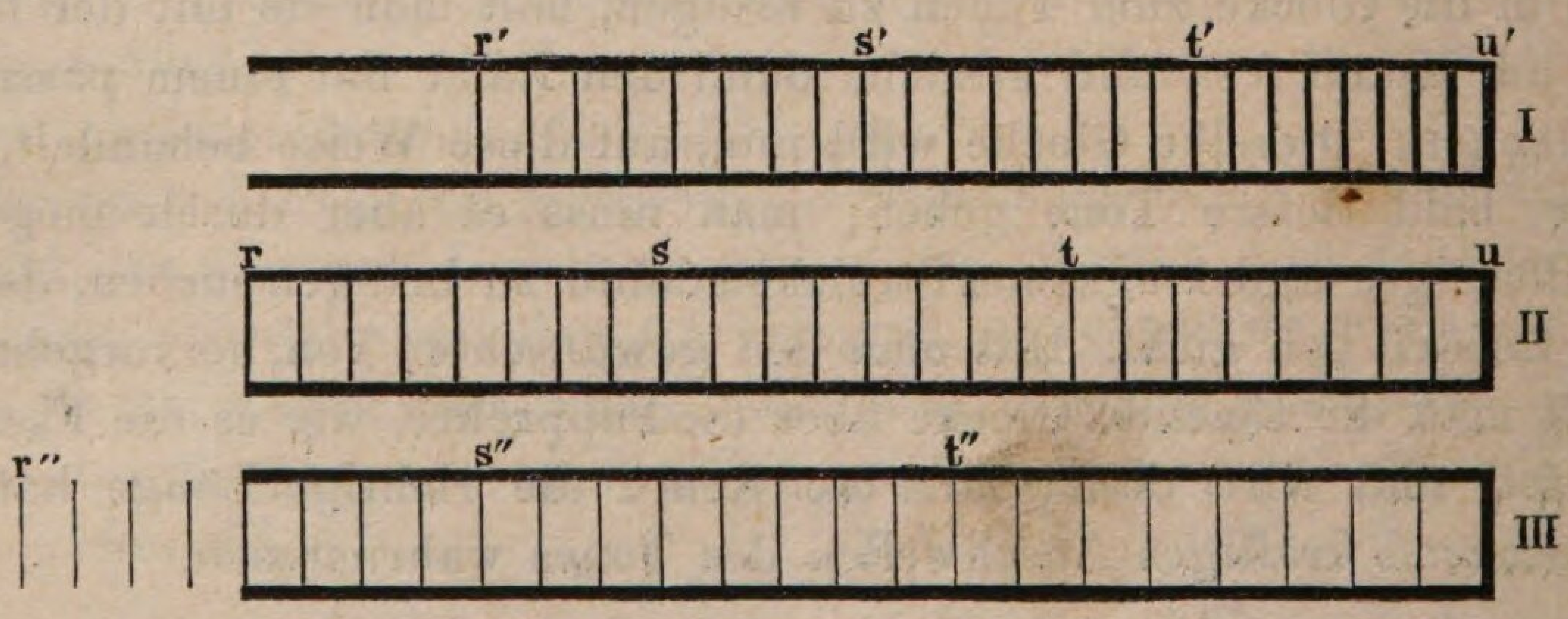
Hat die Röhre die dem tiefsten Tone der Glocke entsprechende Länge, so wird jede Verlängerung und Verkürzung der Röhre das Mittönen der Luftsäule schwächen, und es wird endlich ganz verschwinden, wenn diese Verlängerung oder Verkürzung gewisse Gränzen überschreitet.

Es sei l die Länge einer Röhre, deren Luftsäule für einen bestimmten Ton selbsttönend wird, so wird man auch bei einer Röhre von der Länge $3l$ für denselben Ton ebenfalls eine solche Verstärkung wahrnehmen. Für den Ton $\bar{c}$ z. B. wird die in der Röhre eingeschlossene Luftsäule zum Selbsttönen kommen, wenn die Länge der Röhre 31 cm oder wenn sie 93 cm beträgt; im letzteren Falle ist aber der Effect bei Weitem nicht so kräftig als im ersteren Falle.

Man sieht also, dass das Mittönen der Luftsäule nur dann stattfindet, wenn ein bestimmtes Verhältniss zwischen der Länge der Röhre und der Wellenlänge des einfallenden Tones (der Tonhöhe desselben) stattfindet. Das Mittönen erfolgt, wenn die Länge der Röhre $^1/_4$ oder wenn sie $^3/_4$, $^5/_4$ u. s. w. von der Wellenlänge des einfallenden Tones ist.

166 **Bildung stehender Luftwellen in gedeckten Pfeifen.** Nehmen wir an, die Länge der Röhre *ru* in Fig. 476 sei $^1/_4$ der Länge

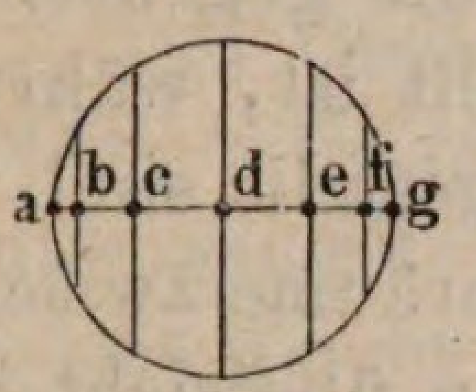
Fig. 476.



der einfallenden Schallwelle, die Luftschichten bei *r* und *s*, *s* und *t*, *t* und *u* seien also um $^1/_{12}$ Wellenlänge von einander entfernt.

Betrachten wir nun den Moment, in welchem der verdichtete Theil der einfallenden Welle gerade bei *u* anlangt, so würde sich gerade in diesem Augenblicke die dicht bei *u* sich befindende Luftschicht um die Länge *ad*, Fig. 477, nach der Rechten hin von *u* entfernt haben, wenn die feste Wand in *u* dies nicht verhinderte, vorausgesetzt, dass *ag* die Oscillationsamplitude, d. h. die Grösse des Weges ist, um welchen die einzelnen Lufttheilchen während des Fortganges der einfallenden Welle hin- und herschwingen.

Fig. 477.



Die Luftschicht *t* würde unter dem alleinigen Einflusse der ungehindert fortgehenden Welle in diesem Augenblicke um die Länge *ae*, die Luftschicht *s* um die Länge *af*, die Luftschicht *r* endlich um *ag* nach der rechten Seite hin von ihrer Gleichgewichtslage entfernt sein.

Wenn aber das Dichtigkeitsmaximum der einfallenden Schallwelle eben bei *u* angekommen ist, so ist der vorangehende Theil dieser Welle schon bei *u* reflectirt worden, die reflectirte Welle ist von *u* nach *r* hin fortgeschritten.

Denken wir uns für einen Augenblick die Wand bei *u* weg, so würde die Welle in dem Moment, in welchem das Maximum der Dichtigkeit bei *u* eintrifft, schon um $^1/_4$ Wellenlänge weiter vorgeschritten sein. Eine Luftschicht, die um $^1/_{12}$ Wellenlänge rechts von *u* liegt, würde gerade um *ac*, eine solche, die $^2/_{12}$ Wellenlänge rechts von *u* liegt, würde eben um *ab* von ihrer Gleichgewichtslage nach der rechten Seite hin entfernt sein; die Luftschicht endlich, welche $^1/_4$ Wellenlänge rechts von *u* liegt, würde, noch nicht aus ihrer Gleichgewichtslage verrückt, eben erst sich zu bewegen beginnen.

Nun aber ist die Röhre bei *u* verschlossen, die Welle ist reflectirt worden, und durch die reflectirte Welle werden die Theilchen gerade so in entgegengesetzter Richtung afficirt, wie es bei den gleichweit rechts von *u* gelegenen Luftschichten der Fall gewesen wäre, wenn sich die Welle ungehindert von *u* nach der rechten Seite hin hätte verbreiten können.

Die Luftschicht *t* ist also durch den Einfluss der reflectirten Welle um *ac*, die Luftschicht *s* um die Länge *ab* nach der L i n k e n verrückt, die Luftschicht *r* endlich ist durch die reflectirte Welle in diesem Augenblick noch gar nicht verrückt.

Durch die einfallende Welle ist also die Luftschicht	durch die reflectirte Welle ist die Luftschicht
t um *ae*	*t* um *ac*
s „ *af*	*s* „ *ab*
r „ *ag*	*r* „ 0
nach der Rechten	nach der Linken

von ihrer bei II Fig. 476 dargestellten Gleichgewichtslage entfernt.

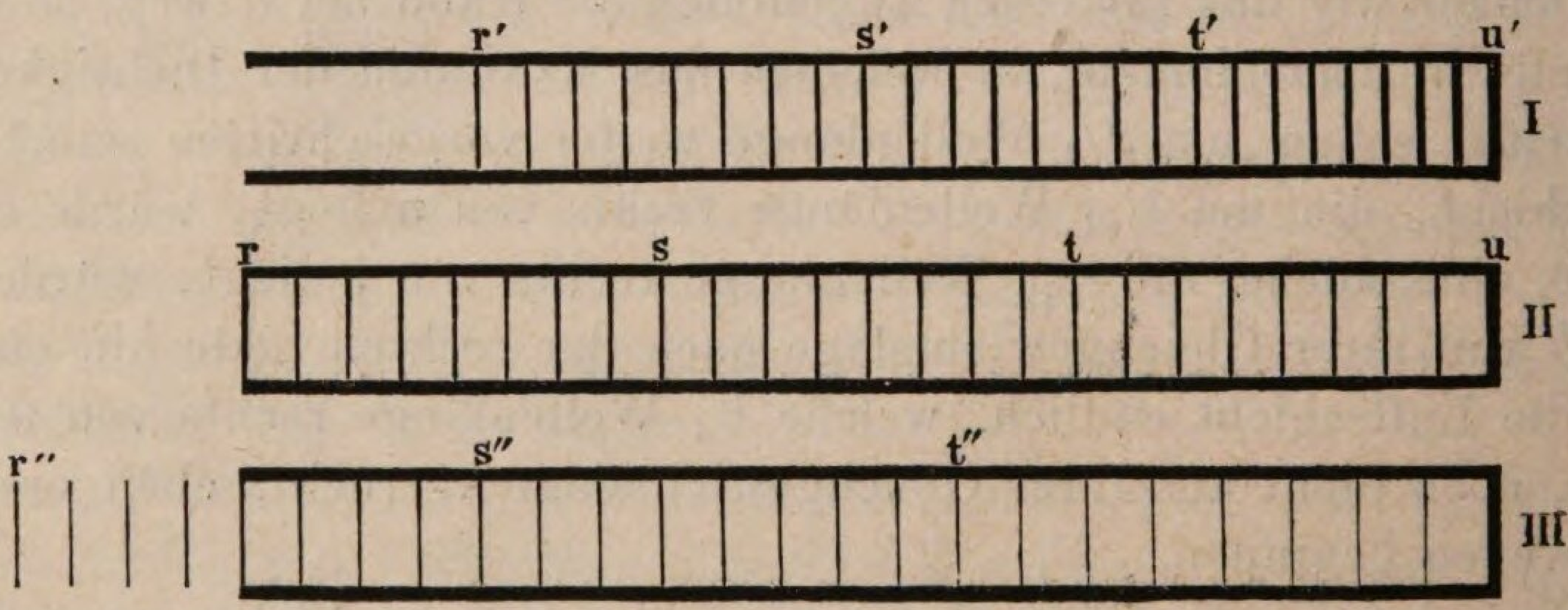
Durch den gemeinschaftlichen Einfluss des einfallenden und reflectirten Wellensystemes ist also

die Luftschicht t um $ae - ac = ce$
„ „ s „ $af - ab = bf$
„ „ r „ ag

nach der rechten Seite hin von ihrer Gleichgewichtslage entfernt. Auf diese Weise ergiebt sich für den fraglichen Augenblick die gegenseitige Lage der einzelnen Luftschichten, wie sie bei I dargestellt ist, während bei II die Luftschichten in ihrer Gleichgewichtslage dargestellt sind.

Um ein deutlicheres Bild zu geben, sind die Zwischenräume zwischen r und s, s und t, t und u noch in 8 Theile getheilt. Man übersieht nun in I ganz gut, wie in dem Moment, welchen wir bisher betrachtet haben, die Luftschichten nach u hin immer dichter auf einander rücken. Die in I zunächst bei r liegenden Abtheilungen sind fast ganz eben so gross wie die Abtheilungen in II, mehr nach u hin werden sie aber immer schmäler, die Luft bei r hat also noch die Dichtigkeit der umgebenden Luft; hier hat weder eine Verdichtung noch eine Verdünnung stattgefunden, nach u hin ist aber die Luft mehr und mehr comprimirt.

Fig. 478.



Wir haben eben die gegenseitige Lage der einzelnen Luftschichten betrachtet, jetzt wollen wir versuchen, ihren Bewegungszustand für denselben Moment zu ermitteln.

Wenn ag, Fig. 477, der Weg ist, um welchen die Luftschicht in Folge einer fortschreitenden Wellenbewegung hin und her oscillirt, so ist bekanntlich die Geschwindigkeit auf diesem Wege nicht gleichförmig, sie ist wachsend von a bis d, abnehmend von d bis g; sie ist in a so gross wie in g, nämlich gleich Null, sie ist ferner gleich in b und f, in c und e.

Nun ist die Luftschicht t für den in Nro. I Fig. 478 dargestellten Moment durch die einfallende Welle nach der Rechten hin um ae, durch die reflectirte Welle nach der Linken um ac verrückt, die Geschwindigkeit, mit welcher das eine Wellensystem das Theilchen c antreibt, ist derjenigen gleich und entgegengesetzt, mit welcher es durch das andere Wellensystem afficirt wird, die Luftschicht t ist also momentan in Ruhe.

Dasselbe Resultat ergiebt sich für s und für r, alle einzelnen Luftschichten zwischen r und u sind momentan in Ruhe, sie beginnen gleichzeitig ihre Bewegung nach der linken Seite hin.

Wenn eben gesagt wurde, dass die Luftschichten r, s, t und die dazwischenliegenden, in der Stellung II angekommen, gleichzeitig ihre Bewegung nach der Linken hin beginnen, so ist diese Behauptung noch zu beweisen.

Das Theilchen t ist gerade eben durch das einfallende Wellensystem mit einer Geschwindigkeit nach der rechten Seite hin afficirt, welche der Entfernung ae von der Gleichgewichtslage entspricht, und diese Geschwindigkeit nimmt mit dem nächstfolgenden Augenblicke ab.

Durch das reflectirte Wellensystem ist die Luftschicht t mit einer nach der Linken gerichteten Geschwindigkeit afficirt, wie sie einem Theilchen zukommt, welches sich um ac von seiner Gleichgewichtslage entfernt hat; diese Geschwindigkeit ist im Zunehmen begriffen.

Die Luftschicht t ist also momentan mit gleicher Geschwindigkeit nach der Rechten und Linken getrieben, die nach der Rechten gerichtete Geschwindigkeit ist aber im Abnehmen, die entgegengesetzte ist im Zunehmen begriffen, mithin beginnt die Luftschicht t nach der Linken sich zu bewegen.

Dasselbe Resultat erlangt man durch ähnliche Schlussweise für die Luftschicht s.

Die Luftschicht r wird durch beide Wellensysteme gleichfalls nach der Linken getrieben. Alle Luftschichten zwischen r und u beginnen also, wenn sie sich in der Lage Nr. I befinden, gleichzeitig ihre Bewegung nach der linken Seite hin; nach $^1/_4$ Undulation kommen sie in ihrer Gleichgewichtslage Nr. II an, die sie mit dem Maximum ihrer Geschwindigkeit passiren, nach $^1/_2$ Undulation, also wenn das Maximum der Verdünnung bei u anprallt, gelangen die Theilchen endlich in die gegenseitige Lage, Nr. III; in diesem Moment wird ihre Geschwindigkeit Null, sie beginnen sich nach der Rechten zu bewegen.

Dass in dem Moment, in welchem die Mitte der Verdünnungswelle an dem verschlossenen Ende der Röhre anprallt, die Theilchen die bei Nr. III dargestellte gegenseitige Lage haben, ist nun noch zu beweisen.

Betrachten wir das einfallende Wellensystem, so wird, wenn die Mitte der Verdünnungswelle in u ankommt, das $^1/_4$ Wellenlänge vor u liegende Theilchen r gerade eine Undulation vollendet haben, es befindet sich in seiner Gleichgewichtslage; ein $^1/_4$ Wellenlänge rechts von u liegendes Theilchen würde, wenn sich die Wellen ungehindert über d hinaus verbreiten könnten, in diesem Augenblicke um die Länge ag nach der Rechten gerückt sein; ebenso weit ist aber nun die Luftschicht r durch die reflectirte Welle aus der in I verzeichneten Gleichgewichtslage nach der Linken verschoben, und so ergiebt sich für das Theilchen r die in Nr. III verzeichnete Stellung.

Untersucht man eben so, wie weit in dem zuletzt besprochenen Moment die Schichten *s* und *t* durch jedes der beiden Wellensysteme verrückt sind, so ergiebt sich für dieselben die in III verzeichnete Stellung.

Hier sieht man nun, wie die einzelnen Luftschichten zunächst bei r'' nicht merklich weiter von einander entfernt sind als in I; bei r'' hat also keine Verdünnung stattgefunden, von r'' nach *u* hin werden die Zwischenräume immer grösser, das Maximum der Verdünnung findet sich bei *u*.

Von der Stellung in III bewegen sich alle Theilchen gleichzeitig nach der Rechten, sie passiren gleichzeitig die Gleichgewichtslage, um gleichzeitig wieder, an der rechten Gränze ihrer Bahnen ankommend, die gegenseitige Lage, wie in II, anzunehmen.

Bei *u* geht also die Luft abwechselnd von dem Zustande der Verdünnung in den der Verdichtung über; *u* selbst hat eine unveränderliche Stellung, alle anderen Luftschichten oscilliren hin und her; für die zunächst bei *u* liegenden Luftschichten ist die Amplitude der Oscillation nicht gross, sie bewegen sich nur wenig rechts und links. Die Grösse der Excursionen der einzelnen Theilchen wächst aber mit der Entfernung von *u*. Betrachten wir die Lage des zunächst bei *u* liegenden Striches in I und III, so finden wir, dass er in letzterer Figur nicht viel mehr links liegt als in ersterer; die erste Figur stellt ihn aber in einem Momente dar, wo er am rechten, die andere, wo er am linken Ende seiner Bahn angekommen ist; die Grösse dieser Bahn ist also unbedeutend.

Betrachten wir den Strich *t*, so sehen wir, dass er in III schon bedeutend mehr links liegt als in I. Das Theilchen *t* oscillirt also schon zwischen weiter auseinander liegenden Gränzen; für *s* ist die Oscillationsamplitude grösser als für *t*, noch grösser ist sie für *r*.

So sehen wir denn, dass die Luftschicht *r* zwischen ziemlich weit auseinander liegenden Gränzen hin und her oscillirt; dieselbe Bewegung haben nun gleichzeitig alle Luftschichten in der Röhre, nur werden ihre Oscillationsamplituden um so kleiner, je näher sie dem verschlossenen Ende der Röhre liegen; durch diese oscillatorische Bewegung wird nun in der Nähe der Oeffnung der Röhre weder eine Verdichtung noch eine Verdünnung hervorgebracht, obgleich hier die Oscillationsamplitude der einzelnen Luftschichten gross ist; dahingegen findet am verschlossenen Ende der Röhre, wo die Oscillationsamplituden der einzelnen Luftschichten nur unbedeutend sind, eine abwechselnde Verdünnung und Verdichtung statt.

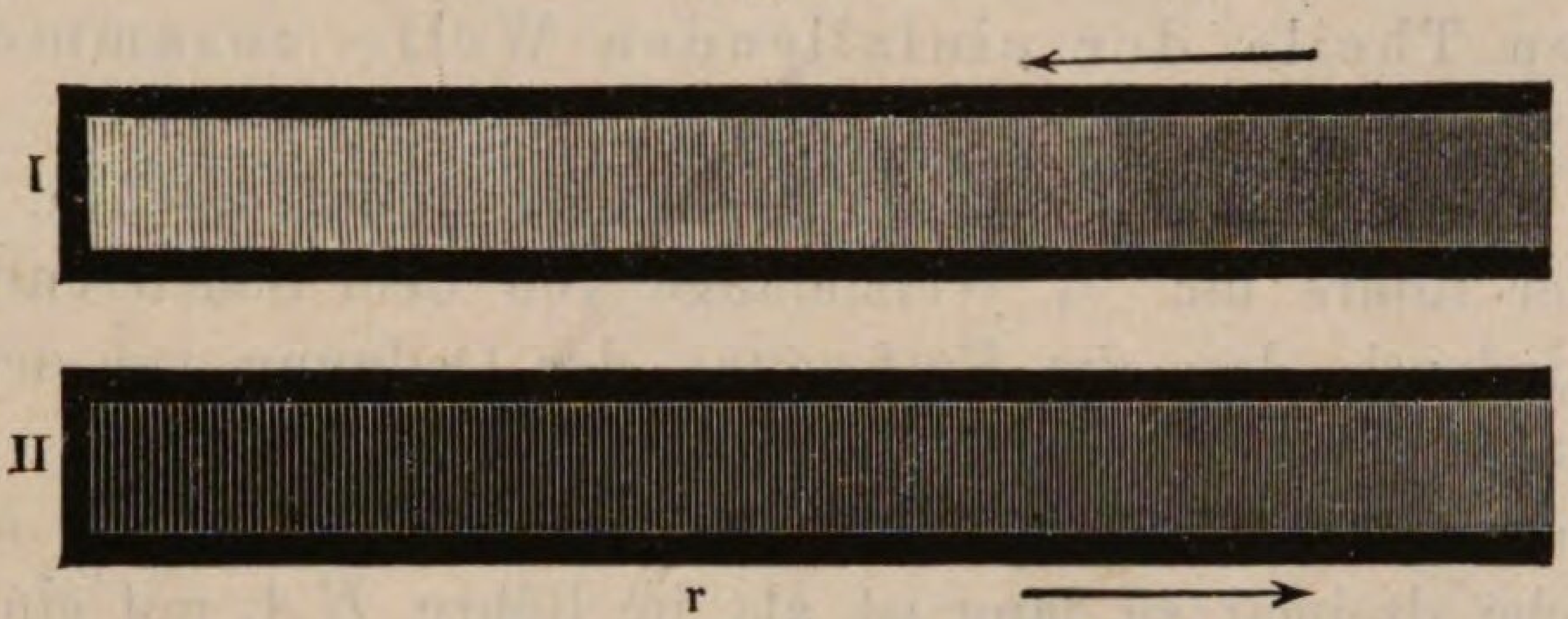
Unsere Zeichnung ist, um den Hergang sichtbar zu machen, was die Oscillationsamplitude angeht, ungeheuer übertrieben, d. h. bei einer Pfeife von der Länge, wie sie in unserer Zeichnung dargestellt ist, würde in dem besprochenen Falle die Luftschicht, welche in ihrer Gleichgewichtslage an der Oeffnung der Röhre liegt, lange nicht so weit in die Röhre ein- und austreten, sie würde während ihrer Oscillationen nur wenig nach der linken und rechten Seite schwanken. Wäre aber die Oscillationsamplitude nicht so gross genommen worden, so würden in der Zeichnung

schwerlich die Unterschiede der Verdichtung und Verdünnung recht deutlich geworden sein.

Es hat sich also hier durch die Interferenz der directen und reflectirten Wellen eine stehende Luftwelle gebildet, denn alle einzelnen Luftschichten in der Röhre beginnen gleichzeitig ihre Bewegung, sie erlangen gleichzeitig das Maximum ihrer Geschwindigkeit, sie langen gleichzeitig an den Gränzpunkten ihrer Bahnen an, um dann gleichzeitig die Bewegung in entgegengesetzter Richtung zu beginnen.

Die Fig. 479 I und II soll dazu dienen, die durch eine solche stehende Luftwelle abwechselnd hervorgebrachten Verdünnungen und Verdichtungen anschaulich zu machen. Ist die ganze Röhre gleichförmig schattirt, so entspricht dies dem Falle, dass die Luft in der ganzen

Fig. 479.



Röhre eine gleichförmige Dichtigkeit hat, wie dies in den Momenten der Fall ist, wo alle die einzelnen Luftschichten mit dem Maximum ihrer Geschwindigkeit ihre Gleichgewichtslage passiren. Sind die Theilchen in ihrer Oscillation gegen das verschlossene Ende der Röhre hin an den äussersten Punkten ihrer Bahn angekommen, so findet hier eine Verdichtung statt, Nr. II. Nun beginnen sich die einzelnen Luftschichten von dem verschlossenen Ende zu entfernen, und nach $^1/_2$ Undulation haben wir hier eine Verdünnung, Nr. I. Am offenen Ende der Röhre findet in keinem Zeitmomente eine merkliche Verdichtung oder Verdünnung statt; hier aber bewegen sich die Luftschichten zwischen den weitesten Gränzen hin und her.

Die Pfeile in II und I deuten an, in welcher Richtung die Theilchen sich zu bewegen beginnen, wenn am Boden eben das Maximum der Verdichtung oder der Verdünnung stattfindet.

Würde nun in die Röhre, etwa bei *r*, ein Loch gemacht, so würde dadurch die Bildung der stehenden Welle gestört, wenn nicht ganz verhindert werden, weil hier im Momente der Verdichtung Luft entweichen, im Moment der Verdünnung aber Luft einströmen würde. Der störende Einfluss einer solchen Oeffnung würde aber an solchen Stellen, welche dem offenen Ende näher liegen, geringer sein, weil hier die Verdünnung sowohl als die Verdichtung geringer sind.

Denselben störenden Einfluss, den eine Oeffnung hervorbringt, würde auch ein Abschneiden der Röhre an diesen Stellen zur Folge haben.

167 **Schwingungsknoten in tönenden Luftsäulen.** Wir haben soeben gesehen, dass die Bildung stehender Luftwellen in einer Röhre an ein bestimmtes Verhältniss der Röhrenlänge und der Wellenlänge des einfallenden Tones geknüpft ist. In dem bisher betrachteten Falle war die Länge der Röhre $^1/_4$ von der Wellenlänge des einfallenden Tones; es können sich aber auch noch bei anderen Verhältnissen zwischen Röhren- und Wellenlänge stehende Luftwellen in der Röhre bilden.

Zur Bildung der stehenden Welle in der Röhre ist erforderlich, dass dicht bei dem Boden die Oscillationsamplituden verschwindend klein werden, dass aber hier abwechselnde Verdünnungen und Verdichtungen stattfinden, während am offenen Ende der Röhre keine merkliche Verdichtung und Verdünnung entsteht; an der Oeffnung der Röhre muss also stets der verdichtete Theil der reflectirten Welle mit dem verdünnten Theile der einfallenden Welle zusammenfallen und umgekehrt.

Dieser Bedingung wird dadurch allerdings entsprochen, dass die Oeffnung der Röhre um $^1/_4$ Wellenlänge von dem Boden entfernt ist, aber auch dadurch, dass die Entfernung der Oeffnung von dem Boden $^3/_4$, $^5/_4$, $^7/_4$ u. s. w. Wellenlängen beträgt.

Wiederholt man den in Fig. 474 dargestellten Versuch mit einer Röhre, welche dreimal so lang ist als die Röhre RA, mit einer Röhre also, deren Länge $^3/_4$ von der Wellenlänge des einfallenden Tones ist, so geräth die Luftsäule in der Röhre gleichfalls ins Selbsttönen, doch ist die Verstärkung des Tones bei weitem nicht so kräftig, wie in dem auf Seite 427 betrachteten Falle.

Um den Schwingungszustand der Luftsäule in einer Röhre zu erforschen, deren Länge $^3/_4$ von der Wellenlänge des einfallenden Tones ist, könnte man wieder die im vorigen Paragraphen angewandte Betrachtungsweise benutzen; es wird aber hier eine kürzere mehr übersichtliche Betrachtungsweise genügen.

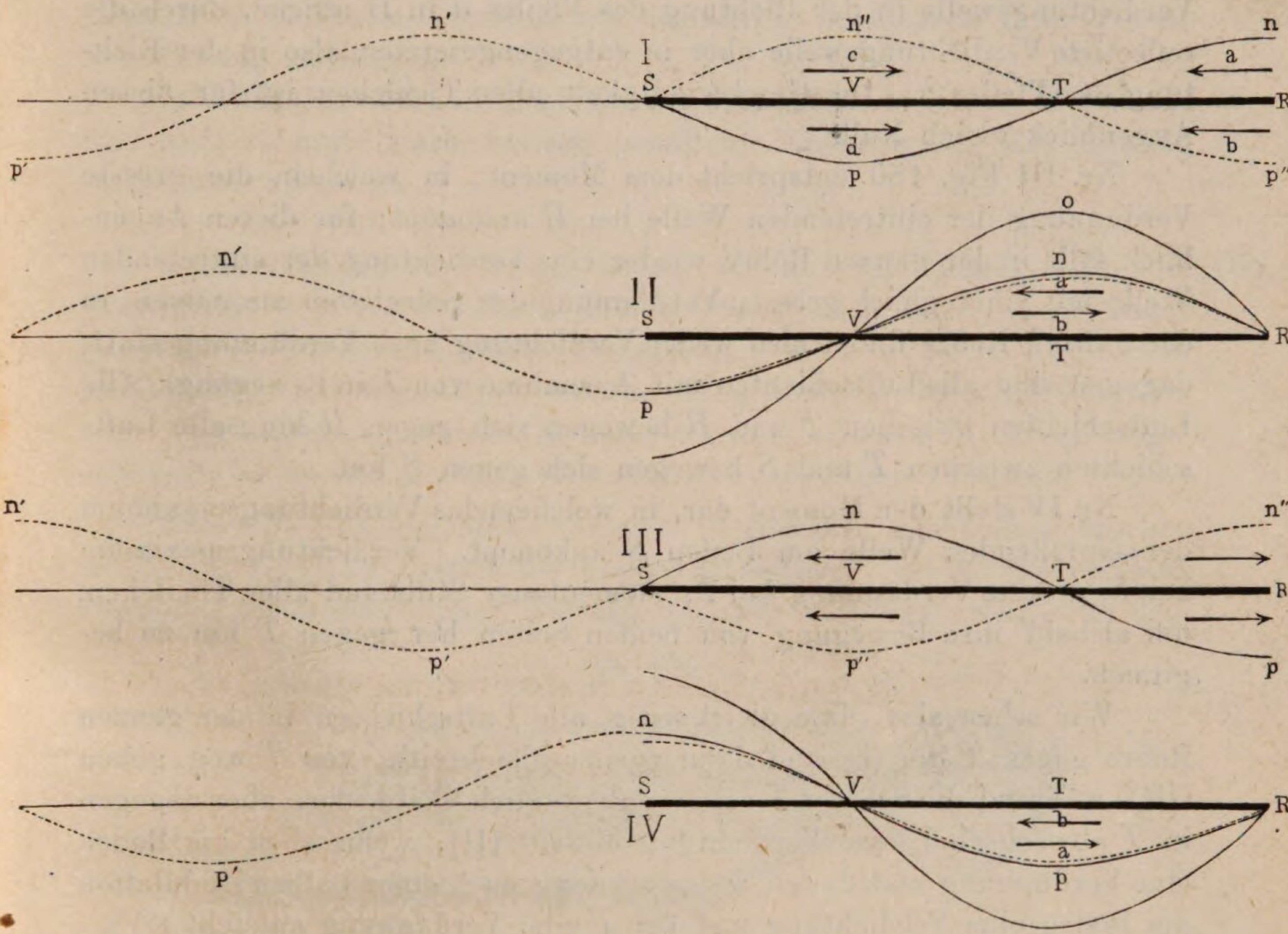
Es sei RS in Fig. 480 die Länge der Röhre, in welche die Schallwellen in der Richtung von R nach S einfallen, um dann am Boden von S nach R hin reflectirt zu werden. Wenn RS gerade $^3/_4$ der Wellenlänge des einfallenden Tones ist, so ist $SV = VT = TR = {}^1/_4$ dieser Wellenlänge.

Betrachten wir zunächst den Moment, in welchem gerade ein Dichtigkeitsmaximum bei R in die Röhre eintritt, so kann uns die Curve $nTpS$ die einfallende Welle darstellen, wenn der Wellenberg bei n eine Verdichtung, das Wellenthal bei p eine Verdünnung repräsentirt. Wäre in S keine reflectirende Wand, so würde $Sn'p'$ die Fortsetzung der Welle für den fraglichen Augenblick darstellen. Nun aber ist die Welle in S reflectirt worden. Das Verdichtungsmaximum, welches bis n' fortgeschritten sein würde, ist nach der Reflexion bis n'', und ebenso die Verdünnung, welche ohne die Wand bis p' gelangt wäre, bis p'' vorgedrungen. Die Verdichtung der eintretenden Schallwelle fällt also mit

einer Verdünnung der reflectirten, die Verdünnung der eintretenden aber mit einer Verdichtung der reflectirten zusammen, für den fraglichen Augenblick findet also in der ganzen Röhre weder Verdünnung noch Verdichtung statt.

Betrachten wir nun den Bewegungszustand der einzelnen Luftschichten. Durch die eintretende Verdichtungswelle von *R* bis *T* werden

Fig. 480.



hier alle Lufttheile mit einer Bewegung afficirt, deren Richtung der Pfeil *a* andeutet. Durch die gleichzeitig hier eintreffende Verdünnung der reflectirten Welle werden aber hier alle Theile in einer durch den Pfeil *b* dargestellten Richtung afficirt, welche der Richtung entgegengesetzt ist, mit welcher die reflectirte Welle fortschreitet. Die eintretende und die reflectirte Welle vereinigen sich also hier, um alle Luftschichten zwischen *R* und *T* gegen *T* hinzutreiben.

Ebenso ergiebt sich, dass gleichzeitig alle Luftschichten zwischen *S* und *T* durch die eintretende Welle in der Richtung des Pfeiles *d*, durch die reflectirte in der Richtung des Pfeils *c* afficirt sind; alle Luftschichten zwischen *S* und *T* bewegen sich gleichzeitig gegen *T* hin.

Betrachten wir den Moment, in welchem ein Dichtigkeitsmaximum der eintretenden Welle bis *T* vorgeschritten ist, wie dies in II dargestellt wird. Für diesen Augenblick ist die reflectirte Verdichtungswelle, die ohne die reflectirende Wand bis *n'* in II fortgeschritten sein würde, wie-

der bis n zurückgegangen; hier kommt also ein Dichtigkeitmaximum der eintretenden und der reflectirten Welle zusammen, es erfolgt daher eine verstärkte Verdichtung, wie durch die Curve VoR angedeutet ist.

Ebenso erfolgt für diesen Moment eine grösste Verdünnung am Boden bei S.

Was den Bewegungszustand der Lufttheilchen für diesen Moment betrifft, so sind alle Luftschichten zwischen R und V durch die eintretende Verdichtungswelle in der Richtung des Pfeiles a in II afficirt, durch die reflectirte Verdichtungswelle aber in entgegengesetzter, also in der Richtung des Pfeiles b. Die Geschwindigkeit aller Theilchen ist für diesen Augenblick gleich Null.

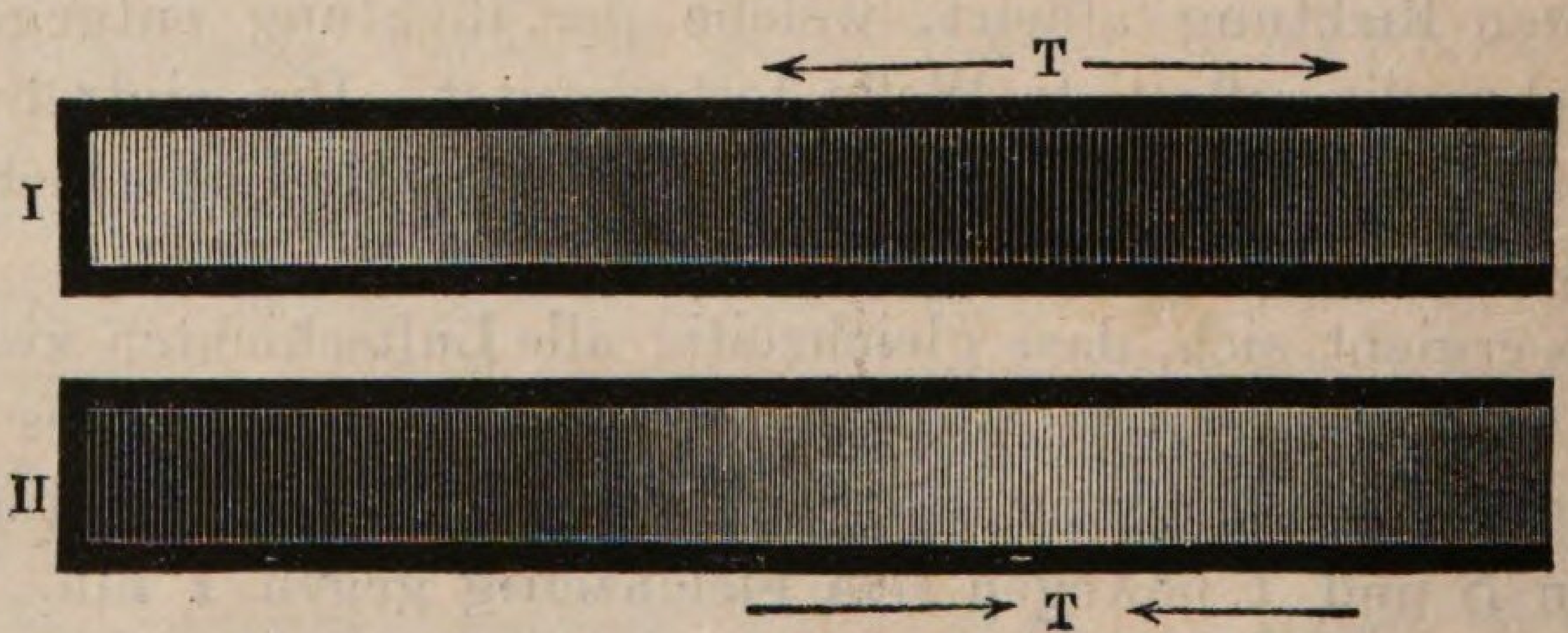
Nr. III Fig. 480 entspricht dem Moment, in welchem die grösste Verdünnung der eintretenden Welle bei R ankommt; für diesen Augenblick fällt in der ganzen Röhre wieder eine Verdichtung der eintretenden Welle mit einer gleich grossen Verdünnung der reflectirten zusammen, in der ganzen Röhre findet also weder Verdichtung noch Verdünnung statt; dagegen sind alle Luftschichten mit Ausnahme von T in Bewegung. Alle Luftschichten zwischen T und R bewegen sich gegen R hin, alle Luftschichten zwischen T und S bewegen sich gegen S hin.

Nr. IV stellt den Moment dar, in welchem das Verdichtungsmaximum der einfallenden Welle am Boden S ankommt. Verdichtungsmaximum bei S, grösste Verdünnung bei T; momentaner Stillstand aller Theilchen, um alsbald ihre Bewegung von beiden Seiten her gegen T hin zu beginnen.

Wir sehen also, dass gleichzeitig alle Luftschichten in der ganzen Röhre gegen T hin (I) und dann wieder gleichzeitig von T weg gehen (III), während die Schicht T selbst unbeweglich bleibt, dass aber dagegen in T abwechselnd eine Verdichtung eintritt (II), wenn eben am Boden eine Verdünnung stattfindet, während dann nach einer halben Undulation am Boden eine Verdichtung und bei T eine Verdünnung entsteht (IV).

In dem Punkte T, welcher um $^1/_4$ der Wellenlänge des einfallenden Tones, also um $^1/_3$ der Röhrenlänge von der Oeffnung der Röhre absteht,

Fig. 481.



bildet sich daher durch die Interferenz der eintretenden und reflectirten Welle ein Schwingungsknoten. An der Mündung der Röhre sowohl wie auch an der Stelle, welche zwischen dem Schwingungsknoten T und

dem Boden in der Mitte liegt, findet weder Verdichtung noch Verdünnung statt, während hier die Luftschichten am lebhaftesten hin und her oscilliren. Solche Stellen werden Bäuche genannt.

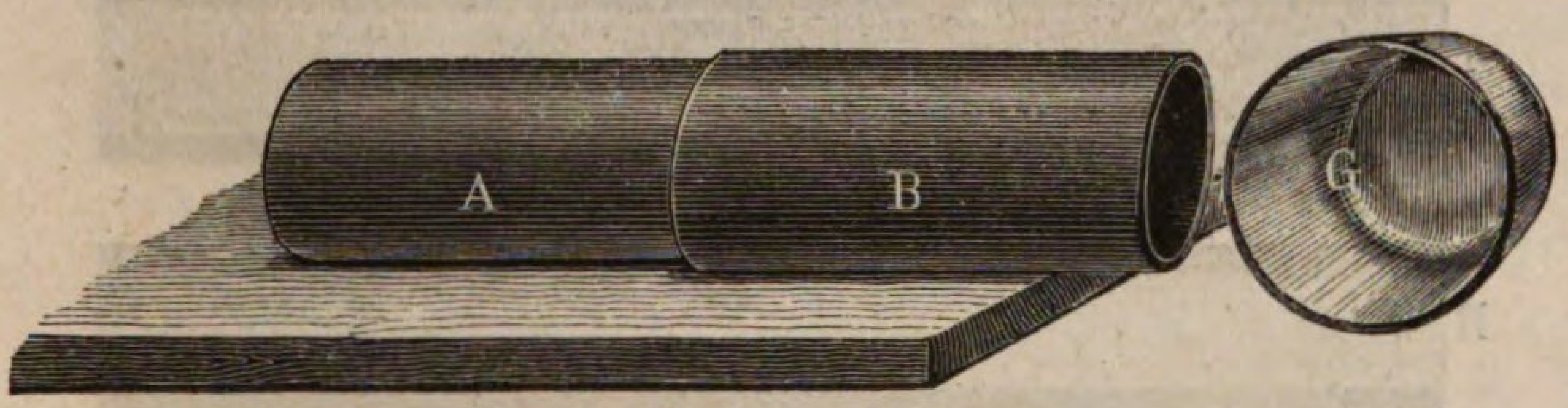
Die Fig. 481 dient dazu, diesen Fall noch anschaulicher zu machen. Die Pfeile in I bezeichnen die Richtung, in welcher die Luftschichten sich zu bewegen beginnen, wenn eben im Schwingungsknoten T eine grösste Verdichtung stattfindet. Die Pfeile in II bezeichnen die Richtung der Bewegung, welche in dem Momente beginnt, in welchem in T die grösste Verdünnung stattfindet.

In J. Müller's mathematischem Supplementbande findet man eine andere, mehr mathematisch gehaltene Entwickelung der Bildung stehender Luftwellen.

Offene Röhren. Bisher haben wir nur die Bildung stehender Luftwellen in solchen Röhren betrachtet, welche durch einen Boden geschlossen waren, und welche deshalb auch gedeckte Röhren oder gedeckte Pfeifen genannt werden. In gleicher Weise lässt sich aber auch die Luftsäule, welche in beiderseits offenen Röhren eingeschlossen ist, in den Zustand stehender Schwingungen versetzen. 168

Man lege eine gleichfalls aus zwei in einander schiebbaren Stücken A und B, Fig. 482, bestehende Pappendeckelröhre, welche bei gleichem Durchmesser gerade doppelt so lang ist, wie diejenige, welche zu dem

Fig. 482.



in Fig. 474 dargestellten Versuch gedient hat, welche aber an beiden Seiten offen ist, auf einen Tisch, so wird man ein bedeutendes Anschwellen des Tones wahrnehmen, sobald man die durch Anstreichen mit dem Fiedelbogen zum Tönen gebrachte Glasglocke G (dieselbe, welche zu dem auf S. 427 beschriebenen Versuch gedient hat) so vor die eine Mündung des Rohres hält, wie es unsere Figur andeutet.

Bezeichnen wir mit l die Länge der gedeckten Röhre, welche für den tiefsten Ton der Glocke G anspricht, so muss man also einer beiderseits offenen Röhre die Länge $2l$ geben, wenn die in derselben eingeschlossene Luftsäule durch denselben Ton zum Mittönen gebracht werden soll. Die Wellenlänge des tiefsten Tones, für welchen eine beiderseits offene Röhre anspricht, ist also doppelt so gross wie die Länge der Röhre.

Die Bildung stehender Wellen in beiderseits offenen Röhren erklärt sich folgendermaassen:

Wenn der verdichtete Theil einer Welle, nachdem er die Röhre ihrer ganzen Länge nach durchlaufen hat, an der zweiten Oeffnung austritt, so werden die comprimirten Lufttheilchen leicht nach allen Seiten hin ausweichen, und dadurch wird eine Verdünnung entstehen, welche nun, vom offenen Ende der Röhre nach rückwärts schreitend (oder wie man sich ausdrücken kann, vom offenen Ende reflectirt), dieselbe in entgegengesetzter Richtung durchläuft wie die ursprünglich einfallenden Schallwellen.

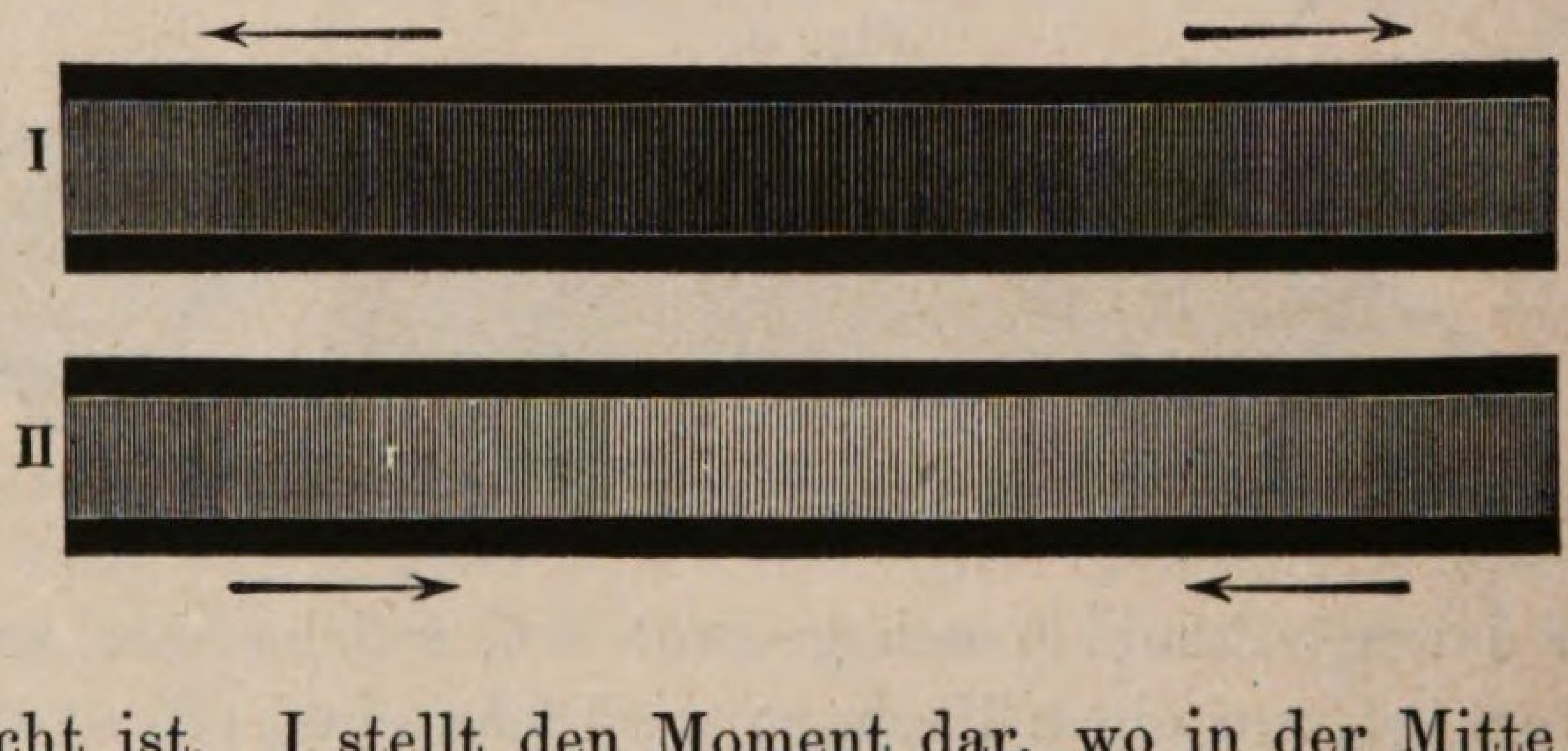
In gleicher Weise wird eine aus der Röhre austretende Verdünnungswelle durch das seitliche Zuströmen von Luft in eine rückwärts laufende Verdichtungswelle verwandelt.

Die rückwärts laufenden Wellen sind freilich weniger intensiv als die ursprünglichen.

Diese, die Röhre rückwärts durchlaufenden Wellen kommen nun mit den neu einfallenden zur Interferenz und so kommen unter entsprechenden Umständen stehende Luftwellen in der Röhre zu Stande, deren Bildung sich nach den im vorigen Paragraphen besprochenen Grundsätzen ableiten lässt.

Der tiefste Ton, für welchen die Röhre anspricht, ist derjenige, dessen Wellenlänge doppelt so gross ist als die Länge der Röhre. Für diesen Fall bildet sich ein Schwingungsknoten in der Mitte der Röhre, ein Bauch aber an jedem Ende, wie es durch Fig. 483 anschau-

Fig. 483.

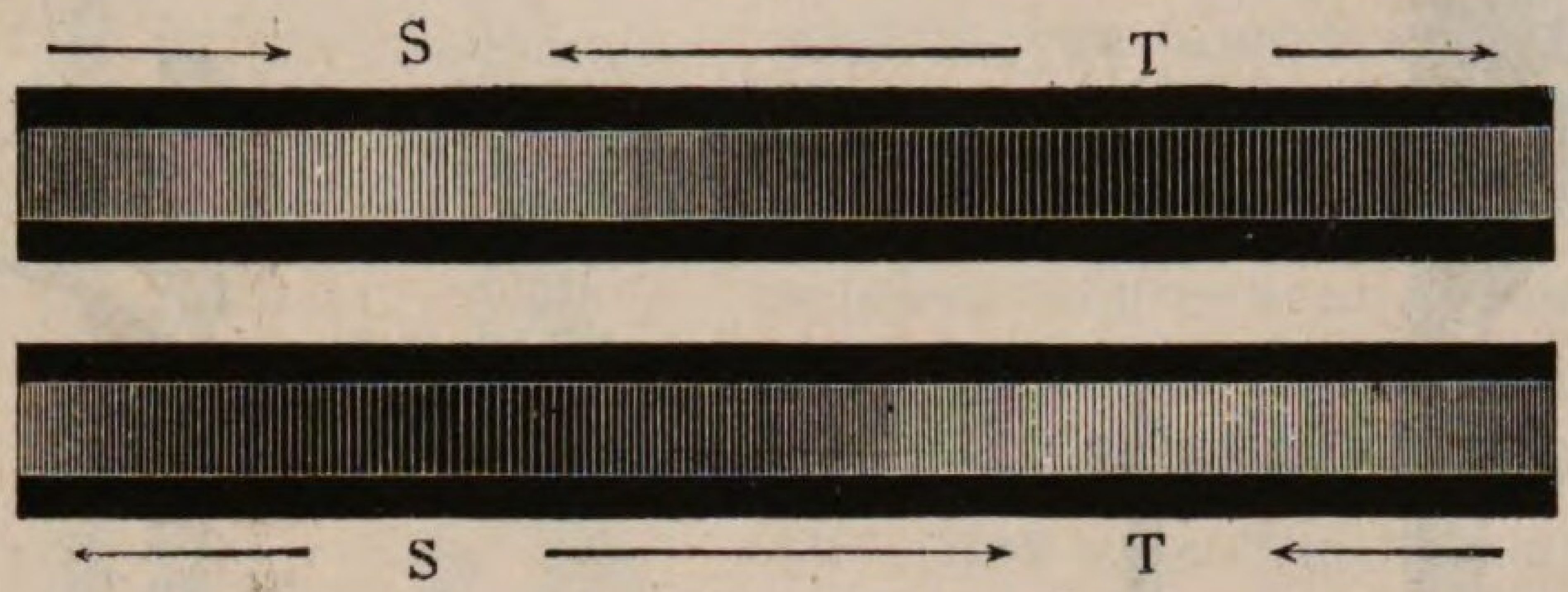


lich gemacht ist. I stellt den Moment dar, wo in der Mitte der Röhre die grösste Verdichtung stattfindet; während die Luftschicht in der Mitte der Röhre in Ruhe bleibt, beginnt die Luft auf beiden Seiten sich von der Mitte zu entfernen, wie dies durch die Pfeile angedeutet ist; nach $^1/_4$ Undulation kommen alle Luftschichten in ihrer Gleichgewichtslage an, und in diesem Moment ist die Dichtigkeit der Luft in der ganzen Röhre dieselbe; aus diesem Zustande geht dann aber die Luftsäule während der nächsten Viertel-Undulation in den Nr. II dargestellten Zustand über, wo in der Mitte der Röhre die grösste Verdünnung stattfindet. — Nun beginnen die einzelnen Luftschichten wieder von beiden Seiten her sich gegen die Mitte hin zu bewegen u. s. w.

Für den nächst höheren Ton, welcher die Luftsäule in der Röhre in den Zustand stehender Schwingungen versetzt, bildet sich ein Bauch in der Mitte der Röhre, Knoten aber bilden sich in den Punkten S und T,

Fig. 484, welche um $^1/_4$ der Röhrenlänge von den Enden abstehen. Wenn in T ein Maximum der Verdichtung stattfindet, wie in Nr. I, so findet in S Verdünnung statt, und umgekehrt, Nr. II.

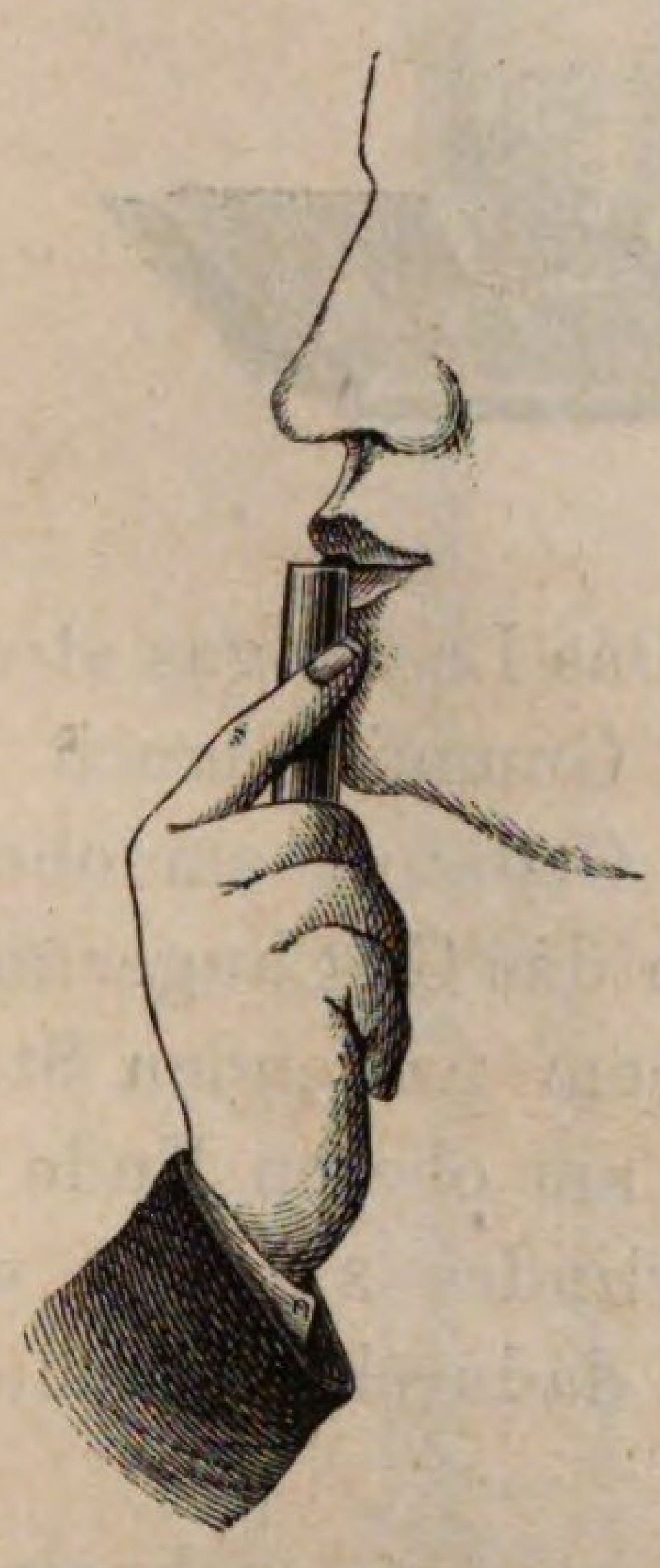
Fig. 484.



Für den eben besprochenen Fall ist die Wellenlänge des Tones der Länge der Röhre gleich; die Oscillationsdauer dieses Tones ist halb so gross als die des Grundtones der Röhre.

Um die Luft in einer Röhre, sei es eine offene oder gedeckte, in stehende Schwingungen zu versetzen und sie also zum Selbsttönen zu bringen, ist nicht gerade nöthig, einen tönenden Körper vor die Oeffnung zu halten, wie dies ja die Orgelpfeifen zeigen. Hier ist es ein am offenen Ende der Röhre vorbeiströmender, an ihren Rändern sich brechender Luftstrom, welcher durch seine Stösse Wellen erzeugt, die, am anderen Ende reflectirt, mit den neu einfallenden interferiren. Wenn auch diese Stösse anfangs nicht ganz regelmässig sind, so werden sie doch alsbald, wenigstens wenn die Röhre, wie man sagt, gut anspricht, durch den Einfluss der rückkehrenden Wellen regulirt, so dass sich regelmässig stehende Schwingungen bilden, durch welche die Luft in der Röhre selbsttönend wird.

Fig. 485.



Die einfachste Art, die Luft in einer kleineren gedeckten Röhre zum Tönen zu bringen, ist die, dass man sie in verticaler Richtung vor den Mund hält (das geschlossene Ende nach unten gekehrt, während das offene Ende an die untere Lippe gehalten wird), Fig. 485, und dann schräg gegen den Rand der Röhre bläst.

Singende Flammen. Eine andere Methode, um die Luft in einer offenen Röhre zum Tönen zu bringen, ist die, dass man Wasserstoffgas in einem Gefässe erzeugt und es durch eine feine Spitze ausströmen lässt, das Gas anzündet und dann die Glasröhre darüber hält, Fig. 486 (a. f. S.). 169

Es versteht sich von selbst, dass man statt des Wasserstoffgases zu diesem Versuche auch Leuchtgas anwenden kann, welches seiner helle-

ren Flamme wegen zu den weiter unten beschriebenen Versuchen sogar vortheilhafter ist. Fig. 487 zeigt einen zu diesem Zweck dienenden

Fig. 487.

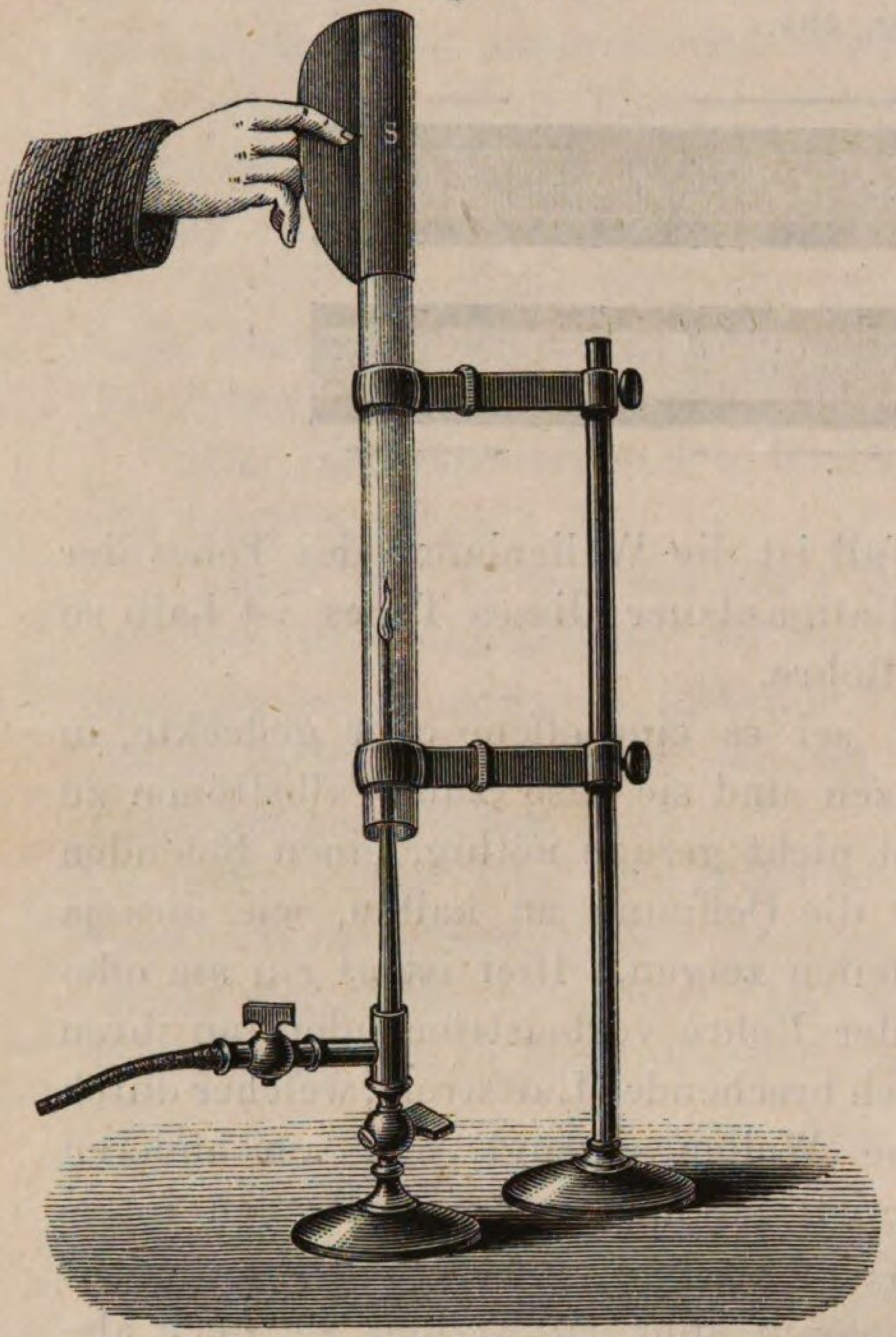


Fig. 486.



Gasbrenner. Das Leuchtgas strömt durch einen Gummischlauch ein und entweicht durch eine verhältnissmässig enge Oeffnung am oberen Ende eines ungefähr 20 cm langen Metallrohres, wo das Gas angezündet wird. Ueber die Flamme wird dann die von einem passenden Stativ getragene Glasröhre herabgeschoben. Bringt man am oberen Ende der Glasröhre einen aus dünnem Blech verfertigten Cylinder *s* an, so wird der Ton tiefer, wenn man *s* in die Höhe schiebt und dadurch die tönende Luftsäule verlängert.

Statt des in Fig. 487 abgebildeten Brenners genügt auch ein 20 bis 30 cm langes, oben mit einer engen Ausströmungsöffnung endendes Glasrohr, dessen unteres Ende in dem das Leuchtgas zuführenden Schlauch steckt. Dieses Glasrohr wird durch ein entsprechendes Stativ in verticaler Stellung gehalten. Das tönende Rohr nimmt man gewöhnlich 15 bis 30 mm weit und 20 bis 100 cm lang, während die Mündung des Brenners 0·5 bis 1 mm im Durchmesser hat. Die durch einen Hahn regulirbare Grösse der Flamme, sowie deren Höhenstellung in der Röhre ist durch Probiren zu ermitteln. Mit Wasserstoff gelingt der Versuch sicherer bei Anwendung sehr kleiner Flammen und Röhren geringerer Dimensionen; Leuchtgas erfordert grössere Röhren, die Flamme desselben kommt aber ebenfalls leichter zum Tönen, wenn sie ziemlich klein ist.

Je länger und weiter das Rohr, desto tiefer ist der Ton, desto grösser muss aber auch die Flamme werden. Einen tiefen und ungemein kräftigen Ton z. B. giebt eine 4·5 m lange und 0·1 m weite Blechröhre, welche von einem entsprechenden festen Ständer *ss*, Fig. 488, getragen wird. Um die Luft in einer solchen Röhre zum Tönen zu bringen, wendet man Rundbrenner, Fig. 489, von 20 bis 25 Oeffnungen an. Hat man Stellung und Grösse der Flamme so regulirt, dass die Röhre ihren Grundton kräftig hören lässt, so braucht man nur die Flamme zu verkleinern, um zu machen, dass statt des Grundtones der erste Oberton der Röhre erklingt. Der gleiche Versuch lässt sich natürlich auch mit kleineren Röhren anstellen.

Fig. 488.

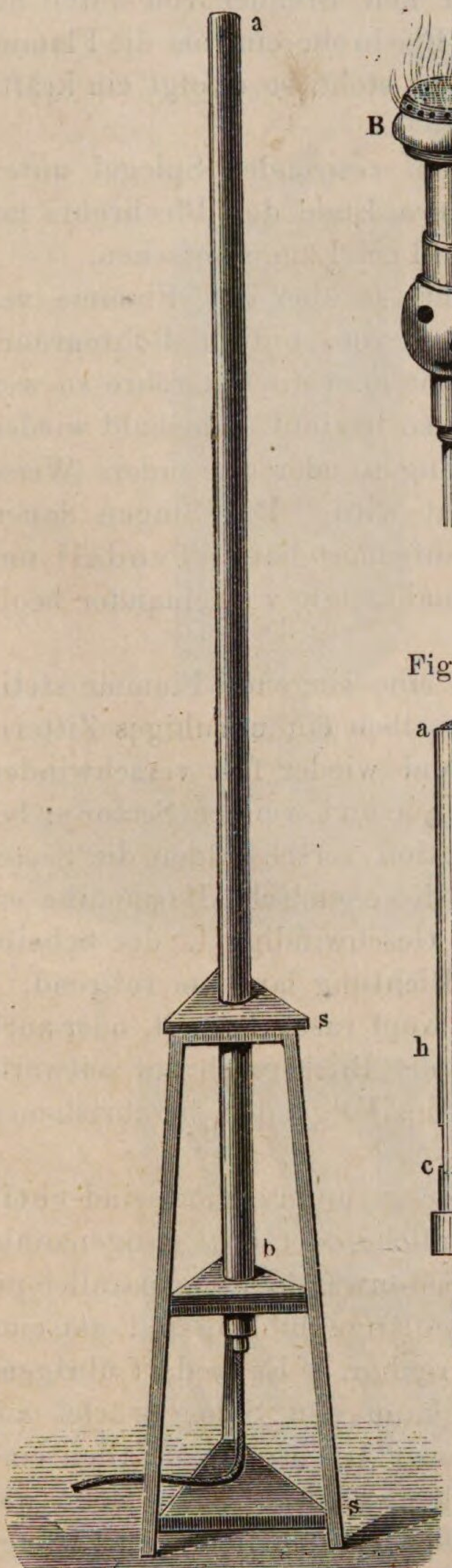


Fig. 489.

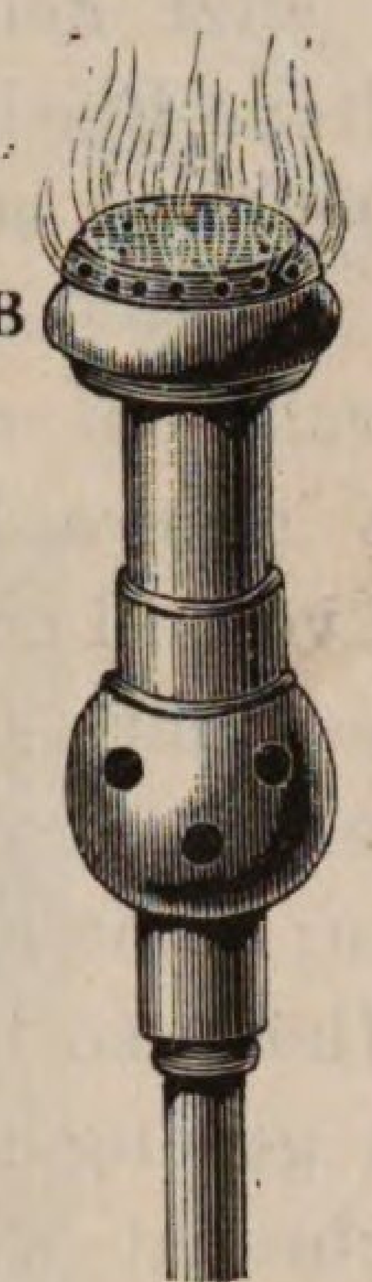
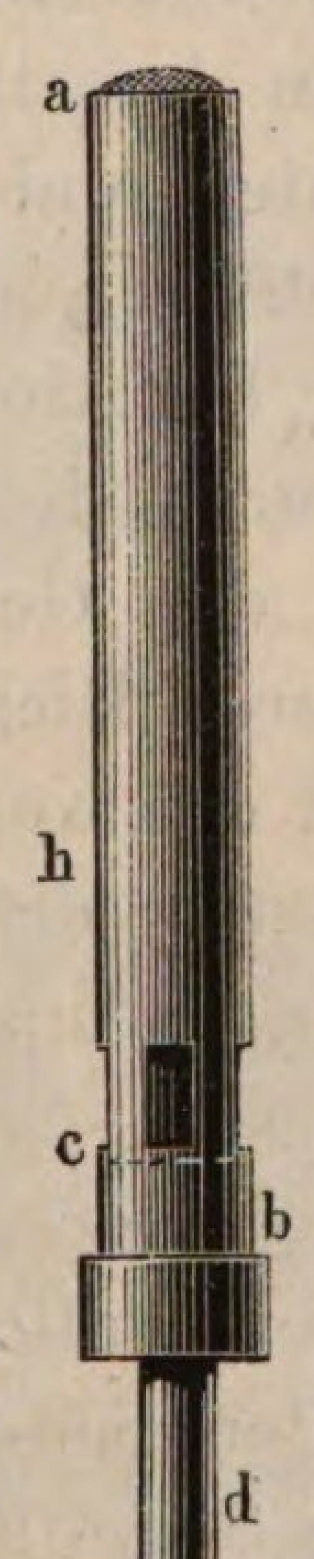


Fig. 490.



Um aus Blechröhren von 2 bis 3 m Länge und 7 bis 8 cm Weite anhaltende und schöne Orgeltöne hervorzulocken, wendet Rausch (Pogg. Ann. CXXVII.) einen weiten Bunsen'schen Gasbrenner von folgender Einrichtung an. Das 130 mm lange, 17 mm weite Blechrohr *ab* Fig. 490, steckt auf einer bis zur Höhe *c* hinaufreichenden Verstärkung des Gasrohres *d*, dessen Ausströmungsspitze sich in der Höhe *h*, 90 mm unter *a*, befindet. Etwas oberhalb *c* ist das Rohr *ab* mit vier Oeffnungen von 12 mm Höhe und 6 mm Breite versehen, durch welche die zur vollständigen Verbrennung des Leuchtgases nöthige Luftmenge einströmt. Oben ist das Rohr *ab* durch eine Drahtnetzkappe geschlossen, welche folgendermaassen hergestellt wird. Aus einem eisernen Drahtnetz, von 170 bis 200 Maschen auf den Quadratcentimeter, wird eine Scheibe von 4 cm Durchmesser ausgeschnitten, dieselbe ausgeglüht und nun mit Hülfe eines cylindrischen, halbkugelig endigenden Holzstückes von unten her in das Rohr *ab* eingetrieben, an dessen oberen Ende es

dann durch Reibung festhält. Anfangs lässt man das Gas reichlich ausströmen, zündet es an, lässt den Brenner gehörig heiss werden und regulirt dann den Gaszufluss durch den Brennerhahn, bis die Flamme nur noch 2 cm hoch ist. Führt man jetzt den Brenner von unten her in das durch ein Stativ vertical gehaltene Blechrohr ein, bis die Flamme 5 bis 7 cm hoch über dessen unterer Oeffnung steht, so erfolgt ein kräftiges Tönen der Luftsäule im Rohr.

Um die Flamme sehen und durch den rotirenden Spiegel untersuchen zu können, hat Rausch das untere Ende des Blechrohrs mit einem gläsernen cylindrischen Ansatz von 11 cm Länge versehen.

Hält man eine etwa 30 cm lange Röhre so über eine Flamme von entsprechender Grösse, dass dieselbe 7 cm vom untern Röhrenrande absteht, so erfolgt ein lebhaftes Singen; zieht man die Glasröhre so weit in die Höhe, dass das Singen eben aufhört, so beginnt es alsbald wieder, wenn der Ton der Röhre in der Nähe gesungen oder auf andere Weise, etwa durch eine Orgelpfeife, hervorgebracht wird. Das Singen dauert nun auch fort, wenn der erregende Ton aufgehört hat. Tyndall und Schaffgotsch haben diese Erscheinung unabhängig von einander beobachtet und näher untersucht.

Mit blossem Auge betrachtet, scheint eine singende Flamme stetig zu brennen, höchstens bemerkt man an derselben ein unruhiges Zittern; dass dieselbe aber successiv aufleuchtet und wieder fast verschwindet, hat bereits Rogers durch eine mit schwarzen und weissen Sectoren bemalte Scheibe bewiesen. Bei rascher Rotation verschwinden die Sectoren im Tageslicht; bei Beleuchtung durch die chemische Harmonika erscheinen jedoch die Sectoren je nach der Geschwindigkeit der Scheibe ruhend oder nach der einen oder anderen Richtung langsam rotirend.

Wenn man die Flamme anblickend den Kopf rasch bewegt, oder auch nur die Augenaxe rasch dreht, indem man den Blick rasch auf seitwärts gelegene Punkte richtet, so entstehen die im Folgenden beschriebenen Flammenbilder auf der Netzhaut.

Um den Zustand der singenden Flammen zu untersuchen, sind rotirende Spiegel sehr geeignet. Vier gewöhnliche, oder besser sogenannte Platinspiegel, welche die vier verticalen Seitenwände eines parallelepipedischen Kästchens von 12 bis 15 cm Seitenlänge bilden, sind um eine vertical stehende Axe leicht und rasch drehbar. Es bedarf übrigens keiner besonderen Drehvorrichtung, man kann den Spiegelwürfel auf jeder Schwungmaschine anbringen. Bequemer ist in vielen Fällen eine vom Verfasser angewandte Construction, insbesondere dann, wenn auf dem Experimentirtisch nicht mehr hinlänglicher Raum für die Schwungmaschine vorhanden ist, Fig. 491. Der Spiegelkasten ruht mit seinem oberen Theile auf der Spitze eines eisernen cylindrischen Stabes, welcher im schweren Fusse befestigt ist und durch die an den Boden angeschraubte Hülse hindurch geht. Letztere trägt überdies einen Schnurlauf, der mit einem abgesondert stehenden Schwungrade in Verbindung

gebracht werden kann. Steht eine Flamme in der Röhre ungefähr in gleicher Höhe mit der Mitte der Spiegel, so erscheint sie bei rascher Rotation der Spiegel als ein zusammenhängender Lichtstreifen, so lange die Flamme nicht singt, sobald aber die Luftsäule in der Röhre zum Tönen gebracht wird, erblickt man eine Reihe getrennter Flammenbilder, Fig. 492, welche nur unten durch einen blassblauen Lichtstreif verbunden sind. Wasserstoffgas ist

Fig. 491.

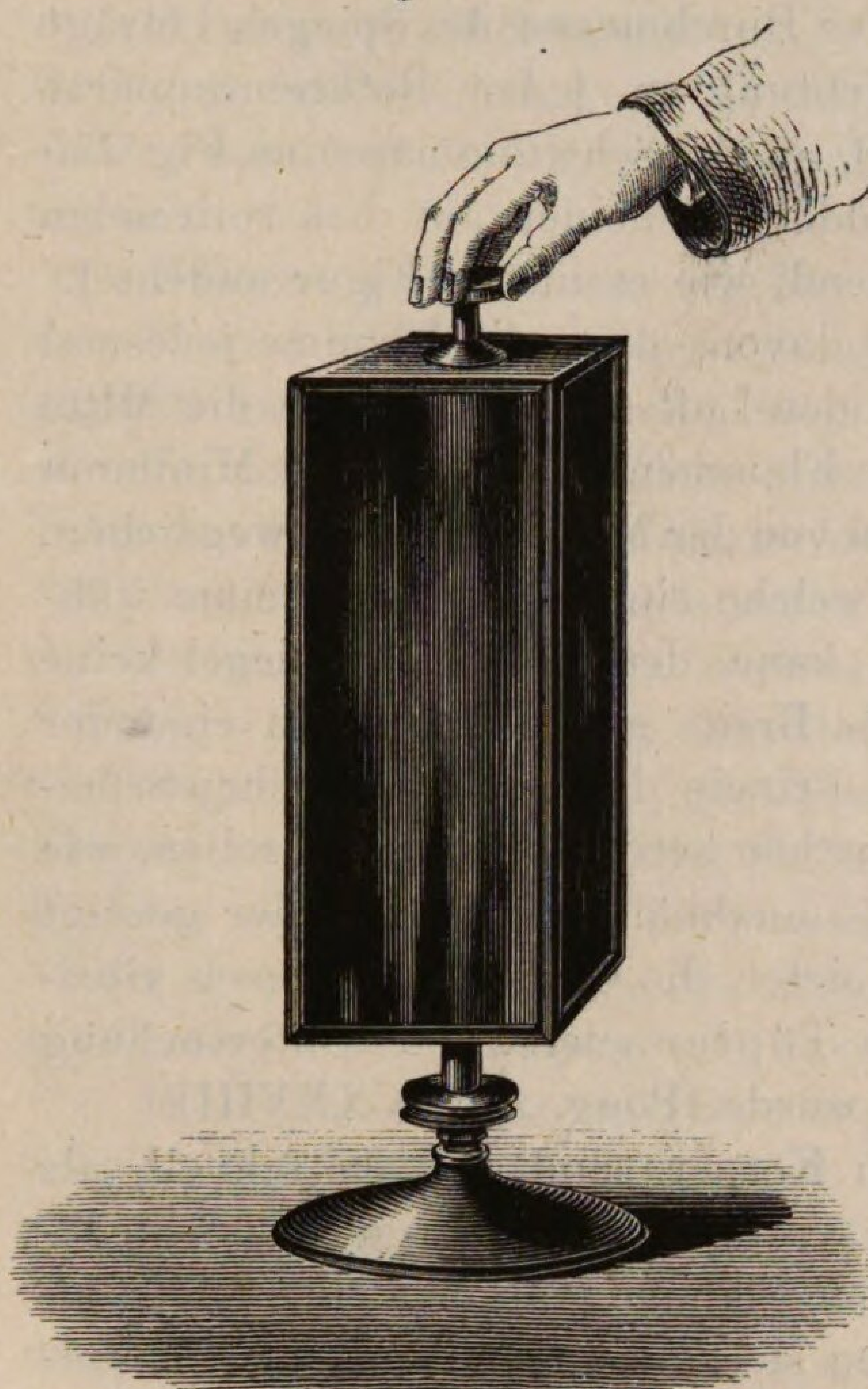


Fig. 493.

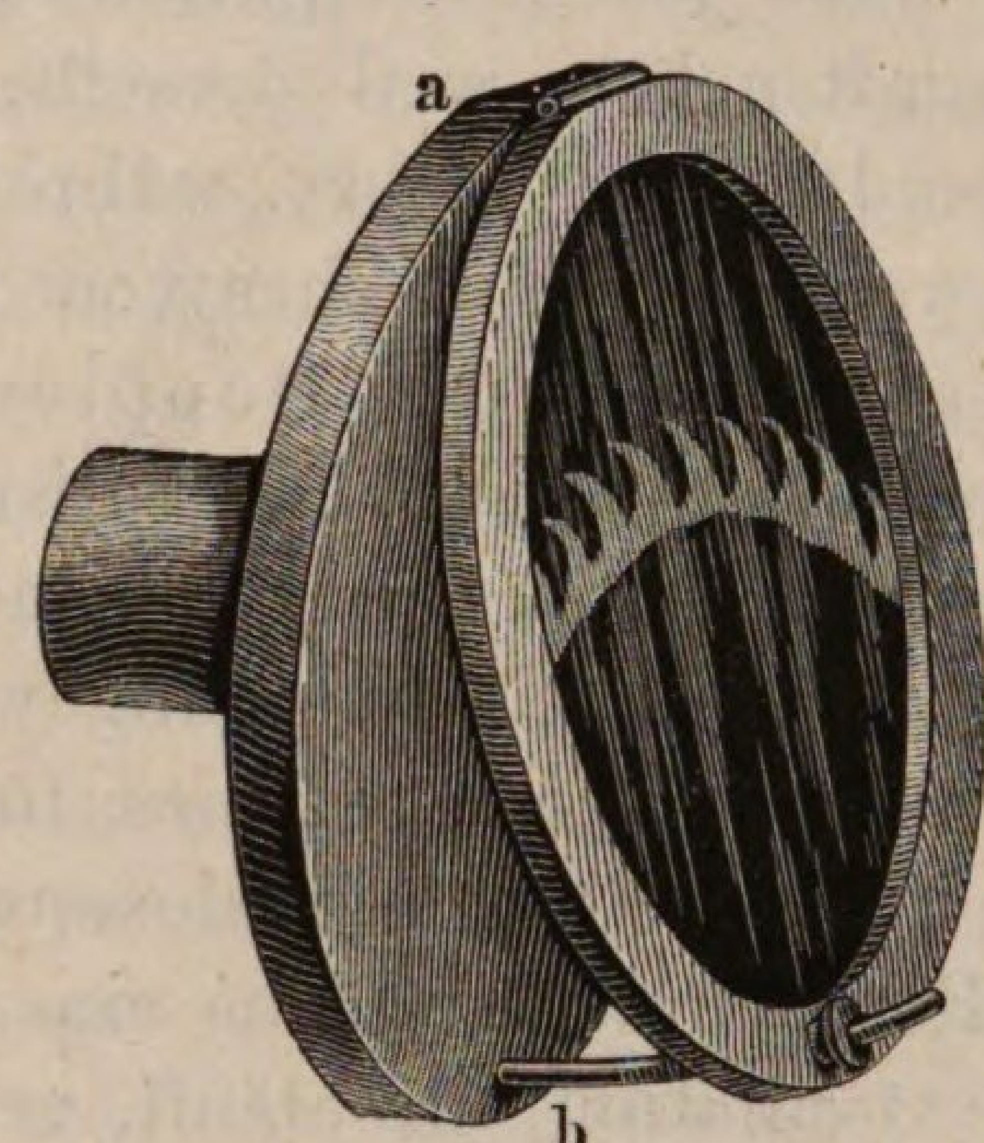
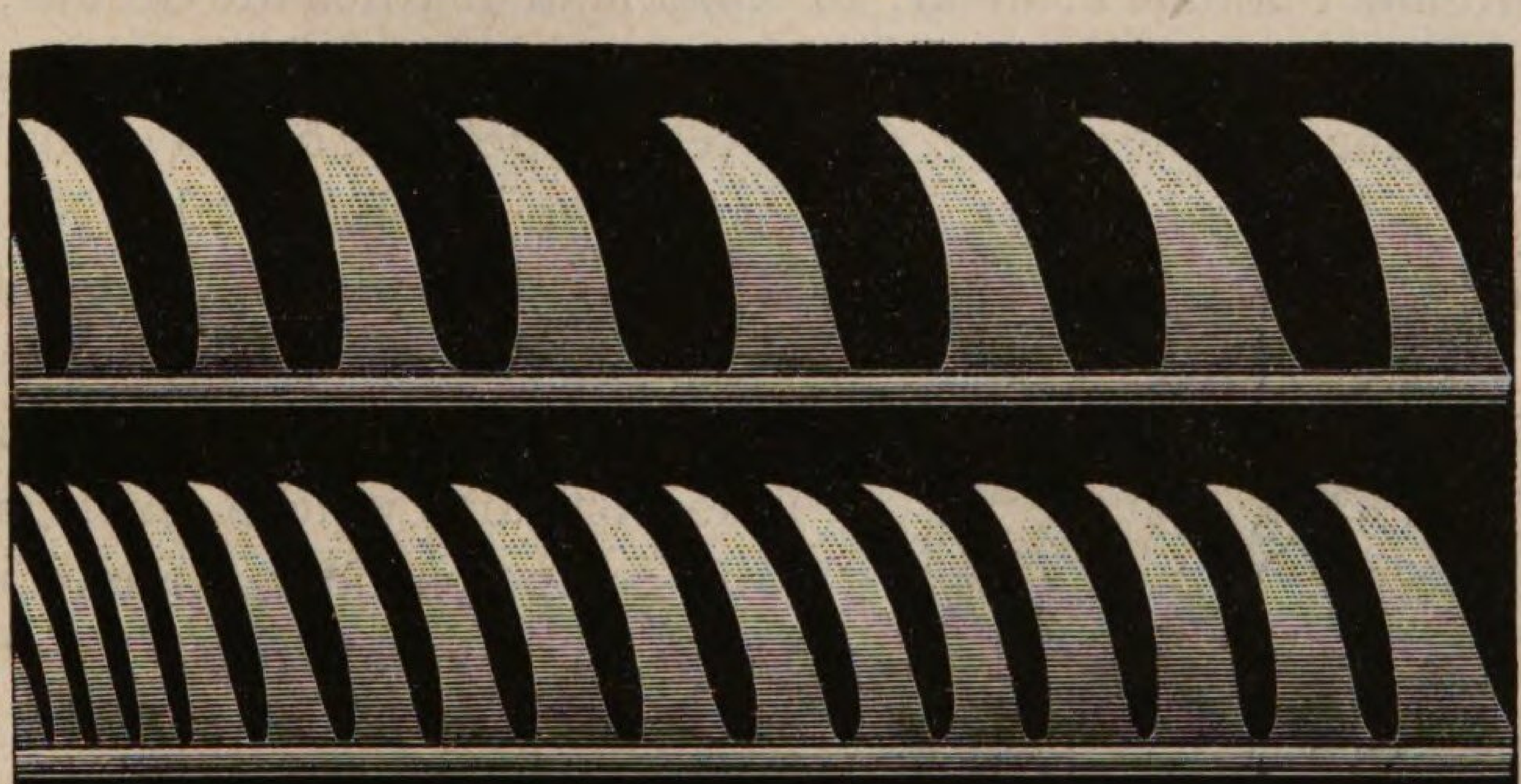


Fig. 492.



zu diesem Versuche weniger geeignet, weil seine Flamme gar zu lichtschwach ist. Die im rotirenden Spiegel erscheinenden Flammenbilder rücken einander um so näher, je höher der Ton ist, welchen die Flamme in der Röhre erzeugt.

Reichert hat den Spiegelapparat in der Fig. 493 dargestellten

Form construirt, bei welchem nur ein Spiegel in Anwendung kommt, welcher gegen die horizontale Rotationsaxe schräg gestellt ist, wie die Fig. 493 zeigt. Die Ebene des Spiegels macht einen Winkel von ungefähr 15⁰ mit der verticalen Scheibe *ab*. Der Durchmesser des Spiegels beträgt 15 bis 25 cm. Man kann diese Vorrichtung an jedem Rotationsapparat mit horizontaler Umdrehungsaxe, z. B. an die Schwungmaschine Fig. 355 Seite 291, anbringen. Die Flammenbilder erscheinen auf dem rotirenden Spiegel als auf einem Kreisbogen liegend, wie es unsere Figur andeutet.

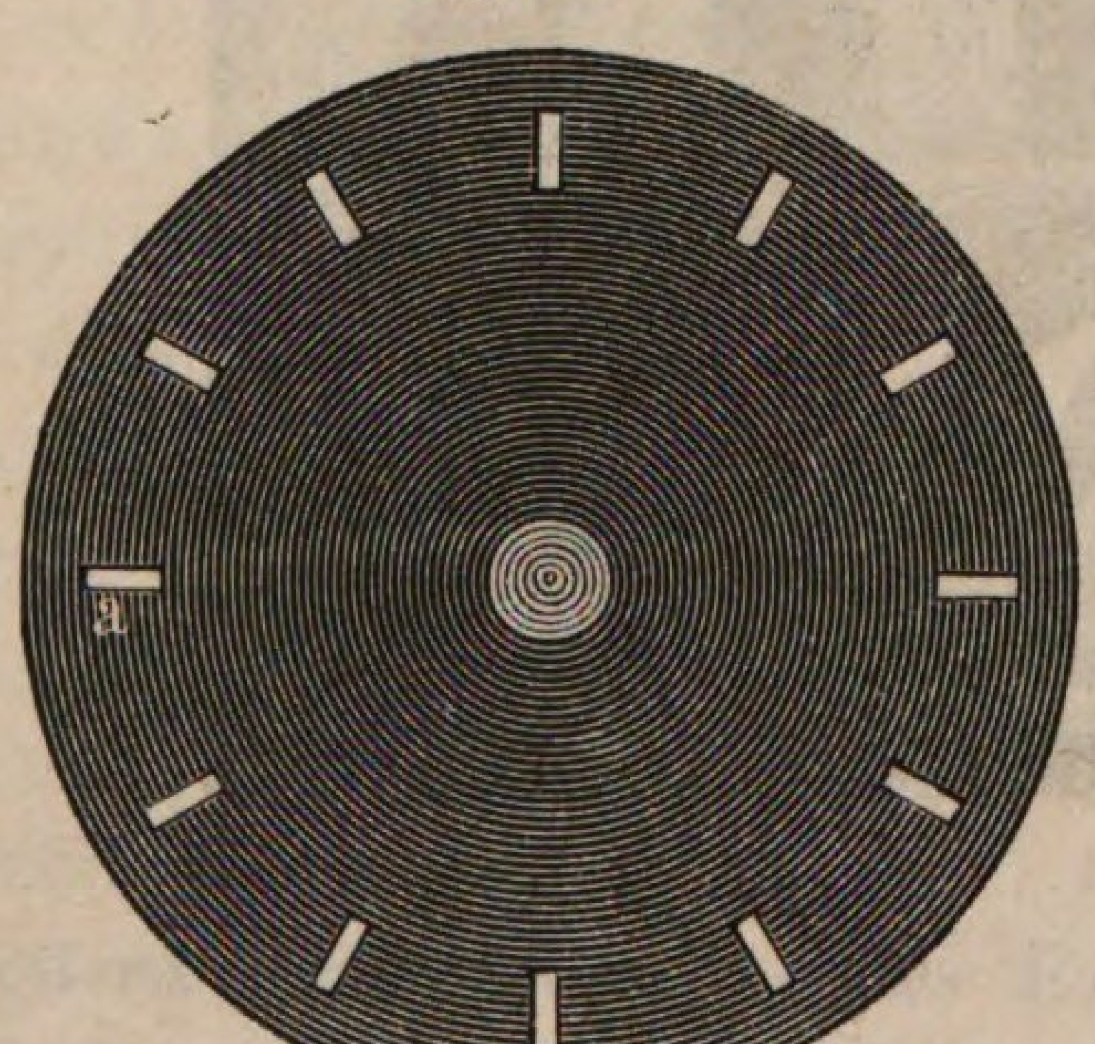
Diese Erscheinung ist die Folge davon, dass die Flamme jedesmal wächst, wenn die Schichten der tönenden Luftsäule sich gegen die Mitte der Röhre hinbewegen, während die Flammengrösse auf ein Minimum herabsinkt, so oft sich die Luftschichten von der Mitte der Röhre wegziehen.

Ueber die Formveränderungen, welche eine singende Flamme während einer jeden Oscillation erfährt, kann der rotirende Spiegel keine Auskunft geben, weil derselbe in die Breite gezogene und in einander fliessende Bilder liefert, während das Princip der stroboscopischen Scheiben, welche in der Lehre vom Licht näher betrachtet werden sollen, wie Plateau (1836) und Doppler (1845) unabhängig von einander gezeigt haben, ein vortheilhaftes Hülfsmittel bietet, die Oscillationen rasch vibrirender Körper zu analysiren und von Töpler zuerst zur Untersuchung der singenden Flammen angewendet wurde (Pogg. Ann. CXXVIII).

Die Oscillationen eines tönenden Körpers sind viel zu schnell, als dass wir dieselben mit blossem Auge verfolgen könnten, die verschiedenen Formen z. B., welche eine singende Flamme während einer vollständigen Oscillation durchläuft, vereinigen sich zu einem Totalbilde, in welchem die Form eines einzelnen Momentes vollkommen verschwindet.

Kann man es aber dahin bringen, dass das Auge nur momentan die oscillirende Flamme erblickt, so sieht man deutlich die Gestalt, welche dieselbe in diesem Augenblick hat. Es lässt sich dies unter anderen mit Hülfe einer Scheibe, Fig. 494, von ungefähr 50 cm Durchmesser erreichen, welche in der Nähe ihres Randes mit einer Reihe concentrischer, einander gleicher und gleich weit von einander abstehender Schlitze versehen ist und welche in ihrer Ebene mit entsprechender Geschwindigkeit um eine durch ihren Mittelpunkt gehende feste Axe gedreht werden kann. Der Apparat ist so aufgestellt, dass, wenn sich eine Oeffnung bei *a* befindet, ein nahe an dieselbe herangebrachtes Auge eine hinter ihr befindliche singende Flamme deutlich sehen kann. Steht die Scheibe still, so sieht man durch den Schlitz bei *a* den Totaleindruck aller Phasen (momentanen Zustände)

Fig. 494.



der singenden Flamme, wenn aber die Scheibe rasch rotirt, so sieht man die Flamme immer nur in solchen Momenten, in welchen eine Oeffnung vor dem Auge passirt, und zwar sieht man dann die Phase der Flamme, in welcher sie sich eben befindet. In der Regel wird für jede folgende Oeffnung, welche das Auge passirt, die Phase der Flamme eine etwas andere sein und so kommt es denn, dass die Flamme sich zu bewegen scheint.

Nehmen wir zunächst an, die rotirende Scheibe sei mit der singenden Flamme unisono, d. h. die Scheibe drehe sich mit solcher Geschwindigkeit, dass sie nach Art der Sirene angeblasen, den gleichen Ton gebe, wie die singende Flamme, so durchläuft die Flamme eine vollständige Vibration in der gleichen Zeit, welche zwischen dem Vorübergang zweier auf einander folgenden Oeffnungen vor dem Auge vergeht. Hat nun die Flamme gerade ihren niedersten Stand erreicht, wenn eine Oeffnung das Auge passirt, so wird das Gleiche stattfinden, wenn die folgenden Oeffnungen der Reihe nach vor dem Auge vorübergehen, man sieht die Flamme stets in ihrer tiefsten Stellung, sie scheint also ruhig in dieser Stellung zu verharren. Wäre die Flamme jedesmal in ihrer höchsten Phase, wenn eine Oeffnung das Auge passirt, so würde man dieselbe so sehen, als ob sie ungeändert in ihrer grössten Höhe verbliebe.

Die Sache ändert sich aber sogleich, wenn das Unisono zwischen Scheibe und Flamme gestört wird. Nehmen wir z. B. an, die Scheibe rotire etwas langsamer! Wenn die Flamme in dem Moment, in welchem irgend eine Oeffnung das Auge passirt, gerade in ihrem tiefsten Stande angekommen ist, so wird sie ihre nächste Oscillation vollendet haben, sie wird abermals ihren tiefsten Stand erreichen, e h e die nächste Oeffnung das Auge passirt, und wenn diese Oeffnung vor das Auge kommt, ist die Flamme bereits wieder etwas gewachsen; noch mehr ist sie gewachsen, wenn die zweite, die dritte u. s. w. Oeffnung vor dem Auge vorübergeht.

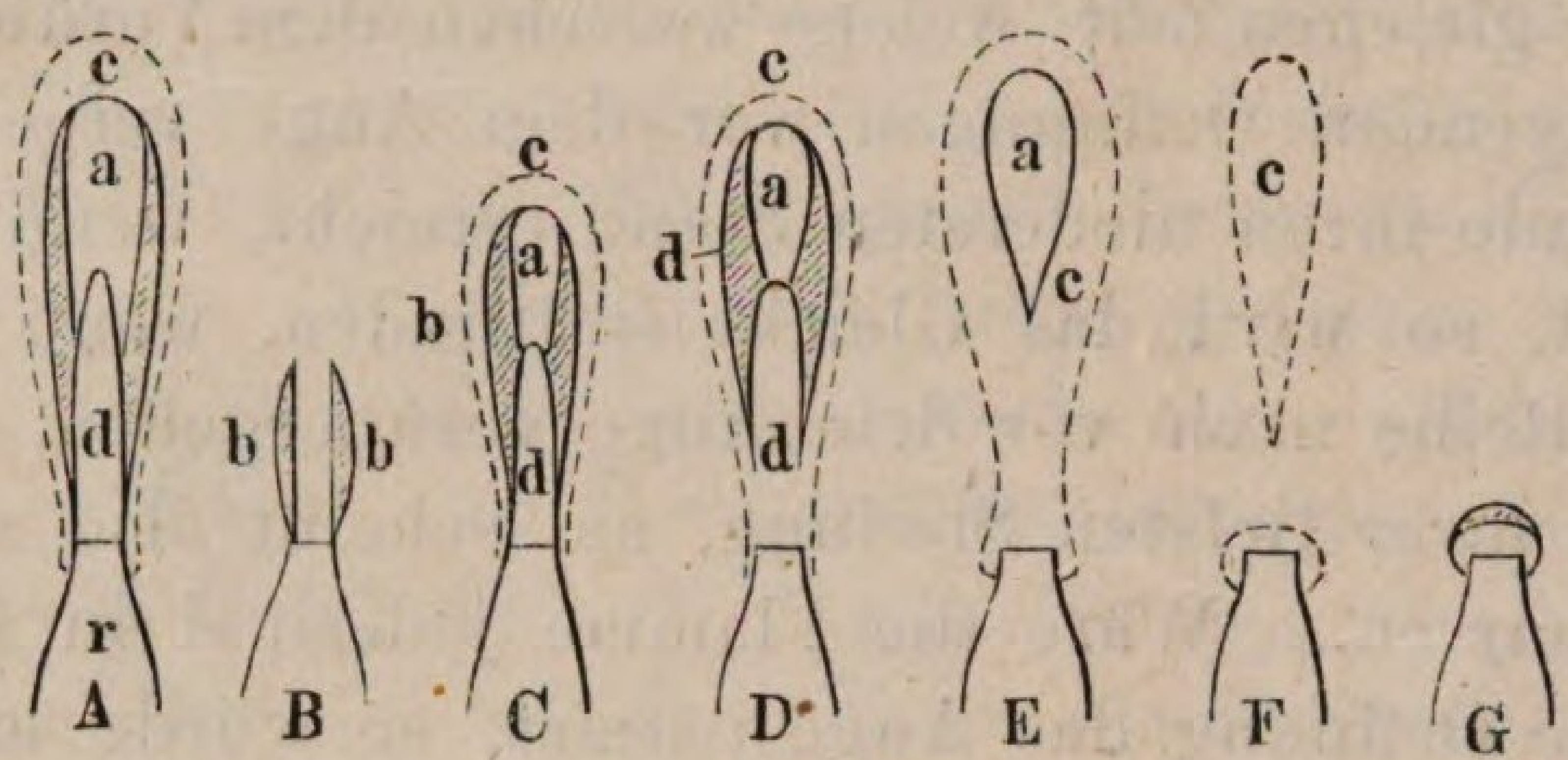
Der Gangunterschied zwischen der tönenden Flamme und der rotirenden Scheibe betrage $\frac{1}{n}$ der Schwingungsdauer der Flamme, so wird jede folgende Oeffnung die Flamme so weit verändert zeigen, wie es einer Zeit von $\frac{1}{n}$ der ganzen Schwingungsdauer entspricht. Sehen wir in einem bestimmten Momente die Flamme in ihrer niedersten Stellung, so sehen wir sie wieder in derselben in dem Moment, wo das nte Loch das Auge passirt, da die Flamme inzwischen gerade $n + 1$ volle Bewegungen in Wirklichkeit ausgeführt hat. Scheinbar durchläuft sie inzwischen nur einmal die aufeinander folgenden Formen, d. h. sie scheint nmal langsamer zu oscilliren, als sie wirklich oscillirt. Je geringer man also den Gangunterschied zwischen Flamme und Scheibe macht, desto langsamer sieht man die Flamme oscilliren, desto leichter ist es, die verschiedenen Formen zu verfolgen, welche sie in Wirklichkeit ungleich schneller durchläuft.

Die Scheibe, mit welcher Töpler experimentirte, hatte 20 Oeffnungen und wurde durch ein Uhrwerk gedreht, welches bis zu einem gewissen Grade die Geschwindigkeit der Rotation zu reguliren erlaubte.

Die Ausführung der eben angedeuteten Versuche bedarf aber, wenn sie brauchbare Resultate liefern soll, mancherlei Vorsichtsmaassregeln, namentlich optischer Natur, in Betreff derer wir auf die bereits citirte Originalabhandlung verweisen müssen.

In Fig. 495 zeigt A den $2^1/_2$mal vergrösserten Durchschnitt einer Leuchtgasflamme, welche aus einer 0·9 mm weiten Brennerspitze

Fig. 495.



hervorbricht und in einem 623 mm langen Rohre singt, wenn dieselbe mit blossem Auge beobachtet wird. a ist die leuchtende Spitze der inneren Flamme; dieselbe geht nach unten in die blaue Zone bb über, welche in der Figur schraffirt angedeutet ist. Der innere Raum d ist wahrscheinlich ganz dunkel; endlich ist die ganze Flamme an ihrem äusseren Saume von einer Zone c umgeben, welche mit schwachem, röthlich gelbem Lichte schimmert. Die Bildung B, C, D, E, F und G zeigen die Auflösung dieser singenden Flamme durch das Stroboscop. Zu Anfang jeder Schwingung bricht aus der glühenden Brennerspitze r nur ein blaues Flämmchen hervor, welches einen oben offenen Cylindermantel bildet. In der zweiten Phase C umschliesst die Spitze des blauen Theils bereits die Anfänge des leuchtenden Theiles a und man bemerkt Spuren der äusseren Zone c. Bei D ist der leuchtende Theil d schon deutlich entwickelt, der blaue Theil ist von der Brennermündung losgerissen. In der Phase E ist die blaue Zone ganz verschwunden, die helle Spitze a, sowie die Hülle c haben das Maximum ihrer Grösse erreicht. Hierauf verschwindet a und es bleibt nur die Zone c, welche als mattes gelbrothes Wölkchen in einiger Entfernung über dem Brenner schwebt, während sich unmittelbar an der Brennerspitze noch ein Restchen von c zeigt. Die sechste Phase G zeigt, wie das ganze obere Flammenbild verschwunden ist und nur auf der Ausflussöffnung ein kaum sichtbares Licht lagert, aus welchem sich in der folgenden Schwingung dieselbe Reihenfolge von Erscheinungen entwickelt. — In etwas anderer Weise verläuft die Erscheinung bei Anwendung von Wasserstoffgas.

Fig. 496.

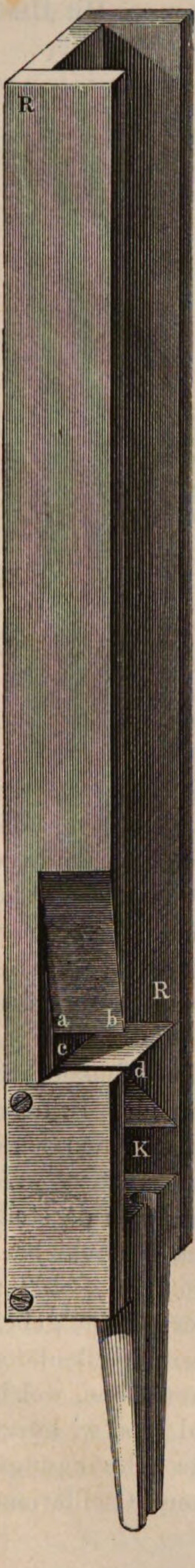
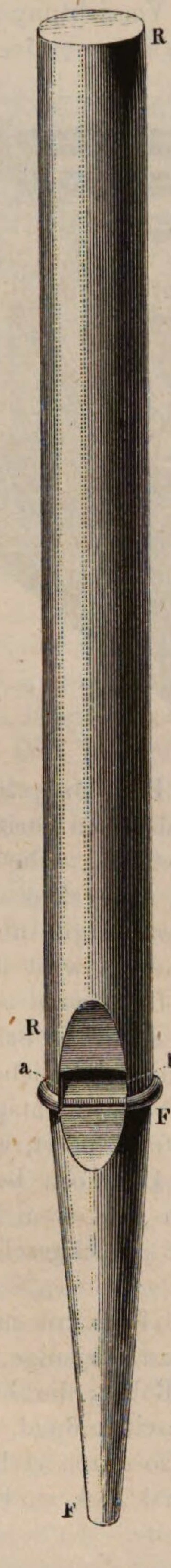


Fig. 497.



Weiter unten werden wir noch weitere Anwendungen des stroboscopischen Princips auf akustische Erscheinungen kennen lernen.

Orgelpfeifen. Die zweckmässigste Methode, die Luft in Röhren in den Zustand stehender Schwingungen zu versetzen, ist diejenige, welche man bei den Orgelpfeifen, auch Labialpfeifen genannt, in Anwendung gebracht hat. Die Einrichtung derselben ist aus Fig. 496 und 497 zu ersehen. Man unterscheidet an ihnen den Fuss, den Mund und die Röhre. 170

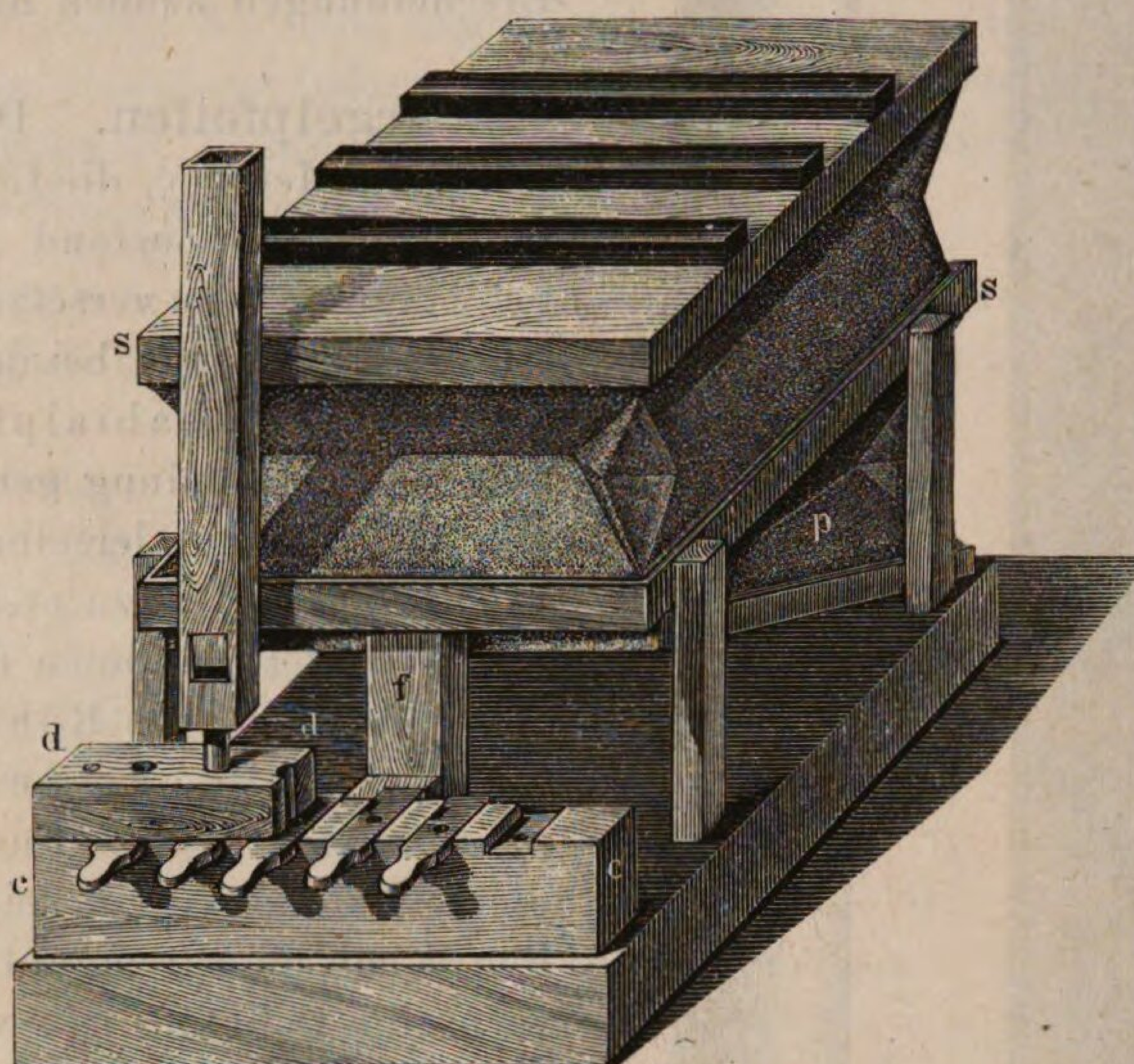
In Fig. 497, welche eine Zinnpfeife darstellt, ist der Fuss mit FF, die Röhre mit RR bezeichnet. Die Röhre hat an ihrem unteren Ende vorn eine Oeffnung ab, welche der Mund genannt wird. Fuss und Röhre sind durch eine dünne Zinnplatte getrennt; zwischen der vorderen Kante dieser Platte, welche den Boden der Schallröhre bildet, und der vorderen Wand des Fusses bleibt eine schmale Spalte, durch welche die unten in den Fuss eingeblasene Luft austritt und, sich an der oberen Kante des Mundes brechend, die Luftsäule in der Röhre RR in stehende Schwingungen versetzt.

Die Einrichtung der hölzernen Orgelpfeifen ist aus dem Durchschnitt, Fig. 496, zu ersehen. Die in den Fuss eingeblasene Luft dringt aus dem Behälter K durch einen schmalen Spalt cd hervor und bricht sich an der oberen Kante ab des Mundes, von welchem unsere Figur nur die linke Hälfte $abcd$ zeigt.

Statt einer förmlichen Orgel kann man sich zu Versuchen mit

Orgelpfeifen, seien es nun gedeckte, wie Fig. 497, oder offene, wie Fig. 496, der in Fig. 498 abgebildeten Vorrichtung bedienen. Mit Hülfe

Fig. 498.



des Blasebalgs *p* wird die Luft in den Balg *ss* getrieben, aus welchem sie dann durch die anfangs vertical herab, dann horizontal nach vorn hin gehende Röhre *f* in die Windlade *cc* gelangt. Die obere Fläche dieses Kastens enthält eine Reihe von Löchern, auf welche die verticalen Löcher des Holzstückes *dd*, von welchem unsere Figur nur einen Theil zeigt, münden. In die Löcher des Holzstücks *dd* wird der Fuss der Pfeifen eingesetzt. Zwischen den Löchern des Brettes *dd* und den entsprechenden Löchern der Windlade *cc* befinden sich aber Schieber, welche selbst mit Löchern versehen sind, so dass man nach Belieben den Wind in eine Pfeife kann eintreten lassen, wenn man den entsprechenden Schieber vorzieht, oder den Wind von dieser Pfeife absperrt, wenn man den Schieber zurückschiebt, wie dies durch Fig. 499 noch besser erläutert wird, welche die Einrichtung der Schieber in grösserem Maassstabe darstellt, als die vorige Figur. Der Schieber 1 ist zurückgeschoben, der Schieber 2 ist vorgezogen.

Eine und dieselbe gedeckte Pfeife kann mehrere Töne geben. Der tiefste, der Grundton der Röhre, ist derjenige, dessen Wellenlänge 4mal so gross ist, als die Länge der Röhre; die höheren Töne, welche die Pfeife giebt, sind diejenigen, welche einer 3mal, 5mal u. s. w. kürzeren Wellenlänge entsprechen, welche also durch stehende Schwingungen erzeugt werden, welche eine 3mal, 5mal u. s. w. kleinere Oscillationsdauer haben als der tiefste Ton der Pfeife.

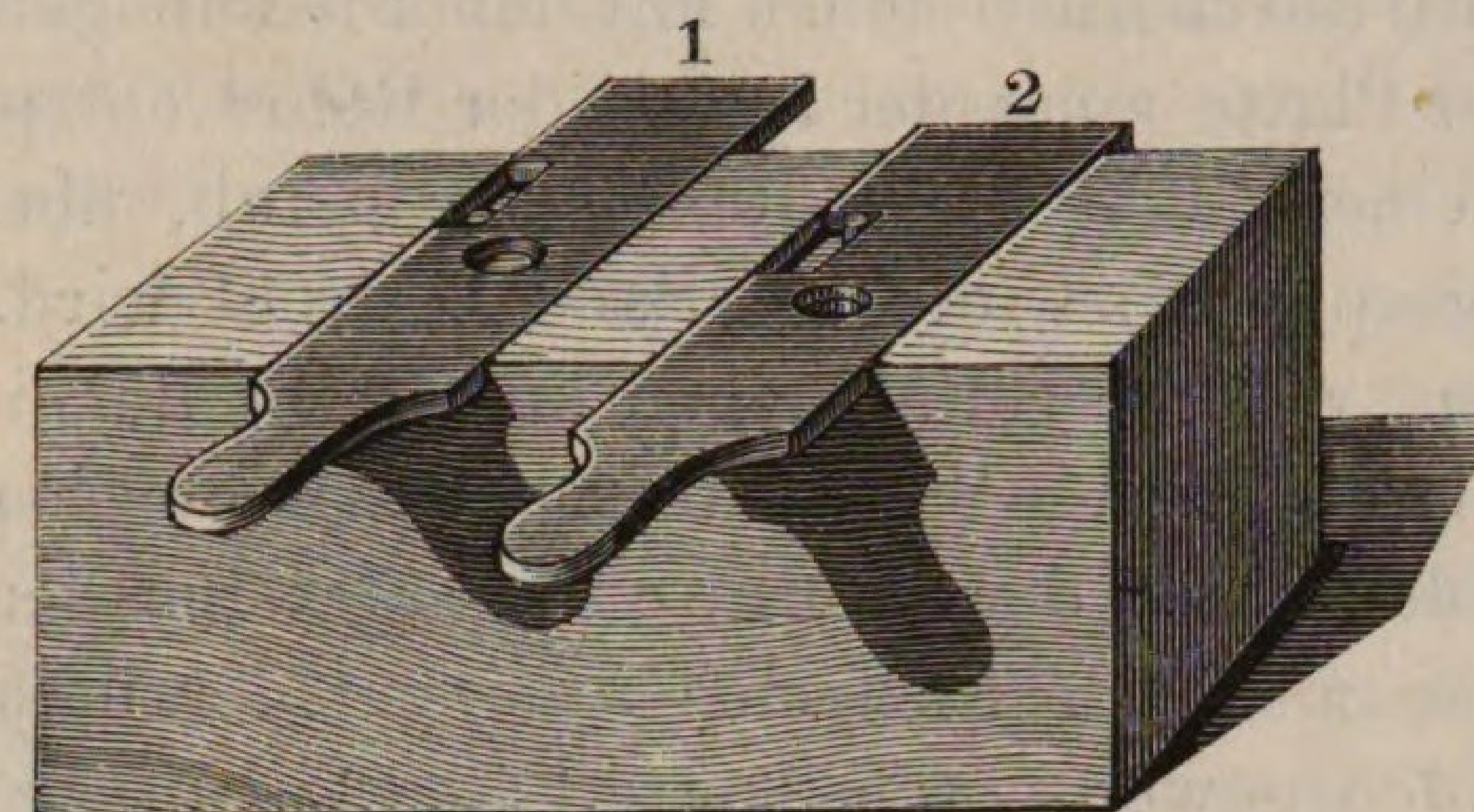
Den tiefsten Ton giebt die Pfeife bei schwächerem, die höheren bei stärkerem Anblasen.

Um Versuche mit gedeckten Pfeifen zu machen, kann man auch sogenannte Stimmpfeifen, Fig. 500, anwenden. Es sind dies ungefähr

Fig. 500.



Fig. 499.



30 cm lange hölzerne runde Pfeifen, in welchen ein durch einen Korkstopfen gebildeter, am unteren Ende eines hölzernen Stempels befestigter Kolben auf und nieder geschoben werden kann, wodurch sich die tönende Luftsäule nach Belieben verlängern oder verkürzen lässt.

Auch eine offene Pfeife giebt mehrere Töne, je nachdem sie durch schwächeren oder stärkeren Wind angeblasen wird. Die Wellenlänge des tiefsten Tones, den sie giebt, des Grundtones, ist doppelt so gross wie die Pfeifenlänge. Für diesen Grundton bildet sich ein Schwingungsknoten in der Mitte der Röhre. Die Wellenlänge des zweiten Tons der offenen Pfeife ist gleich der Länge der Pfeife selbst und die beiden Schwingungsknoten, welche sich in diesem Falle bilden, haben die Fig. 484 Seite 439 dargestellte Lage.

Bezeichnen wir die Länge einer offenen Röhre mit L, so sind die Wellenlängen der Töne, welche sie geben kann,

$$2L,\ {}^2/_2 L,\ {}^2/_3 L \text{ u. s. w.,}$$

während

$$4L,\ {}^4/_3 L,\ {}^4/_5 L \text{ u. s. w.}$$

die Wellenlängen der Töne sind, welche eine gedeckte Pfeife von der Länge L geben kann.

Der tiefste Ton, welchen eine Pfeife geben kann, wird ihr Grundton genannt, die anderen Töne, welche sie bei verstärktem Winde giebt, heissen die Obertöne.

Wenn man an verschiedenen Stellen einer Orgelpfeife Löcher macht, die man nach Belieben durch einen Schieber verschliessen oder öffnen kann, so kann man zeigen, dass der Ton durchaus nicht geändert wird, wenn man ein Loch öffnet, welches sich an der Stelle eines Bauches befindet, dass jedoch eine Aenderung eintritt, wenn ein Loch an einer anderen Stelle geöffnet wird.

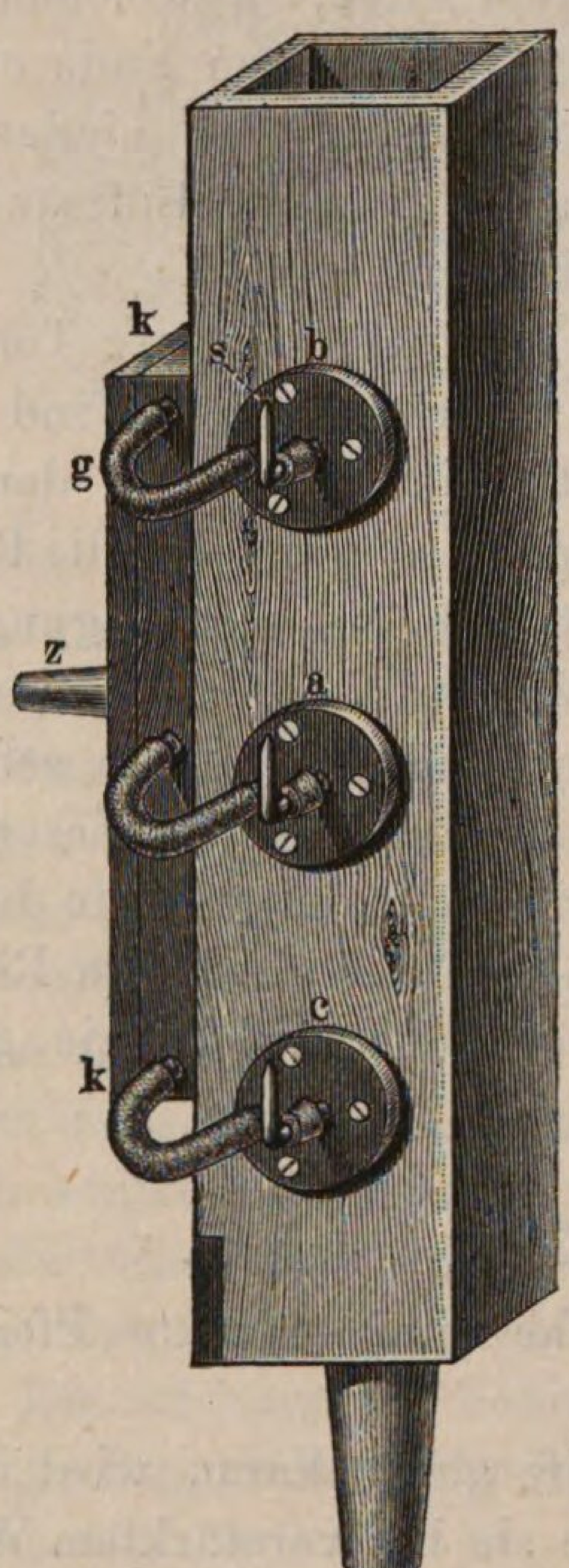
Um die Schwingungsknoten der Luftsäule in einer Röhre zu zeigen, wendet Hopkins eine gläserne Röhre an, welche ungefähr 3 cm im Durchmesser hat und welche ungefähr 60 cm lang ist. Die Röhre wird über einer Metallplatte befestigt, welche in gleicher Weise festgeschraubt wird, wie die Platten, welche zur Erzeugung der Klangfiguren dienen. Letztere wird durch Anstreichen mit dem Fiedelbogen zum Tönen gebracht. Der Ton der Platte muss der Länge der Röhre entsprechen. In der Röhre hängt an einem Faden ein Rähmchen herab, über welches eine zarte Membran gespannt ist, die mit Sand bestreut wird. Dieser Sand bleibt ruhig liegen, wenn das Rähmchen an die Stelle eines Knotens gebracht wird; an allen anderen Stellen dagegen wird er herabgeworfen, was natürlich an der Stelle der Bäuche am stärksten der Fall ist.

Weil man durch Anstreichen einer Metallplatte nicht immer mit Sicherheit den gewünschten Ton erhält, so ist es zweckmässig, den Versuch so abzuändern, dass man die Glasröhre in den Fuss einer Orgelpfeife, Fig. 501, steckt; man hat auf diese Weise eine oben offene Orgelpfeife von Glas, welche mit Sicherheit ihren tiefsten Ton, und bei verstärktem Winde oder verkleinerter Mundöffnung seine Octave giebt.

Fig. 501.



Fig. 502.

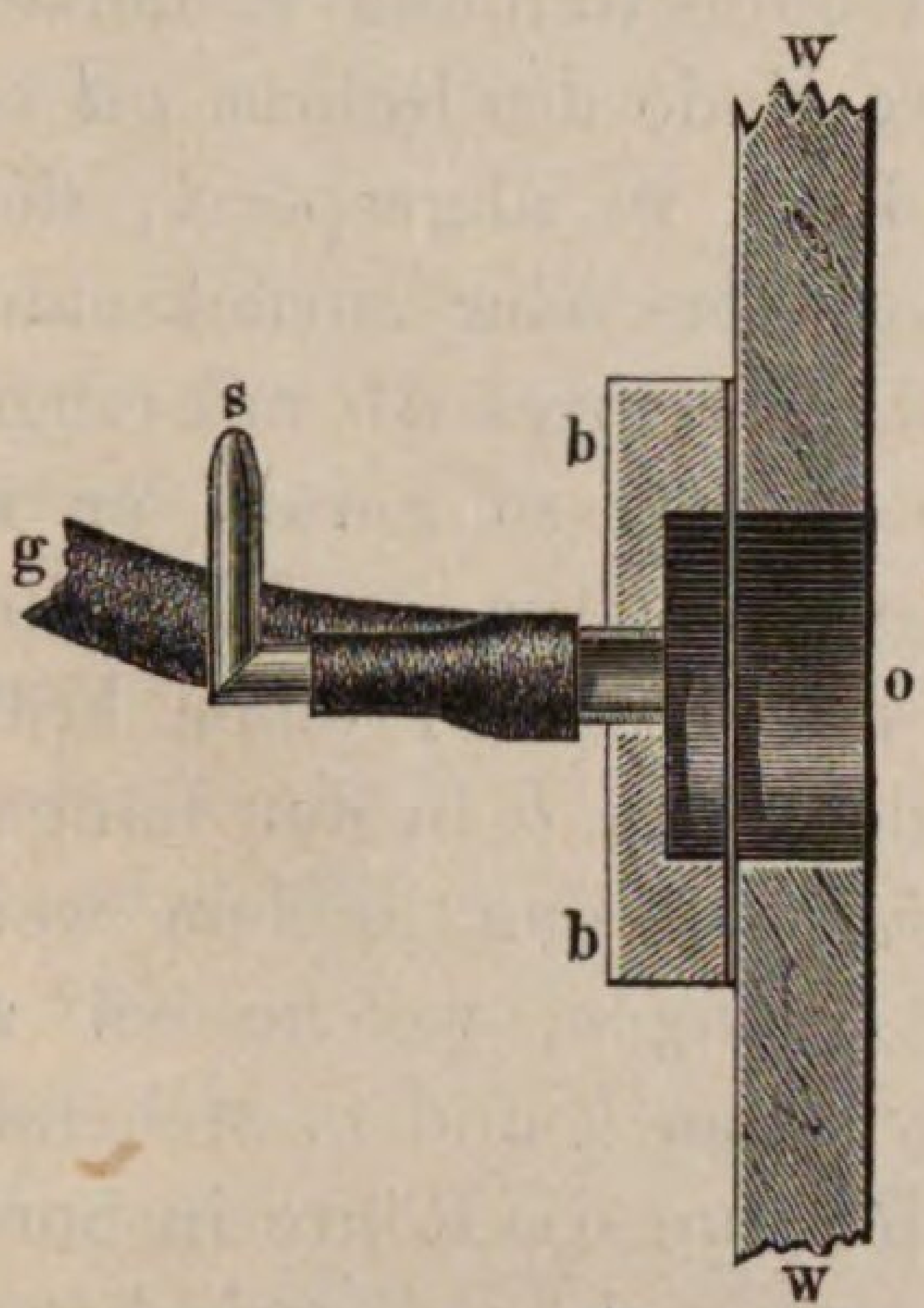


Für den tiefsten Ton der Röhre bleibt der Sand ruhig liegen, wenn sich das Rähmchen in der Mitte der tönenden Luftsäule befindet, wie Fig. 501 andeutet; an der gleichen Stelle kommt aber der Sand sogleich in lebhafte Bewegung, wenn durch stärkeren Wind die Octave des Grundtones erzeugt wird, während man in gleicher Weise für diesen höheren Ton die Schwingungsknoten bei *a* und *b* nachweisen kann.

Sehr schön lassen sich die Schwingungsknoten mittelst der manometrischen Flammen von König nachweisen. An eine offene Orgelpfeife, welche in Fig. 502 so dargestellt ist, dass ihre horizontalen Dimensionen in $^1/_5$, die verticalen aber in $^1/_{10}$ der natürlichen Grösse aufgetragen sind, ist seitlich ein Kästchen *kk* aufgeschraubt, in welches durch einen an das Röhrchen *z* anzusteckenden Gummischlauch Leuchtgas einströmt. Aus dem Kästchen *kk* wird dann das Gas durch drei kurze Röhrchen in die

kleinen Holzkästchen *a*, *b* und *c* geleitet, aus welchen es endlich durch drei kleine Brenner ausströmt. Die Mitte von *a* befindet sich an der Stelle, an welcher sich in der Pfeife ein Schwingungsknoten bildet, wenn sie ihren Grundton giebt. An der Stelle der Schwingungsknoten, welche der Octav des Grundtons entsprechen, sind die Kästchen *b* und *c* aufgeschraubt. An der Stelle dieser Kästchen ist die Wand der Pfeife durchbohrt, die Höhlung des Kästchens aber ist von der Luft in der Röhre durch eine dünne Kautschukplatte getrennt, wie man dies in Fig. 503 sieht, welche ein Gaskästchen sammt Brenner in $^1/_2$ der natürlichen Grösse darstellt. Wenn die Röhre nicht tönt, sind die Flammen der drei Brenner ganz gleich; giebt die Pfeife ihren Grundton, so gerathen alle drei Flammen in eine zitternde Bewegung; für die mittlere Flamme ist dies am bedeutendsten, weil sich das mittlere Kästchen an der Stelle eines Schwingungsknotens, also da befindet, wo Verdichtung und Verdünnung stärker auftreten, als an irgend einer anderen Stelle der Röhre. Hat man den Gaszufluss so geregelt, dass die drei Flämmchen klein genug sind, so löscht die mittlere beim Ertönen des Grundtons aus. Für die Octav des Grundtons brennt die mittlere Flamme ruhig, weil sie sich an der Stelle eines Bauches befindet, während die beiden anderen, welche jetzt an der Stelle von Knoten stehen, lebhaft erzittern oder selbst ausgelöscht werden.

Fig. 503.

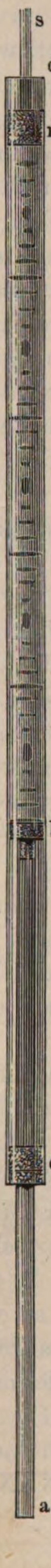


Der Mund der Pfeife ist auf derselben Seite angebracht, auf welcher das Kästchen *kk* angeschraubt ist. Die gegenüberstehende Wand (in unserer Figur die Wand rechts) ist durchbrochen und durch eine Glasplatte geschlossen, damit man mit diesem Apparat auch den durch Fig. 501 erläuterten Versuch anstellen kann.

Wenn man die manometrischen Flammen tönender Pfeifen durch rotirende Spiegel untersucht, so erhält man ähnliche Resultate, wie wir sie bereits bei den singenden Flammen kennen gelernt haben. Wenn man auf derselben Windlade zwei offene Pfeifen aufsetzt, von welchen die eine die Octav der anderen giebt und deren jede in ihrer Mitte (also im Schwingungsknoten ihres Grundtons) mit einem manometrischen Kästchen versehen ist, so sieht man im Spiegel die in Fig. 491 S. 443 dargestellte Erscheinung, dass die eine Flammenreihe doppelt so viel Zähne zeigt als die andere, wenn man mittelst eines Kautschukröhrchens dafür gesorgt hat, dass sich der Brenner der einen Pfeife nahe unter dem der anderen befindet.

Eine weitere Methode, die Schwingungsknoten in tönenden Luftsäulen sichtbar zu machen, hat K u n d t angegeben (Pogg. Ann. CXXXV).

Fig. 504.



Um die Luft in einer längeren Röhre in stehende Schwingungen zu versetzen, wird auf der einen Seite derselben die Hälfte einer engeren Glasröhre *ab*, Fig. 504, von ungefähr 1 cm äusserem Durchmesser und 1 m Länge mittelst eines wohl schliessenden Korkes bei *c*, welcher auf der Mitte der Röhre *ab* festsitzt, in die etwas weitere Röhre *cd* eingeführt. An das Ende *b* der engeren Röhre ist ein Kork angesetzt, dessen Gestalt aus der Figur zu ersehen ist und dessen breiterer Theil zwar in den Querschnitt der weiteren Röhre passt, sich aber doch ohne Reibung in derselben verschieben lässt. Das andere Ende des Rohres *cd* ist durch einen wohl schliessenden Kork *m* abgesperrt, den man mittelst des Stäbchens *s* etwas vor- oder zurückschieben kann. Wird der äussere Theil des Rohres *ab* mit einem befeuchteten wollenen Lappen gerieben, so geräth er in Longitudinalschwingungen (die wir später ausführlicher betrachten werden) und lässt in Folge dessen einen kräftigen Ton hören. Dabei vibrirt der Kork *b* in der Längsrichtung der Röhre und seine Stösse werden in dem weiteren Röhrenstück Schallwellen erzeugen, welche bei *m* reflectirt werden, so dass sich zwischen *b* und *m* stehende Schwingungen bilden. Befindet sich nun die Röhre in horizontaler Lage und ist auf der ganzen Länge zwischen *b* und *m* ein feiner Staub (*Semen Lycopodii*, Kieselerde, am besten Korkstaub) verbreitet, so sammelt er sich in Querlinien, welche vorzugsweise in den Bäuchen ausgebildet erscheinen, während in den Knotenpunkten der Staub einfach angehäuft wird oder auch Ringe bildet. Der Abstand zweier auf einander folgender Knoten oder zweier auf einander folgender Bäuche ist gleich $^1/_2$ Wellenlänge des Tones in der Luft.

Am regelmässigsten bilden sich die Staubwellen in *bm*, wenn die Länge dieses Röhrenstückes möglichst genau ein Vielfaches der zugehörigen Luftwelle ist.

Kundt hat die Röhre *cd* mit zwei Seitenröhrchen versehen, mittelst deren man sie evacuiren und mit einem anderen Gase füllen kann. Je nachdem *cd* mit anderen Gasen gefüllt ist, ergeben sich verschiedene Werthe für die Wellenlänge desselben Tones, also auch verschiedene Werthe für die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalles in diesen Gasen. Für Kohlensäure rücken die Maxima der Staubanhäufung näher zusammen, für Leuchtgas und Wasserstoffgas rücken sie weiter auseinander.

Bezeichnen wir die Länge einer Staubwelle für Luft mit 1, so ist dieselbe in dem gleichen Apparat für Kohlensäure

0·8, für Leuchtgas 1·6, für Wasserstoffgas 3·56. Danach ergiebt sich für die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalles in Kohlensäure 333 . 0·8 = 266 m, in Leuchtgas 333 . 1·6 = 532·8 m und in Wasserstoffgas 333 . 3·56 = 1186 m.

Dichtigkeitsänderungen in den Knotenpunkten. Die im vorigen Paragraphen besprochenen Versuche beweisen unzweifelhaft, dass in den Knotenpunkten tönender Luftsäulen abwechelnd Verdichtungen und Verdünnungen der Luft stattfinden; sie geben aber keine Auskunft über die Grösse dieser Dichtigkeitsänderungen, welche Kundt durch Anwendung von Wassermanometern ermittelt hat (Pogg. Ann. CXXXIV). 171

Setzt man ein Wassermanometer einfach an der Stelle eines Knotenpunktes in die Wand einer tönenden Luftsäule ein, so kann es freilich seinen Stand nicht dauernd ändern, ja es wird nicht einmal in Schwankungen gerathen, weil Verdichtung und Verdünnung viel zu rasch abwechseln, als dass die Wassersäule denselben folgen könnte. Verbindet man aber nach Kundt das Manometer mit einem Ventil, welches durch einen stärkeren Luftdruck von Seiten der Pfeife her gegen das Manometer gehoben wird, sich also nur in solchen Momenten öffnet, für welche in dem entsprechenden Knotenpunkte eine Verdichtung eintritt, so muss das Manometer steigen, bis seine Höhe dem Dichtigkeitsmaximum der Luft in dem Knotenpunkt entspricht. — Hat man dagegen dem Ventil die entgegengesetzte Lage gegeben, so wird es sich in den Momenten öffnen, in welchen im Knotenpunkte ein Luftverdünnung eintritt, in diesem Fall zeigt es also das Dichtigkeitsminimum der Luft in den Knotenpunkten an.

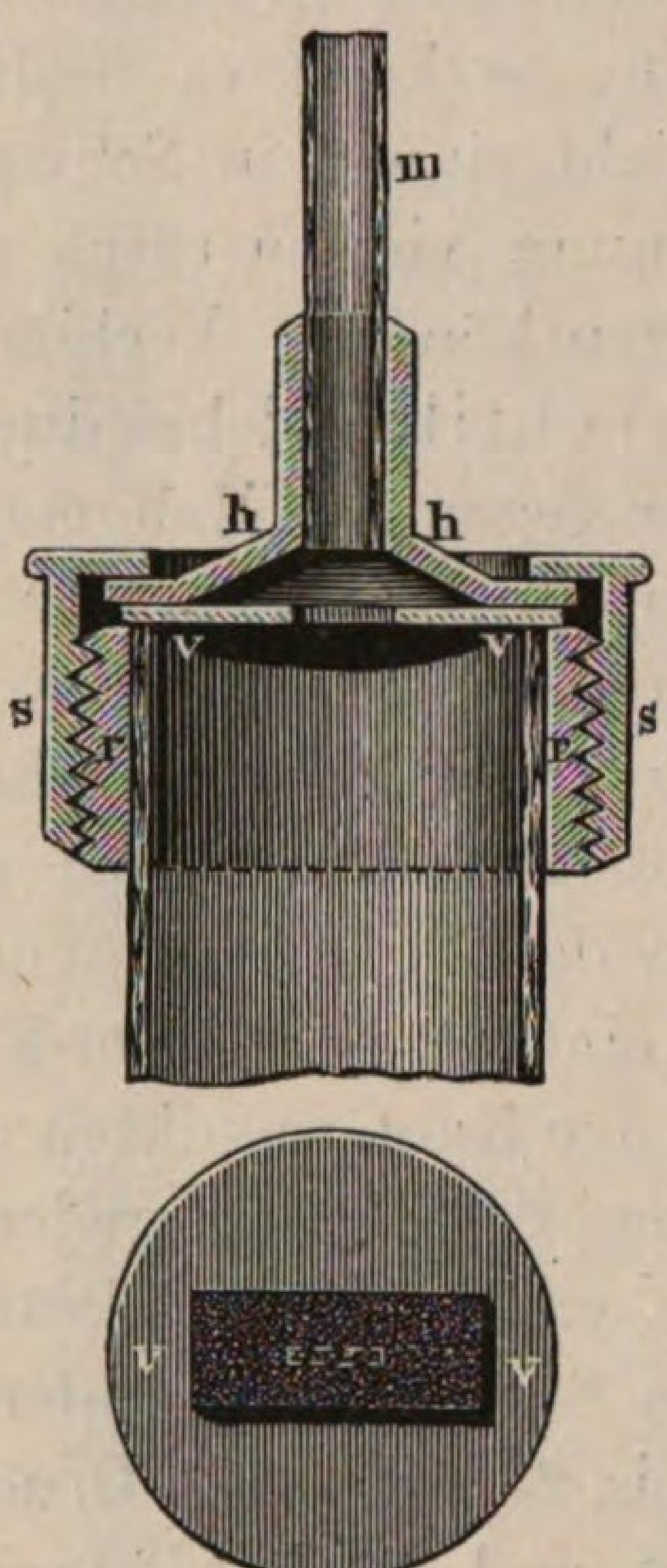
Als Kundt solche Ventilmanometer am oberen Ende einer gedeckten 30 cm langen gläsernen Orgelpfeife anbrachte, ergab sich bei kräftigem Ertönen ihres Grundtones in einem Falle ein Steigen, im anderen Fall ein Sinken des Wassermanometers von 20 bis 25 cm. Die Druckdifferenz zwischen dem Maximum der Verdichtung und der Verdünnung am Boden einer etwa 30 cm langen gedeckten Orgelpfeife kann also bei starkem Tönen gegen 60 cm Wasserdruck, also ungefähr $^1/_{13}$ Atmosphäre, betragen. Dieses Resultat zeigt, dass in unseren musikalischen Instrumenten, bei welchen die Luft den tönenden Körper bildet, die Dichtigkeitsänderungen derselben grösser sind, als man bisher anzunehmen geneigt war.

Die Ventilmanometer können auch statt an dem Ende einer gedeckten Pfeife in dem Knoten einer offenen Pfeife angebracht werden; in diesem Falle ergeben sich aber die Druckdifferenzen ungefähr nur halb so gross wie in dem oben betrachteten Falle.

Die Construction der Ventilmanometer, wie sie Kundt am oberen Ende einer gedeckten Pfeife anbrachte, wird durch Fig. 505 (a. f. S.) erläutert. Auf das Ende der gläsernen Röhre von einer etwas über 30 cm langen Orgelpfeife ist ein Ring *r* von Messing gekittet, dessen obere End-

flächen eben abgeschliffen und in dessen Umfang ein Schraubengewinde eingeschnitten ist. Auf den Rand dieses Ringes wird zunächst die Ventilplatte *v* und auf diese ein Messingstück gelegt, welches im Umfang eben und in dessen etwas erhabener Mitte das Manometerrohr *m* eingekittet ist. Das Messingstück *h* wird sammt der Ventilplatte *v* durch die Ueberfangschraube *s* auf den Rand des Glasrohres und des Ringes *r* aufgepresst. In die messingene Ventilplatte *v* ist ein Schlitz von 1 mm Breite und 5 bis 10 mm Länge eingeschnitten und über denselben eine leicht bewegliche Membran gespannt, die an beiden Enden auf die Platte aufgeklebt ist. Das Manometer zeigt das Maximum oder das Minimum des Druckes im Knotenpunkte an, je nachdem die Ventilplatte so gelegt ist, dass sich die Membran auf ihrer oberen oder auf ihrer unteren Seite befindet.

Fig. 505.



Für die Membranen der Ventile wandte Kundt entweder sehr dünne Kautschukstreifen oder Guttaperchapapier an. Die Spannung der kleinen Membran muss so gewählt sein, dass das Ventil mit dem Munde angeblasen einen Ton hören lässt, der nicht allzuweit von dem der Orgelpfeife entfernt ist.

Töpler und Boltzmann wandten zur Bestimmung der Dichtigkeitsänderungen der Luft am Boden einer gedeckten Pfeife eine sehr sinnreiche optische Methode an (Pogg. Ann. CXLI), welche aber zu complicirt ist und eine eingehendere Kenntniss der Interferenz der Lichtstrahlen voraussetzt, als dass sie hier besprochen werden könnte. Nach ihren Versuchen betrug die Dichtigkeitsänderung am Boden einer quadratischen 360 mm langen und 52 mm weiten Orgelpfeife $^1/_{26}$ bis $^1/_{23}$ Atmosphäre.

In seinen „Optisch-akustischen Versuchen, Prag 1873“ beschreibt Mach eine Modification der Töpler-Boltzmann'schen Methode, durch welche dieselbe auch für offene Orgelpfeifen anwendbar wird.

172 **Einfluss der Form der Pfeifen auf die Tonhöhe.** Die aus den vorhergehenden Paragraphen sich ergebende Folgerung, dass die Tonhöhe einer Pfeife nur durch deren Länge bedingt sei, ist in der That nicht unbedingt für alle Gestalten der Pfeife richtig, indem die Tiefe der Pfeife, die Breite des Mundloches u. s. w. von wesentlichem Einfluss auf die Tonhöhe sind.

Savart hat gezeigt, dass zwei Pfeifen *a* und *b*, Fig. 506, welche gleiche Länge und gleiche Tiefe haben, welche aber ungleich breit sind, denselben Ton geben (vorausgesetzt, dass in beiden der Mund

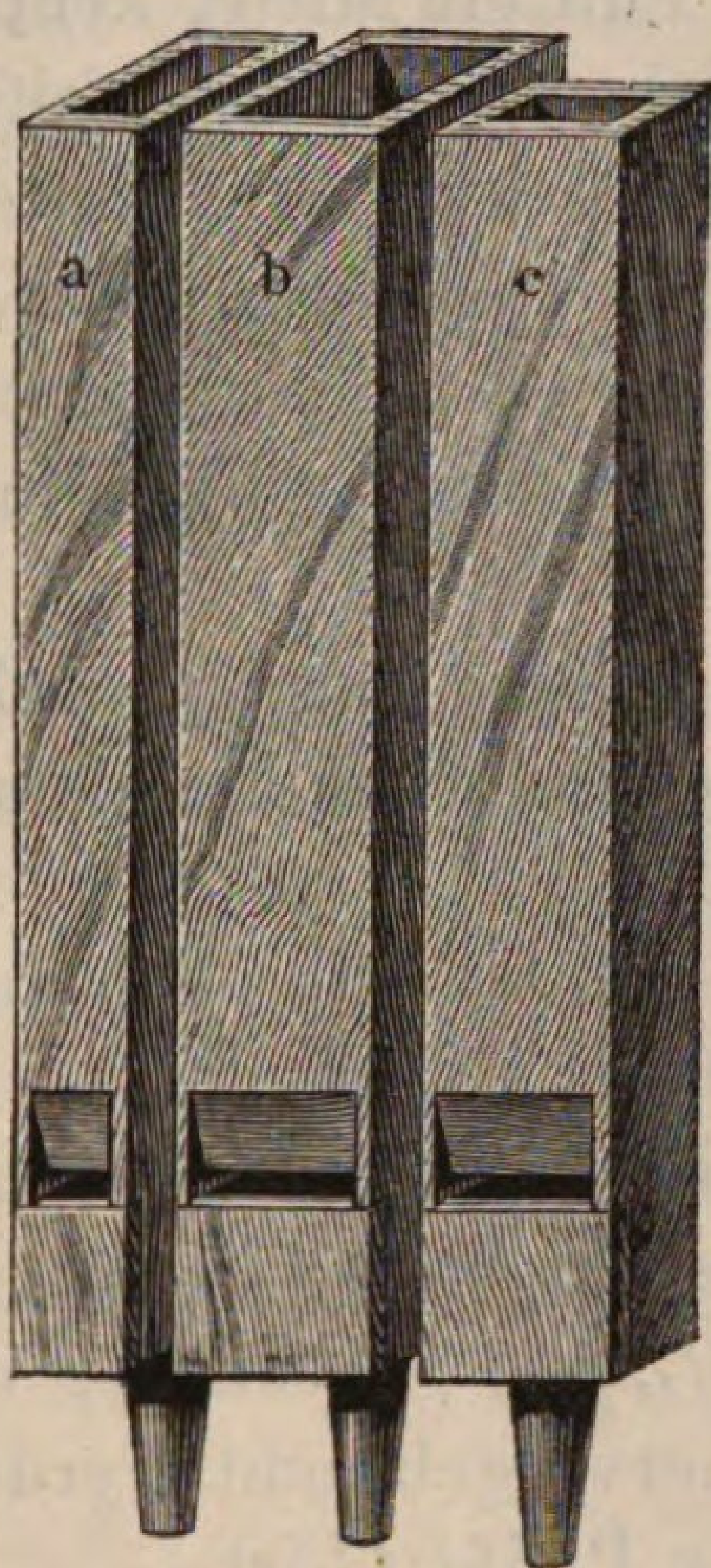
die volle Breite der Röhre einnimmt), nur ist der Ton der schmalen Pfeife schwächer.

Wenn aber bei gleicher Höhe und Breite die Tiefe zweier Pfeifen verschieden ist, wie z. B. bei den Pfeifen *b* und *c*, Fig. 506, so ist ihr Ton nicht mehr gleich, er ist höher für die Röhre von geringerer Tiefe, also in unserem Beispiel höher für die Pfeife *c* als für die Pfeife *b*.

Nach Bertsch ist die Tonhöhe zweier Pfeifen gleich, wenn für beide die Summe der Höhe und der doppelten Tiefe dieselbe ist. Demnach müsste eine Pfeife von 20 cm Länge und 2 cm Tiefe denselben Ton geben wie eine andere von 16 cm Länge und 4 cm Tiefe.

Wenn zwei Orgelpfeifen einander ähnlich sind, d. h. wenn die entsprechenden Dimensionen in gleichem Verhältniss stehen, und wenn der Mund bei verhältnissmässiger Grösse in beiden die gleiche Stellung hat, so verhalten sich die Schwingungszahlen ihrer Töne umgekehrt wie die entsprechenden Dimensionen. Eine Pfeife *A* giebt z. B. einen Ton, welcher die nächst niedere Octave des von einer Pfeife *B* gegebenen Tons ist, wenn *A* doppelt so lang, doppelt so breit und doppelt so tief ist als *B*.

Fig. 506.



Die Grösse und Stellung des Mundlochs hat einen sehr bedeutenden Einfluss auf die Tonhöhe der Pfeife. Es ist schon bemerkt worden, dass, wenn man die Weite des Mundlochs, d. h. die Entfernung der Lippen, vergrössert, die Röhre leichter ihren Grundton giebt; dass sie aber leichter die Obertöne giebt, wenn man das Mundloch enger macht. Einen anderen Einfluss übt die Breite des Mundlochs aus. Wenn z. B. in einer quadratischen Röhre das Mundloch die ganze Breite einer Seite hat, so erhält man einen höheren Ton, als wenn man das Mundloch schmäler macht; man kann auf diese Weise den Ton selbst bis zur Septime herunterstimmen, besonders wenn die Röhre fast cubisch ist. Deshalb bringen auch die Orgelbauer zu beiden Seiten des Mundlochs kleine Bleiplatten an, welche Ohren genannt werden und die man durch Biegen etwas nähert oder von einander entfernt, um die Tonhöhe zu reguliren.

Man weiss schon lange durch oft wiederholte Versuche, dass der Ton eines Hornes und einer Trompete von dem Stoff des Instrumentes und dem Grade der Härtung abhängt; ein Horn z. B., welches im Feuer gehärtet ist, ohne dass man seine Gestalt geändert hat, würde nur gedämpfte Töne geben. Die Orgelbauer kennen auch den Einfluss des Stoffes der Röhren auf die Natur des Tons, und sie versichern, dass man die Natur des Zinns an den Metallröhren oder die des Holzes an den Holzröhren

nur etwas zu verändern brauche, um das Instrument schlecht zu machen. Diese Beobachtungen sind durch die zahlreichen Versuche bestätigt worden, welche Savart mit Röhren von mehr oder weniger gespanntem Pergament und mehr oder weniger feuchtem Papier angestellt hat; er fand: 1) dass der Ton in quadratischen Röhren, deren Seite 2 cm und deren Höhe 30 cm beträgt, sich um mehr als eine Octave herunterstimmen lässt, wenn man das Papier, welches die Wände bildet, mehr und mehr anfeuchtet; dieses Papier war auf die festen Kanten des Prismas wie auf einen Rahmen aufgeklebt; 2) dass sich der Ton durch diese Mittel um so leichter herabstimmen lässt, je kürzer die Röhren sind; in kubischen Röhren kann man ihn um mehr als zwei Octaven herabstimmen; 3) dass man nur einen Theil der Wand aus Papier oder Pergament zu machen braucht, um den Ton herabzustimmen.

173 **Die musikalischen Töne.** Nachdem wir nun ein Mittel kennen gelernt haben, reine Töne hervorzubringen, nämlich durch Orgelpfeifen, nachdem wir gesehen haben, wie die Höhe und Tiefe dieser Töne von der Länge der Pfeifen abhängt, dass man also durch Verlängerung und Verkürzung der Röhren die Pfeifen beliebig stimmen kann, wollen wir nun die Tonreihe näher betrachten, welche in der Musik zur Anwendung kommt.

Gehen wir von dem Tone aus, den eine 1·26 m (4 Fuss) lange, gedeckte Pfeife als Grundton giebt; es ist dies ein Ton, welcher in der Musik mit C bezeichnet wird.

Fragen wir nach den harmonischen Tönen von C, d. h. nach denjenigen Tönen, die mit C zusammen einen angenehmen Eindruck auf das Ohr hervorbringen, so finden wir, dass es solche sind, deren Oscillationsgeschwindigkeit in einem einfachen Verhältnisse zu der von C steht; es sind diejenigen Töne, deren Wellenlänge $^1/_2$, $^2/_3$, $^3/_4$, $^4/_5$, $^5/_6$ von der des Tones C beträgt, die also durch solche Pfeifen hervorgebracht werden, deren Länge $^1/_2$, $^2/_3$, $^3/_4$, $^4/_5$, $^5/_6$ von der Länge der Pfeife C ist.

Da sich die Oscillationsdauer umgekehrt wie die Wellenlänge verhält, so macht also der erste der erwähnten Töne zwei Schwingungen, während C eine macht; dieser Ton heisst die Octave von C und er wird mit c bezeichnet.

Der Ton, dessen Wellenlänge $^2/_3$ von der des Tones C beträgt, macht 3 Oscillationen, während C deren 2 macht; dieser Ton ist die Quinte von C, er wird mit G bezeichnet.

Der Ton, dessen Wellenlänge $^3/_4$ von der des Tones C ist, macht 4 Schwingungen, während C deren 3 macht; er wird die Quarte von C genannt und mit F bezeichnet.

Der Ton, dessen Wellenlänge $^4/_5$ von der des Tones C ist, macht 5 Schwingungen, während C deren 4 macht; es ist die grosse Terz von C und wird mit E bezeichnet.

Der zuletzt erwähnte Ton, dessen Wellenlänge $^5/_6$mal so gross ist

als die von *C*, macht 6 Schwingungen, während *C* deren 5 vollendet; es ist dies die kleine Terz von *C*; sie wird mit *Es* bezeichnet.

Ebenso wie *C* seine Octav, Quint, Quart, grosse und kleine Terz hat, so giebt es auch eine Octav, Quint, Quart, grosse und kleine Terz von *c*.

Der Grundton *C* mit seiner grossen Terz *E* und seiner Quint *G* bilden den *C*dur-Accord.

Nach den eben angegebenen Verhältnissen machen gleichzeitig

C	*E*	*F*	*G*	*c*
1	$^5/_4$	$^4/_3$	$^3/_2$	2

Schwingungen.

Um die Reihe der Töne gehörig zu vervollständigen, müssen nun aber *E*, *F* und *G* ebenso ihre Accorde, also ihre Terz und Quint haben wie *C*.

Die Quint von *G* ist ein Ton, welcher $^3/_2$mal so viel Schwingungen macht als *G*; auf eine Schwingung von *c* kommen also $^3/_2 \cdot {}^3/_2 = {}^9/_4$ Schwingungen des fraglichen Tones, den wir mit *d* bezeichnen wollen. Die nächst tiefere Octav von *d*, welche mit *D* bezeichnet wird, macht also $^9/_8$ Schwingungen, während *C* eine vollendet.

Die grosse Terz von *G*, die man mit *H* bezeichnet, macht $^5/_4$mal so viel Schwingungen als *G*, also $^3/_2 \cdot {}^5/_4 = {}^{15}/_8$mal so viel Schwingungen als *C*.

Die Schwingungszahl der Quint von *F* ist $^4/_3 \cdot {}^3/_2 = 2$, die Octav von *C* ist also zugleich die Quint von *F*.

Die Schwingungssahl der grossen Terz von *F*, eines Tones, den man mit *A* bezeichnet, ist $^4/_3 \cdot {}^5/_4 = {}^5/_3$mal so gross als die Schwingungszahl von *C*.

So haben wir denn eine Reihe von Tönen, welche den Namen der diatonischen Tonleiter führt. Es machen gleichzeitig

C	*D*	*E*	*F*	*G*	*A*	*H*	*c*	*d . . . g*
1	$^9/_8$	$^5/_4$	$^4/_3$	$^3/_2$	$^5/_3$	$^{15}/_8$	2	$^9/_4$ 3

Schwingungen. *D* ist die Second, *A* ist die Sext, *H* ist die Septime und *g* (die Quint der Octav) ist die Duodecime des Grundtons *C*. Auf eine Schwingung von *C* kommen 3 Schwingungen seiner Duodecime.

Die Abstände je zwei zweier auf einander folgender Töne dieser Reihe sind nicht gleich. In der folgenden Reihe giebt der zwischen zwei Buchstaben etwas tiefer gesetzte Bruch an, wie vielmal grösser die Schwingungszahl eines Tones ist als die des nächst niedrigeren:

C		*D*		*E*		*F*		*G*		*A*		*H*		*c*;
	$^9/_8$		$^{10}/_9$		$^{16}/_{15}$		$^9/_8$		$^{10}/_9$		$^9/_8$		$^{16}/_{15}$	

in gleichen Zeiten macht also *D* $^9/_8$mal so viel Schwingungen als *C*, *E* $^{10}/_9$mal so viel als *D*, *F* $^{16}/_{15}$mal so viel als *E* u. s. w.

Das Intervall von *C* zu *D*, von *D* zu *E*, von *F* zu *G*, von *G* zu *A*, von *A* zu *H* heisst ein ganzer Ton. Man unterscheidet aber grosse ganze Töne, wenn das Intervall $^9/_8$, und kleine, wenn es $^{10}/_9$ beträgt.

Nach den Bezeichnungen, welche wir soeben kennen gelernt haben, können wir nun auch die Obertöne der Pfeifen genauer bezeichnen. Bei einer offenen Röhre nämlich ist der erste Oberton die Octave, der zweite Oberton aber die Duodecime (oder Quinte der Octave) des Grundtons, während bei einer gedeckten Pfeife der erste Oberton die Duodecime des Grundtons ist.

Bezeichnen wir mit m und n zwei Töne, von welchen der eine um einen kleinen, der andere um einen grossen ganzen Ton höher ist, als ein dritter Ton r, so verhalten sich die Schwingungszahlen von m und n wie $\frac{10}{9}$ zu $\frac{9}{8}$, das Intervall dieser beiden Töne, welches als Comma bezeichnet wird, ist also $\frac{9}{8} : \frac{10}{9} = \frac{81}{80}$; es ist so klein, dass man in der musikalischen Praxis den Unterschied zwischen grossen und kleinen ganzen Tönen vernachlässigen kann.

Das Intervall zwischen E und F, so wie das zwischen H und c ist $\frac{16}{15}$, also grösser als das Intervall $\sqrt{\frac{10}{9}}$, welches wir erhalten, wenn wir das Intervall eines ganzen Tones in zwei gleiche Theile theilen. Bezeichnen wir die Schwingungszahl eines Tones T mit z, so ist die Schwingungszahl eines um $^1/_2$ Ton höheren $z\frac{16}{15}$, und wenn wir von diesem aus abermals um $^1/_2$ Ton aufsteigen, so kommen wir zu einem Ton, dessen Schwingungszahl $z\frac{16^2}{15^2} = z\frac{256}{225}$ ist, während die Schwingungszahl desjenigen Tones, welcher um einen kleinen ganzen Ton höher ist als T, gleich $z \cdot \frac{10}{9}$ oder $z \cdot \frac{250}{225}$ ist.

Das Intervall eines kleinen ganzen Tones lässt sich in zwei ungleiche Intervalle zerlegen, von denen das eine $\frac{25}{24}$, das andere $\frac{16}{15}$ ist, denn es ist $\frac{25}{24} \cdot \frac{16}{15} = \frac{10}{9}$. Das Intervall $\frac{25}{24}$ wird als kleiner halber Ton bezeichnet.

Der Uebersicht wegen folgt hier der Werth der eben besprochenen Intervalle in Decimalbrüchen ausgedrückt:

$$\frac{9}{8} = 1{\cdot}12500 \qquad \frac{25}{24} = 1{\cdot}04166$$

$$\frac{10}{9} = 1{\cdot}11111 \qquad \frac{16^2}{15^2} = 1{\cdot}13777$$

$$\frac{16}{15} = 1{\cdot}06666 \qquad \frac{81}{80} = 1{\cdot}01250.$$

Die oben angeführte Reihe von Tönen ist aber ungenügend, wenn man, wie es die Musik verlangt, von jedem beliebigen Ton ausgehend nach dem Gesetz der diatonischen Tonleiter, also in folgender Ordnung der Intervalle

$$1,\ 1,\ {}^1/_2,\ 1,\ 1,\ 1,\ {}^1/_2$$

soll aufsteigen können (es bezeichnet hier, den Unterschied zwischen grossen und kleinen ganzen Tönen unberücksichtigt lassend, 1 einen ganzen und $^1/_2$ einen halben Ton).

Will man z. B. den Ton *G* zum Ausgangspunkt der diatonischen Tonleiter machen, so haben wir in obiger Tonreihe in der That, wie es das Gesetz der diatonischen Tonleiter fordert, zunächst zwei Intervalle von einem ganzen Ton, nämlich *G* zu *A*, *A* zu *H*; dann einen halben Ton *H* zu *c*; dann wieder zwei Ganze *c* zu *d* und *d* zu *e*. Nun aber folgt in der Tonleiter auf Seite 457 der Ton *f*, welcher um $^1/_2$ Ton höher ist als *e*, während in der von *G* ausgehenden diatonischen Tonleiter ein Ton folgen muss, welcher um einen ganzen Ton höher ist als *e*. Diesen Ton nun erhält man, wenn man zwischen *f* und *g* den Ton *fis* einschaltet, dessen Schwingungszahl $\frac{25}{24}$mal grösser ist, als die von *f*. Das Intervall von *e* zu *fis* ist alsdann ein ganzer, das von *fis* zu *g* ist ein halber Ton. Die von *G* ausgehende diatonische Tonleiter ist also

G A H c d e fis g.

Um von *D* aus nach dem Gesetz der diatonischen Tonleiter aufsteigen zu können, muss man zwischen *c* und *d* den Ton *cis* einschalten u. s. w.

Die verschiedenen Molltonleitern erfordern die Einschaltung von Tönen, welche um einen kleinen halben Ton tiefer sind als die einzelnen Töne der *C*dur-Tonleiter und welche durch ein angehängtes *es* bezeichnet werden. So ist *des* ein Ton, dessen Schwingungszahl $\frac{24}{25}$mal kleiner ist als die von *d*, *ges* ist um einen kleinen halben Ton tiefer als *g* u. s. w.

Man sieht also, dass die Töne *cis* und *des*, *fis* und *ges* u. s. w. streng genommen keineswegs identisch sind.

Musikalische Temperatur. Bei Instrumenten, für welche es, wie bei der Violine, in der Gewalt des Spielers liegt, die Tonhöhe nach Belieben zu reguliren, kann man jede Tonleiter in voller Reinheit spielen. Bei Instrumenten mit fester Stimmung aber, bei welchen man auf eine begränzte Anzahl gegebener Töne beschränkt ist, wie bei dem Clavier, ist es nicht immer möglich, die volle Reinheit der Intervalle zu wahren, selbst wenn man den Unterschied zwischen kleinen und grossen ganzen Tönen vernachlässigt. So ist zwischen je zwei ganzen Tönen des Claviers nur ein Ton eingeschaltet, es wird also ein und derselbe Ton für *cis* und *des*, ein und derselbe für *fis* und *ges* u. s. w. gebraucht. 174

Wenn der Grundton 1 Schwingung in einer bestimmten Zeit macht, so muss seine grosse Terz in derselben Zeit $^5/_4$, die grosse Terz dieses Tones $^5/_4 \cdot {}^5/_4$ oder $^{25}/_{16}$, und die Terz dieses Tones endlich $^5/_4 \cdot {}^5/_4 \cdot {}^5/_4$ oder $^{125}/_{64}$ Schwingungen machen. Der letztere Ton stimmt nun nicht genau mit der Octav des Grundtons überein, welcher $^{128}/_{64}$ Schwingungen entsprechen; wenn man also in reinen Terzen fortschreitet, so kommt man nicht zur reinen Octav, und will man die Reinheit der Octaven wahren, so muss man von der vollkommenen Reinheit der Terzen abstrahiren. Aehnliches ergiebt sich beim Fortschreiten nach reinen Quinten. Man ist deshalb, um die Reinheit der Octaven zu erhalten, genöthigt, in der Musik die Töne etwas höher oder tiefer zu stimmen, als es die reinen Terzen oder Quinten verlangen; man muss, wie die Musiker sagen, den Ton etwas oberhalb oder unterhalb schweben lassen. Diese Ausgleichung nennt man die Temperatur. Die nähere Besprechung der verschiedenen Arten der Temperatur würde uns hier zu weit führen, es mag nur noch bemerkt werden, dass die sogenannte gleichschwebende Temperatur die einfachste und auch die verbreitetste ist. Nach der gleichschwebenden Temperatur wird die ganze Octave in 12 vollkommen gleiche Intervalle abgetheilt, so dass die Differenz zwischen grossen und kleinen halben Tönen, sowie zwischen grossen und kleinen ganzen Tönen wegfällt.

Es sei n die Schwingungszahl des Grundtons, den wir mit c bezeichnen wollen, k das Intervall eines halben Tones nach der gleichschwebenden Temperatur, so sind die Schwingungszahlen der Töne der chromatischen, d. h. der nach halben Tönen fortschreitenden Tonleiter

c	n	*g*	nk^7
cis	nk	*gis*	nk^8
d	nk^2	*a*	nk^9
dis	nk^3	*ais*	nk^{10}
e	nk^4	*h*	nk^{11}
f	nk^5	c_1	nk^{12}.
fis	nk^6		

Da nun aber die Schwingungszahl von c_1 doppelt so gross ist als die von c, so haben wir

$$nk^{12} = 2n,$$
$$k^{12} = 2,$$
$$k = \sqrt[12]{2} = 1{\cdot}05946.$$

Die folgende Tabelle giebt in der zweiten Verticalreihe die Verhältnisse der Schwingungszahlen für die 12 Töne einer Octav nach der gleichschwebenden Temperatur, während in der letzten Verticalreihe die Verhältnisse der Schwingungszahlen des Grundtons zur reinen grossen Terz, zur reinen Quart und zur reinen Quint angegeben sind.

c	100000 . . .	100000
cis	105946	
d	112246	
dis	118921	
e	125992 . . .	125000
f	133484 . . .	133333
fis	141421	
g	149831 . . .	150000
gis	158740	
a	168179	
b	178180	
h	188775	
c_1	200000 . . .	200000

Wenn unser Ohr empfindlicher wäre, so würde es durch die erwähnte Unreinheit der Terzen und Quinten unangenehm afficirt werden, es würde kaum ein musikalischer Genuss möglich sein.

Die nach lauter halben Tönen fortschreitende Tonleiter wird, wie bereits bemerkt, die chromatische genannt.

Absolute Schwingungszahl der musikalischen Töne. 175

Aus Gleichung 2) Seite 417 ergiebt sich

$$z = \frac{n}{\lambda},$$

wir finden also die Schwingungszahl eines Tones, wenn wir seine Fortpflanzungsgeschwindigkeit durch seine Wellenlänge (in demselben Mittel) dividiren.

Für Luft ist, wie wir in §. 161 gesehen haben, $n = 330{\cdot}7$, wir haben also

$$z = \frac{330{\cdot}7}{\lambda}.$$

Die Wellenlänge eines Tones in der Luft ist aber nach §. 170 gleich der 4fachen Länge der gedeckten Pfeife, welche ihn (als ihren Grundton) giebt.

Der tiefste Ton, welcher in der Musik zur Anwendung kommt, ist der Grundton einer gedeckten 5·17 m (ungefähr 16 Fuss) langen Orgelpfeife. Für diesen Ton ist also $\lambda = 20{\cdot}68$ m, also seine Schwingungszahl

$$z = \frac{330{\cdot}7}{20{\cdot}68} = 16.$$

Im Ganzen umfasst die Musik 9 Octaven. Der erwähnte tiefste Ton einer früher als sechzehnfüssig bezeichneten gedeckten Pfeife wird mit $\underline{\underline{C}}$ oder bequemer mit C_{-3} bezeichnet.

Da dieser Ton nun 16 Schwingungen in der Secunde macht, so ist Folgendes die Schwingungszahl der auf einander folgenden Octaven dieses Tones:

Das Subcontra C	C_{-3} . . .	16
Das Contra C	C_{-2} . . .	32
Das grosse C	C_{-1} . . .	64
Das kleine C	c_0	128
Das eingestrichene C . . .	c_1	256
Das zweigestrichene C . .	c_2	512
u. s. w.		

Es ist hier die Bezeichnung c_1, c_2 u. s. w. statt der sonst gebräuchlichen $\bar{c}$, $\bar{\bar{c}}$ u. s. w. gesetzt, welche für höhere Octaven wegen der vielen horizontal über einander zu setzenden Striche unbequem wird.

Die hier angegebenen, nach den Potenzen von zwei fortschreitenden Tonhöhen sind von Sauveur vorgeschlagen und von Chladni adoptirt worden. Man nennt diese Stimmung auch wohl die physikalische. Sie bietet für die Berechnung manche Bequemlichkeit. Nach dieser Stimmung berechnet sich für das sogenannte Stimmgabel-a der eingestrichenen Octave also a_1 die Schwingungszahl $256 \cdot \frac{5}{3} = 426^2/_3$.

Die von Scheibler vorgeschlagene und auf der deutschen Naturforscherversammlung zu Stuttgart 1834 angenommene deutsche Stimmung normirte für a_1 die Schwingungszahl 440, der ein $c_1 = 264$ entsprechen würde. Die französische Stimmung, durch ein Decret vom 16. Februar 1859 gesetzlich eingeführt, normirt für das temperirte a_1 die Schwingungszahl 435. Da für dieses die relative Schwingungszahl (Seite 461) = 1·68179 beträgt, so ergiebt sich hieraus

$$\text{für } c_1 \quad \text{der Werth } \frac{435}{1{\cdot}68179} = 258{\cdot}65,$$

$$\text{für } C_{-2} \quad „ \quad „ \quad 32{\cdot}33.$$

176 **Genaue Bestimmung der absoluten Schwingungszahl der Töne.** Wir haben zwar gesehen, wie man die einem bestimmten Tone entsprechende Schwingungszahl aus der Länge der Pfeife ableiten kann, welche diesen Ton giebt; doch ist diese Methode nicht sehr genau. Genauere Resultate erhält man mit Hülfe der Sirene oder gezahnter Räder.

Cagniard la Tour ist der Erfinder der Sirene. Fig. 507 stellt eine solche dar, wie sie Stöhrer in Dresden in sehr übersichtlicher Form construirt. AA ist eine cylindrische Büchse von Messing, welche mittelst des Rohres BB luftdicht auf eine Windlade aufgesetzt werden kann.

In der oberen Deckplatte dieser Büchse befindet sich eine Reihe von Löchern, etwa 12, welche im Kreise um den Mittelpunkt herumstehen; dicht über dieser Deckplatte aber ist eine Messingscheibe ss angebracht, welche, um eine verticale Axe in Spitzen laufend, möglichst leicht beweg-

lich sein muss, und welche ebenfalls mit 12 gleichweit von einander abstehenden Löchern versehen ist, wie Fig. 509 zeigt, welche diese Platte von oben gesehen darstellt. Je nach der Stellung der beweglichen Platte sind alle 12 Oeffnungen der unteren gleichzeitig geöffnet oder gleichzeitig geschlossen.

Sowohl die Löcher der drehbaren Scheibe *ss* als auch die Löcher der darunter befindlichen Platte sind s c h r ä g gestellt, und zwar die der roti-

Fig. 507.

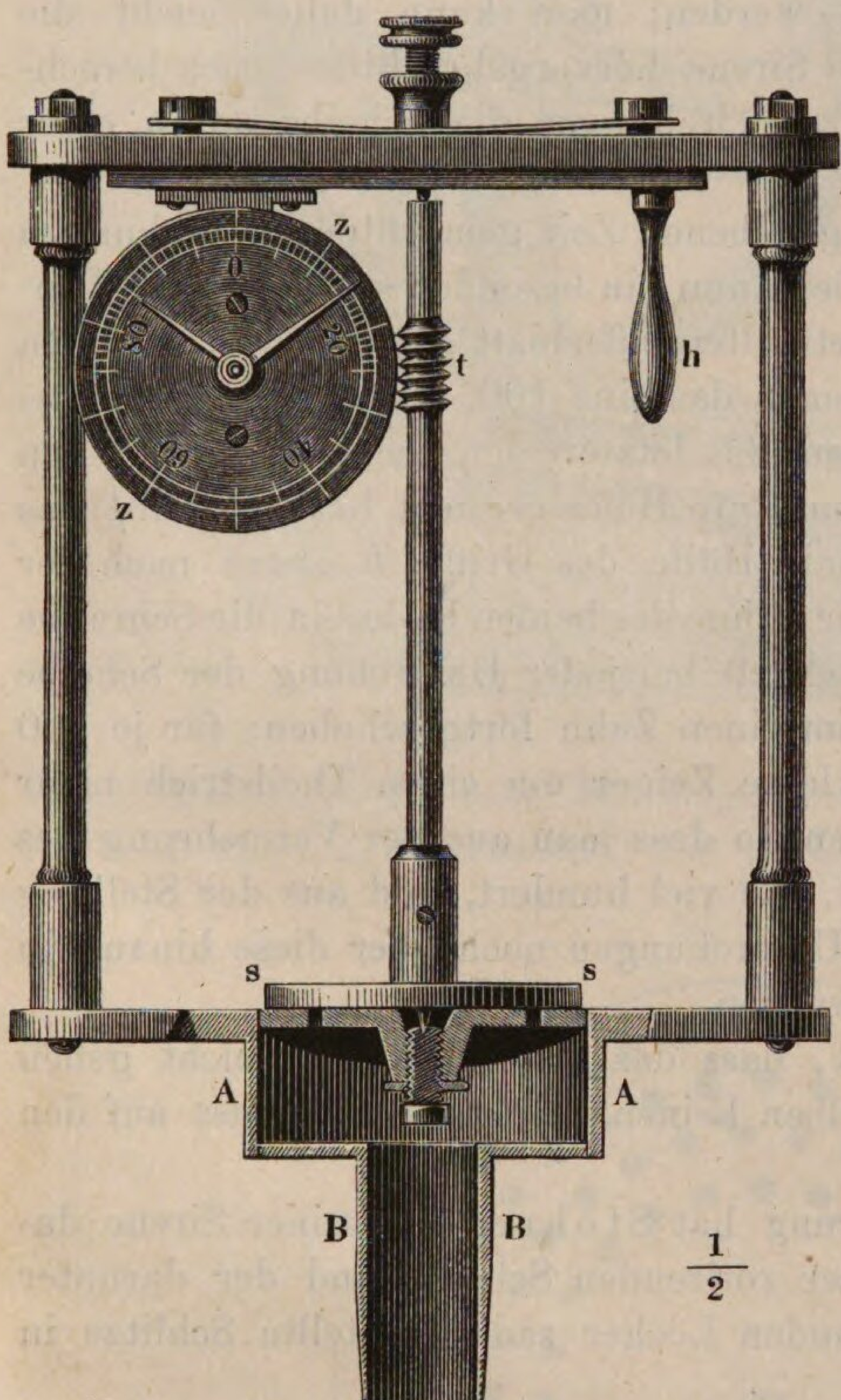


Fig. 508.

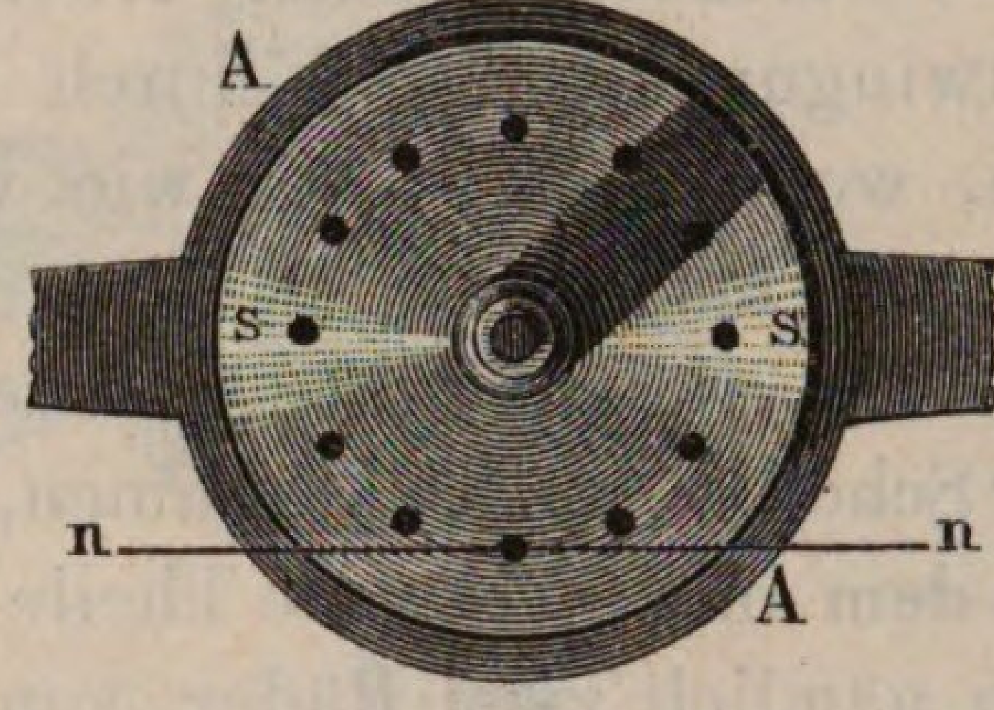
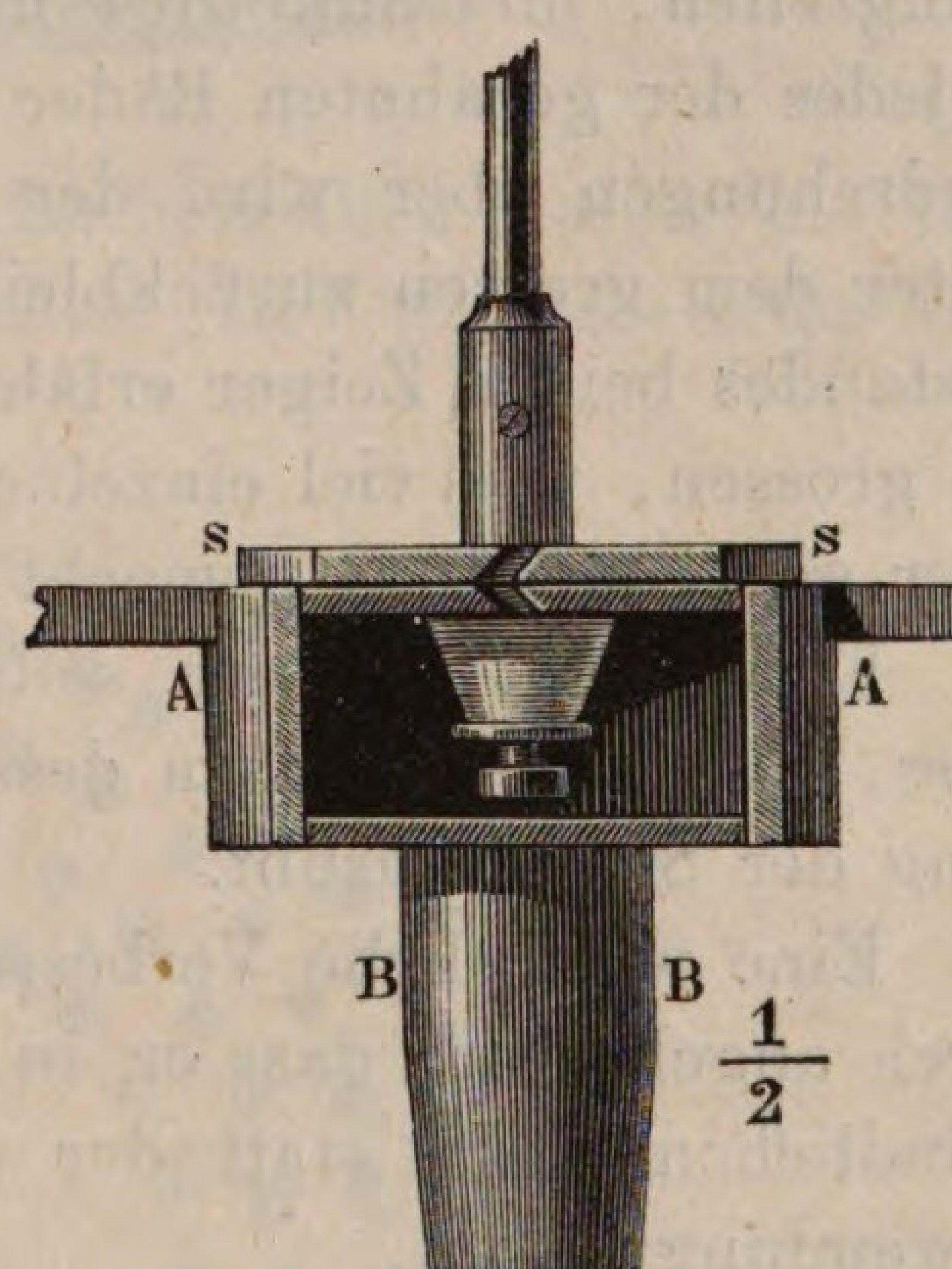


Fig. 509.



renden Platte *ss* in entgegengesetzter Richtung, wie die der Deckplatte der Büchse, wie man Fig. 509 sieht, welche einen Durchschnitt der Büchse *AA* nach der Linie *nn* der Fig. 508 darstellt. Es ist also klar, dass der Wind, welcher den Löchern der Deckplatte entströmt, gegen die Wände der Löcher der drehbaren Scheibe *ss* anstösst und diese dadurch in eine Rotation versetzt, deren Schnelligkeit von der Stärke des Windes abhängt.

Wird nun aus der Windlade Luft durch das Ansatzrohr *BB* eingeblasen, so beginnt die Scheibe *ss* sich zu drehen uud alsbald lässt sich ein anfangs tiefer Ton hören, welcher allmälig höher und stärker wird,

wenn die Rotationsgeschwindigkeit der Scheibe *ss* zunimmt, und welcher auf einer bestimmten Tonhöhe stehen bleibt, wenn Gleichgewichtszustand eingetreten ist zwischen der beschleunigenden Kraft des ausströmenden Windes und den zu überwindenden Widerständen.

Der Ton entsteht dadurch, dass jedesmal ein Luftstrom durch die Löcher der Scheibe *ss* hervordringt, wenn die Löcher der rotirenden Scheibe gerade über den Löchern der festen sich befinden; bei einer jeden Umdrehung der Scheibe *ss* werden also 12 solcher Stösse, also auch 12 Verdichtungswellen erzeugt werden; man kann daher leicht die Schwingungszahl des durch die Sirene hervorgebrachten Tones berechnen, wenn man weiss, wie viel Umdrehungen die Scheibe *ss* in einer Secunde macht.

Um die Zahl der in einer gegebenen Zeit gemachten Umdrehungen der Scheibe *ss* zu bestimmen, dient nun ein besonderes Zählerwerk. Hinter dem in 100 gleiche Theile getheilten Zifferblatt *zz*, Fig. 507, befinden sich nämlich zwei Räder, von denen das eine 100, das andere 99 Zähne hat; das erstere führt den grossen, das letztere den kleinen Zeiger. Wenn nun der Ton der Sirene eine constante Höhe erreicht hat, so wird das eben besprochene Zählerwerk mit Hülfe des Griffes *h* etwas nach der rechten Seite gezogen, so dass die Zähne der beiden Räder in die Schraube *t* eingreifen, und nun wird natürlich bei jeder Umdrehung der Scheibe *ss* jedes der gezahnten Räder um einen Zahn fortgeschoben; für je 100 Umdrehungen aber wird der kleine Zeiger um einen Theilstrich mehr hinter dem grossen zurückbleiben, so dass man aus der Vermehrung des Abstandes beider Zeiger erfährt, wie viel hundert, und aus der Stellung des grossen, wie viel einzelne Umdrehungen noch über diese hinaus in einer gegebenen Zeit gemacht wurden.

Es versteht sich von selbst, dass das Zählerwerk so leicht gehen muss, dass das Einsetzen desselben keinen merklichen Einfluss auf den Gang der Sirene ausübt.

Eine wesentliche Verbesserung hat Stöhrer an seiner Sirene dadurch angebracht, dass er in der rotirenden Scheibe und der darunter befindlichen Platte statt der runden Löcher radial gestellte Schlitze in Anwendung bringt.

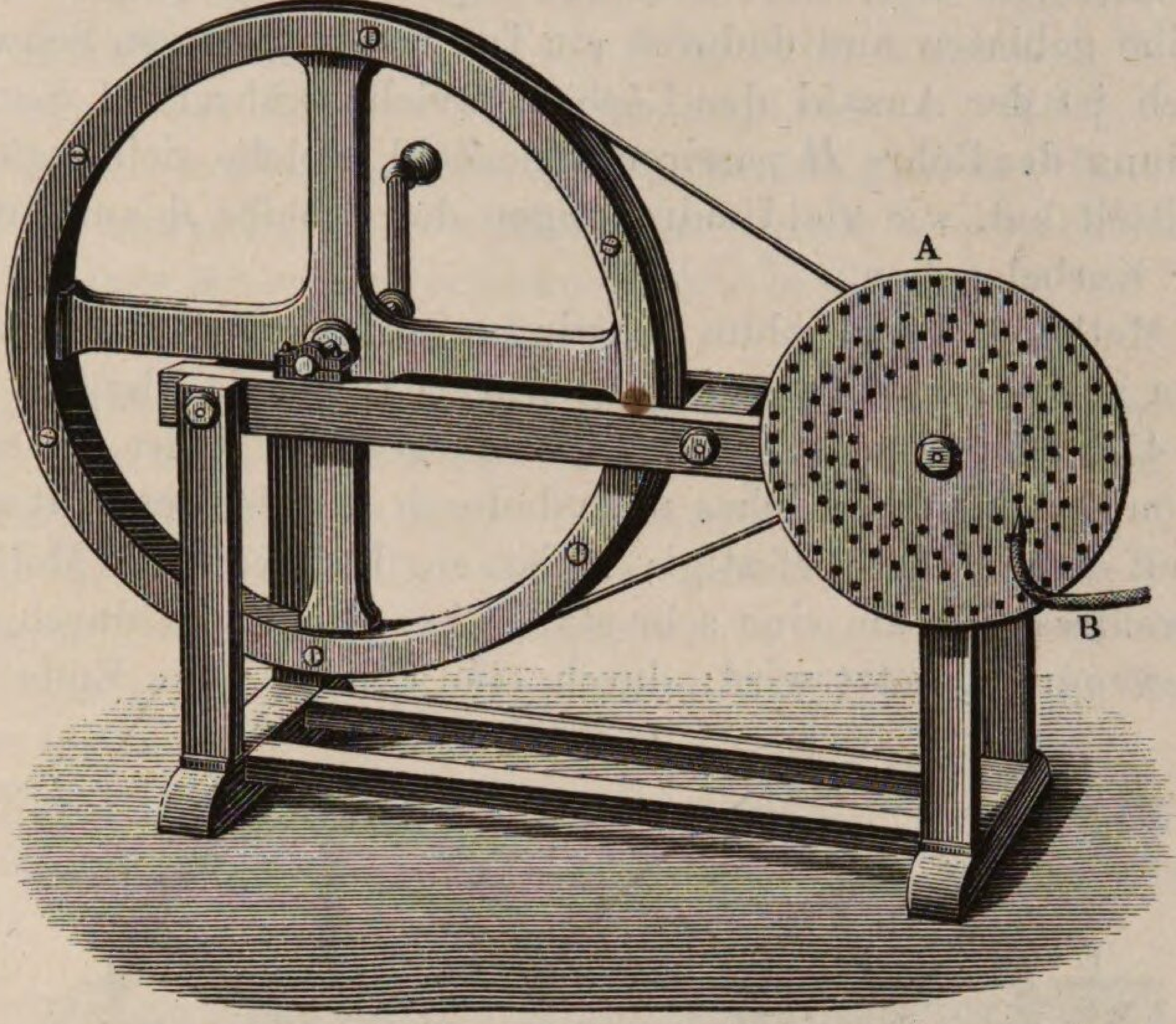
Dove hat eine Sirene mit mehreren Löcherreihen construirt, zu denen der Wind beliebig zugelassen oder abgesperrt werden kann. Gewöhnlich hat die innerste Löcherreihe 8, die zweite 10, die dritte 12 und die vierte 16 Löcher.

Eine sehr einfache Construction der Sirene, welche auch noch zu anderen akustischen Versuchen anwendbar ist, hat Seebeck angegeben.

Eine Scheibe *A*, Fig. 510, von starkem Pappendeckel, welche ungefähr 3 dm Durchmesser hat, ist mit ihrer Mitte auf einer eisernen Axe befestigt, welche durch die aus unserer Figur leicht verständliche Anordnung leicht in rasche Rotation versetzt werden kann. Auf dieser Scheibe sind 4 concentrische Löcherreihen eingeschlagen, wie Fig. 511 in

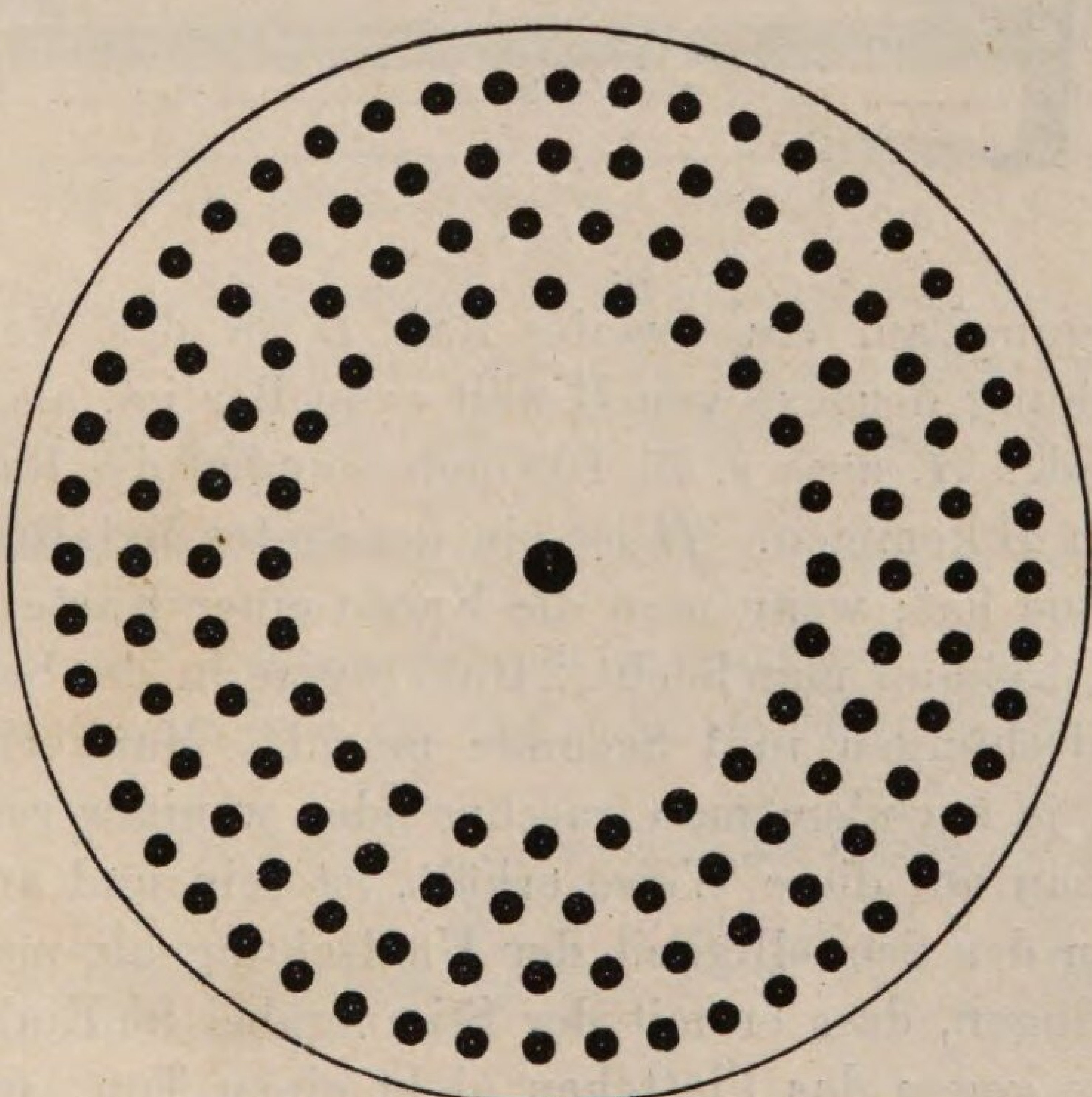
grösserem Maassstabe zeigt. Die innerste Reihe hat 48 in gleichen Zwischenräumen auf einander folgende Löcher, deren jedes ungefähr

Fig. 510.



5 mm Durchmesser hat. Die folgenden Löcherreihen haben der Reihe nach 60 und 72, die äusserste hat 96 Löcher. In Fig. 511 ist der Deut-

Fig. 511.

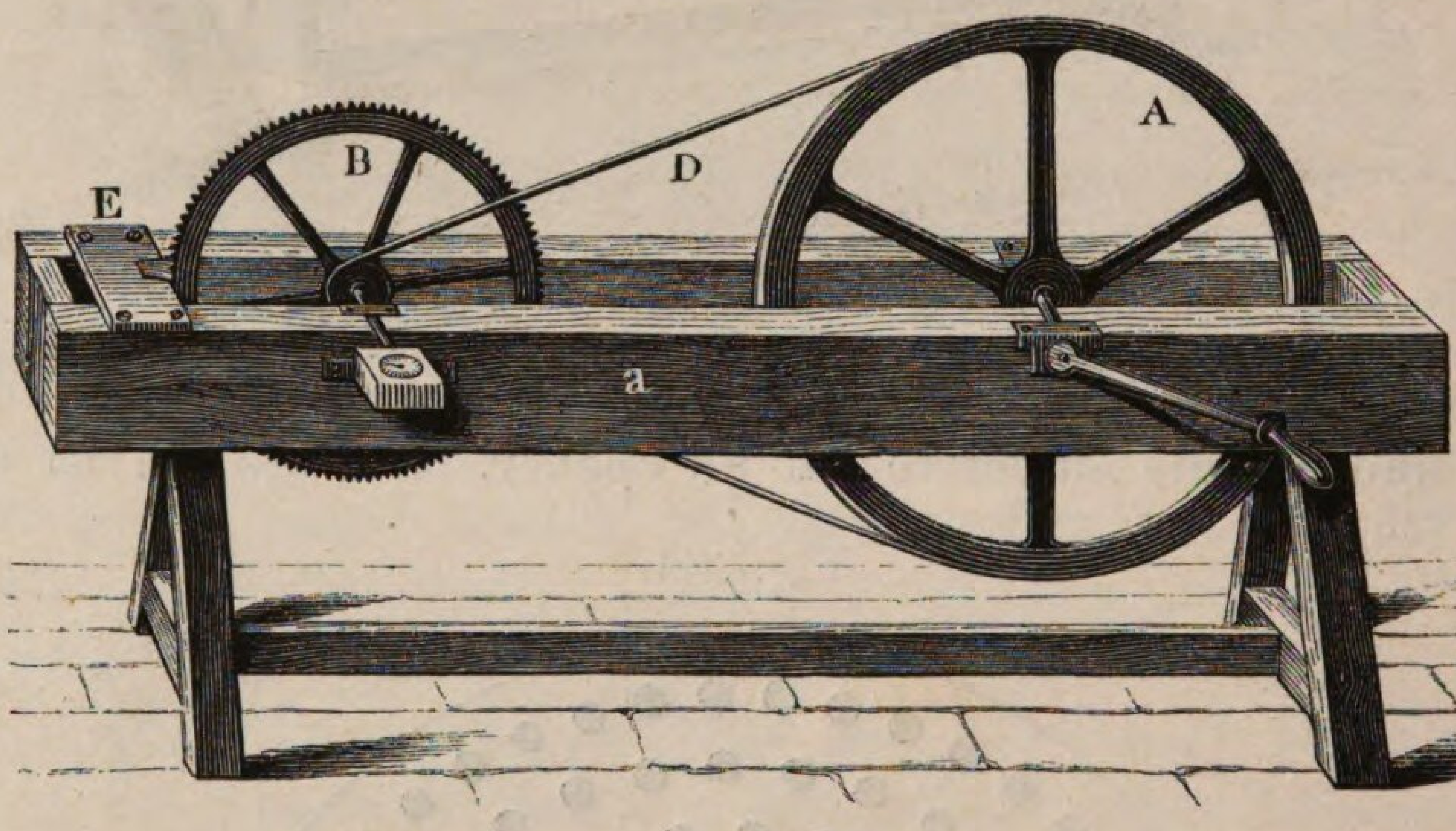


lichkeit wegen die Zahl der Löcher nur halb so gross als es eben angegeben wurde.

Durch ein Kautschukrohr *B*, in welchem ein Röhrchen eingesetzt ist, dessen Mündung etwas enger sein muss als der Durchmesser eines Loches, und welche ziemlich dicht an die Ebene der Scheibe hinzuhalten ist, wird nun ein Luftstrom gegen die in Rotation befindliche Löcherreihe geblasen und dadurch ein Ton erzeugt, dessen Schwingungszahl gleich ist der Anzahl der Löcher, welche während 1 Secunde vor der Mündung der Röhre *B* passiren, eine Zahl, welche sich ergiebt, wenn man ermittelt hat, wie viel Umdrehungen der Scheibe *A* auf eine Umdrehung der Kurbel gehen.

Die Methode, die absolute Schwingungszahl mit Hülfe gezähnter Räder zu zählen, rührt von Savart her (Annal. de Phys. et de Chim. T. 44 et 47): sein Apparat ist Fig. 512 dargestellt. *a* ist ein sehr festes Gestell von Eichenholz, welches noch dadurch stabiler gemacht wird, dass man es auf dem Boden befestigt; *A* ist ein Rad von 1·8 Meter Durchmesser, welches sich um eine sehr starke Axe dreht und durch eine Kurbel in Bewegung gesetzt wird; durch eine Schnur ohne Ende wird die

Fig. 512.



rotirende Bewegung auf ein zweites Rad *B* in der Weise übertragen, dass die Umdrehung der Axe von *B* weit schneller ist, als die Umdrehung der Axe des Rades *A*, dass z. B. 10 Umdrehungen des Rades *B* auf eine Umdrehung von *A* kommen. *B* ist ein gezahntes Metallrad, welches ungefähr 600 Zähne hat; wenn man die Kante einer Karte dem Stosse der Zähne aussetzt, so kann man leicht 24000 Stösse in der Secunde erhalten, wenn *A* 4 Umdrehungen in 1 Secunde macht. Man erhält mehr oder weniger Stösse, je nachdem man rascher oder weniger rasch dreht. Der Ton, welchen man auf diese Weise erhält, ist rein und andauernd, seine Höhe hängt von der Schnelligkeit der Umdrehung ab, man kann es also leicht dahin bringen, dass er mit der Stimmgabel im Einklange ist. Der Stoss der Zähne gegen das Plättchen giebt einen Ton, weil es dadurch in Schwingungen versetzt wird; während der Zahn vorübergeht, wird das Plättchen gehoben, geht aber in Folge seiner Elasticität zurück, ehe der folgende Zahn kommt. So erzeugt jeder vorübergehende Zahn einen Hin-

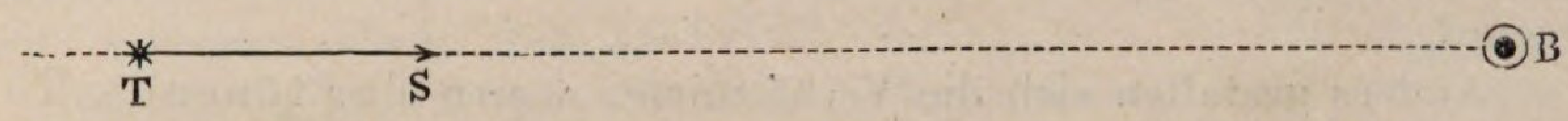
und Hergang des Plättchens, also eine Vibration; man hat also nur zu ermitteln, wie viel Zähne in einer gegebenen Zeit vorübergehen, um auch die Schwingungszahl des erzeugten Tones zu kennen; zu diesem Zwecke ist an der Axe des Rades *B* eine Schraube ohne Ende angebracht, welche ganz in ähnlicher Weise wie bei der Sirene ein Zählerwerk in Bewegung setzt. Savart hat auf diese Weise bestätigt, dass a_2 440 Schwingungen in der Secunde macht, wie man mit der Sirene gefunden hatte.

Weiter unten werden wir sehen, auf welche Weise man die Schwingungszahl einer Stimmgabel unmittelbar bestimmen kann.

Einfluss der Bewegung auf die Höhe des wahrgenommenen Tones. Doppler hat zuerst in seiner 1842 zu Prag erschienenen Schrift: „Das farbige Licht der Doppelsterne u. s. w.“ darauf hingewiesen, dass die Höhe des wahrgenommenen Tones eine andere sein müsse, wenn Beobachter und Tonquelle sich rasch einander nähern oder von einander entfernen, als wenn sie in unveränderter Entfernung von einander bleiben. 177

In Fig. 513 stelle *B* den ruhenden Beobachter, *T* aber die Tonquelle dar, welche sich mit solcher Geschwindigkeit gegen den Beobachter hin

Fig. 513.



bewegt, dass sie in einer Secunde den Weg $TS = a$ zurücklegt. Bezeichnen wir die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalles mit v, so ist die Zeit, welche der Schall braucht, um den Weg TS zurückzulegen, gleich $\frac{a}{v}$. Von dem Momente an, in welchem die durch den tönenden Körper bei T erzeugte Verdichtungswelle in *B* anlangt, bis zu dem Moment, in welchem *B* von der Schallwelle erreicht wird, welche der tönende Körper in dem Augenblicke erzeugt, in welchem er den Punkt S passirt, vergeht eine Zeit von $\left(1 - \frac{a}{v}\right)$ Secunden. Während nun der tönende Körper von T bis S fortschreitet, also während einer Secunde, macht derselbe z Vibrationen und die dadurch erzeugten Schallwellen schlagen innerhalb $\left(1 - \frac{a}{v}\right)$ Secunden an das Ohr des Beobachters in *B*, während einer Secunde wird also derselbe von $z' = \frac{z}{1 - \frac{a}{v}}$ Vibrationen getroffen werden. Während also der tönende Körper einen objectiven Ton von der Schwingungszahl z erzeugt, vernimmt der Beobachter in *B* einen subjectiven Ton, welcher der Schwingungszahl

$$z' = \frac{z}{1 - \frac{a}{v}} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad 1)$$

entspricht. Unter den bezeichneten Umständen ist also der subjective Ton höher als der objective. Für den Fall, dass sich der tönende Körper mit der Geschwindigkeit des Schalles bewegt, dass also $a = v$, ergiebt sich aus Gl. 1) der Werth $z' = \infty$, der Beobachter würde also gewissermaassen einen Ton von unendlicher Schwingungszahl wahrnehmen müssen, alle Schallwellen, welche der tönende Körper auf dem Wege von T nach S erzeugt, würden gleichzeitig an das Ohr des Beobachters in B anschlagen.

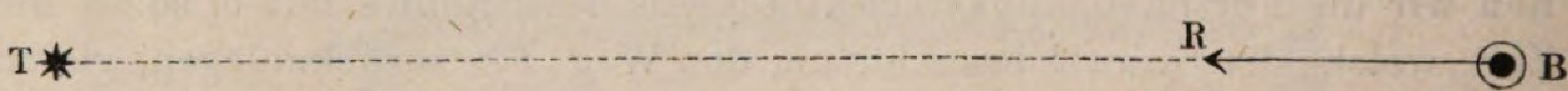
Für den Fall, dass der tönende Körper sich von dem ruhenden Beobachter entfernt, geht Gleichung 1) über in

$$z'' = \frac{z}{1 + \frac{a}{v}} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad 1a)$$

z'' ist also kleiner als z, der subjective Ton, welchen der Beobachter wahrnimmt, ist also tiefer als der objective. Wenn in diesem Falle $a = v$ wäre, so würde $z'' = 2z$, der ruhende Beobachter würde die nächst tiefere Octav des Tones hören, welchen der tönende Körper erzeugt.

Anders gestalten sich die Verhältnisse, wenn der tönende Körper ruhig bleibt, während der Beobachter sich bewegt. Während sich der Beobachter in einer Secunde um die Länge BR, Fig. 514,

Fig. 514.



welche auch hier mit a bezeichnet werden mag, dem tönenden Körper in T nähert, wird dieser n Verdichtungswellen erzeugen, das Ohr des Beobachters wird aber von mehr als n Verdichtungswellen getroffen und zwar wird dieser Ueberschuss gerade so gross sein als die Zahl der Vibrationen beträgt, welche der tönende Körper macht, während der Schall den Weg $BR = a$ zurücklegt. Um diesen Weg zurückzulegen, braucht der Schall $\frac{a}{v}$ Secunden und während dieser Zeit macht der tönende Körper $n\frac{a}{v}$ Vibrationen; die Zahl der Vibrationen also, welche an das Ohr des Beobachters anschlagen, während sich derselbe von B bis R bewegt, ist also

$$n' = n\left(1 + \frac{a}{v}\right) \quad \ldots \ldots \ldots \quad 2)$$

Auch hier ist der subjective Ton höher als der objective, er ist die Octave desselben, wenn $a = v$, wenn sich also der Beobachter mit der

Geschwindigkeit des Schalles dem tönenden Körper nähert. Wenn sich B von T entfernt, so geht die Gleichung 2) über in

$$n'' = n\left(1 - \frac{a}{v}\right) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 2a)$$

der subjective Ton wird tiefer als der objective. Für $a = v$ wird $n'' = 0$, die von T ausgehenden Schallwellen würden in diesem Falle den Beobachter gar nicht mehr erreichen.

Im Juni 1845 stellte Buys Ballot auf der Eisenbahn zwischen Utrecht und Maarsen eine Reihe von Versuchen zur Prüfung der Doppler'schen Theorie an und zwar so, dass entweder der Beobachter ruhend an der Eisenbahn postirt war, während die Tonquelle, eine Signaltrompete, sich auf der Locomotive befand, oder dass umgekehrt der Beobachter sich auf der Locomotive befand, während der Trompeter ruhend an der Eisenbahn stand. In der That beobachtete man eine Tonerhöhung, wenn eine Annäherung, eine Tonerniedrigung, wenn eine Entfernung zwischen Tonquelle und Beobachter stattfand. Für eine Geschwindigkeit der Locomotive von ungefähr 16 Metern in der Secunde betrug die beobachtete Tonerhöhung oder Erniedrigung den obigen Formeln entsprechend ungefähr einen kleinen halben Ton. Eine genaue Bestimmung der Differenz zwischen dem objectiven und dem subjectiven Ton wird übrigens durch das Geräusch der schnellfahrenden Locomotive sehr erschwert (Pogg. Ann. LXVI).

Später hat Scott Russel ähnliche Versuche auf englischen Eisenbahnen angestellt und zwar ebenfalls mit entsprechendem Erfolg. Er macht auf den auffallenden Unterschied zwischen dem directen und dem reflectirten Ton der Signalpfeife aufmerksam, welchen man wahrnimmt, wenn die Locomotive gegen eine reflectirende Wand, etwa gegen die Facade eines Tunnels hinfährt.

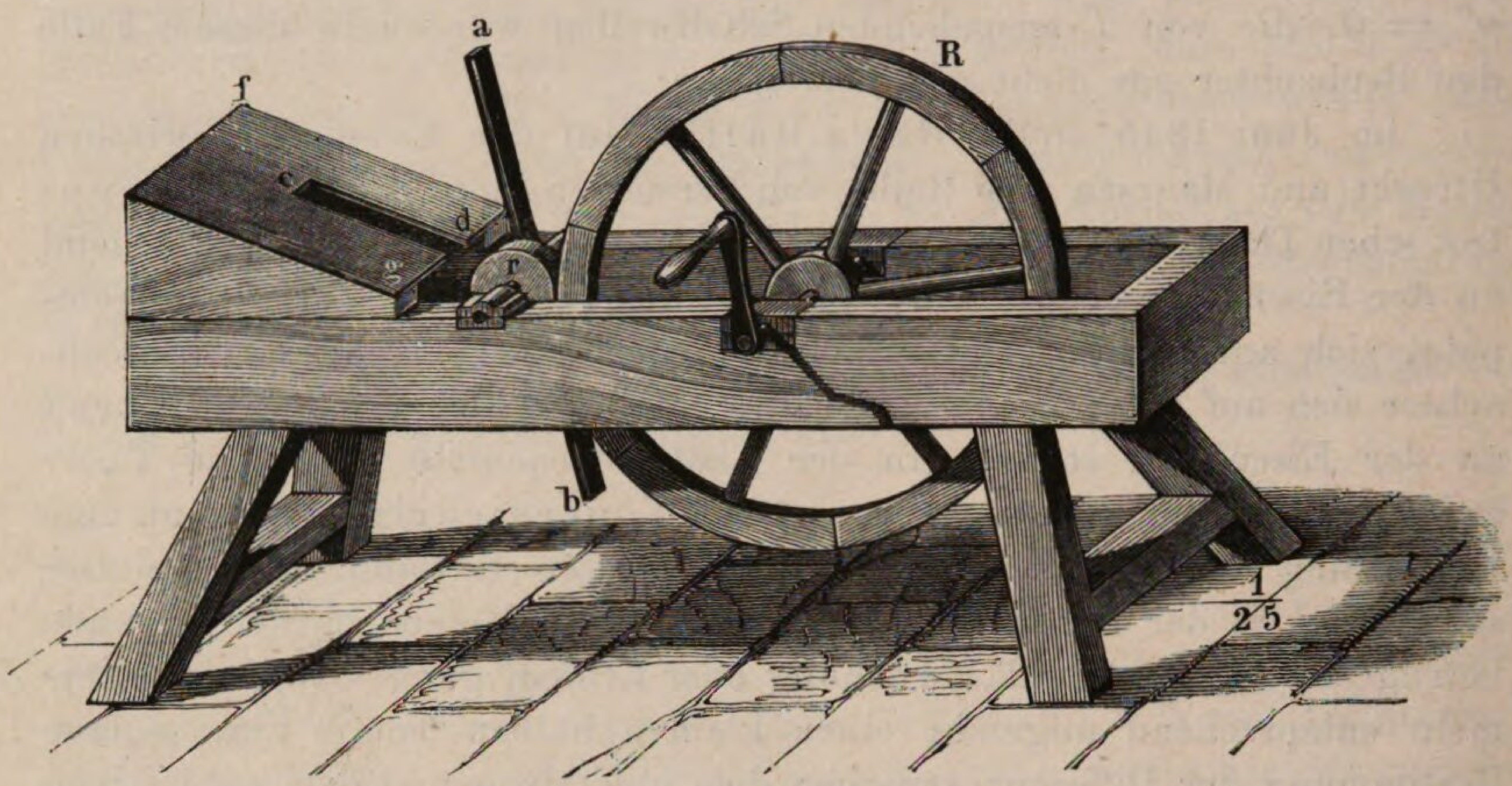
Wenn eine Locomotive pfeifend an uns vorüberfährt, so nehmen wir jedesmal, wenn ihre Annäherung rasch in das Gegentheil übergeht, ein merkliches Sinken des Tons wahr. Am auffallendsten lässt sich dieses Sinken der Tonhöhe wahrnehmen, wenn sich der Beobachter auf einem rasch fahrenden Eisenbahnzuge befindet, während die Locomotive eines in entgegengesetzter Richtung vorüberfahrenden Zuges pfeift.

Wir werden später Experimente an Stimmgabeln kennen lernen, welche das hier besprochene Princip noch schöner demonstriren. Dasselbe muss auch für Lichtwellen gültig sein. Näheres darüber in J. Müller's kosmischer Physik, 3. Aufl., §. 135.

Gränzen der Hörbarkeit. Der tiefste in der Musik zur Anwendung gebrachte Ton ist der einer 16füssigen gedeckten Pfeife, welcher durch $16\frac{1}{2}$ Schwingungen in der Minute erzeugt wird. Wahrscheinlich bildet dieser Ton die untere Gränze der Wahrnehmbarkeit für das menschliche Gehörorgan. Noch tiefere Töne glaubte zwar Savart mit Hülfe des Fig. 515 (a. f. S.) dargestellten Apparates hervorgebracht zu haben. Durch 178

Umdrehung des Rades R wird die Scheibe r in Rotation versetzt und mit ihr der eiserne Stab ab, welcher bei jeder Umdrehung zweimal durch eine in dem dünnen Brette fg angebrachte Spalte cd hindurchschlägt, und zwar möglichst genau an den Rändern dieser Spalte streifend.

Fig. 515.



Man nimmt bereits ein dumpfes continuirliches Geräusch wahr, wenn die Umdrehung des Apparates mit solcher Geschwindigkeit ausgeführt wird, dass 7 bis 8 Stösse in der Secunde erfolgen. Während Savart dies als den tiefsten wahrnehmbaren Ton bezeichnet, wird von anderer Seite, und zwar wohl mit Recht, bezweifelt, dass man es hier mit einem einfachen Ton zu thun habe. Uebrigens ist die Frage nach den tiefsten Tönen in neuester Zeit wiederum mehrfach untersucht, aber noch nicht zum definitiven Abschlusse gebracht worden.

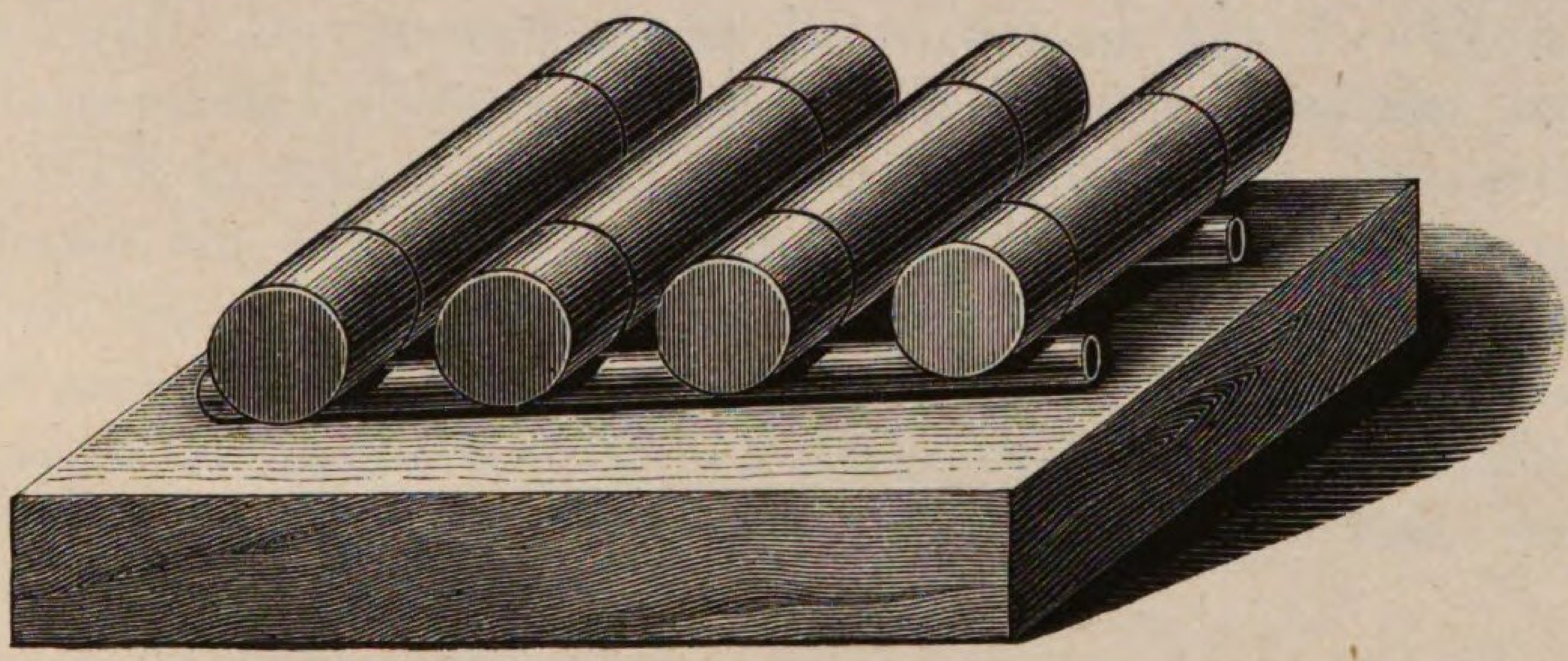
Um die Gränze der hohen Töne zu finden, wandte Savart ein gezahntes Rad an, dessen Umfang 720 Zähne trug, um zu erreichen, dass 24000 Zähne in der Secunde vorübergehen, wodurch 24000 Schwingungen in der Secunde erzeugt werden. Der auf diese Weise entstehende Ton war noch hörbar, obwohl sehr fein. Unser Gehörorgan ist also mit einer bewundernswürdigen Empfindlichkeit ausgerüstet, so dass es alle Töne hören und von einander unterscheiden kann, welche durch 16 bis 24000 Schwingungen in der Secunde erzeugt werden.

Rudolph König in Paris hat die obere Gränze der Hörbarkeit durch eine Reihe von zehn cylindrischen Stahlstäben nachgewiesen, welche sämmtlich gleichen Durchmesser von 20 mm haben. Die Länge der einzelnen Stäbchen ist in der zweiten Columne, die nach einem späteren Paragraphen sich ergebende Schwingungszahl derselben ist in der dritten Columne der folgenden Tabelle gegeben.

Nummer der Stäbe.	Länge der Stäbe in Millimetern.	Schwingungszahl.	Musikalische Beziehung.
1	$149 = 149{\cdot}0$	4096	c_5
2	$149\sqrt{4/5} = 132{\cdot}3$	5120	e_5
3	$149\sqrt{2/3} = 121{\cdot}7$	6144	g_5
4	$149\sqrt{1/2} = 105{\cdot}3$	8192	c_6
5	$149\sqrt{4/10} = 94{\cdot}2$	10240	e_6
6	$149\sqrt{2/6} = 86{\cdot}0$	12288	g_6
7	$149\sqrt{1/4} = 74{\cdot}5$	16384	c_7
8	$149\sqrt{4/20} = 66{\cdot}6$	20480	e_7
9	$149\sqrt{2/12} = 60{\cdot}9$	24576	g_7
10	$149\sqrt{1/8} = 52{\cdot}6$	32768	c_8

Durch Anschlagen mit einem harten Klöppel werden die Stäbe in der Weise in Transversalschwingungen versetzt, dass sich zwei Schwingungsknoten bilden, von denen jeder um $^1/_5$ der ganzen Stablänge von dem einen Ende des Stabes absteht. An der Stelle dieser Schwin-

Fig. 516.



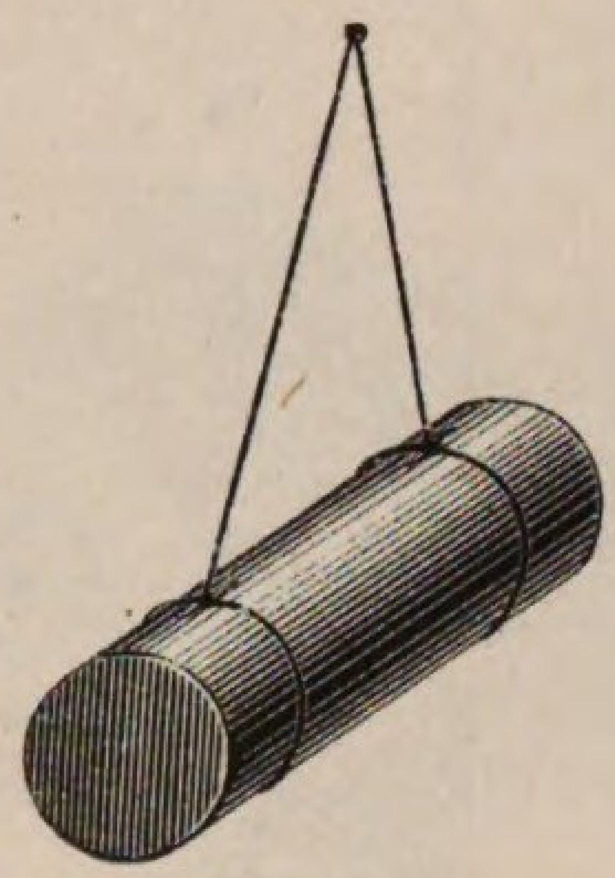
gungsknoten sind die Stäbchen mit einer kleinen eingedrehten Rinne versehen, wie Fig. 516 zeigt.

Diese Stäbe werden entweder mit ihren Schwingungsknoten auf Kautschukröhren aufgelegt, welche in convergirender Richtung auf ein Brett aufgeleimt sind, wie Fig. 516 zeigt, oder sie werden an Schnüren aufgehängt, wie man Fig. 517 (a. f. S.) sieht, welch letzteres namentlich bei den drei kürzesten Stäbchen geschieht.

Der längste dieser Stäbe giebt mit dem Klöppel angeschlagen den Ton c_5 (das fünfgestrichene c, ein Ton, welcher durch 4096 ganze Schwingungen in der Secunde erzeugt wird, wenn man das eingestrichene a zu

426·66 ... Schwingungen annimmt). Danach ergiebt sich denn die Schwingungszahl der übrigen Stäbe, wie dieselbe in der dritten Verticalreihe obiger Tabelle steht, während die letzte Verticalreihe die musikalische Bezeichnung der entsprechenden Töne enthält.

Fig. 517.



Der Transversalton des Stabes Nr. 1, also das fünfgestrichene *c*, erklingt so voll und kräftig, dass man das Klappen beim Anschlagen des Hammers kaum wahrnimmt. Bei den folgenden Stäben wird nun das Klappen des Anschlags immer merklicher, während der Transversalton immer schwächer und feiner wird, bis er endlich vollständig verschwindet und nur noch das Klappen hörbar bleibt. Weniger feine Ohren hören kaum noch das g_6. Für ältere Personen bildet c_7 die Gränze der Hörbarkeit, während selbst die besten Ohren den Ton g_7 (24576 Schwingungen in der Secunde) nicht mehr hören.

Appunn hat die obere Gränze der Hörbarkeit mit Hülfe einer colossalen Seebeck'schen Sirene nachgewiesen.

Zweites Capitel.

Gesetze der Schwingungen und Töne fester Körper.

Töne gespannter Saiten. Die Gesetze der Vibrationen gespannter Saiten sind zuerst von Mersenne experimentell begründet worden. Um zu untersuchen wie die Schwingungszahl einer Saite von ihrer Länge und ihrer Spannung abhängt, experimentirte er mit Saiten, welche lang genug waren, um ihre Schwingungen zählen zu können, und kam so zu dem wichtigen Satze, dass die Schwingungszahl einer Saite bei unveränderter Spannung ihrer Länge, bei unveränderter Länge aber der Quadratwurzel aus der Spannung umgekehrt proportional sei. Die mathematische Entwickelung des Problems der schwingenden Saiten wurde zuerst von Taylor (*Methodus incrementorum* 1716) in Angriff genommen und theilweise gelöst. Dieses Problem veranlasste ein halbes Jahrhundert lang die lebhaftesten Discussionen zwischen den ersten Mathematikern. J. Bernouilli, d'Alembert, Euler und Daniel Bernouilli hatten viel darüber geschrieben, als Lagrange im Jahre 1759 fast zu Anfang seiner wissenschaftlichen Laufbahn alle Schwierigkeiten hob und den Discussionen ein Ende machte. 179

Bezeichnet

l die Länge einer Saite,

p das Gewicht derselben,

s die Kraft, welche sie spannt,

g die beschleunigende Kraft der Schwere (also 981, wenn man das Centimeter zur Längeneinheit nimmt, wobei dann das Gramm zur Gewichtseinheit genommen werden muss, in welcher p und s auszudrücken sind),

t die Schwingungsdauer der Saite (nach der Bezeichnung der französischen Physiker die Zeit für einen Hingang oder Hergang),

so ist

$$t = \sqrt{\frac{p \cdot l}{g \cdot s}}.$$

Bezeichnet φ das specifische Gewicht der Substanz, aus welcher die Saite verfertigt ist, r aber den Halbmesser derselben, so ist $p = \pi r^2 l \varphi$, also auch

$$t = r \,.\, l \sqrt{\frac{\pi \,.\, \varphi}{g \,.\, s}}.$$

Bezeichnet ferner z die Anzahl der Schwingungen, welche die Saite in einer Secunde vollendet, so ist $zt = 1$ oder $z = \frac{1}{t}$, folglich auch

$$z = \frac{1}{r \,.\, l} \sqrt{\frac{g \,.\, s}{\pi \,.\, \varphi}}.$$

Das durch diese Formel, deren Ableitung ohne höhere Mathematik nicht wohl möglich ist, ausgesprochene Gesetz heisst in Worten ausgedrückt:

1. Die Schwingungszahl einer Saite verhält sich umgekehrt wie ihre Länge, d. h. wenn eine Saite auf irgend ein Instrument, wie eine Violine, eine Guitarre u. s. w., aufgespannt ist und in einer gegebenen Zeit eine bestimmte Anzahl von Schwingungen macht, so macht sie in derselben Zeit 2mal, 3mal, 4mal u. s. w. soviel Schwingungen, wenn man bei unveränderter Spannung nur $^1/_2$, $^1/_3$, $^1/_4$ u. s. w. der ganzen Länge schwingen lässt; sie würde $^3/_2$-, $^4/_3$-, $^5/_4$mal so schnell schwingen, wenn man nur $^2/_3$, $^3/_4$, $^4/_5$ der ganzen Länge schwingen liesse.

2. Die Zahl der Schwingungen einer Saite ist der Quadratwurzel aus den spannenden Gewichten proportional, d. h. wenn das Gewicht, welches die Saite spannt, 4mal, 9mal, 16mal so gross gemacht wird, während ihre Länge unverändert bleibt, so wird die Geschwindigkeit der Schwingungen 2mal, 3mal, 4mal so gross.

3. Die Schwingungszahlen verschiedener Saiten derselben Materie verhalten sich umgekehrt wie ihre Dicke. Wenn man z. B. zwei Stahlsaiten von gleicher Länge nimmt, deren Durchmesser sich wie 1 zu 2 verhalten, so wird die dünnere bei gleicher Spannung in derselben Zeit doppelt so viel Schwingungen machen als die dickere. Für Darmsaiten ist dieses Gesetz wohl nicht immer genau wahr, weil sie nicht immer ganz gleichartig sind.

4. Die Schwingungszahlen von Saiten verschiedener Materien verhalten sich umgekehrt wie die Quadratwurzeln ihrer specifischen Gewichte. Wenn z. B. eine Saite von Kupfer, deren specifisches Gewicht 9 ist, und eine Darmsaite, deren specifisches Gewicht 1 ist, gleiche Länge und gleichen Durchmesser haben, und wenn beide durch gleiche Gewichte gespannt sind, so schwingt die Kupfersaite dreimal langsamer als die Darmsaite.

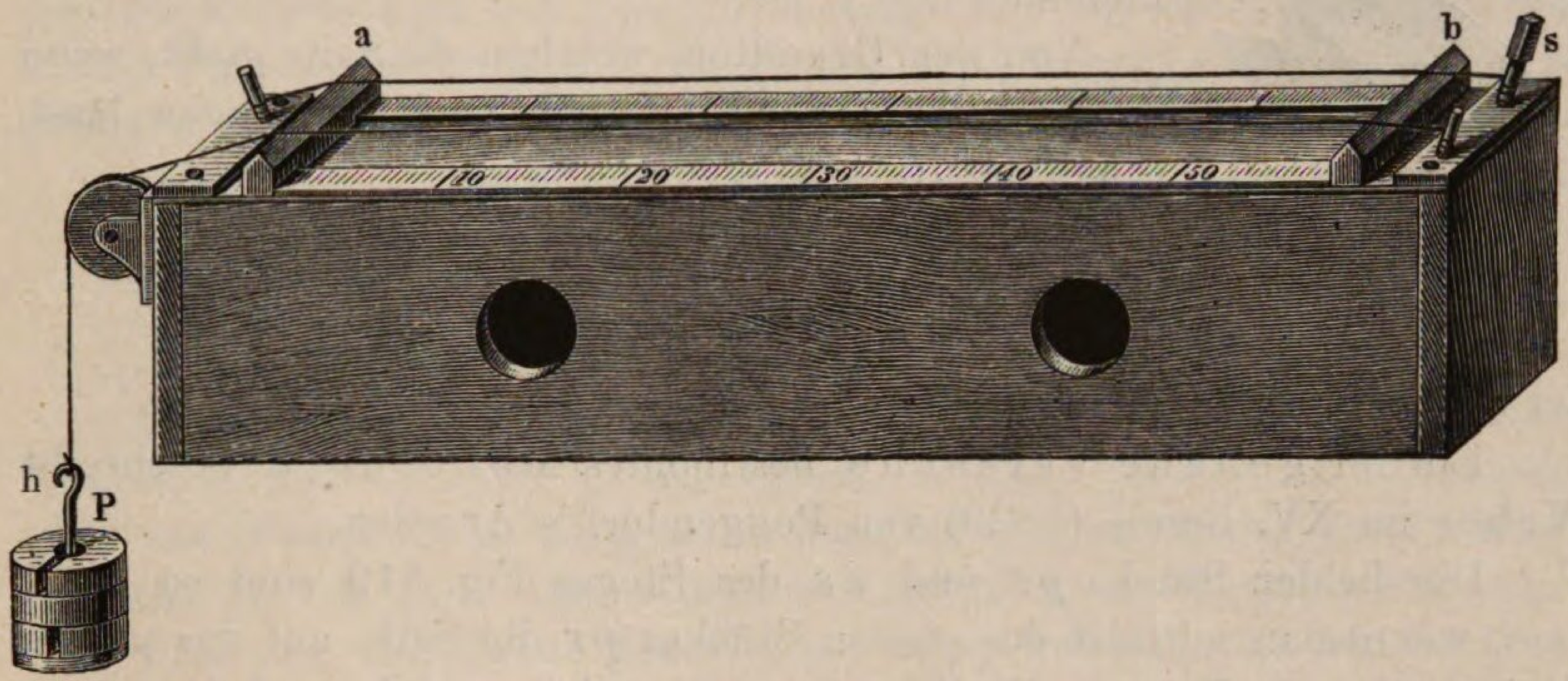
Es versteht sich von selbst, dass diese Gesetze nur für solche Saiten gelten, die ihrer ganzen Dicke und Länge nach homogen sind, dass sie also nicht auf Darmsaiten, welche mit Metallfäden übersponnen sind, an-

gewandt werden können. Die metallische Hülle ist hier eine träge Masse, welche durch die Elasticität der Saite in Bewegung gesetzt werden muss und welche also die Schwingungsdauer vergrössert.

Um die wichtigsten Gesetze der Oscillationen gespannter Saiten und ihrer Töne durch den Versuch nachzuweisen, bedient man sich eines unter dem Namen des Monochordes bekannten Instrumentes, welches aber doch in der Regel mit mehr als einer Saite versehen ist. Fig. 518 stellt ein Monochord mit zwei Saiten dar.

Die beiden Saiten sind über einem Kasten ausgespannt, der aus vier starken Seitenbrettern besteht, auf welche ein Resonanzboden, d. h. ein ganz dünnes Brett von Tannenholz geleimt ist, dessen Bedeutung spä-

Fig. 581.



ter erläutert werden soll. Die beiden Stege *a* und *b* begränzen den frei schwingenden Theil der Saiten, die eine derselben wird durch die Gewichte *P* gespannt, die andere durch den Stimmstock *s*.

Betrachten wir zuerst den Zusammenhang, welcher zwischen der Spannung der Saite und der Tonhöhe besteht.

Wenn für ein Gewicht 1000 (etwa 1000 Gramm), welches an den Haken *h* gehängt wird, die Saite einen bestimmten Ton giebt, den wir mit *c* bezeichnen wollen, so muss man

das Gewicht 1562·5 anhängen, um die grosse Terz,
" " 2250 " " " Quint,
" " 4000 " " " Octav

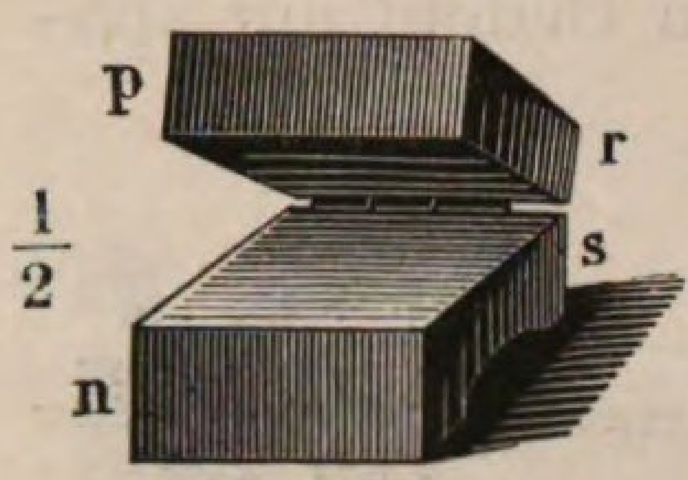
von *c* zu erhalten. Nun verhalten sich aber die Zahlen 1000 : 1562·5 : 2250 : 4000 zu einander wie $1 : \frac{25}{16} : \frac{9}{4} : 4$, oder wie die Quadrate von $1, \frac{5}{4}, \frac{3}{2}, 2$, wodurch der Satz unter Nr. 2 bewiesen ist.

Die Ausführung dieses Versuches bietet dadurch einige Schwierigkeit, dass es schon eines ziemlich bedeutenden Gewichtes bedarf, um selbst mit einer dünnen Saite einen einigermaassen klangvollen Ton zu erhalten, so dass es unter Umständen nicht gerathen erscheint, das vier-

fache Gewicht anzuwenden, um die Octav des ursprünglichen Tones zu erhalten. Es genügt aber, zu zeigen, dass man durch Anwendung eines $^{25}/_{16}$mal oder eines $^{9}/_{4}$mal so grossen Gewichtes die grosse Terz oder die Quinte des ursprünglichen Tones erhält. Auch eignet sich zu diesem Versuche eine Darmsaite besser als eine Stahlsaite.

Um das Gesetz unter Nr. 1 experimentell zu bestätigen, ist es bequemer, die zweite Saite anzuwenden. Man kann dieselbe entweder ihrer ganzen Länge nach schwingen lassen, oder mit Hülfe des beweglichen Steges, Fig. 519, die Schwingungen auf einen beliebigen Theil der Gesammtlänge beschränken, indem man diesen Steg an die entsprechende Stelle hinschiebt und die Saite zwischen dem Fussstück *ns* und dem Deckel *pr* einklemmt.

Fig. 519.



Von dem Grundton, welchen die Saite giebt, wenn man sie ihrer ganzen Länge nach schwingen lässt, erhält man:

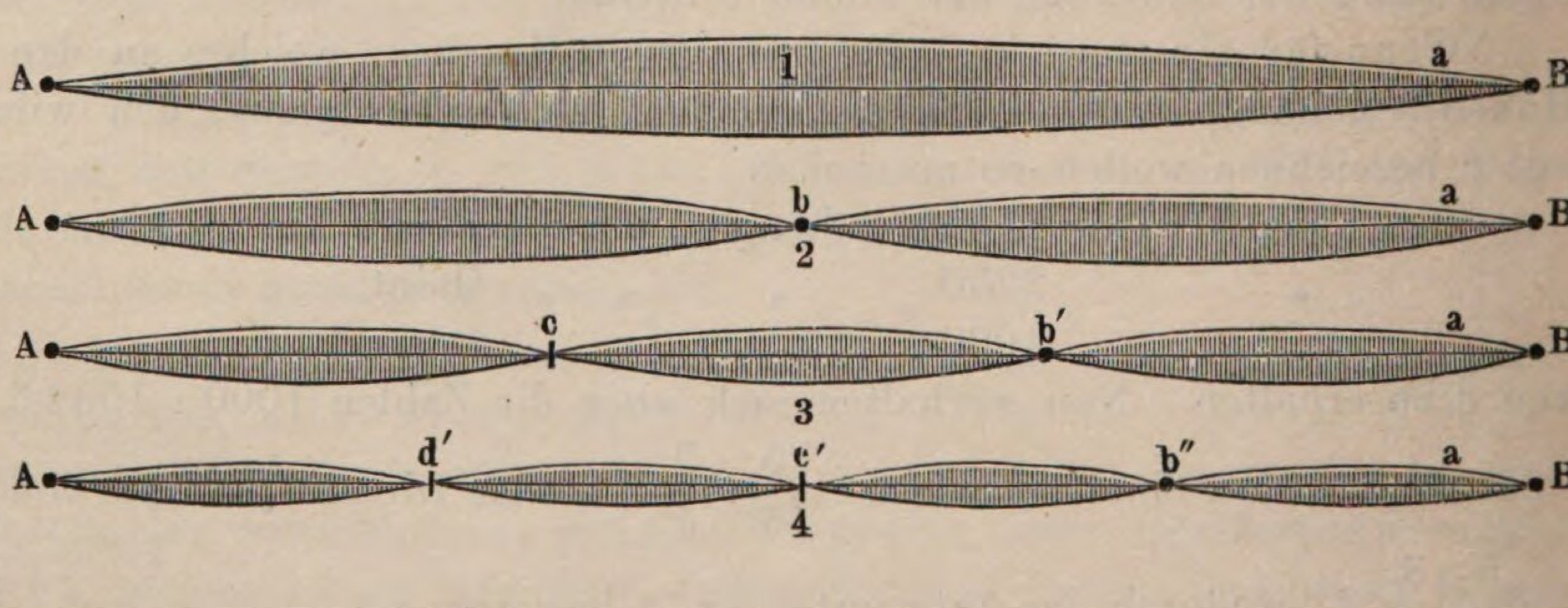
die grosse Terz, wenn der frei schwingende Theil $^4/_5$,
die Quint, " " " " " $^2/_3$,
die Octav, " " " " " $^1/_2$

der ganzen Saitenlänge beträgt.

Ein für genaue Versuche bestimmtes Monochord beschreibt Weber im XV. Bande (1829) von Poggendorff's Annalen.

Die beiden Stücke *pr* und *ns* des Steges Fig. 519 sind so breit, dass, wenn man mittelst des oberen Stückes *pr* die Saite auf das untere Klötzchen *ns* aufpresst, die Vibrationen des Saitenstücks auf der einen Seite des Stegs sich nicht auf das Saitenstück auf der anderen Seite fortpflanzen können. Wenn man dagegen die Saite an irgend einem Punkte nur sanft mit dem Finger oder mit der Fahne einer Schreibfeder berührt,

Fig. 520.



so ist freilich die freie Bewegung des berührten Punktes verhindert, aber die Vibrationen des rechts vom berührten Punkte liegenden Saitenstücks pflanzen sich auf das links liegende fort und umgekehrt.

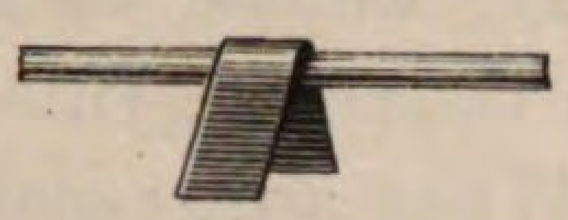
In Fig. 520 stelle Nr. 1 den Schwingungszustand einer Saite dar, welche zwischen den festen Punkten *A* und *B* ausgespannt und bei *a*

mit dem Fiedelbogen gestrichen ihrer ganzen Länge nach schwingt, also ihren Grundton giebt.

Wenn man aber nun die Mitte der Saite bei *b* sanft mit einem Finger oder auch mit der Fahne einer Schreibfeder berührt und dann bei *a* streicht, so kann jetzt die Saite nicht mehr ihrer ganzen Länge nach schwingen, weil der Punkt *b* sich nicht bewegen kann. Zunächst schwingt die gestrichene Hälfte *bB* für sich; sie giebt aber die Octav des Grundtons, weil bei gleicher Spannung die Länge der Saite auf $^1/_2$ reducirt ist.

Wenn aber das Saitenstück *bB* schwingt, so theilen sich seine Schwingungen auch der anderen Saitenhälfte *bA* mit, welche nun gleichfalls doppelt soviel Schwingungen in der Secunde macht, als wenn die Saite *AB* ihrer ganzen Länge nach vibrirte. Man kann die Schwingungen des Saitenstücks *bA* leicht dem Auge sichtbar machen, wenn man kleine Papierreiter, d. h. kleine Papierstückchen, aufsetzt, welche so gebogen sind, wie es Fig. 521 in natürlicher Grösse darstellt. Alle die zwischen *A* und *b* aufgesetzten Reiter gerathen in hüpfende Bewegung, sobald die Saite bei *a* gestrichen wird, und werden abgeworfen, wenn die Schwingungen lebhaft genug sind.

Fig. 521.



Wird die Saite *AB*, Fig. 520, mit dem Finger oder der Federfahne in einem Punkte *b'*, Nr. 3, angehalten, welcher um $^1/_3$ der Saitenlänge *AB* von *B* absteht, so wird, wenn man bei *a* streicht, das 3mal kürzere Saitenstück *b'B* auch 3mal schneller schwingen, als die ganze Saite *AB*, man wird also die Quint der Octav, oder, was dasselbe ist, die Duodecime des Grundtones von *AB* hören.

Die Schwingungen des Saitenstückes *b'B* pflanzen sich aber auch auf das Saitenstück *b'A* in der Weise fort, dass sich *Ab'* in zwei Theile *Ac* und *cb'*, Nr. 3, theilt, deren jedes so lang ist, wie *bB*, und deren jedes für sich schwingt. Die beiden Saitenstücke *Ac* und *cb'* sind durch einen Punkt *c* getrennt, welcher in Ruhe bleibt, während die Saitenstücke *Ac*, *cb'* und *b'B* in schwingender Bewegung sind. Dieser Ruhepunkt *c* wird Knotenpunkt oder Schwingungsknoten genannt, während die Stellen der Saite, wo die Bewegung am lebhaftesten ist, also die Stellen in der Mitte zwischen *A* und *c*, zwischen *c* und *b'*, zwischen *b'* und *B*, Bäuche genannt werden.

Das Vorhandensein des Schwingungsknotens *c*, Nr. 3, lässt sich mit Papierreitern leicht nachweisen, wenn man eine Reihe derselben zwischen *b'* und *A* aufsetzt und dann bei *a* streicht; der bei *c* bleibt ruhig sitzen, während die anderen abgeworfen werden oder doch lebhaft tanzen.

Hält man den Finger oder die Federfahne an einen Punkt *b''*, Nr. 4, welcher um $^1/_4$ der ganzen Saitenlänge von *B* entfernt ist, so theilt sich die bei *a* mit dem Fiedelbogen gestrichene Saite in vier gleiche Theile, deren jeder für sich schwingt und deren jeder von dem benachbarten durch einen Schwingungsknoten getrennt ist, es bilden sich also drei Schwingungsknoten, *b''*, *c'* und *d'*, und vier Bäuche, wie Nr. 4 der Figur

zeigt. Man hört nun die zweite Octav des Grundtones, da jeder Theil der Saite, also Ad', $d'c'$, $c'b''$ und $b''B$ 4mal schneller schwingt als die ganze Saite AB.

Hielte man den Finger an eine Stelle b''', welche um $1/_5$ der Saitenlänge von B entfernt ist, so würde durch Streichen bei a ein Ton entstehen, dessen Schwingungen 5mal schneller sind, als die des Grundtones, man würde also die grosse Terz der zweiten Octav des Grundtones hören, während die Saite durch 4 Schwingungsknoten in 5 Bäuche getheilt wird.

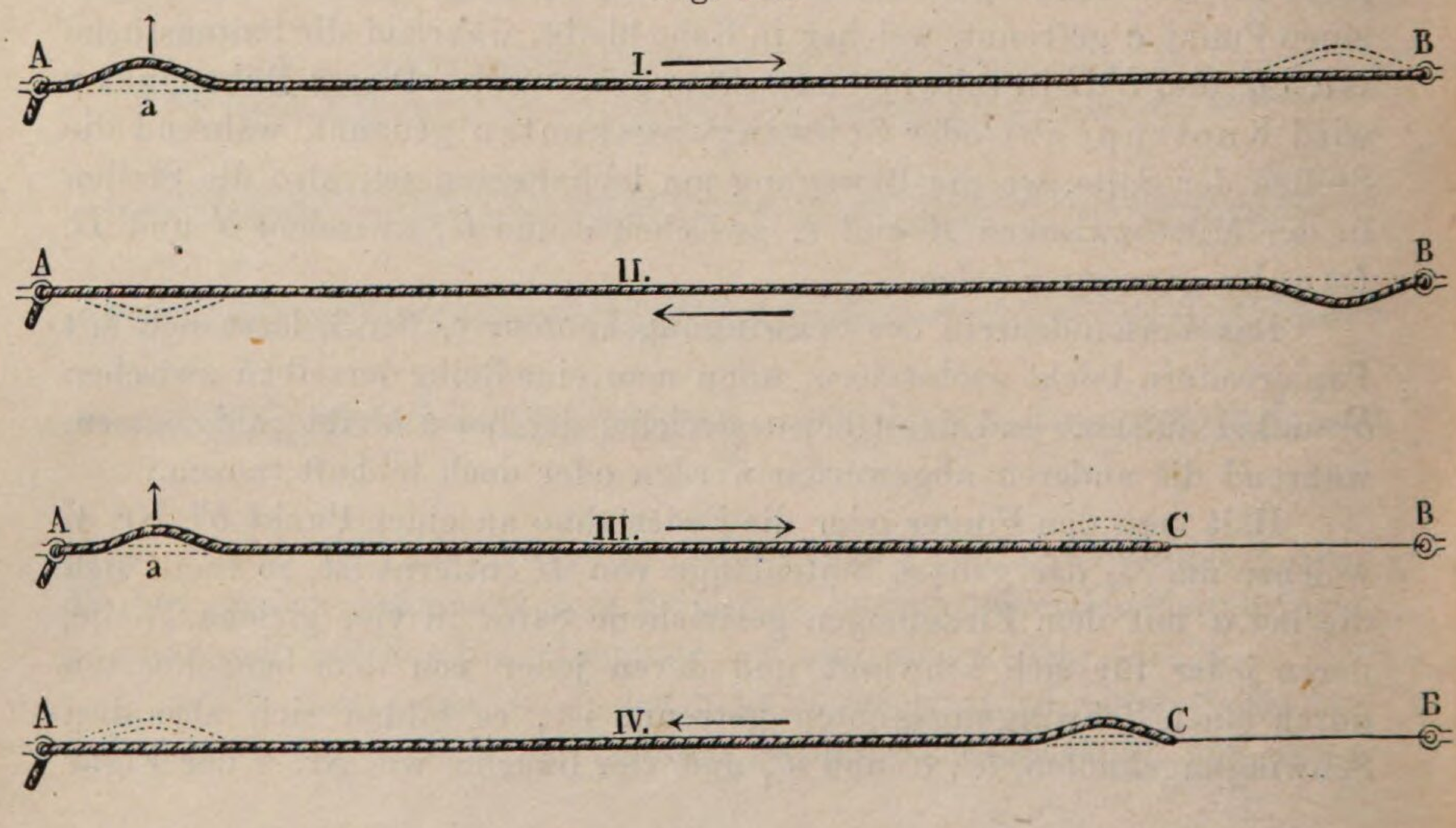
Die Töne, welche 2mal, 3mal, 4mal, 5mal u. s. w. soviel Schwingungen in der Secunde machen als der Grundton, werden die Obertöne dieses Grundtones genannt. Wenn also die Saite schwingt, wie in Nr. 2, Nr. 3 und Nr. 4 der Figur angedeutet ist, so hört man ihren ersten, ihren zweiten, ihren dritten Oberton.

180 **Bildung stehender Seilwellen.** Die Schwingungen tönender Saiten sind im Wesentlichen mit den stehenden Seilwellen identisch und unterscheiden sich nur durch grössere Geschwindigkeit, welche es auch unmöglich macht, ihren Verlauf direct mit dem Auge zu verfolgen.

Wenn eine zwischen A und B, Fig. 520 (Seite 476), ausgespannte Saite bei a mit dem Fiedelbogen gestrichen wird, so bilden sich Transversalwellen, welche die Saite entlang laufen, und, am anderen Ende reflectirt, zu ihrem Ausgangspunkte zurückkehren. Durch die Interferenz der directen und der reflectirten Wellen entstehen dann die stehenden Saitenwellen. Diesen Vorgang wollen wir in vergrössertem Maassstabe an den viel langsameren Seilwellen studiren.

Zu diesem Zwecke befestigen wir zunächt das eine Ende eines ungefähr 6 m langen, starken Seiles an einem festen Haken B, Fig. 522, ziehen das andere Ende durch einen festen Ring und geben ihm durch

Fig. 522.



Anziehen mit der linken Hand eine geeignete Spannung. Hierauf führen wir mittelst eines kantigen Schlägels auf den Punkt a des Seiles einen starken raschen Schlag in horizontaler Richtung, wodurch eine Ausbiegung nach links (in der Zeichnung Fig. 522 I. nach oben gerichtet) entsteht, die nun rasch als Wellenberg nach B fortschreitet. Diese Bewegung erfolgt um so rascher, je stärker wir das Seil anspannen. Verfolgen wir nun mit Aufmerksamkeit die weiteren Bewegungen des Seiles, so bemerken wir, dass der Wellenberg von B aus auf die rechte Seite (in der Zeichnung nach unten) überspringt und von dort zum Ausgangspunkt zurückkehrt. Daselbst springt er wieder auf die linke (obere) Seite zurück und wiederholt von da seinen vorigen Weg noch mehrere Male, bis endlich der Verlauf der Bewegungen undeutlich wird und das Seil zur Ruhe kommt.

Fig. 522 I. zeigt also den Zustand des Seiles am Anfang und Ende des Verlaufs der directen Welle, Fig. 522 II. dasselbe am Anfang und Ende der reflectirten Bewegung. Statt zu sagen, der Wellenberg springe auf die andere Seite über, drücken wir uns besser so aus, der Wellenberg komme als Wellenthal zurück, oder die Welle kehre mit umgekehrten Zeichen zurück. Man sieht ein, dass von A nach B stets nur ein Wellenberg, von B nach A stets nur ein Wellenthal fortschreitet; man hat also das Schema: Berg hin, Thal zurück, Berg hin, Thal zurück etc.

Um diese Reflexion zu erklären, beachte man die unmittelbar an B angrenzenden Seiltheilchen in dem Moment, wo der ankommende Wellenberg sie zu einer Bewegung nach links (aufwärts) anregt. Während die übrigen Theilchen des Seiles der Reihe nach dieser Anregung Folge leisten können, sind die unmittelbar an B anliegenden durch den Widerstand von B daran gehindert. Sie können sich von der Ruhelage nur entfernen, indem sie die Elasticität des Seiles stärker in Anspruch nehmen. Die hierdurch geweckte elastische Kraft wirkt auf dieselben wie ein entgegengesetzt (nach rechts resp. abwärts) gerichteter Impuls, und wir können uns vorstellen, als ob im Momente der Ankunft der Welle in B an Stelle des festen Widerstandes ein solcher Impuls seine Wirkung äusserte. Derselbe wirkt dann nach rückwärts auf das Seil so wie der erste in a angebrachte Schlag, nur in umgekehrter Schwingungs- und Fortpflanzungsrichtung. Es entspricht dieser Fall der Reflexion einer Transversalwelle am befestigten Ende eines Seils dem Falle der Reflexion einer Longitudinalwelle am verschlossenen Ende einer Luftsäule, welche wir in §. 166 kennen gelernt haben.

Aber auch die Reflexion einer Longitudinalwelle am offenen Ende einer Luftsäule lässt sich durch ein entsprechendes Experiment mittelst einer transversalen Seilwelle demonstriren. Zu diesem Zwecke müssen wir ein frei bewegliches Seilende herstellen, was wir annähernd dadurch erreichen, dass wir dasselbe von C (Fig. 522 III.) an als ganz dünne Schnur sich fortsetzen lassen. Verfahren wir dann wie früher, so schreitet der Wellenberg zunächst bis C fort und geht dann auf derselben

Seite, also ebenfalls als Wellenberg wieder nach A zurück. Am dortigen festen Ende aber wird er als Thal reflectirt, geht als solches bis C, von dort wieder als Thal zurück, um bei A wieder als Berg reflectirt zu werden. Diesmal verläuft also die Bewegung nach dem Schema: Berg hin, Berg zurück, Thal hin, Thal zurück, Berg hin, Berg zurück etc.

Der Grund dieser Erscheinung ist leicht einzusehen. Der nach C fortgeschrittene Wellenberg findet dort statt der Seiltheilchen von grosser Masse die leichter beweglichen Schnurtheilchen. Statt eines Widerstandes gegen die Seitenbewegung tritt also eine Begünstigung derselben ein; diese wirkt wie ein hinzutretender Impuls nach derselben Seite, welcher für sich einen Wellenberg nach rückwärts entsendet. Ein Theil der Bewegung allerdings geht auf die Schnur über und wird nicht an C reflectirt, weshalb die reflectirte Welle schwächer ist als bei festem Ende.

Wir haben es hier nur mit einem Wellenberge, also nur mit der Hälfte einer vollständigen Welle zu thun gehabt. Es ist leicht einzusehen, dass für eine vollständige Welle im Wesentlichen dasselbe gilt, da einfach das nachfolgende Wellenthal alle Bewegungen mit entgegengesetzter Schwingungsrichtung wiederholt.

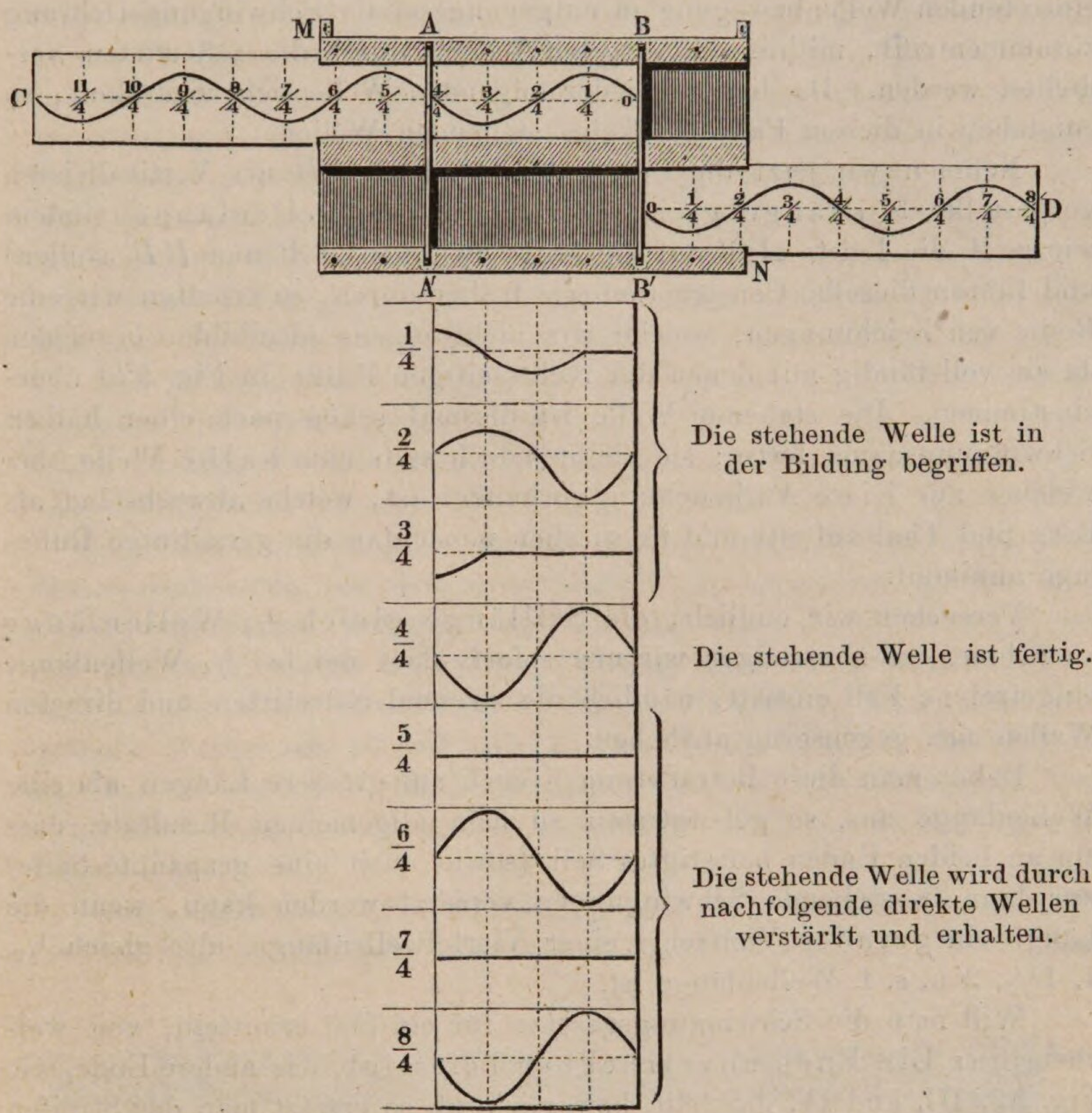
Statt eines horizontal ausgespannten gewöhnlichen Seiles bedient sich Tyndall eines vertical hängenden mit Sand gefüllten Gummischlauches, dessen oberes Ende an der Decke eines 6 bis 10 m hohen Zimmers befestigt ist. Die Füllung mit Sand hat den Zweck, bei gleicher Elasticität die Masse des Schlauches, also auch seine Schwingungsdauer, zu vergrössern.

Unsere nächste Aufgabe ist nun, zu zeigen, wie durch die Interferenz der directen und reflectirten Wellen stehende Wellen sich bilden können. Hierbei leistet eine einfache Vorrichtung wesentliche Dienste, welche in Fig. 523 in $^1/_{10}$ der natürlichen Grösse abgebildet ist. Auf dem Brettchen MN sind zwischen parallelen Leisten Streifen von Pappe (C, D) verschiebbar, auf welchen Wellenkurven nebst ihren Abtheilungen in Viertelwellen gezeichnet sind. Zwei andere Leisten AA' und BB' können in Abständen gleich Vielfachen von $^1/_4$ Wellenlänge vertical und parallel befestigt werden. In der Fig. 523 stehen sie z. B. eine Wellenlänge von einander entfernt. Diese beiden Leisten stellen die Befestigungsstellen des gespannten Seiles vor. Die ganze Vorrichtung wird auf der Wandschreibtafel aufgehängt, so dass unmittelbar darunter die resultirenden Curven gezeichnet werden können. Der Leser wird es vortheilhaft finden, sich die Wellensysteme auf Papierstreifen zu zeichnen, und auf dem Tische unter zwei Linealen, welche die Verticalleisten vertreten, an einander zu verschieben.

Beginnen wir mit dem Falle, dass die Länge des Seils gleich der Wellenlänge, so erhalten die Leisten AA' und BB' die in Fig. 523 gezeichnete Lage. Nehmen wir ferner an, beide Enden seien befestigt; der Wellenberg wird also stets als Wellenthal, Wellenthal als Wellenberg reflectirt. Die Figur zeigt den Moment, wo die directe Welle an

BB' anstösst. Von hier beginnt die Interferenz; wir finden ihr Resultat in den auf einander folgenden Zeitpunkten nach $^1/_4$, $^2/_4$, $^3/_4$ etc. Schwingungsdauer, indem wir beide Streifen gegen BB' verschieben, die Bezifferungen $^1/_4$, $^2/_4$, $^3/_4$ etc. an die Innenkante von BB' stellen und

Fig. 523.



dann die algebraische Summe der Excursionen construiren. Dies ist in der Fig. 523 durchgeführt. Zum besseren Verständniss ist es zweckmässig, noch mehrere Unterabtheilungen zu machen, z. B. den Zustand des Seiles für je $^1/_8$ Schwingungsdauer auszumitteln. Man erkennt leicht, dass nach Einer ganzen Schwingungsdauer die zum zweiten Male reflectirte, erste Welle mit der gleichzeitig bei A eintretenden zweiten directen Welle zusammenfällt, also durch dieselbe verstärkt wird. Man ersieht ferner, dass die fertige, stehende Welle an den Enden und in der Mitte ruhig stehende Punkte, d. h. Knotenpunkte besitzt, durch welche sie in

zwei schwingende Hälften zerlegt wird, welche beide gleichzeitig, aber in entgegengesetzter Richtung durch die Ruhelage hindurchschwingen.

Verkürzen wir nun die Distanz AB um $^1/_4$ Wellenlänge, so dass also die beiden Verticalleisten noch $^3/_4$ Wellenlänge von einander abstehen. Die Durchführung der obigen Construction ergiebt dann, dass die zum zweiten Male reflectirte erste Welle mit der gleichzeitig bei A eintretenden Wellenbewegung in entgegengesetzter Schwingungsrichtung zusammentrifft, mithin die directen Wellen durch die reflectirten vernichtet werden. Da dies mit jeder folgenden Welle sich wiederholt, so entstehen in diesem Falle gar keine stehenden Wellen.

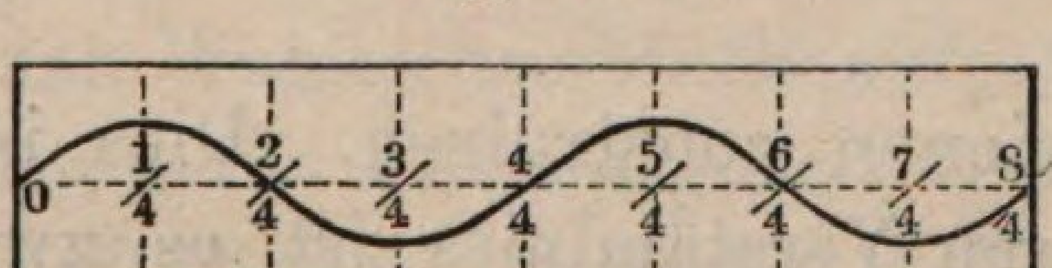
Nehmen wir jetzt die durch den Abstand AB der Verticalleisten vorgestellte Seillänge gleich einer halben Wellenlänge (indem wir z. B. die Leiste AA' auf die Mitte zwischen AA' und BB' stellen) und führen dieselbe Construction wie früher durch, so erhalten wir eine Reihe von Zeichnungen, welche wir nicht eigens abzubilden brauchen, da sie vollständig mit denen der rechtsseitigen Hälfte in Fig. 523 übereinstimmen. Die stehende Welle ist diesmal schon nach einer halben Schwingungsdauer fertig; sie bleibt jedoch stets eine halbe Welle, bei welcher nur Eine Ausbauchung vorhanden ist, welche abwechselnd als Berg und Thal auftritt und inzwischen momentan die geradlinige Ruhelage annimmt.

Versuchen wir endlich, die Seillänge gleich $^1/_4$ Wellenlänge zu nehmen, so überzeugen wir uns sofort, dass der bei $^3/_4$ Wellenlänge eingetretene Fall eintritt, nämlich die zweimal reflectirten und directen Wellen sich gegenseitig aufheben.

Dehnt man diese Betrachtungen auch auf grössere Längen als eine Wellenlänge aus, so gelangt man zu dem allgemeinen Resultate, dass ein an beiden Enden befestigtes Seil (sowie auch eine gespannte Saite) nur dann in stehende Schwingungen versetzt werden kann, wenn die Länge ein gerades Vielfaches einer Viertelwellenlänge, also gleich $^1/_2$, 1, $1^1/_2$, 2 u. s. f. Wellenlänge ist.

Will man die Schwingungsgesetze für ein Seil ermitteln, von welchem nur Ein Ende unverrückbar befestigt, das andere Ende, wie Fig. 522 III. und IV. darstellt, beweglich ist, so ersetzt man den Streifen D der Fig. 523 durch einen solchen nach Fig. 524, bei welchem die Schwingungsrichtungen entgegengesetzt sind. Man findet dann leicht das schon früher für einseitig geschlossene Röhren abgeleitete Gesetz,

Fig. 524.



dass stehende Wellen nur möglich sind, wenn die Länge gleich einem ungeraden Multiplum einer Viertelwellenlänge, also gleich $^1/_4$, $^3/_4$, $^5/_4$ etc. Wellenlänge ist. Endlich kann man auch noch den Fall eines an beiden Enden freischwingenden Körpers untersuchen, indem man darauf Rücksicht nimmt, dass in diesem Falle an beiden Enden der Wellenberg als

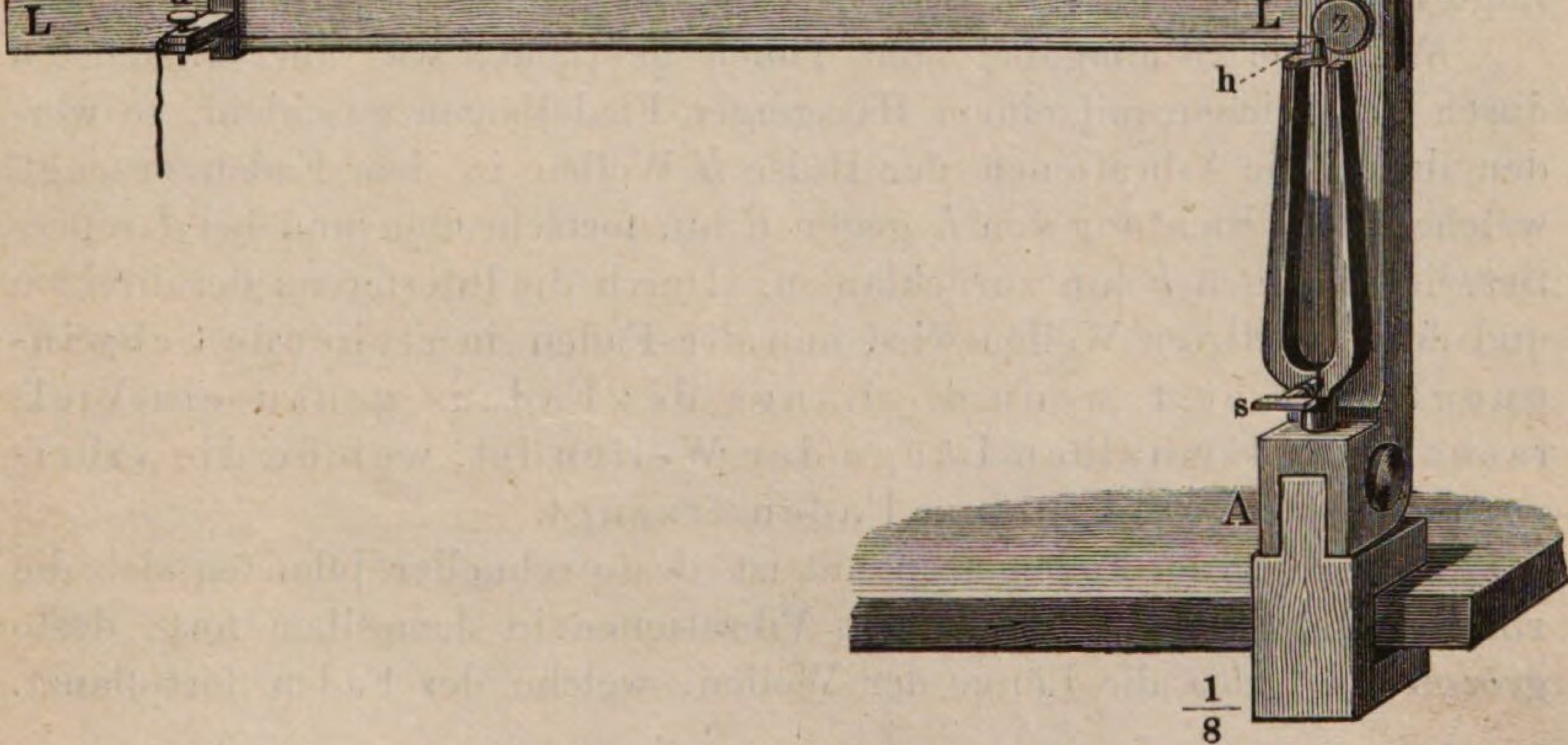
solcher und ebenso das Wellenthal als solches reflectirt werden. Es empfiehlt sich sogar, diese Ableitung zuerst an einer Transversalwellenbewegung mittelst der Vorrichtung Fig. 523 durchzuführen und dann erst die so erhaltene stehende Transversalwelle in eine longitudinale zu übertragen, was leicht in der Weise auszuführen ist, dass man die Excursionen nach oben als solche nach rechts, die nach unten als solche nach links aufträgt. Man gelangt so viel einfacher und übersichtlicher zu den in den Paragraphen 167 und 168 abgeleiteten Resultaten.

Wollen wir nun die stehenden Wellen am gespannten Seile wirklich hervorbringen, so müssen wir entweder die Seillänge nach der Wellenlänge, oder umgekehrt die Wellenlänge nach der Seillänge richten. Letzteres ist bequemer und leicht zu erreichen, da wir bei gleichbleibender Spannung des Seils die Wellenlänge durch die ihr proportionale Schwingungsdauer beliebig reguliren können. Man fasst das Seil am einen Ende mit der Hand und giebt ihm eine langsam oscillirende Bewegung, die man allmälig beschleunigt, bis man die passende Oscillationsdauer gefunden, bei welcher die Schwingungen nach Fig. 520 Nr. 1 erfolgen. Dann verdoppelt man die Geschwindigkeit und erhält Fig. 520 Nr. 2, man verdreifacht, vervierfacht sie und erhält Fig. 520 Nr. 3 und 4.

Viel leichter gelingt, wenn das Seil horizontal gespannt ist, dieses Experiment, wenn man den geradlinigen Transversalschwingungen kreisförmige substituirt. Befestigt man das Ende einer langen, weissen, mehrere Millimeter dicken Schnur am Umfang einer rotirenden Scheibe, so dass es Kreise mit etwa 1 dm Radius beschreibt, so kann man leicht stehende Wellen mit 10 und mehr Knotenpunkten erhalten und auch zeigen, wie bei unveränderter Geschwindigkeit durch Vermehrung der Spannung die Anzahl derselben sich vermindert, weil die Wellenlänge sich vergrössert.

Sehr schön lässt sich die Bildung stehender Wellen gespannter Saiten an dem in Fig. 525 dargestellten, nach Melde's Angaben (Pogg.

Fig. 525.

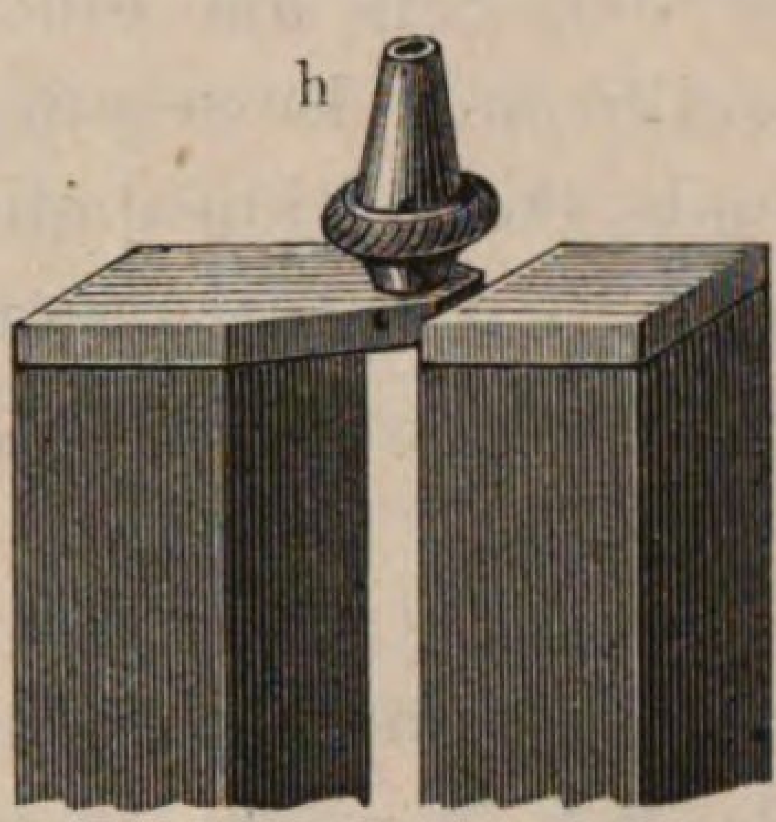


Annal. Bd. CIX und CXI) von Schubart in Marburg ausgeführten Apparat erläutern.

Auf einem Holzstück *A*, welches an ein Tischblatt festgeschraubt werden kann, ist eine Stimmgabel angebracht, deren linker Schenkel oben ein Messingplättchen mit einer kleinen Hülse *h* trägt, deren Axe mit der Mittellinie der ganzen Gabel zusammenfällt. Auf dem anderen Schenkel ist ein zweites Messingplättchen aufgeschraubt, welches lediglich dazu dient, das auf dem linken Schenkel aufgeschraubte zu äquilibriren. In Fig. 526 ist das obere Ende der beiden Schenkel in natürlicher Grösse dargestellt.

Durch diese Hülse *h* ist ein Seidenfaden (oder auch eine Violin-*e*-Saite) gezogen, welcher einerseits in dem Zapfen *s* am unteren Ende der Stimmgabel befestigt, andererseits aber durch einen Spalt des Messingschiebers *b* gezogen ist und hier mittelst der kleinen Schraube *d* festgeklemmt werden kann. Durch Umdrehung des Zapfens *s* kann man die Spannung des Fadens nach Belieben vermehren oder vermindern.

Fig. 526.



Der Messingschieber *b* ist an einer 1 Meter langen Latte *L* verschiebbar, so dass man den Faden nach Belieben verlängern oder verkürzen kann.

Die Latte *L* selbst ist um den Zapfen *z* drehbar, so dass man den Faden, welcher in unserer Figur eine horizontale Richtung hat, um jeden beliebigen Winkel von der horizontalen entfernen und auch ganz vertical stellen kann, wenn man die Latte *L* aus der horizontalen Lage um 90^0 dreht.

Auch die Stimmgabel ist um den Zapfen drehbar, mittelst dessen sie in das Holzstück *A* eingeschraubt ist.

Betrachten wir nun zunächst die Erscheinungen, welche man an dem Apparat beobachten kann, wenn Alles in der Fig. 525 dargestellten Lage ist.

Wird die Stimmgabel zum Tönen gebracht, was am einfachsten durch Anstreichen mit einem Bassgeigen-Fiedelbogen geschieht, so werden durch die Vibrationen der Hülse *h* Wellen in dem Faden erzeugt, welche in der Richtung von *h* gegen *d* hin fortschreiten und bei *d* reflectirt wieder gegen *h* hin zurücklaufen. Durch die Interferenz der directen und der reflectirten Wellen wird nun der Faden in stehende Schwingungen versetzt, wenn die Länge des Fadens genau ein Vielfaches von der halben Länge der Wellen ist, welche die vibrirende Stimmgabel in dem Faden erzeugt.

Je stärker der Faden gespannt ist, desto schneller pflanzen sich die von der Stimmgabel ausgehenden Vibrationen in demselben fort, desto grösser wird also die Länge der Wellen, welche der Faden fortpflanzt.

Durch Veränderung der Fadenspannung hat man es also in der Gewalt, zu machen, dass die Länge des Fadens 1mal, 2mal, 3mal u. s. w. so gross ist als die halbe Wellenlänge.

Ist der Faden so gespannt, dass seine Länge gleich $1/2$ Wellenlänge ist, so schwingt er seiner ganzen Länge nach entsprechend der Fig. 520 1.

Ist der Faden so gespannt, dass seine Länge gleich $2/2$ Wellenlängen, so schwingt er in der durch Fig. 520 2 dargestellten Weise, d. h. es bildet sich ein Schwingungsknoten in der Mitte des Fadens.

Ist der Faden so gespannt, dass seine Länge gleich ist $3/2$ Wellenlängen, so schwingt er in der durch Fig. 520 3 dargestellten Weise, d. h. es bilden sich zwei Schwingungsknoten und drei Bäuche.

Hat man bei der gegenseitigen Stellung der Stimmgabel und des Fadens, wie sie in Fig. 525 dargestellt ist, die Spannung des Fadens so regulirt, dass er seiner ganzen Länge nach schwingt (entsprechend der Fig. 520 1), wenn man die Stimmgabel anstreicht, so ist der Ton des Fadens (welcher namentlich ganz gut hörbar ist, wenn er durch eine Violin-*e*-Saite gebildet wird) die nächst tiefere Octav vom Ton der Stimmgabel. Ist also der Gabelton c_1, so ist der Fadenton unter den angegebenen Umständen c_0; die entsprechende Spannung des Fadens wollen wir mit S_1 bezeichnen.

Vermindert man nun die Spannung des Fadens mehr und mehr, so gelangt man endlich zu einer Spannung S_2, bei welcher sich, wenn man die Stimmgabel anstreicht, ein Knoten in der Mitte des Fadens bildet (Fig. 520 2). Auch unter diesen Umständen ist der Ton des Fadens die nächst niedere Octav von dem der Stimmgabel; bei der Spannung S_2 würde also der Ton des Fadens, wenn er ohne Schwingungsknoten seiner ganzen Länge nach oscillirte, um zwei Octaven tiefer sein als der Stimmgabelton.

Zwischen der Spannung S_1 und der Spannung S_2 giebt es eine andere, die wir mit S_a bezeichnen wollen, für welche sich der Faden in der der Fig. 520 3 entsprechenden Weise abtheilt, also drei Bäuche bildet. In diesem Falle aber ist die Schwingungsweite des Fadens bei weitem geringer als man sie bei den Spannungen S_1 und S_2 beobachtet.

Die Bahn, welche der Punkt *h* beschreibt, während die Stimmgabel vibrirt, ist nun nicht geradlinig, sondern elliptisch. Die grosse Axe dieser Ellipse fällt mit der Richtung des Fadens zusammen, sie ist longitudinal; die allerdings bei weitem kleinere kleine Axe dieser Ellipse steht rechtwinklig zur Richtung des Fadens, sie ist transversal.

Die bei der Spannung S_1 und S_2 beobachteten Oscillationen des Fadens rühren von dem longitudinalen Vibrationsantheil der Gabelvibrationen her. Die durch die longitudinale Bewegung von *h* erzeugten Wellen sind aber nicht allein weit intensiver, als die durch die Transversalbewegung von *h* erzeugten, sondern sie pflanzen sich auch im Faden mit doppelt so grosser Geschwindigkeit fort.

Bei den Spannungen S_1 und S_2 sind die Oscillationen des Fadens, welche durch die Longitudinalvibrationen des Punktes *h* erzeugt werden, so überwiegend, dass gegen sie die Oscillationen verschwinden, welche von den Transversalvibrationen von *h* herrühren.

Bei der Spannung S_a dagegen können die Longitudinalvibrationen von *h* keine stehenden Wellen des Fadens erzeugen, weil die Fadenlänge unter diesen Umständen $^3/_4$ von der Länge der Wellen ist, welche durch die Longitudinalvibrationen von *h* im Faden erzeugt werden; deshalb aber werden bei der Spannung S_a die stehenden Wellen sichtbar, welche in dem Faden durch die Transversalvibrationen von *h* erzeugt werden.

Dreht man die Leiste *LL* aus der in Fig. 525 dargestellten Lage um 90°, so dass der Faden vertical steht, so sind die Vibrationen von *h* durchaus transversal zum Faden. Dieser zeigt alsdann

bei der Spannung	S_1	2	Bäuche	und	1	Knoten
„ „ „	S_a	3	„	„	2	„
„ „ „	S_2	4	„	„	3	„

181 **Stroboskopische Beobachtung tönender Saiten.** Es ist bereits bemerkt worden, dass die Schwingungen tönender Saiten viel zu rasch sind, als dass man sie unmittelbar beobachten könnte; sie scheinen aber beliebig langsam vor sich zu gehen, wenn man sie nach der in §. 169 besprochenen Methode durch die stroboskopische Scheibe beobachtet. Um eine recht deutliche Wahrnehmung zu erzielen, muss sich die hell erleuchtete metallische Saite vor einer geschwärzten Unterlage befinden. Will man die ganze Saite bequem übersehen, so muss sie der Art aufgestellt sein, dass man sie verkürzt erblickt.

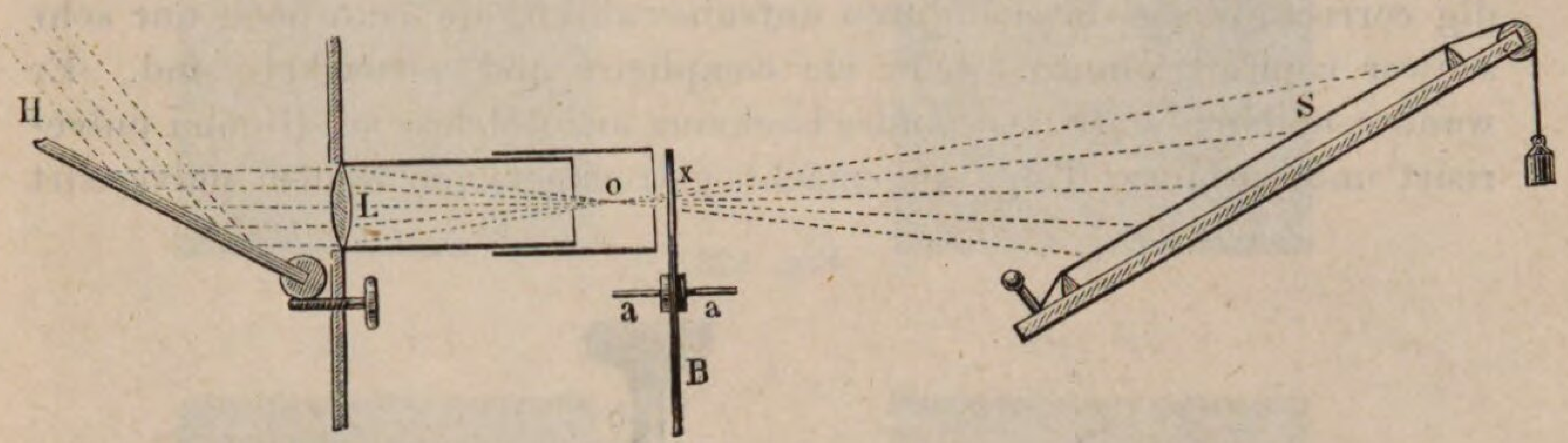
Hier, wie bei der Beobachtung singender Flammen, muss die Bedingung erfüllt sein, dass in der Zeit, welche zwischen dem Vorübergang zweier auf einander folgender Spaltöffnungen vergeht, sehr nahe 1 oder 2 oder 3 Vibrationen der tönenden Saite ausgeführt werden.

Eine überraschende Vervollkommnung dieser Versuche erzielte Töpler (Pogg. Ann. CXXVIII) dadurch, dass er mittelst der rotirenden Scheibe eine intermittirende Beleuchtung der Saite herstellte, wie dieses durch Fig. 527 erläutert wird. *H* ist der Spiegel eines gewöhnlichen Heliostaten, wie man ihn bei einem Sonnenmikroskop benutzt. Die Linse *L* giebt in *o* ein kleines Sonnenbild, von welchem aus die Strahlen in das verfinsterte Beobachtungslokal divergiren.

Die rotirende Scheibe *B* wird so aufgestellt, dass der Conus von Sonnenstrahlen gerade durch eine oben bei *x* vorübergehende Oeffnung fallen kann. Alles Nebenlicht wird dadurch abgehalten, dass man auf die Röhre des Sonnenmikroskops noch ein Röhrenstück aufschiebt, welches fast zur Scheibe *B* reicht. Setzt man die Scheibe in Rotation, so erscheint bei einer gewissen Geschwindigkeit der austretende Strahlenkegel constant. Betrachtet man bei dieser Beleuchtung einen tönenden

Körper, z. B. die Saite S, welche mit der Lochscheibe ganz wie früher (§. 169) nahezu gleich gestimmt ist, so kann man die Schwingungen mit der grössten Deutlichkeit und Bequemlichkeit beobachten, wobei man noch den Vortheil hat, dass mehrere Personen zugleich dieselben beobachten können.

Fig. 527.



Die eben beschriebene Versuchsweise leidet an dem Uebelstande, dass es schwer hält, die Umdrehungsgeschwindigkeit der stroboskopischen Scheibe in entsprechender Weise zu reguliren, es war also wünschenswerth, die intermittirende Beleuchtung durch ein Stroboskop mit fixer Tonhöhe herzustellen und nach diesem den zu untersuchenden Körper zu stimmen. Dies gelang zuerst Professor Mach (Optisch-akustische Versuche) durch Anwendung einer Helmholtz'schen Unterbrechungsstimmgabel von grosser Excursionsweite an Stelle der rotirenden Scheibe. Auch Töpler und Boltzmann haben sich unabhängig derselben Methode bedient (Pogg. Ann. CXLI). Eine eingehendere Besprechung der Helmholtz'schen Unterbrechungsgabel folgt in dem §. 187.

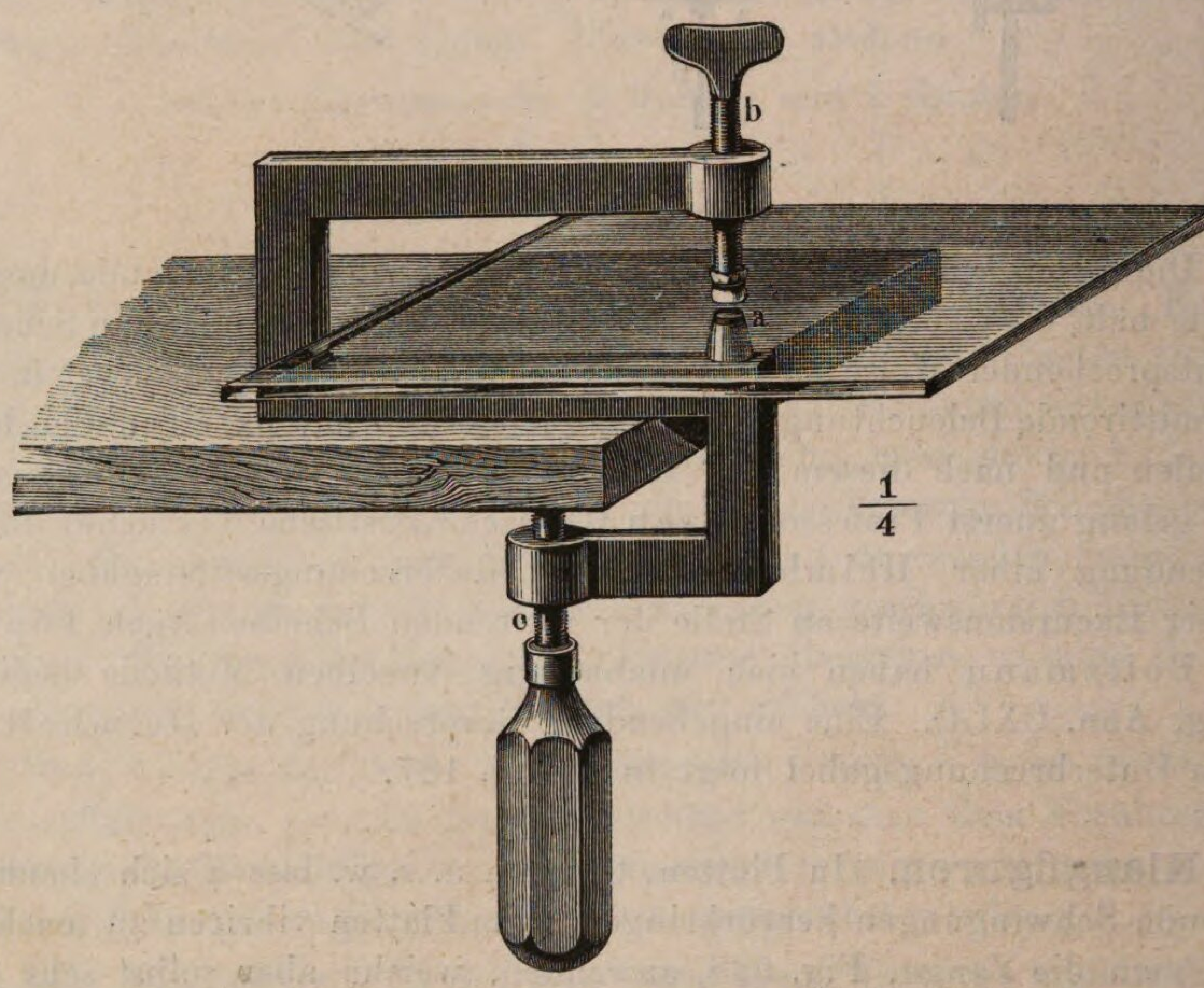
Klangfiguren. In Platten, Glocken u. s. w. lassen sich ebenfalls stehende Schwingungen hervorbringen. Um Platten vibriren zu machen, kann man die Zange, Fig. 528, anwenden, welche aber selbst sehr gut befestigt sein muss. Die Platte wird zwischen den Cylinder a und die Schraube b gebracht, welche beide mit einem Stückchen Kork oder Leder endigen. Wenn die Platte gehörig festgeschraubt ist, kann man die Vibrationen durch Anstreichen mit dem Fiedelbogen hervorbringen. 182

Man kann auf diese Weise Platten von Holz, Glas, Metall u. s. w. in Schwingungen versetzen, sie mögen nun dreieckig, viereckig, rund oder elliptisch u. s. w. sein. Die vibrirenden Platten erzeugen ebenso wie die vibrirenden Saiten Töne, welche bald höher, bald tiefer sind. Man beobachtet ferner, dass sich die Platte für jeden dieser Töne in schwingende Theile abtheilt, welche durch Ruhelinien oder Knotenlinien getrennt sind. Im Allgemeinen wird die Ausdehnung der schwingenden Theile um so kleiner, die Knotenlinien also um so zahlreicher, je höher der Ton wird.

Um die Existenz dieser Knotenlinien nachzuweisen, streut man auf die obere Fläche der Tafel feinen trocknen Sand, welcher während des Tönens in die Höhe hüpft und niederfällt und sich endlich an den Knotenlinien anhäuft. Auf diese Weise entstehen die sogenannten Klangfiguren, deren Erfinder Chladni ist.

Savart hat ein sinnreiches Mittel ausgedacht, um auf eine vollständig correcte Weise diese Figuren aufzubewahren, die man doch nur sehr schwer copiren könnte, wenn sie complicirt und verwickelt sind. Er wandte nämlich statt des Sandes Lackmus an, welches mit Gummi pulverisirt und zu einem Teige angemacht, getrocknet, von Neuem pulverisirt

Fig. 528.



und durchgesiebt wird, um Körnchen von passender Dicke zu erhalten. Wenn dieses farbige und hygroskopische Pulver auf der Platte sich in den Knotenlinien angesammelt hat, so reicht es hin, auf die Platte ein mit etwas Gummiwasser befeuchtetes Blatt Papier zu legen, um die Figur durch einen leichten Druck auf demselben zu fixiren. Auf diese Weise ist es Savart gelungen, mehrere hundert solcher Figuren derselben Platte zu sammeln, welche verschiedenen Tönen entsprechen.

Mit derselben Platte lassen sich, wie schon bemerkt, eine Menge verschiedener Figuren erzeugen, je nachdem man mit dem Bogen stärker oder schwächer, schneller oder langsamer streicht, oder je nachdem man den Unterstützungspunkt der Platte verändert und an verschiedenen Stellen des Randes streicht.

Die Figuren 529 bis 532 stellen vier bei centraler Einspannung (d. h. wenn die Platte gerade in ihrem Mittelpunkte von der Zange

Fig. 529.

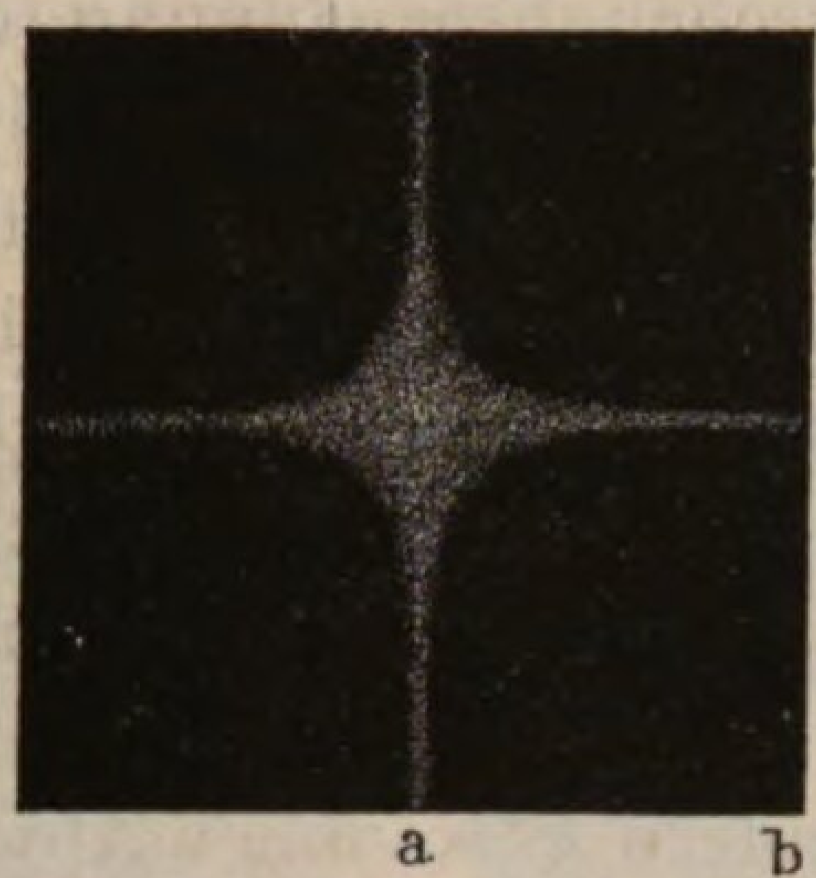


Fig. 530.

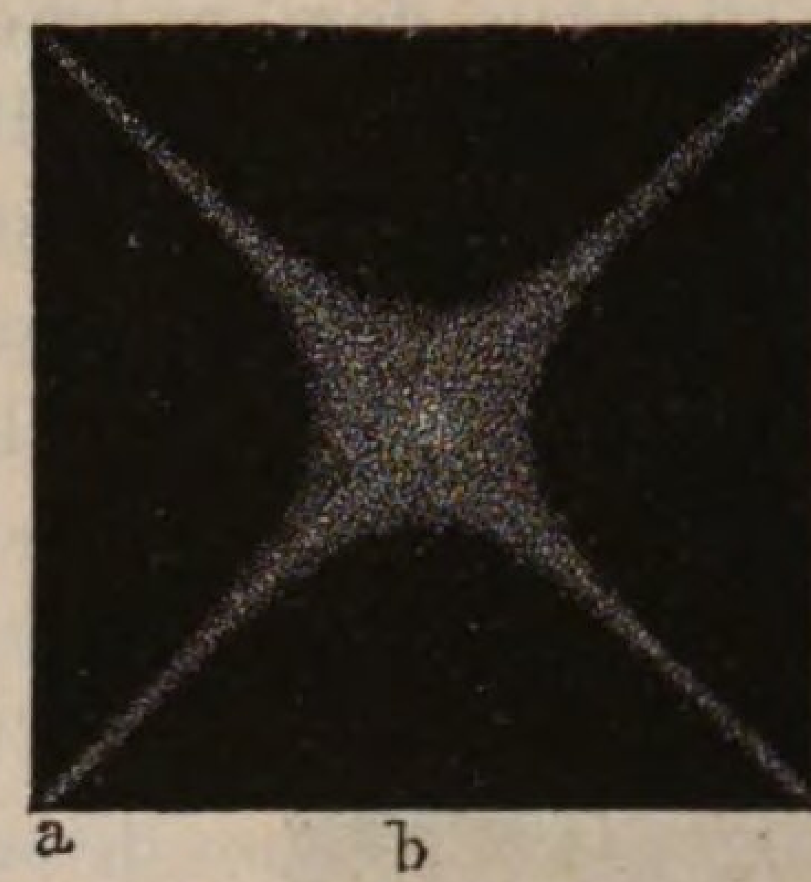


Fig. 531.



Fig. 532.

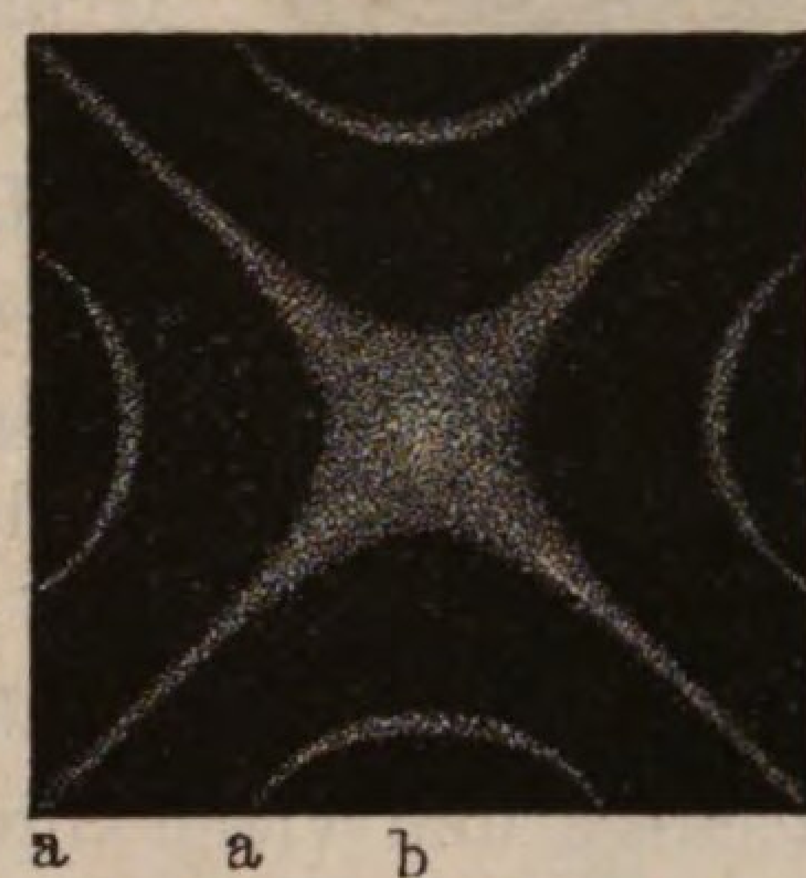


Fig. 528 festgehalten wird) erhaltene Klangfiguren dar, welche entstehen, wenn man an den mit *a* bezeichneten Stellen des Randes einen Finger

Fig. 533.

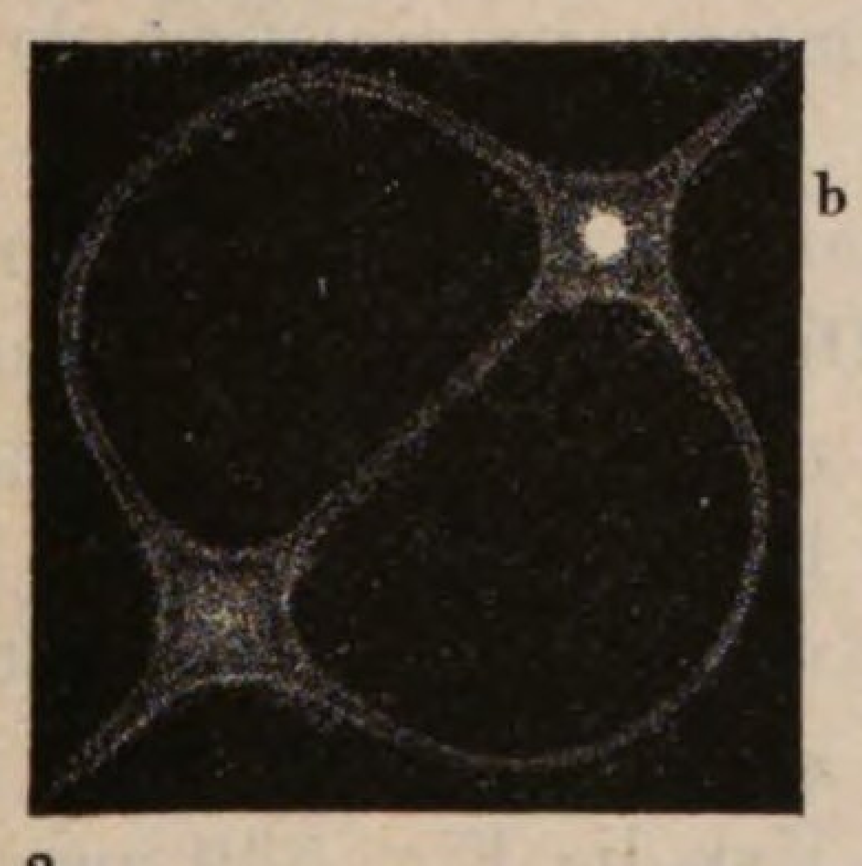


Fig. 534.

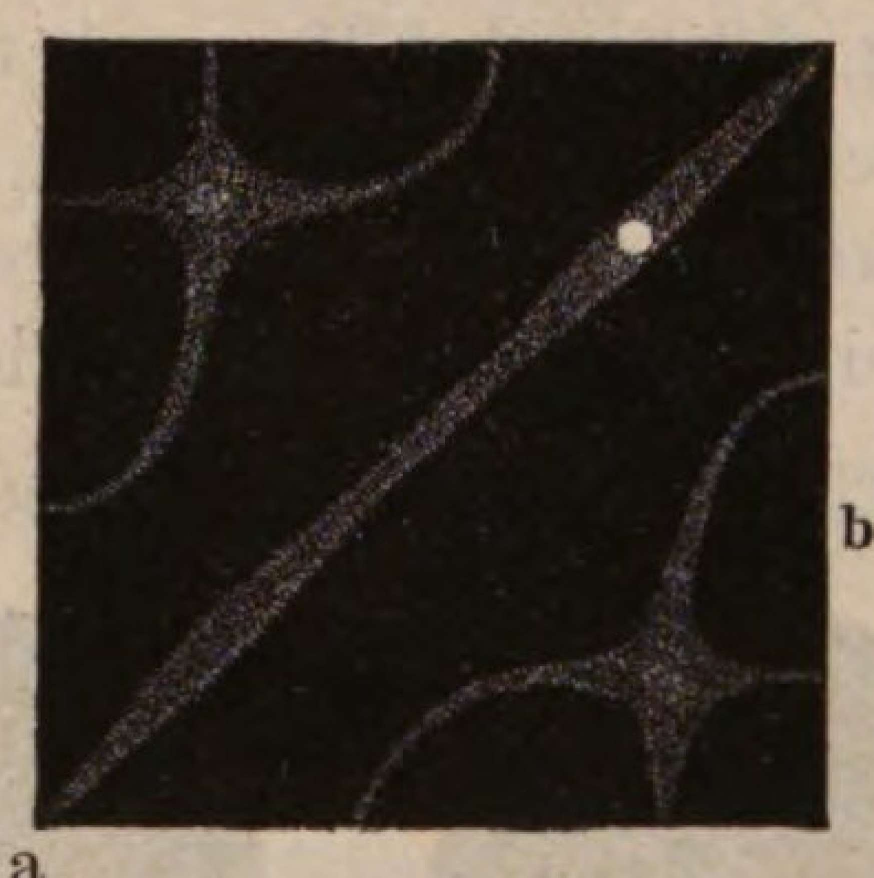


Fig. 535.

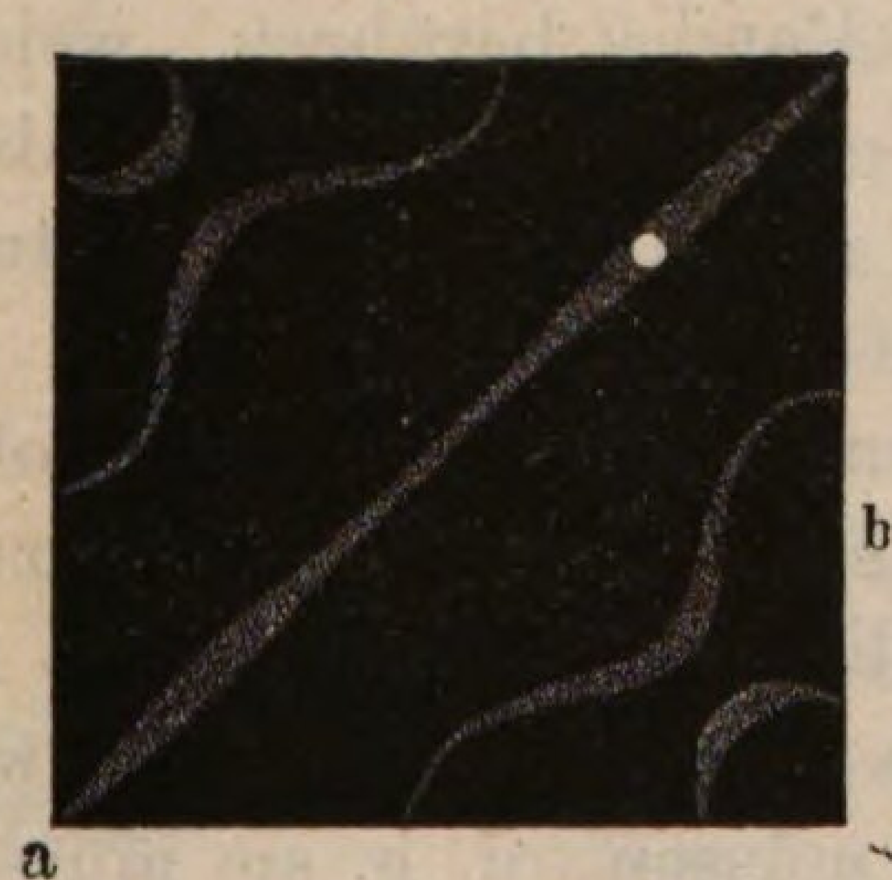
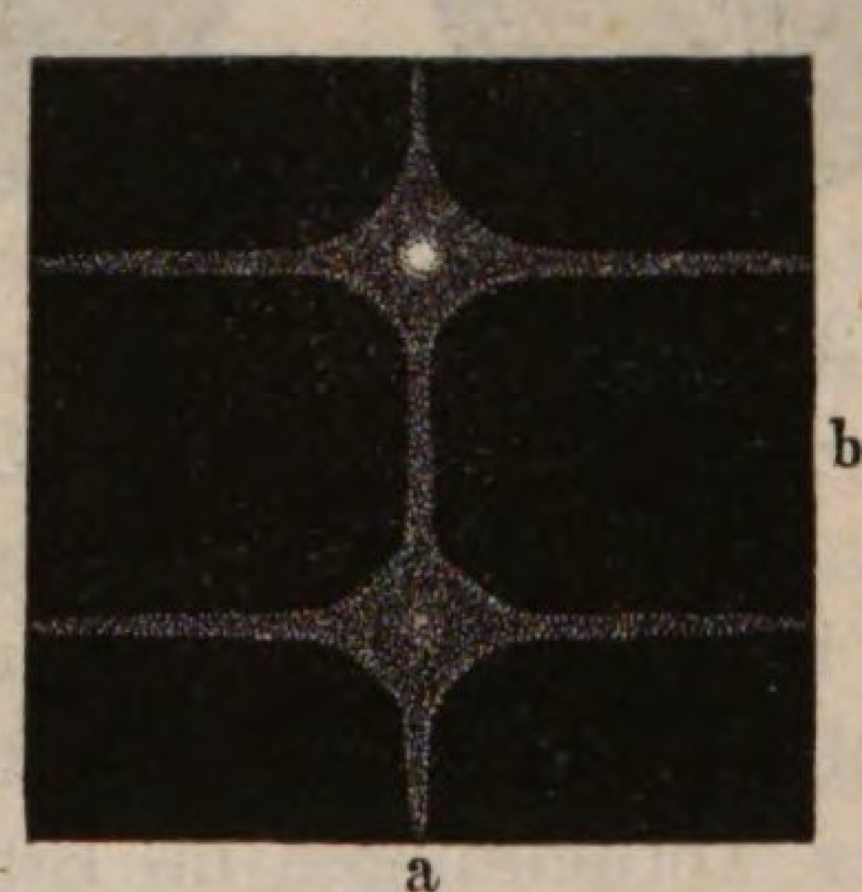


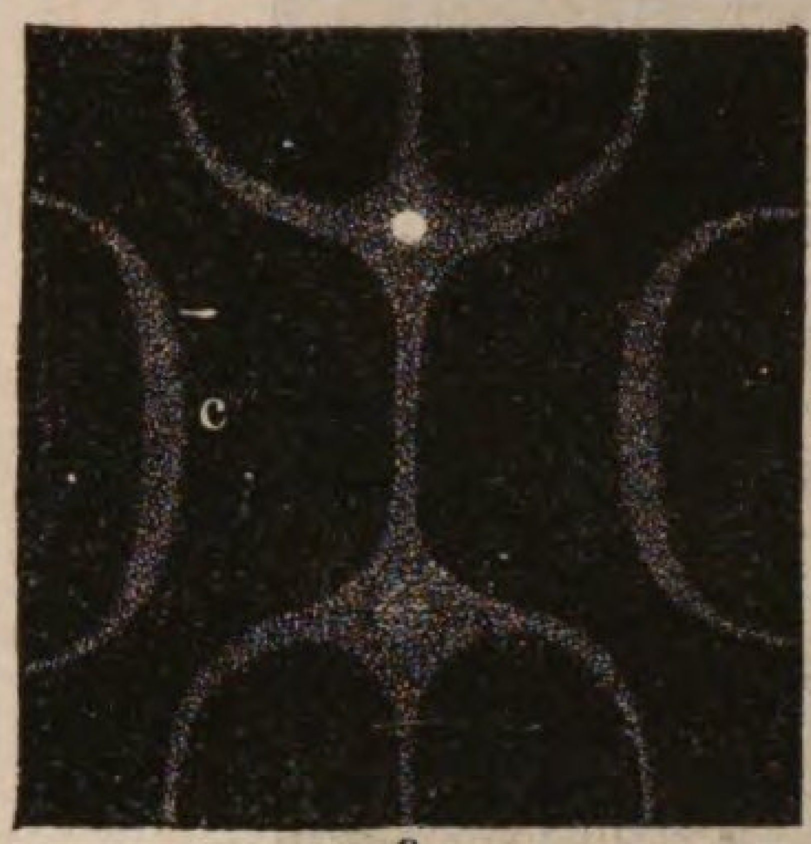
Fig. 536.



anlegt und dann an der durch *b* bezeichneten Stelle mit dem Fiedelbogen streicht.

Die Figuren 533 bis 537 stellen einige der unendlich mannigfaltigen Klangfiguren dar, welche bei excentrischer Einspannung erhalten werden, und zwar ist die Stelle, welche gerade von der Zange Fig. 528 festgehalten wird, als ein ganz weisser Punkt dargestellt. Die Stelle des Randes, welche mit dem Fiedelbogen anzustreichen ist, ist auch hier mit *b*, die mit dem Finger anzuhaltende durch *a* bezeichnet. Um die Fig. 537 sicher zu erhalten, muss man noch bei *c* einen Finger aufsetzen.

Fig. 537.



Nicht alle Glasplatten von gleicher Grösse und Gestalt geben bei gleichem Verfahren genau dieselbe Figur, sondern es kommen Abweichungen vor, welche man als Varietäten desselben Grundtypus bezeichnen kann. So sind Fig. 534 und Fig. 535 Klangfiguren, die bei gleichem Verfahren mit zwei verschiedenen aber gleich grossen Glasplatten erhalten wurden. Häufig beobachtet man auch mehr oder weniger bedeutende Abweichungen vom regelmässigen Verlauf der Klangfiguren, was durch Ungleichförmigkeiten in der Masse der Glasplatten zu erklären ist.

Dreieckige und vieleckige Platten geben ähnliche Erscheinungen.

Kreisförmige Platten geben auch unzählig viele Töne, und jedem derselben entspricht auch eine besondere Figur. Man unterscheidet **diametrale, concentrische** und **gemischte** Systeme.

Das diametrale System ist nur aus Durchmessern zusammengesetzt, wie Fig. 538 und 539, und theilt den Umfang in eine gerade Anzahl von Theilen.

Man erhält solche Figuren, wenn man die Platte in ihren Mittelpunkt einspannt und am Rande streicht. Die Fig. 538 erhält man, wenn man mit dem Finger einen Punkt des Randes berührt, welcher 45° von der Stelle absteht, an welcher man streicht. Um die Fig. 539 zu erhalten, muss man zwei Punkte des Randes berühren, welche um 45° von einander abstehen, und an einer Stelle streichen, welche $22^1/_2{}^0$ von dem einen dieser Punkte entfernt ist.

Fig. 538.

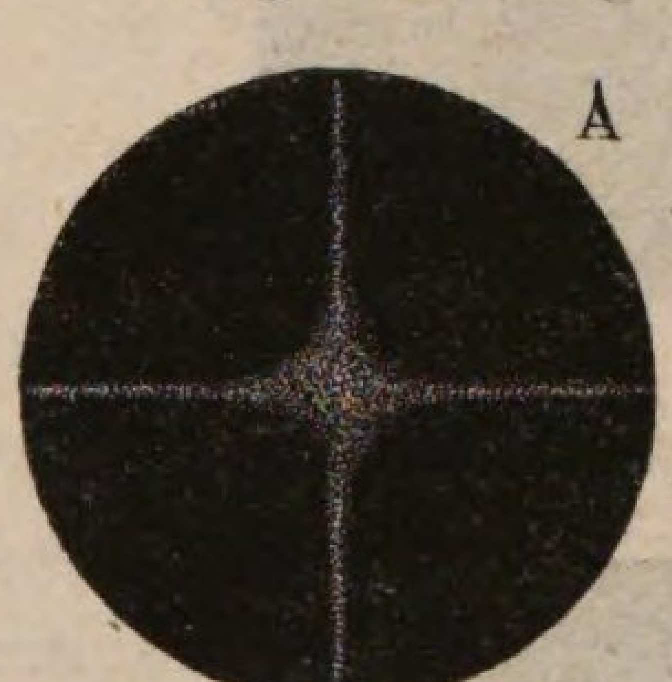
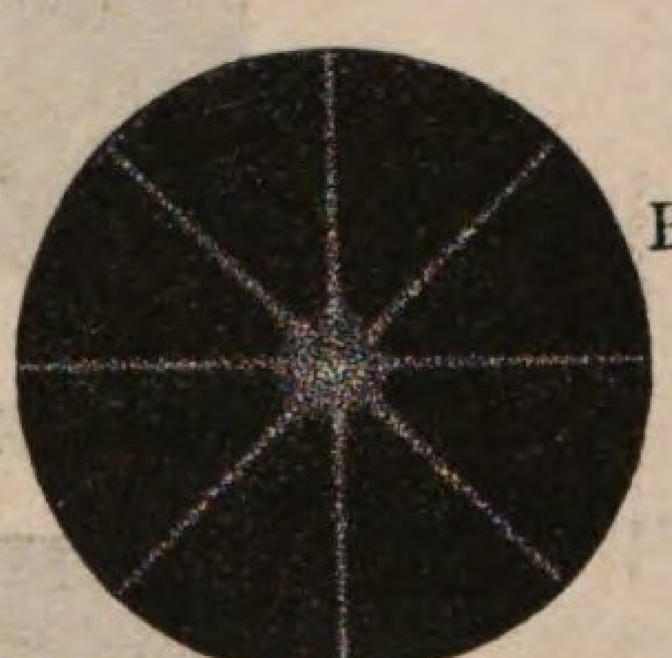


Fig. 539.



An Metallscheiben von 3 bis 4 Decimeter Durchmesser beobachtet man oft 36 bis 40 Abtheilungen am Umfange. Es ist leicht einzusehen, warum bei dieser Theilungsart durch Radien stets eine gerade Anzahl von Abtheilungen entstehen muss; denn 1) ist klar, dass die Schwingungen aller Abtheilungen im Einklange sein müssen, d. h. sie müssen alle

in gleicher Zeit gleichviel Schwingungen machen, und da sie gleiche Länge haben, so muss auch ihre Ausdehnung dieselbe sein; 2) müssen die neben einander liegenden Abtheilungen entgegengesetzte Bewegungen haben, und dies ist bei einer ungeraden Anzahl von Abtheilungen nicht möglich.

Um concentrische Knotenlinien zu erhalten, wovon Fig. 540 die einfachste Form zeigt, muss die Platte vom Mittelpunkte aus in Schwingungen versetzt werden, was am besten dadurch bewerkstelligt werden kann, dass man aus der Mitte ein Stück herausschneidet, wie Fig. 541 andeutet, welches gross genug ist, um mit einem Fiedelbogen hineinzukommen. Nachdem nun diese Platte excentrisch in die Schraubklemme, Fig. 528, Seite 488, eingespannt worden ist, wird eine beliebige Stelle des inneren Randes mit dem Fiedelbogen gestrichen. Ist z. B. der Punkt *a*, Fig. 541, eingeklemmt, so entsteht die hier abgebildete Figur, wenn man bei *b* streicht.

Fig. 540.

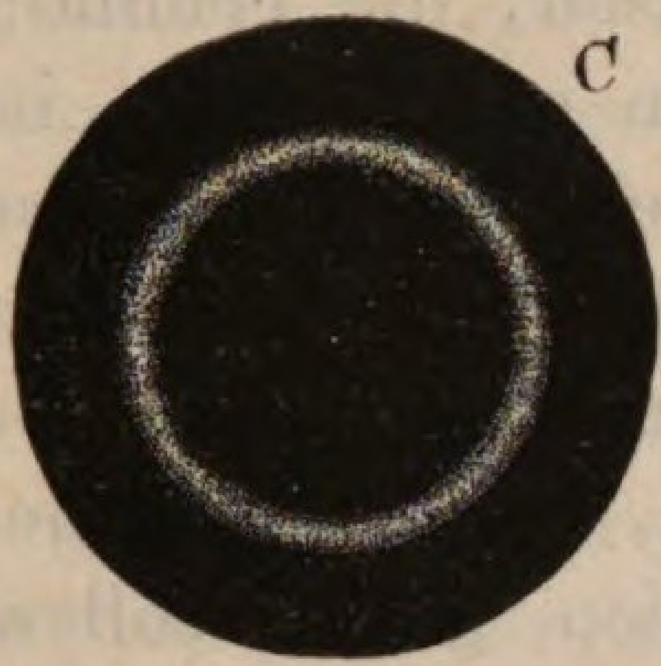


Fig. 541.

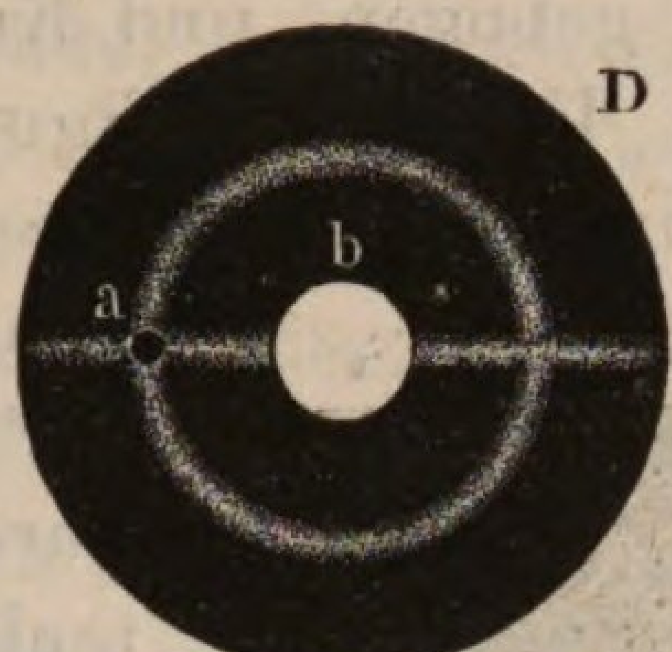


Fig. 542.

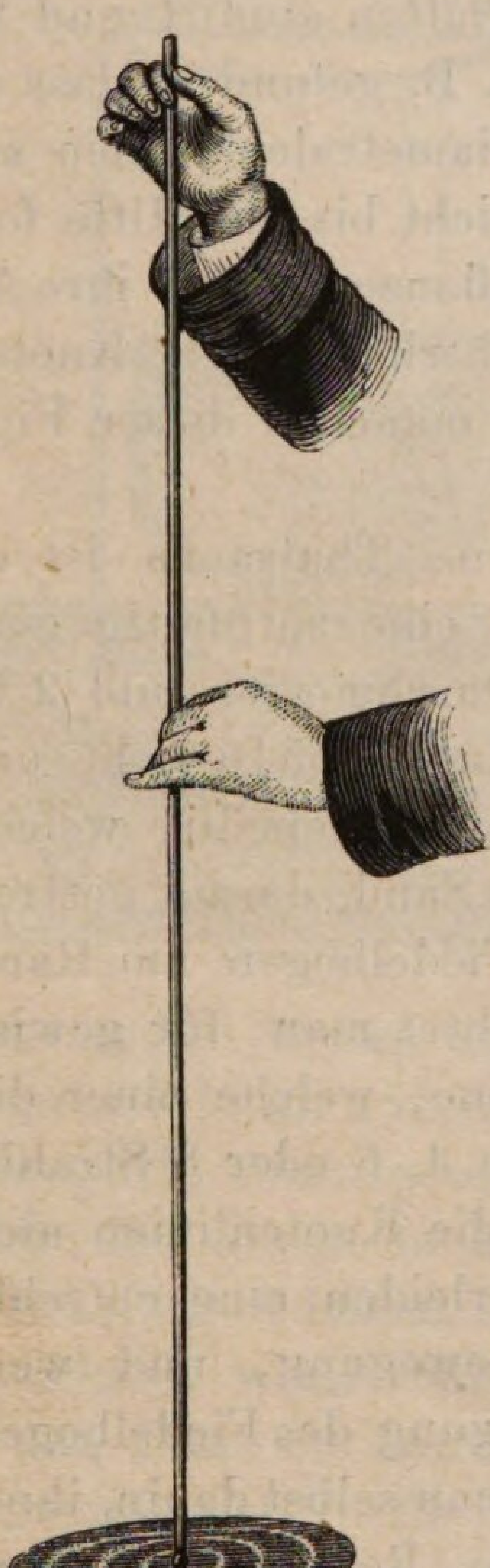
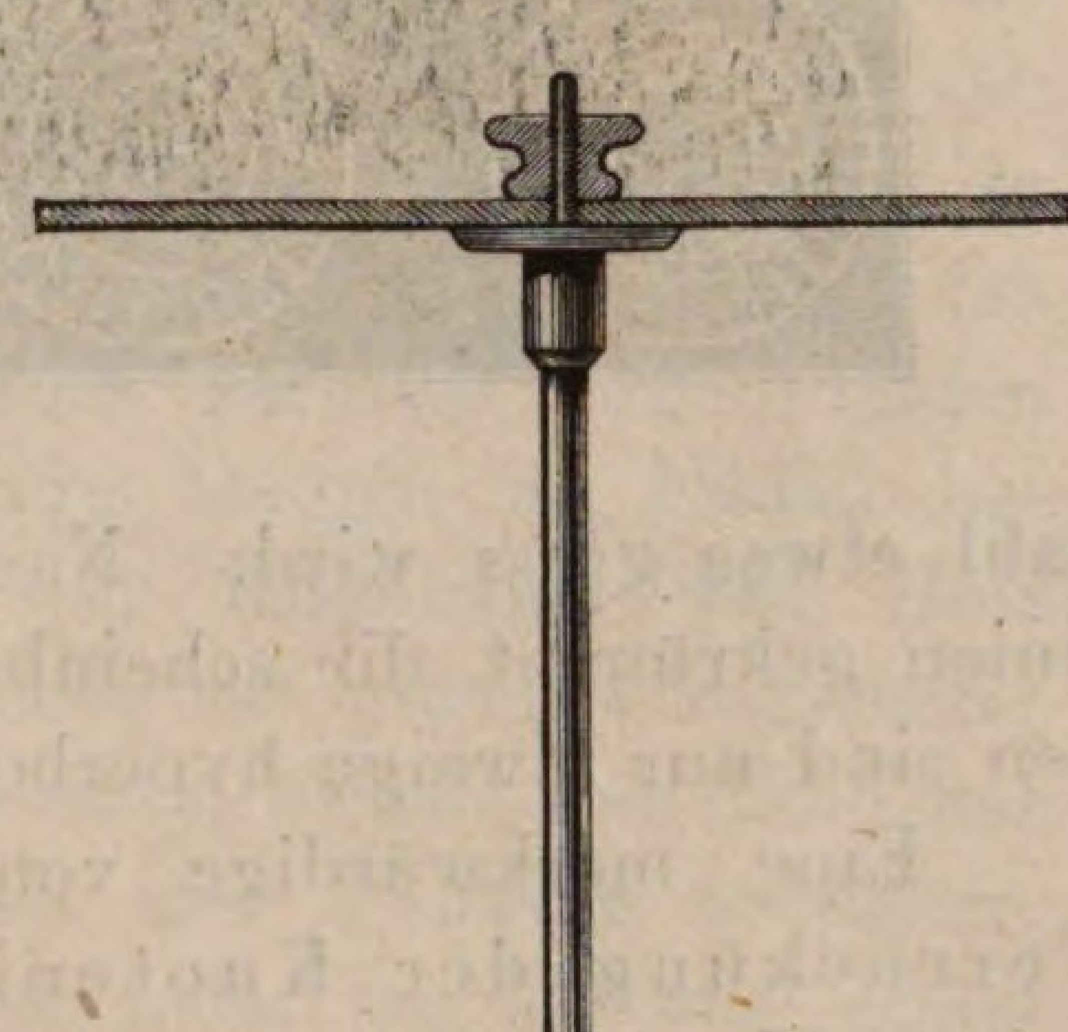


Fig. 543.



Fig. 544.

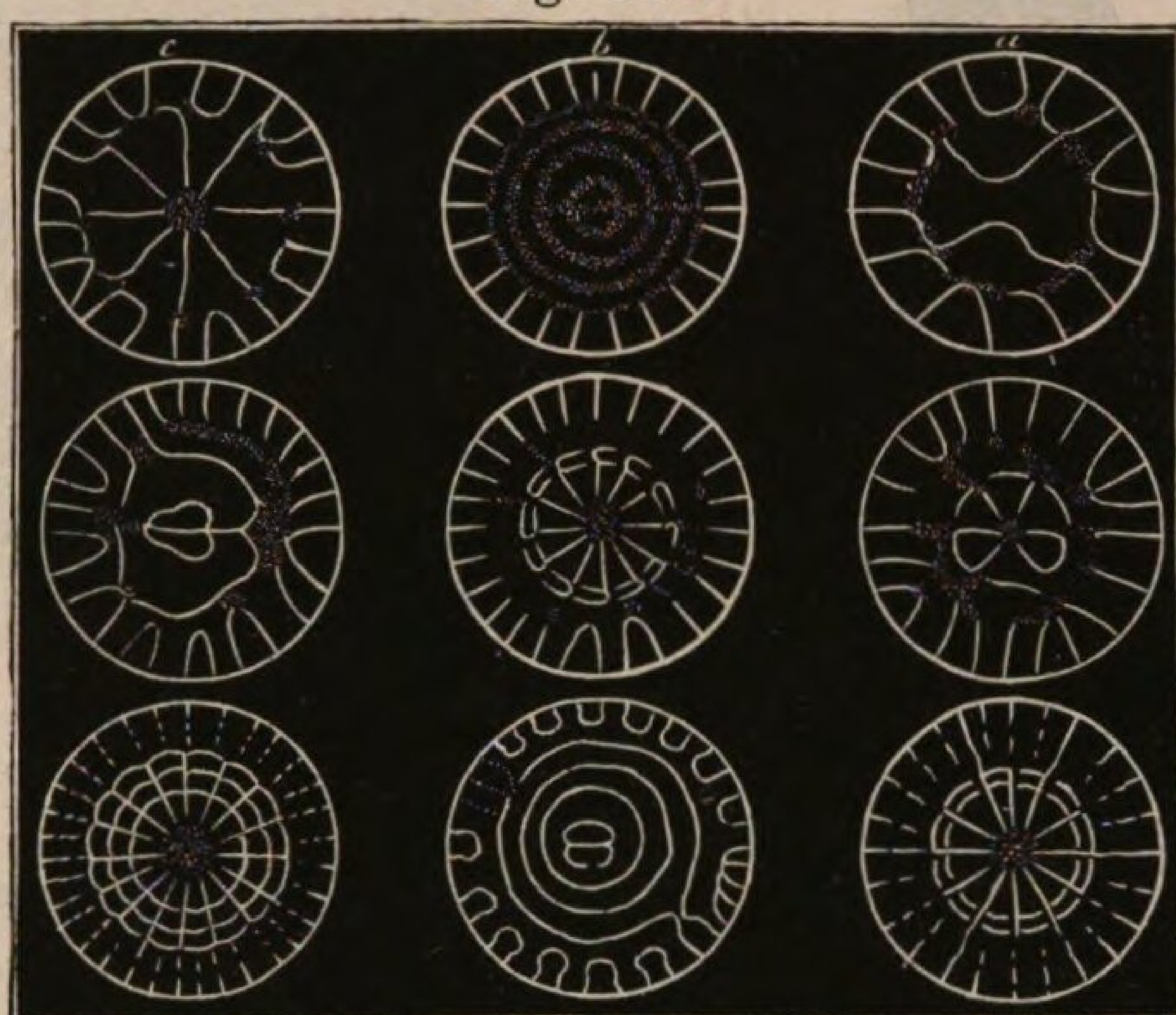


Um ringförmige Knotenlinien zu erzeugen, kann man sich auch einer Metallplatte bedienen, in deren Mitte ein ungefähr 4 mm dicker und ungefähr 1 m langer Stahlstab eingesteckt und angelöthet ist. Wenn man den Stab in der Mitte seiner Länge zwischen zwei Fingern der linken Hand festhält und am oberen Ende dann mit den Fingern der anderen Hand, zwischen denen man vorher etwas Colophonium zerrieben hat, herabstreicht, wie Fig. 542 andeutet, so giebt der Stahlstab seinen Längston und der auf die Platte gestreute Sand ordnet sich dabei zu mehreren concentrischen Ringen.

Dieser Versuch lässt sich auch dahin abändern, dass man eine Glas- oder Metallplatte in der Fig. 543 und Fig. 544 (a. v. S.) anschaulich gemachten Weise auf dem oberen Ende eines gegen 7 m langen, 4 bis 6 Millimeter dicken, unten in einen Holzklotz eingeleimten Holzstäbchens befestigt und dieses durch Streichen mit dem Finger zum Tönen bringt.

Das gemischte System von Knotenlinien besteht aus diametralen Linien, welche mehr oder weniger gebogen, und Kreisen, die ebenfalls mehr oder weniger verändert sind. Um solche Figuren zu erhalten, ist immer einige Geschicklichkeit nöthig; das Princip besteht darin, mit den Fingern auf mehrere der Punkte zu drücken, durch welche die Knotenlinien gehen sollen. In Fig. 545 sind mehrere solcher zusammengesetzten Klangfiguren dargestellt.

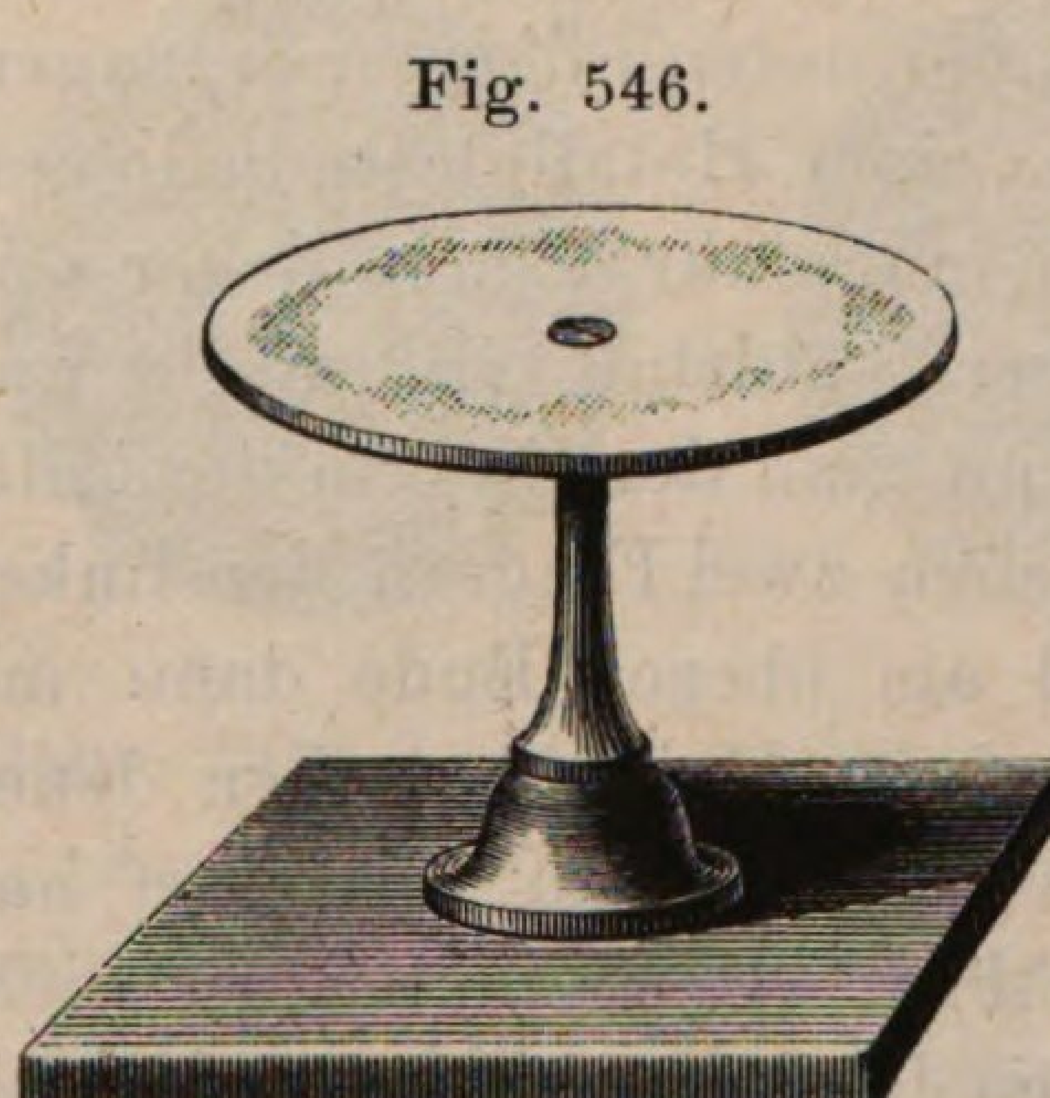
Fig. 545.



Savart hat auch die Klangfiguren runder Platten studirt und hat z. B. gefunden, dass die diametralen Linien sich nicht bis zur Mitte fortpflanzen, wenn ihre Anzahl etwas gross wird. Nach *Strehlke* sind überhaupt alle Knotenlinien gekrümmt, die scheinbar geraden Linien in manchen dieser Figuren sind nur Zweige hyperbolischer Curven.

Eine merkwürdige von *Savart* aufgefundene Thatsache ist die *Verrückung der Knotenlinien*. Wenn man eine sorgfältig gearbeitete Messingplatte von ungefähr 4 Decimeter Durchmesser und 2 bis 3 Millimeter Dicke in der Weise befestigt, wie man Fig. 546 sieht, und, nachdem man Semen lycopodii, welches weit leichter ist als Sand, darauf gestreut hat, mit einem Fiedelbogen am Rande streicht, so beobachtet man, für gewisse tiefe und volle Töne, welche einer diametralen Figur von 4, 6 oder 8 Strahlen entsprechen, dass die Knotenlinien nicht fest bleiben; sie erleiden eine entschiedene Oscillationsbewegung, und wenn man mit der Bewegung des Fiedelbogens fortfährt, gelangt man selbst dahin, ihnen eine continuirliche Rotationsbewegung zu ertheilen, so dass das Pulver eine Art Wirbel bildet, welcher in einer

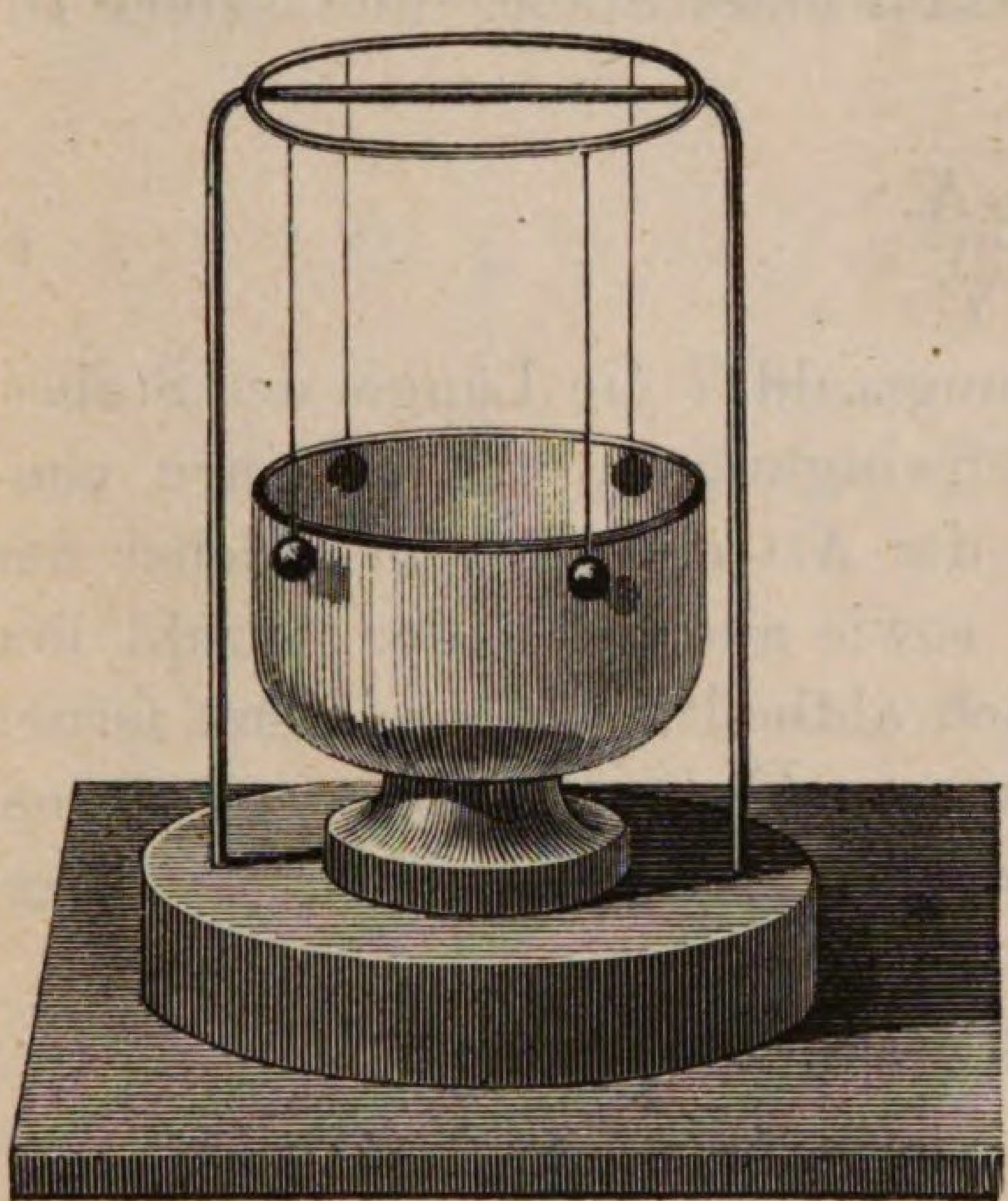
Fig. 546.



bestimmten Entfernung vom Umfange der Scheibe, dem er parallel bleibt, die Ebene der Scheibe durchläuft. Savart erklärt diese interessante Erscheinung auf folgende Weise: In den Scheiben, sie mögen noch so gut gearbeitet sein, ist die Elasticität nicht nach allen Richtungen dieselbe; es giebt zwei Durchmesser, von welchen einer der grössten, ein anderer der kleinsten Elasticität entspricht. Wenn man nun mit dem Fiedelbogen an einer solchen Stelle anstreicht, dass die Knotenlinien auf diese Durchmesser fallen, so bleiben die Knotenlinien unbeweglich; wenn man aber an einem anderen Punkte anstreicht, so sind die Bewegungen, welche der Fiedelbogen an dem Rande der Scheibe hervorbringt, unsymmetrisch, und die Knotenlinien, welche sich bilden, haben ein Bestreben, in die erste Lage zurückzukehren, und deshalb oscilliren sie um diese Lage, oder sie drehen sich continuirlich, wenn die hinlänglich grossen Excursionen der Scheibe ihnen eine hinreichende Amplitude geben, damit sie ihre Ruhelage verlassen können.

Die Glocken machen in der Regel normale Schwingungen, wie die Platten, und theilen sich auch durch Knotenlinien, welche sehr unregelmässig sein können. Die Vibrationen einer Glocke lassen sich mit Hülfe des Apparates Fig. 547 zeigen, welcher im Wesentlichen aus einer Glasglocke (einer sog. Käseglocke) besteht, welche mit ihrem Knopf in ein Stativ von Holz eingekittet ist. Von einem darüber angebrachten Drahtringe hängen an Fäden befestigt vier Kügelchen von Holz herab (jedes hat gegen 4 Millimeter Durchmesser), welche den Rand der Glocke an vier Punkten berühren, von denen jeder um 90⁰ vom anderen absteht. Streicht man nun mit dem Fiedelbogen den Rand der Glocke dicht neben einer solchen Kugel, so werden alle vier Kugeln lebhaft weggeschleudert, weil sie sich gerade an den Stellen der lebhaftesten Vibrationen befinden; streicht man aber in der Mitte zwischen zwei Kugeln, so bleiben dieselben fast ganz unbeweglich, vorausgesetzt, dass die Glocke ihren tiefsten Ton giebt, weil sie jetzt die Glocke in Knotenpunkten berühren.

Fig. 547.



Sehr schön lassen sich die Knoten einer solchen vibrirenden Glocke auch zeigen, wenn man sie ungefähr bis zu $^1/_3$ ihrer Höhe mit Wasser füllt und dann am Rande streicht. An der Stelle, welche vertical unter der gestrichenen Stelle liegt, kräuselt sich das Wasser zu einem kleinen Berge. Dasselbe geschieht an der Stelle, welche der eben bezeichneten diametral gegenüber liegt, und an den Punkten, welche um 90^0 von ihm

abstehen. An den vier Stellen dagegen, welche in der Mitte zwischen den vier Punkten der stärksten Bewegung liegen, bleibt die Oberfläche des Wassers ruhig. — Wenn die Vibrationsbewegung eine lebhafte ist, so steigen die Wasserberge an den Stellen der kräftigsten Vibrationen ziemlich hoch an und kleine Wassertröpfchen werden dann von hier aus gegen die Mitte des Gefässes hin fortgeschleudert.

Es ist klar, dass alle festen Körper ebenso wie Stäbe und Platten vibriren können, und dass sie sich dabei durch Knotenflächen, welche mehr oder weniger unregelmässig sind, abtheilen.

183 **Transversalschwingungen elastischer Stäbe.** Unter elastischen Stäben verstehen wir starre Körper von solcher Form, dass ihre Länge sehr bedeutend ist im Vergleich zu ihrer Breite und Dicke, welche aber doch noch breit und dick genug sind, um ihnen die Biegsamkeit der Saiten zu benehmen, so dass also solche Stäbe ohne Weiteres schon Elasticität genug haben, um zu vibriren und zu tönen, und nicht erst einer Spannung bedürfen, wie die Saiten.

Ein solcher Stab kann, wie eine gespannte Saite, mehrere Töne geben, je nachdem sich mehr oder weniger Knotenlinien in demselben bilden.

Die Beziehungen der Schwingungszahl eines Stabes und seiner Dimensionen ist durch die Formel

$$z = C\frac{e}{l^2}\sqrt{\frac{gK}{\varphi}} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 1)$$

ausgedrückt, in welcher z die Schwingungszahl, l die Länge des Stabes, e dessen Dicke in der Richtung der Schwingungen, und C einen constanten Factor bezeichnet, welcher von der Art abhängt, in welcher der Stab unterstützt oder eingeklemmt ist, sowie auch von der Anzahl der Schwingungsknoten, durch welche er sich abtheilt. Es bezeichnet ferner g die beschleunigende Kraft der Schwere, K den Elasticitätsmodulus, und φ das specifische Gewicht der Substanz, aus welcher der Stab verfertigt ist.

Nach Gleichung 1) ist also die Schwingungszahl eines Stabes

1. direct proportional der Dicke,
2. umgekehrt proportional dem Quadrat der Länge,
3. direct proportional der Quadratwurzel aus dem Elasticitätsmodulus,
4. umgekehrt proportional der Quadratwurzel aus dem specifischen Gewichte der Substanz.

Von der Breite des Stabes ist die Schwingungszahl unabhängig.

Den tiefsten Ton, dessen ein Stab überhaupt fähig ist, giebt er, wenn sich seiner ganzen Länge nach kein Schwingungsknoten bildet, wie es der Fall ist, wenn das eine Ende desselben auf zweckmässige Weise eingeklemmt wird.

Bei einem elastischen Streifen, welcher eingeklemmt ist, wie Fig. 548 zeigt, und welcher langsam genug schwingt, um seine

einzelnen Schwingungen zählen zu können, lässt sich ganz direct die Richtigkeit der Gleichung 1) in Beziehung auf die Länge nachweisen. Macht z. B. ein so eingeklemmter 1 Meter langer Streifen 40 Schwingungen in 30 Secunden, so wird er, auf 75 cm verkürzt, 71 Schwingungen in der gleichen Zeit machen, woraus sich leicht ergiebt, dass die Schwingungszahlen sich umgekehrt verhalten wie die Quadrate der schwingenden Längen.

Je bedeutender die Dicke des Stabes im Vergleich zu seiner Länge wird, desto mehr nimmt die Zahl der Schwingungen zu, so dass man sie alsbald nicht mehr einzeln verfolgen und zählen kann; alsdann aber hat man an der Tonhöhe ein Mittel, die Richtigkeit des obigen Gesetzes zu controliren.

Auf einem Resonanzboden seien vier Stahlstäbchen von gleicher Dicke befestigt, wie es Fig. 549 zeigt, deren Längen sich verhalten wie $1 : \sqrt{\frac{4}{5}} : \sqrt{\frac{2}{3}} : \sqrt{\frac{1}{2}}$, so wird, mit dem Fiedelbogen gestrichen, das zweite Stäbchen die grosse Terz, das dritte die Quint und das vierte die Octav desjenigen Tones geben, welchen man von dem ersten erhält.

Fig. 548.

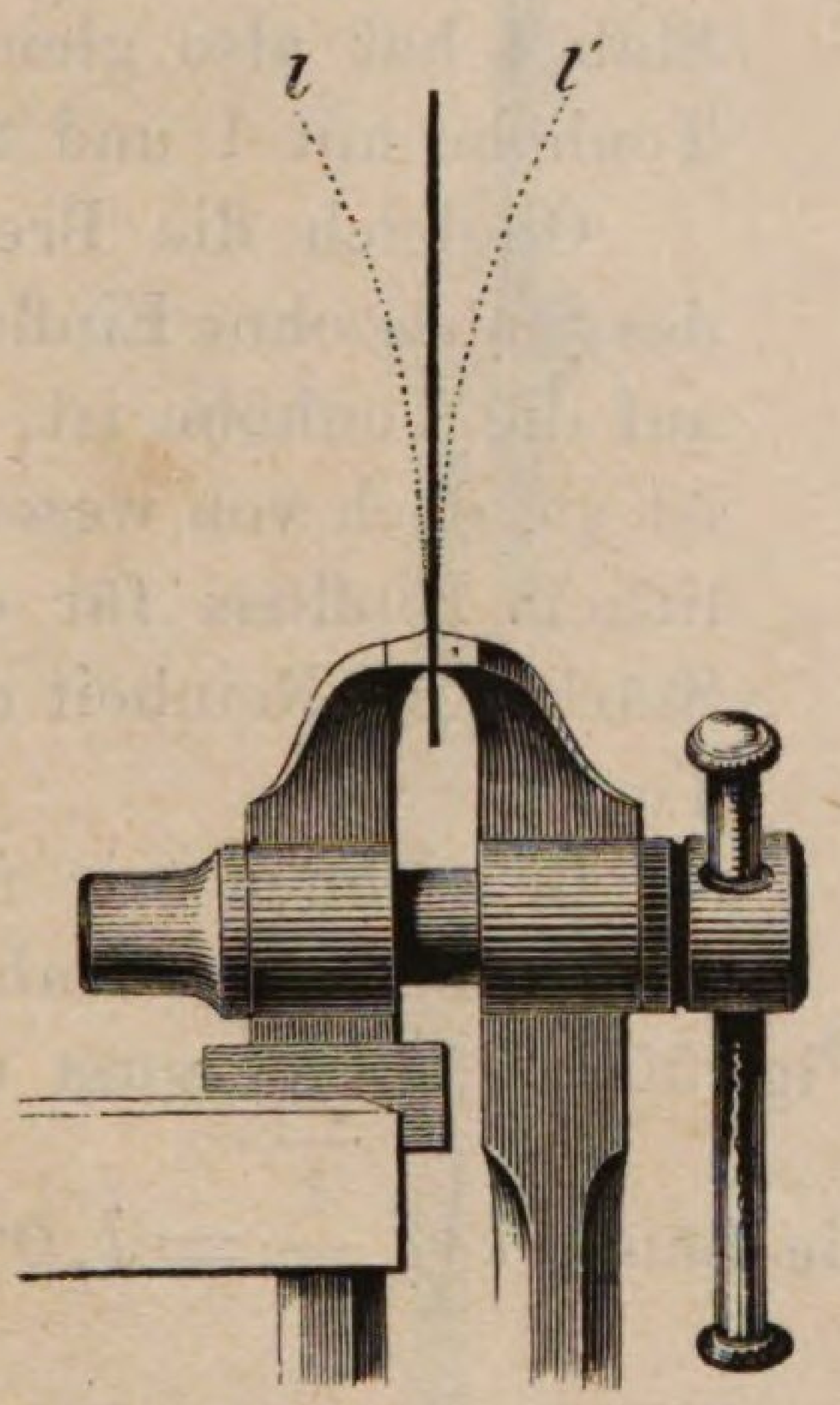


Fig. 549.

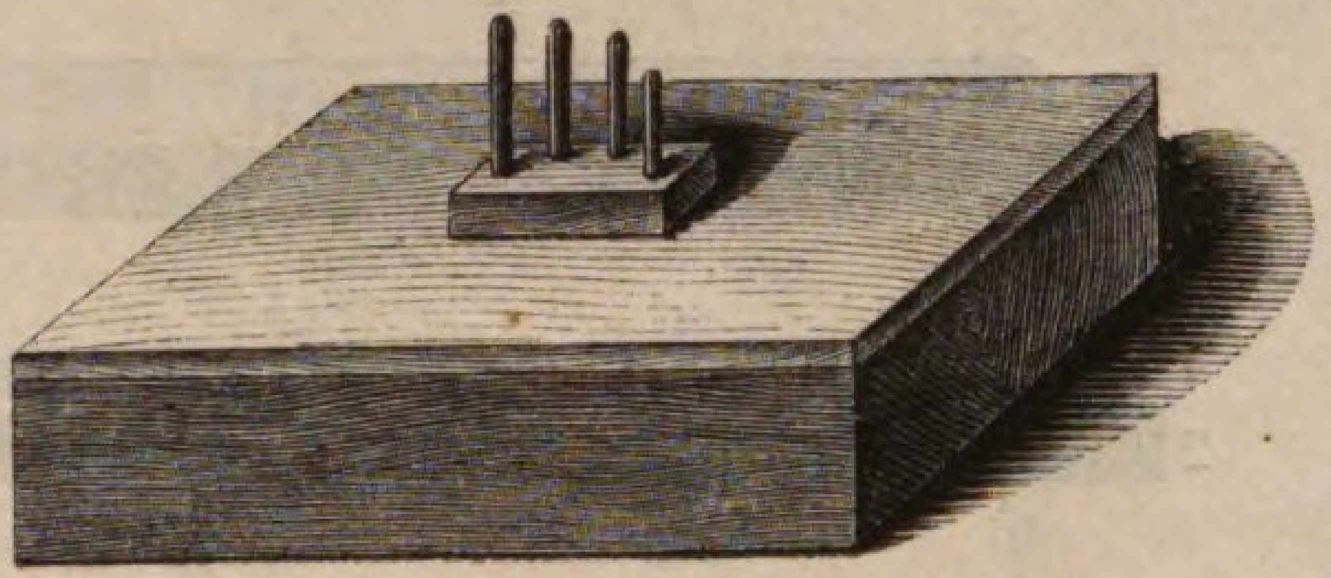


Fig. 550.

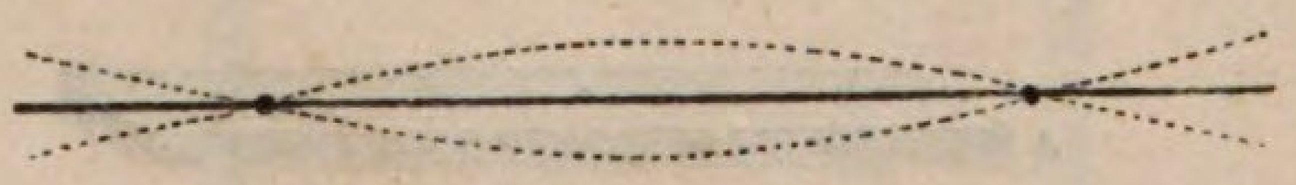
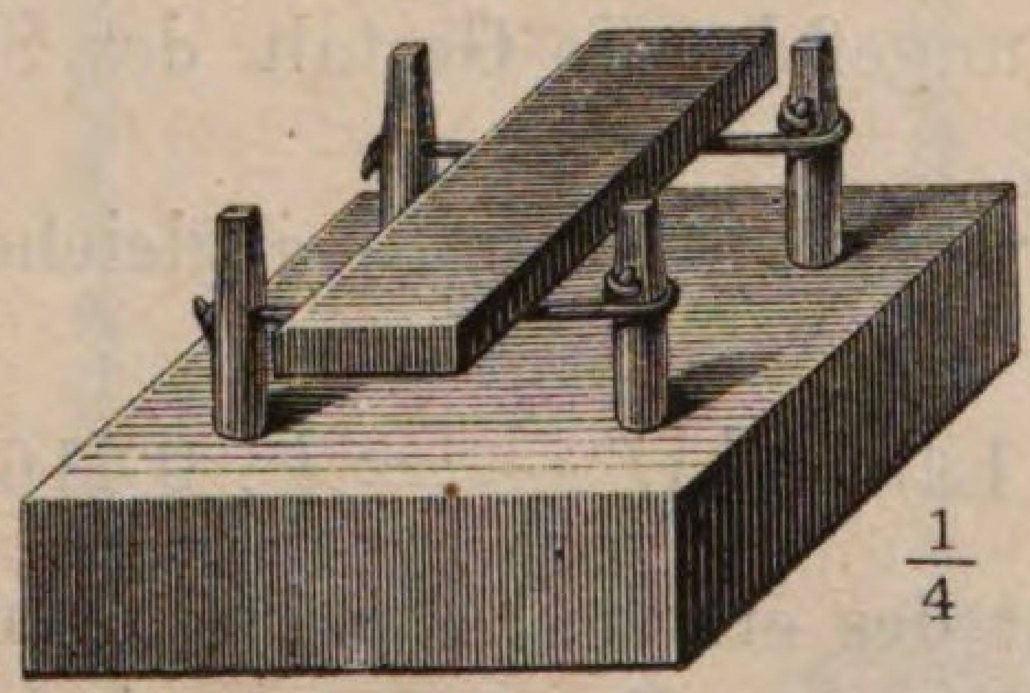


Fig. 551.



Wenn die beiden Enden eines Stabes frei schwingen sollen, so hängt die Schwingungszahl davon ab, welche Stellen desselben festgehalten oder unterstützt sind. Ist der Stab nun in der Mitte seiner Länge befestigt, so ist sein Grundton derselbe, wie der eines sonst gleichen Stabes von halber Länge, welcher an dem einen Ende befestigt ist.

Wenn sich in einem an beiden Enden frei schwingenden Stabe zwei Schwingungsknoten bilden, so liegt jeder derselben um $^1/_5$ der gesammten Stablänge von dem entsprechenden Stabende ab, so dass der Zwischenraum zwischen den beiden Schwingungsknoten $^3/_5$ der gesammten Stablänge beträgt, wie dies Fig. 550 (a. v. S.) andeutet. Man erhält diese Schwingungsart unter anderem, wenn man den Stab in einem der Schwingungsknoten zwischen zwei Fingern festhält und ihn mit einem Holzhammer in der Mitte seiner Länge anschlägt, oder auch, wenn man ihn, wie Fig. 554 (a. v. S.) andeutet, auf zwei Schnüre legt, welche ungefähr um $^3/_5$ der Stablänge von einander abstehen, und dann die Mitte oder das eine Stabende mit dem Holzhammer schlägt.

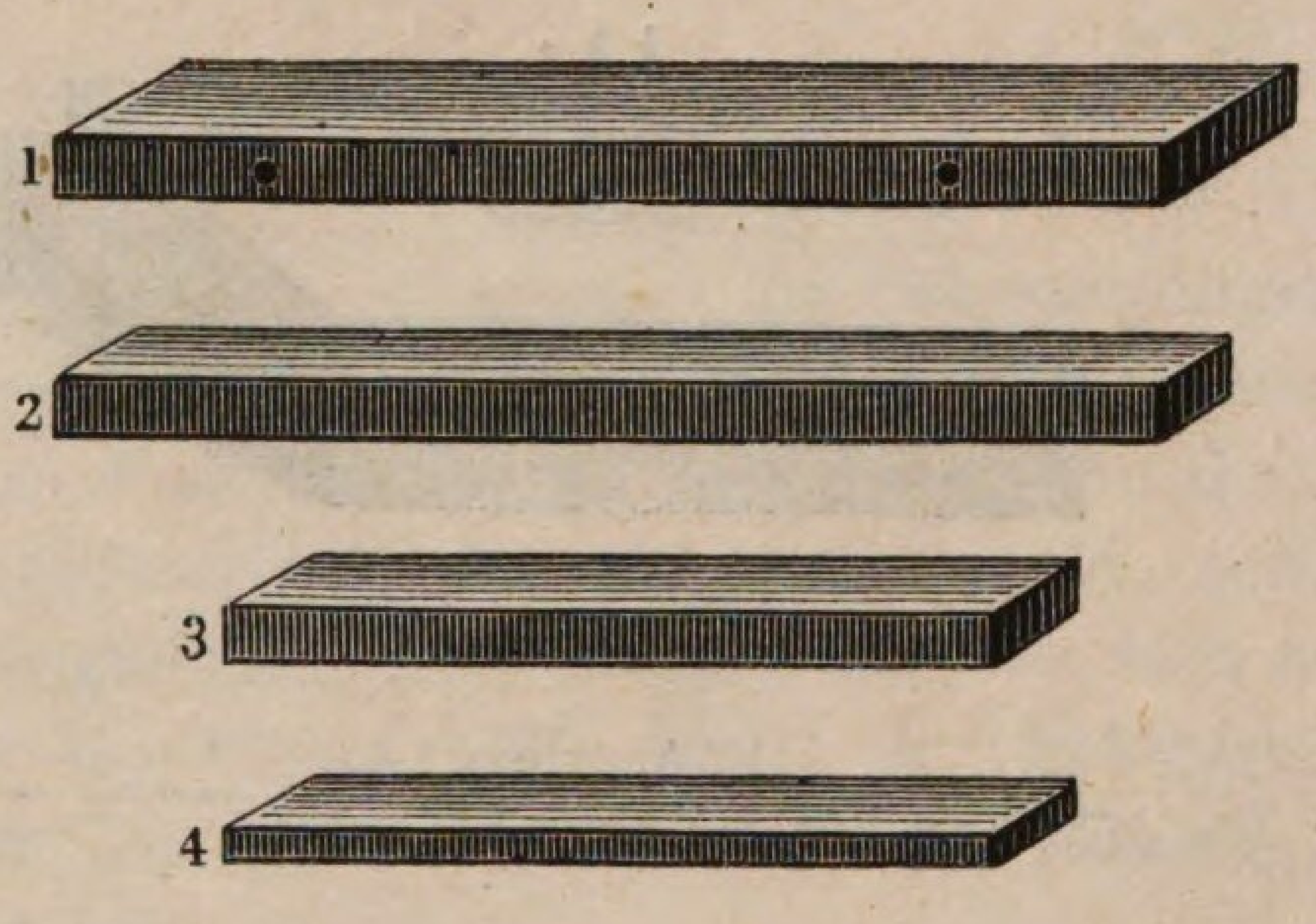
An so unterstützten Stäben ist es nun auch leicht, die Richtigkeit der Gleichung 1) S. 494 nachzuweisen.

Zwei Stahlstäbe, 1 und 2, Fig. 552, geben gleichen Ton, weil sie gleiche Länge und gleiche Dicke haben, obgleich 2 viel schmäler ist als 1.

Der Stab 3 giebt die Octav der Stäbe 1 und 2, weil bei gleicher Dicke seine Länge $\sqrt{\frac{1}{2}}$, also 0·707mal kleiner ist.

Da bei gleicher Länge der Stab 4 nur halb so dick ist wie 3, so giebt 4 die nächst tiefere Octav von 3, der Stab 4 hat also gleiche Tonhöhe mit 1 und 2.

Fig. 552.



Obgleich die Breite des Stabes ohne Einfluss auf die Tonhöhe ist, so ist sie doch von wesentlichem Einfluss für die Stärke und Reinheit des Tones.

Bezeichnen wir mit l die Länge eines Stabes, welcher ungefähr die Gestalt des Stabes 2, Fig. 552, hat, so muss ein Stab derselben Substanz bei gleicher Dicke die Länge $l\sqrt{\frac{4}{5}} = l.0·89$ oder die Länge $l\sqrt{\frac{2}{3}} = l\,.\,0·816$ haben, wenn er die grosse Terz oder die Quint des ersteren Stabes geben soll.

Will man mehrere harmonische Metallstäbe der eben besprochenen Art in einem Apparate vereinigen, so kann man jeden Stab an der Stelle der Schwingungsknoten parallel mit den Breitekanten durchbohren, wie beim Stab 1 Fig. 552 angedeutet ist, und sie dann mittelst durchgezogener Schnüre zusammenfassen, Fig. 553, oder man kann die Stäbe auf convergirenden gespannten Bändern aufleimen, wie man Fig. 554 sieht.

Nach Art der Fig. 554 ist das Lignum psalterium aus Holzstäben und die Glasharmonika aus Glasplatten construirt, welche mit Korkhämmern geschlagen werden.

Fig. 553.

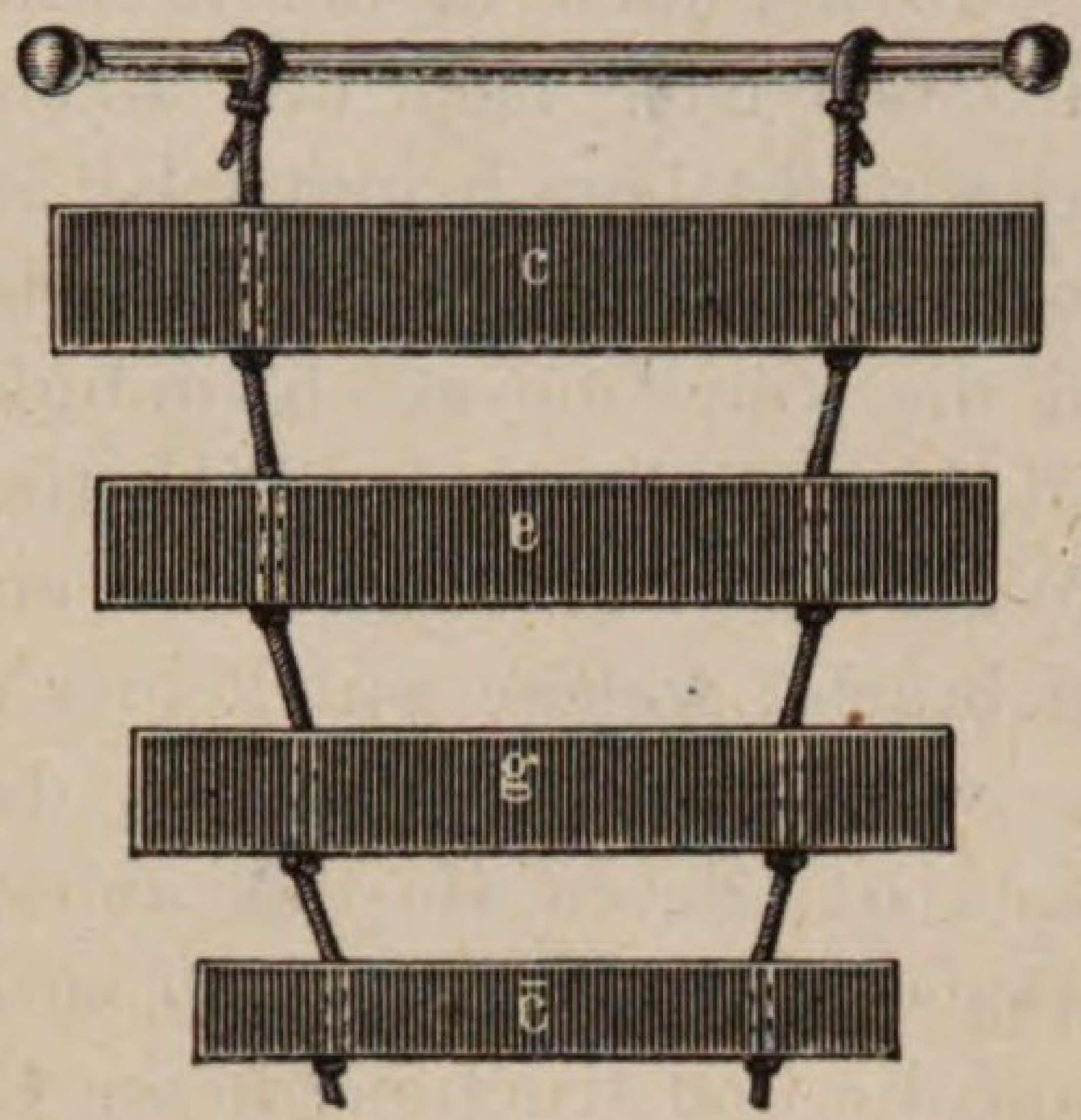


Fig. 554.

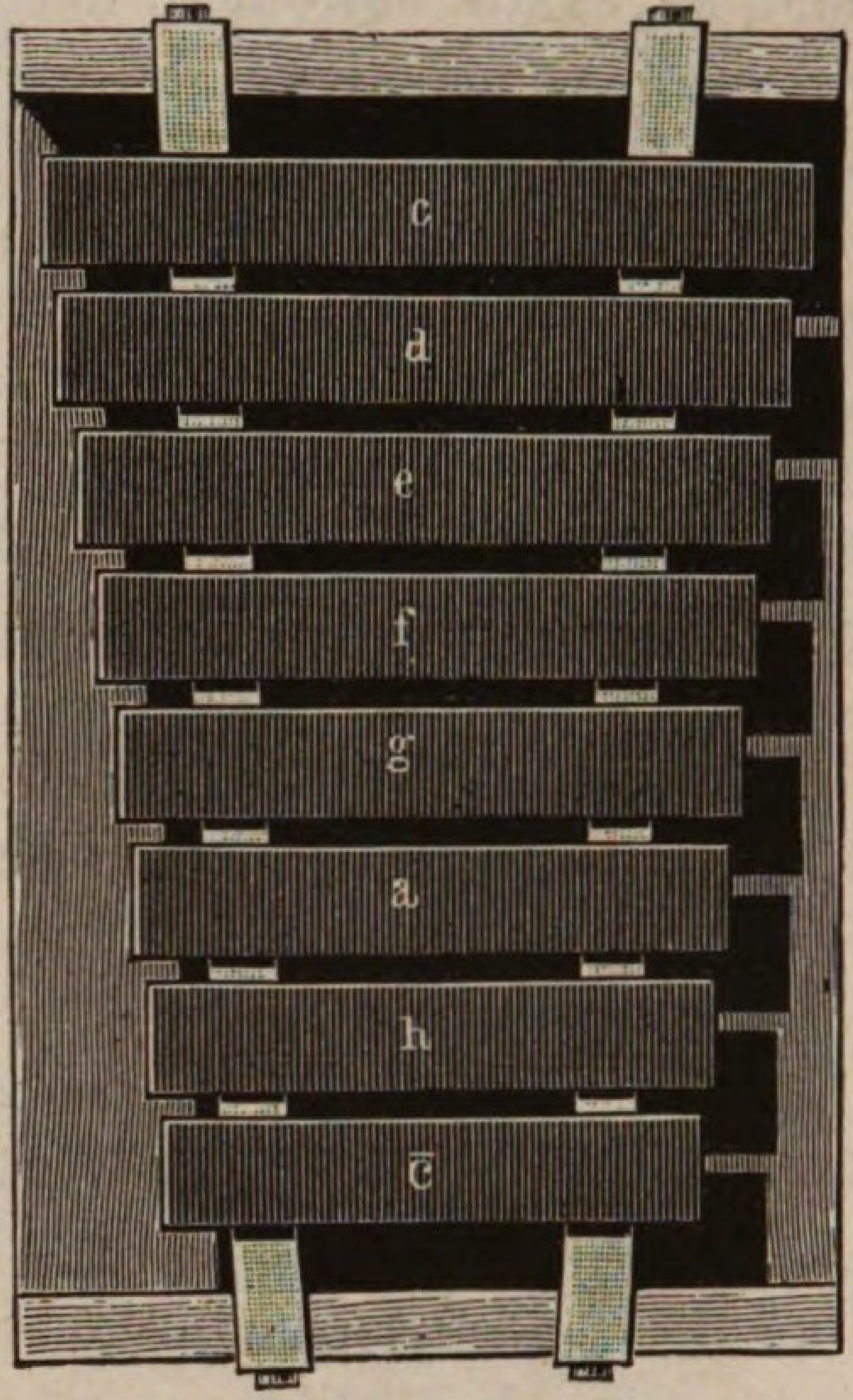


Fig. 557.

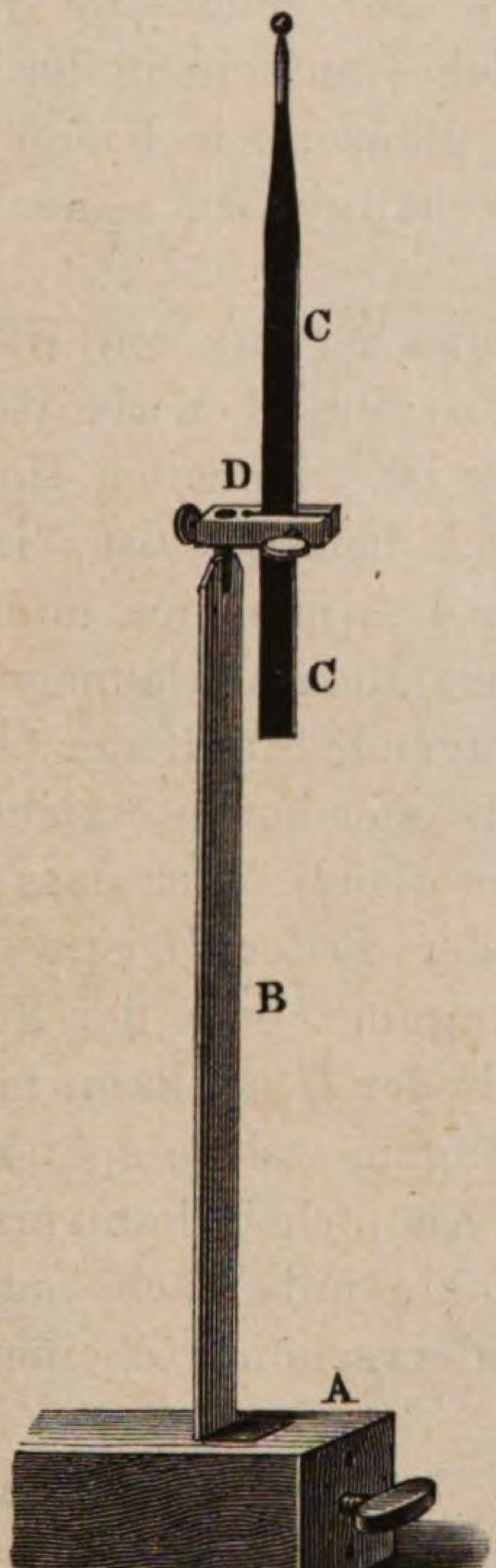


Fig. 555.

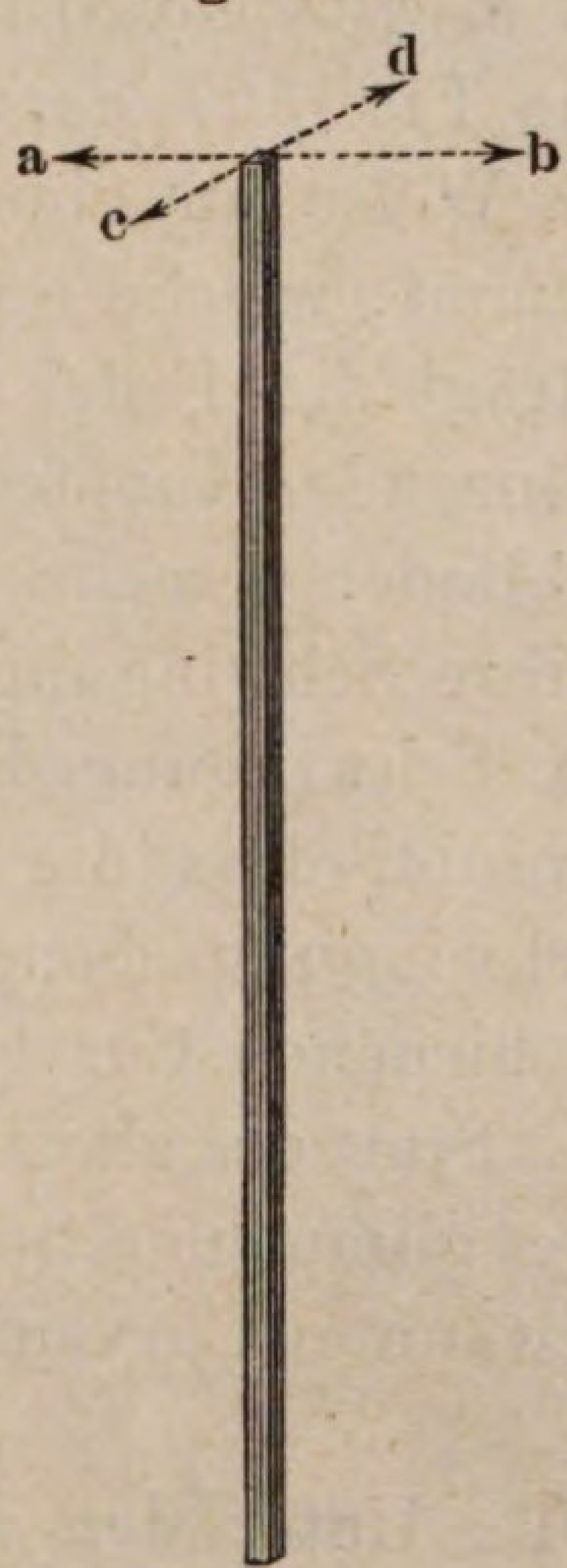
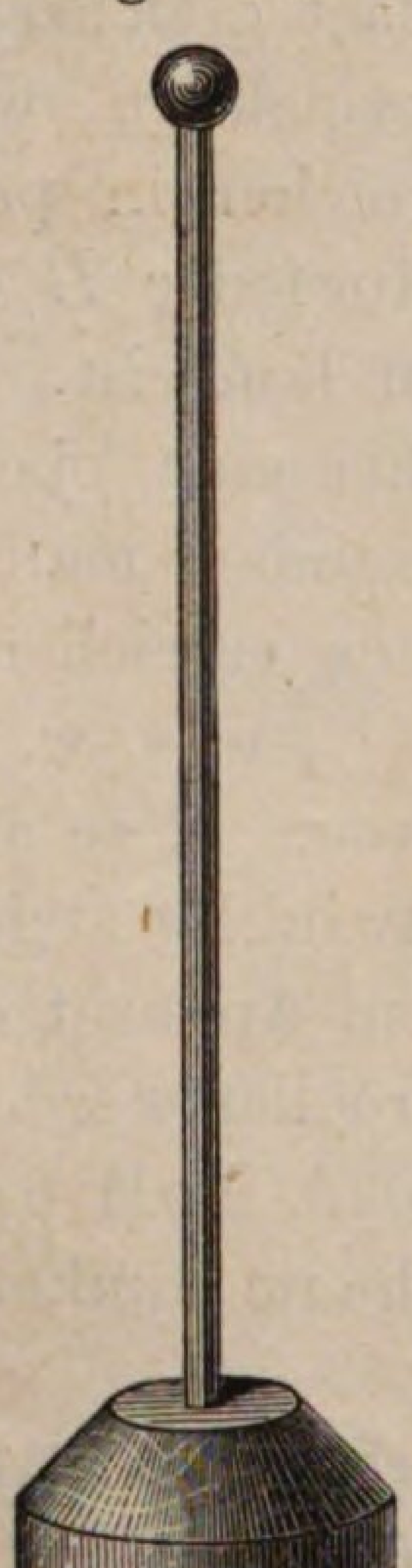


Fig. 556.



Bei den bisher betrachteten Stäben war die Dicke unbedeutend gegen Länge und Breite, weshalb bei solchen Transversalschwingungen nur in der Richtung der Dicke stattfinden können. Wenn aber Breite

und Dicke eines rectangulären Stabes unbedeutend sind gegen seine Länge, so sind Transversalschwingungen sowohl in der Richtung der Dicke als auch der Breite möglich. Ein elastisches Stäbchen von der Form Fig. 555 z. B., welches mit seinem unteren Ende bei *A* festgeklemmt ist, kann sowohl in der Richtung *ab* als auch in der Richtung *cd* vibriren, je nachdem man es nach der einen oder nach der anderen dieser beiden Richtungen aus seiner Gleichgewichtslage bringt. Ist aber die Dicke des Stäbchens nach der Richtung *ab* nicht gleich der Dicke desselben nach der Richtung *cd*, so wird die Vibrationsgeschwindigkeit des Stäbchens in der Ebene *Aab* verschieden sein von der Vibrationsgeschwindigkeit in der Ebene *Acd*. Wird das Stäbchen nach einer Richtung aus seiner Gleichgewichtslage gebracht, welche mit keiner der eben genannten Ebenen zusammenfällt, so vibrirt es in der Weise, dass sein oberes Ende eine Curve beschreibt, deren Gestalt abhängt von dem Verhältniss der Dicke des Stäbchens in der Richtung *ab* zu der Dicke in der Richtung *cd*. Ohne hier auf die Construction dieser Curven, welche in §. 185 noch ausführlich besprochen werden, näher einzugehen, soll nur bemerkt werden, dass sie sich sehr schön an Wheatstone's Kaleidophon beobachten lassen, welches aus einem derartigen Stäbchen besteht, dessen freies Ende einen glänzenden Knopf trägt, Fig. 556. (Das Stäbchen ist in Fig. 556 im Verhältniss zu seiner Länge viel zu dick gezeichnet.)

Als eine Vervollkommnung dieses Apparates ist das von Lippich und fast gleichzeitig von Melde construirte Universal-Kaleidophon zu bezeichnen, welches in Fig. 557 dargestellt ist. In einen Holzklotz *A*, welcher in passender Weise an einem Tisch befestigt ist, ist eine Messingfeder *B* eingeklemmt, welche ungefähr $1^1/_2$ mm dick und gegen 40 cm lang ist. Oben trägt die Feder *B* eine Messingklammer *D*, in welcher eine, oben ein glänzendes Knöpfchen tragende Stahlfeder *C* steckt. Je nachdem man die Stahlfeder *C* mehr hinauf- oder herunterzieht, kann man es erreichen, dass ihre Schwingungsdauer gleich, oder dass sie $^2/_3$ oder $^1/_2$ u. s. w. von der Schwingungsdauer der Feder *B* ist. Ist die Klammer *D* so aufgeschraubt, dass die Schwingungsebene der Feder *C* rechtwinklig steht zur Schwingungsebene der Feder *B*, so kann man mit diesem Apparat die verschiedenen Curven erzeugen, welche später näher besprochen werden sollen. Statt des glänzenden Knöpfchens kann man auch nach J. Tollinger eine glimmende Sprengkohle mit Wachs ankleben, welche im Dunkeln die erwähnten Curven besonders schön erscheinen lässt.

184 **Die Stimmgabel.** Unter den in den letzten Paragraphen besprochenen Gesetzen stehen auch die Vibrationen der Stimmgabel (*diapason*), welche in der Physik zu unzähligen Experimenten, sonst vorzugsweise zur Bewahrung eines Normaltones und seiner Uebertragung bei der Stimmung angewandt wird. Die Stimmgabel wird durch einen gabelförmig gebogenen Metallstab (meist sind sie aus Stahl verfertigt) gebil-

det, an welchem an der Biegungsstelle ein zum Halten dienendes Metallstäbchen angesetzt ist. Fig. 558 erläutert die Art und Weise, wie die Stimmgabel schwingt, wenn sie ihren Grundton giebt.

Um die Stimmgabel ins Tönen zu bringen, fasst man gewöhnlich den Stiel zwischen zwei Finger und schlägt dann eine der Zinken gegen einen festen Körper an. Der Ton, welcher auf diese Weise hervorgebracht wird, ist ungemein schwach; um ihn zu verstärken, setzt man die Stimmgabel mit ihrem Fusse auf einen Resonanzboden auf oder man hält sie über eine Röhre von entsprechender Länge, wie dies bereits im §. 165 erwähnt wurde.

Fig. 558.

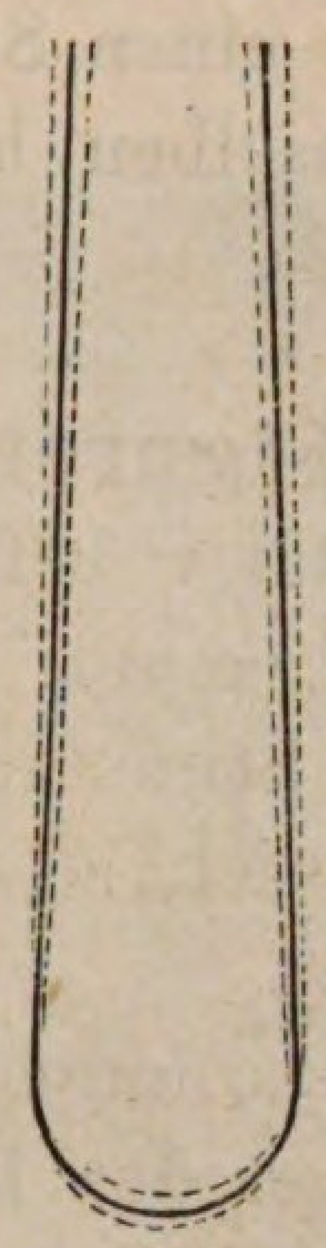
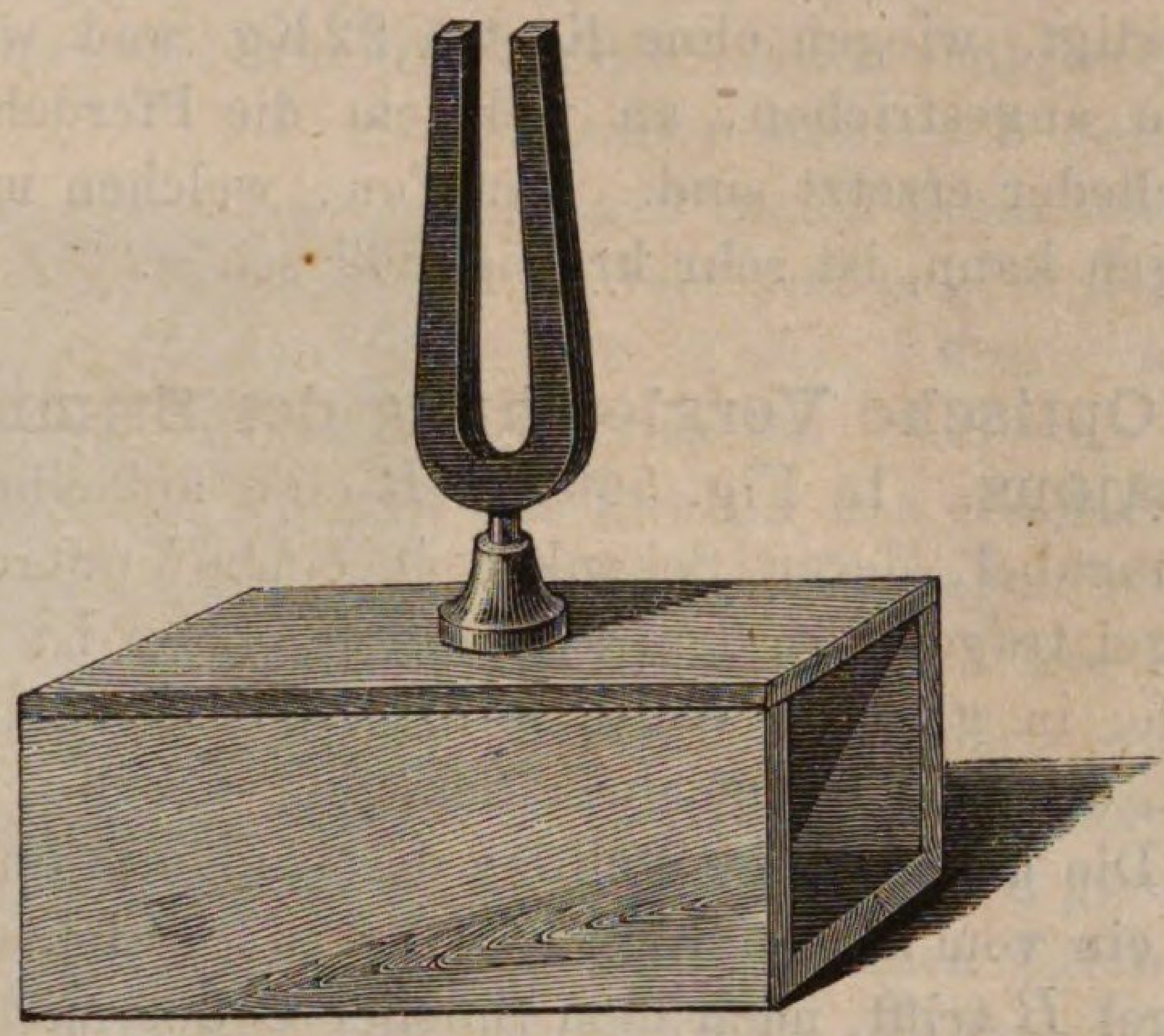


Fig. 559.



Um den Ton der Stimmgabel rein und kräftig zu erhalten, hat Marloye dieselbe auf ein Kästchen von Holz gesetzt, wie man Fig. 559 sieht. Die Länge dieses nur an einer Seite offenen Kästchens beträgt $^1/_4$ von der Wellenlänge des Tones, welchen die Stimmgabel giebt, so dass also die Vibrationen der in dem Kästchen eingeschlossenen Luftsäule denselben Ton erzeugen, wie die Stimmgabel selbst. Die Vibrationen der Stimmgabel theilen sich deshalb leicht der Luftsäule im Kästchen mit, wodurch dann ein ungemein kräftiger und reiner Ton entsteht.

Um die Stimmgabel dieses Apparates ins Tönen zu bringen, schlägt man sie entweder mit einem belederten hölzernen Hämmerchen an, oder man zieht zwischen den freien Enden der Gabel einen hölzernen Stab durch, dessen Dicke etwas grösser ist als der Abstand der Zinken, oder endlich, man streicht die Stimmgabel mit dem Fiedelbogen an.

Wenn man zwei gleich gestimmte Apparate der Art in einiger Entfernung von einander so aufstellt, dass die Längsaxen der beiden Kästchen in eine gerade Linie fallen und dass ihre Oeffnungen einander zugekehrt sind, so tönt die eine Stimmgabel mit, wenn man die andere anstreicht, wovon man sich leicht überzeugen kann, wenn man die angestrichene Gabel durch Anhalten am Forttönen hindert.

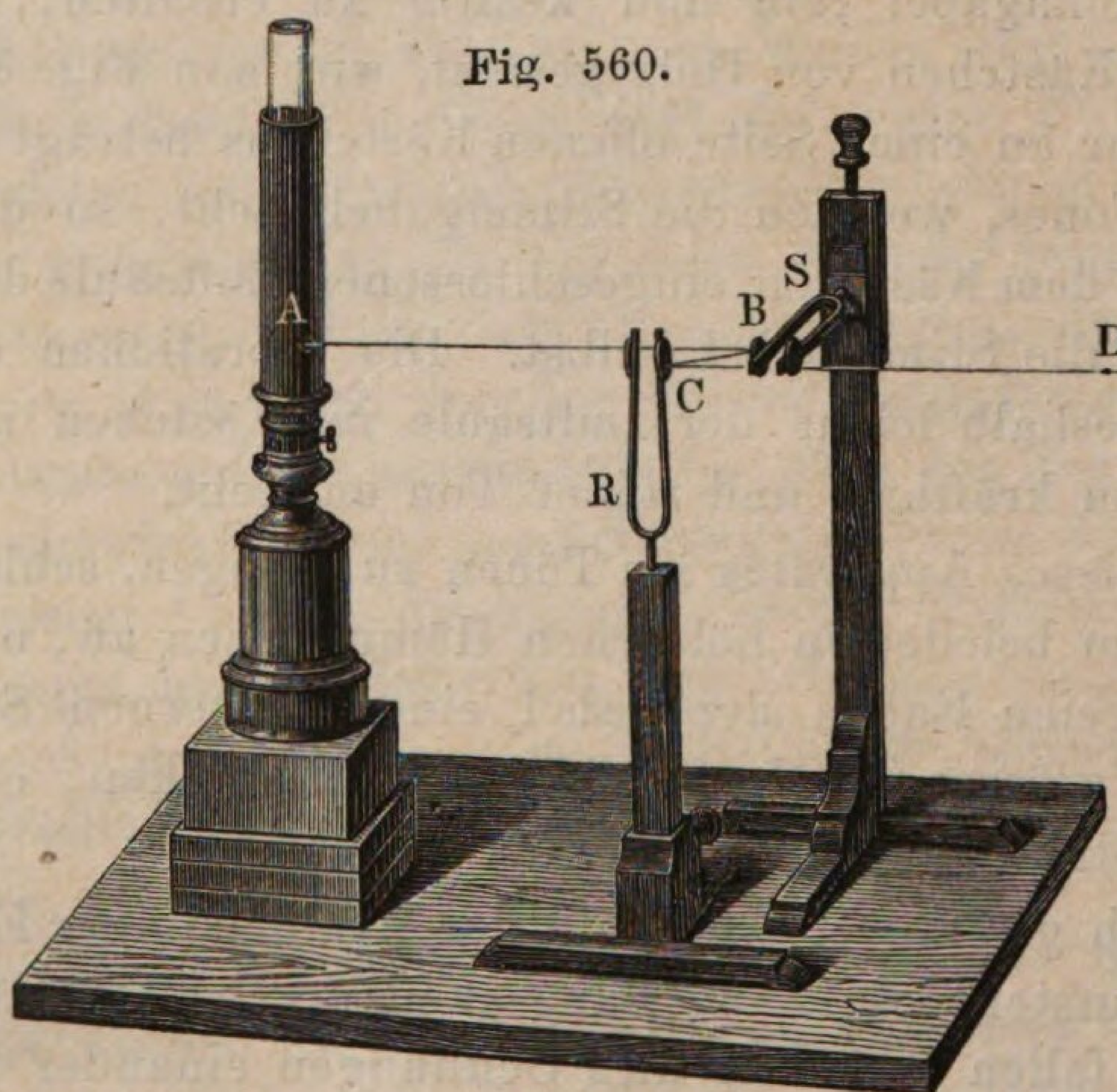
Die gewöhnliche Stimmgabel giebt den Ton a_2, welcher durch 440 Schwingungen in der Secunde erzeugt wird. Doch ist das a_2, nach welchem man in den Orchestern die Instrumente stimmt, keineswegs immer von genau gleicher Tonhöhe. So wurde im Jahre 1821 in der grossen Oper zu Paris für a_2 ein Ton genommen, welcher 431 Schwingungen in der Secunde machte, während gegenwärtig das a_2 der Pariser Oper bis auf 449 Schwingungen in der Secunde gestiegen ist.

Die in physikalischen Cabinetten gebrauchten, nach Marloye's Angabe auf Kästchen befestigten Stimmgabeln sind meist grösser als die gewöhnlichen und geben die Töne c_3 oder c_2. Marloye hat selbst Stimmgabeln verfertigt, welche den Ton c_1 geben; sie sind aus Glockenmetall verfertigt, wiegen ohne Kasten 22 Kg und werden durch einen Fiedelbogen angestrichen, an welchem die Pferdehaare durch einen Streifen Büffelleder ersetzt sind. Der Ton, welchen man mit denselben hervorbringen kann, ist sehr kräftig uud schön.

185 **Optische Vergleichung der Stimmgabeln, Figuren von Lissajous.** In Fig. 560 sei *R* eine auf einem festen Stativ befestigte Stimmgabel, deren Schenkel, in einer Verticalebene liegend, kleine Spiegel tragen. In der Nähe dieser ersten ist eine zweite Stimmgabel *S*, welche in gleicher Weise mit kleinen Spiegeln versehen ist, so aufgestellt, dass die Ebene ihrer Schenkel eine horizontale ist.

Die gegenseitige Stellung der beiden Stimmgabeln ist so angeordnet, dass ein vom Lichtpunkt *A* ausgehender Lichtstrahl, welcher den kleinen Spiegel *B* trifft, nach dem Spiegel *C* der anderen Stimmgabel und von diesem endlich in der Richtung nach *D* reflectirt wird.

Fig. 560.



Ein in der Richtung des zum zweiten Mal reflectirten Strahles etwa bei *D* befindliches Auge sieht das Bild des Lichtpunktes *A*, welches ruhig steht, so lange die beiden Stimmgabeln nicht vibriren.

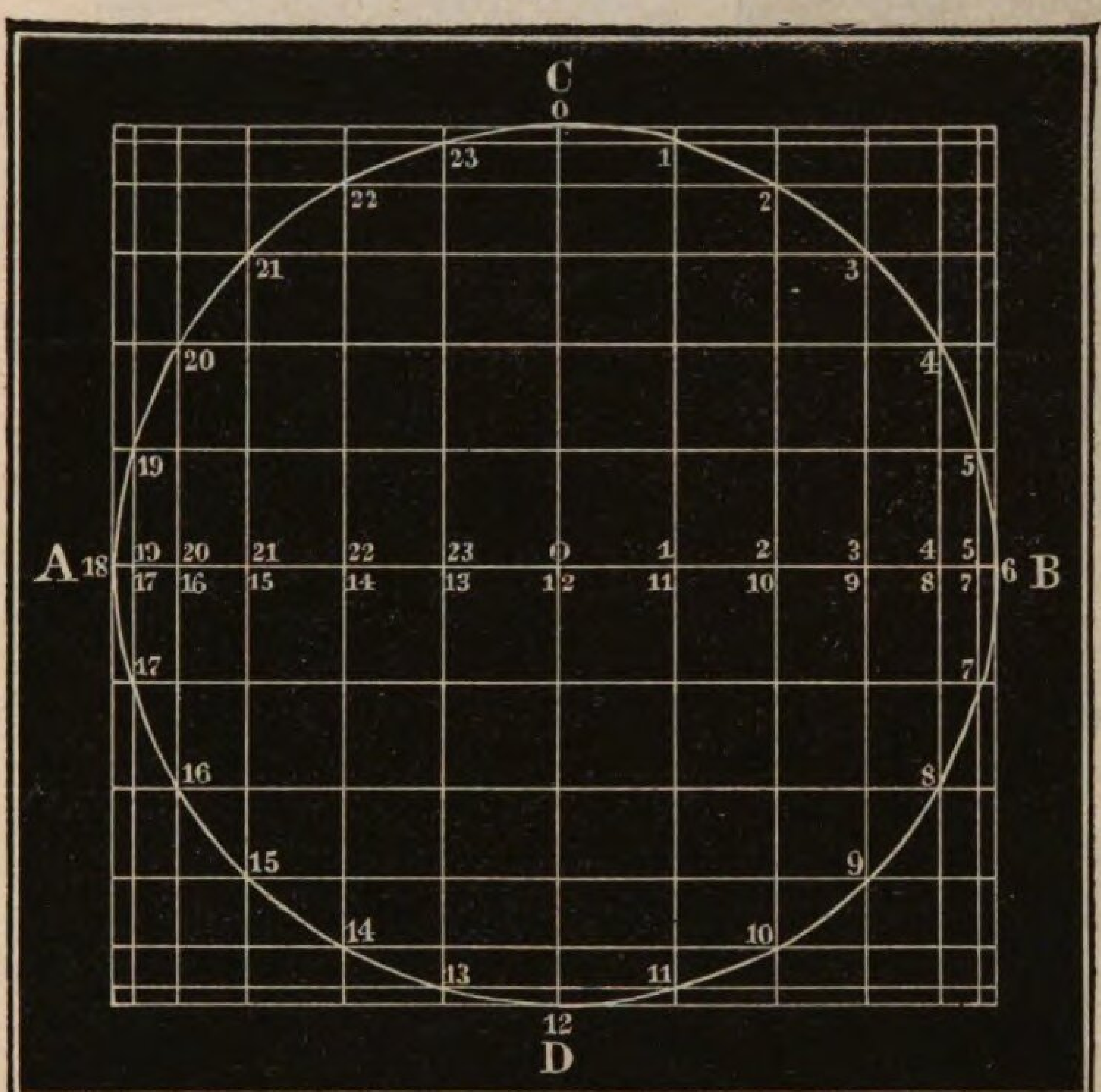
Wird aber die Stimmgabel *R* mit dem Fiedelbogen angestrichen, während *S* in Ruhe bleibt, so verlängert sich das Bild des Lichtpunktes zu einem verticalen Lichtstreifen. Vibrirt dagegen die Stimmgabel *S* allein, während *R* in Ruhe bleibt, so erscheint das Bild des Lichtpunktes zu einer horizontalen Linie verlängert.

Wenn aber beide Stimmgabeln gleichzeitig vibriren, so combiniren sich die horizontale und die verticale Bewegung des Lichtpunktes in der Weise, dass derselbe eine Curve beschreibt, deren Gestalt von dem akustischen Intervall der beiden Stimmgabeln und von dem Phasenunterschiede ihrer Vibrationen abhängt.

Diese Curven führen den Namen Lissajous', der durch ihre Einführung (Ann. de chim. et de phys., III. Ser., T. 41) nicht allein die Physik mit einem reizend schönen Experimente, sondern überdies mit einem Hülfsmittel bereichert hat, dessen vorzügliche und vielseitige Verwendbarkeit wir alsbald kennen lernen werden.

Gehen wir vorerst daran, diese Curven zu construiren. Wir nehmen dabei zunächst an, dass die Amplituden der beiden senkrecht auf einander stehenden Schwingungen gleich gross seien.

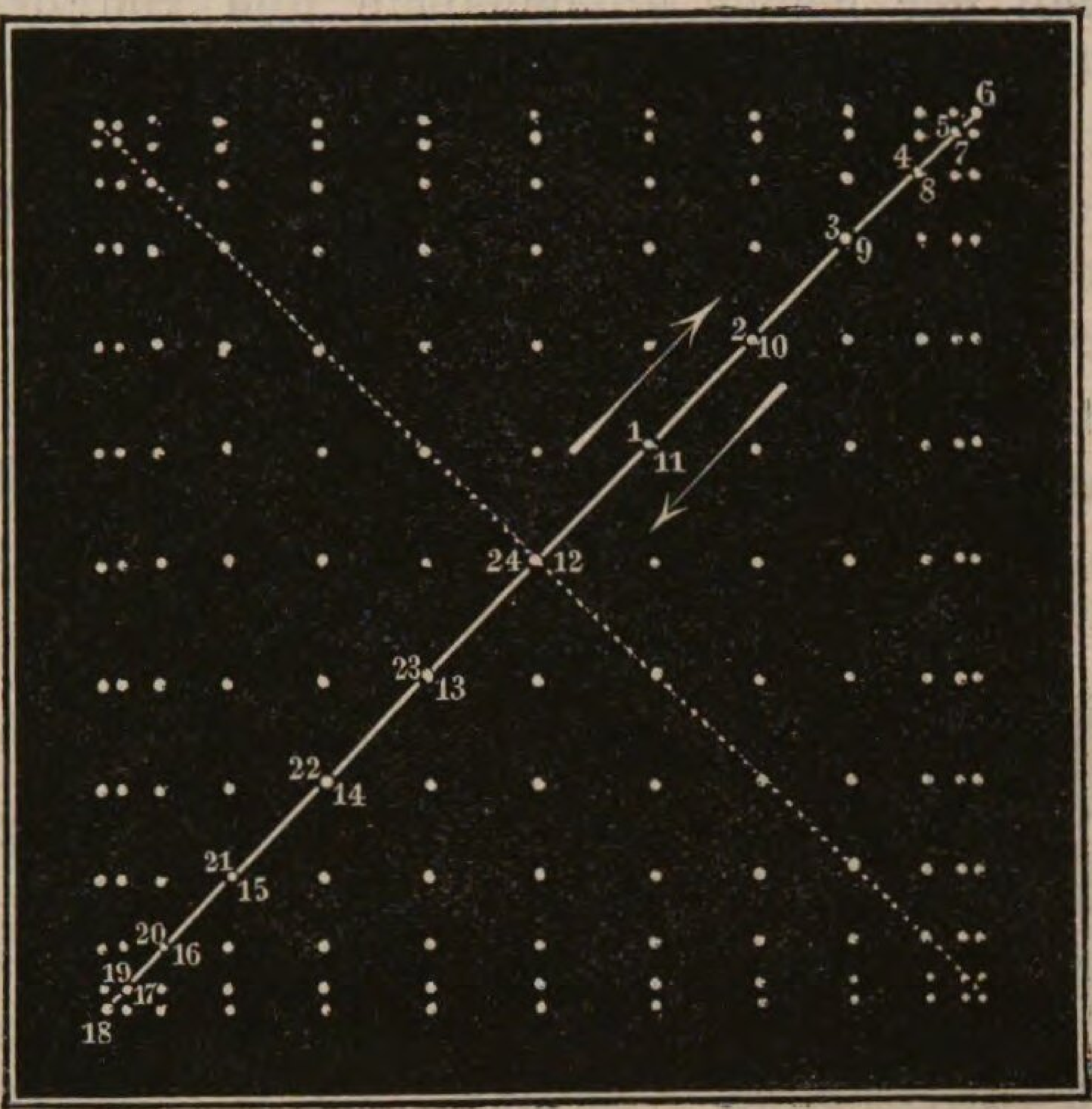
Fig. 561.



Wir ziehen (Fig. 561) einen Kreis, dessen beide Durchmesser *AB* und *CD* die Bahnen der componirenden Schwingungen nach Richtung und Grösse vorstellen. Wir theilen sodann den Umfang des Kreises in eine Anzahl, z. B. 24, gleicher Theile und ziehen durch die Theilpunkte mit den Durchmessern parallele Hülfslinien, die sich in $12 \times 12 = 144$ Punkten schneiden. Nach dem im §. 117 abgeleiteten Gesetze stellen dann die mit 0, 1, 2, 3 . . . bis 23 bezeichneten Punkte des horizontalen Durchmessers die Orte vor, welche ein zwischen *A* und *B* schwingender Körper in den auf einander folgenden gleich langen Zeitabschnitten der Schwingungsdauer erreicht. Wenn wir die Bewegung z. B. von der Mitte aus nach rechts ins Auge fassen, so käme der schwingende Körper nach dem ersten $^1/_{24}$ der Schwingungsdauer bis 1, nach $^2/_{24}$ bis 2 u. s. w. Für die verticale Componente gilt dasselbe. Finden nun beide Schwingungen zugleich statt, so brauchen wir nur nach den Gesetzen des Bewegungsparallelogramms diejenigen Durchschnittspunkte aufzusuchen, welche sich als die Bahnpunkte des in der Richtung der Resultirenden bewegten Körpers nach je $^1/_{24}$ der Schwingungsdauer ergeben. Um nicht bei jeder einzelnen zu zeichnenden Curve diese Construction neu ausführen zu müssen, bediene ich mich beim Unterrichte einer Schreibtafel, auf welcher die Durchschnittspunkte ohne die störenden Hülfslinien dauernd gemalt sind (Fig. 562 a. f. S. ohne die Diagonalen). Auch der

Leser wird zweckmässig dieses durch eigene Construction erhaltene Punktsystem mittelst Durchstechens mit einer Nadel vervielfältigen, um die den verschiedenen Fällen entsprechenden Figuren leicht und schnell zeichnen zu können.

Fig. 562.



Als ersten Fall betrachten wir den, bei welchem die Schwingungsdauer beider Componenten dieselbe ist, was bei gleicher Tonhöhe der Stimmgabeln (Unisono) der Fall sein muss.

Beginnt dabei jede der beiden Bewegungen mit derselben Phase, oder ist, wie man sich auszudrücken pflegt, die Phasendifferenz $= 0$, so ist die Construction der resultirenden Curve eine besonders einfache, da letztere eine gerade Linie wird. Lassen wir z. B. die horizontale Schwingung von der Mitte beginnend nach rechts gehen, die verticale, ebenfalls daselbst beginnend, nach aufwärts, so erhalten wir als Punkte der resultirenden Bahn nach $^1/_{24}$, $^2/_{24}$, $^3/_{24}$ u. s. w. der Schwingungsdauer, die in Fig. 562 mit 1, 2, 3 u. s. w. bezeichneten Punkte, deren Verbindungslinie mit der Diagonale des ganzen Quadrates zusammenfällt. Die Schwingung erfolgt also diesmal in einer in sich zurückkehrenden geraden Linie.

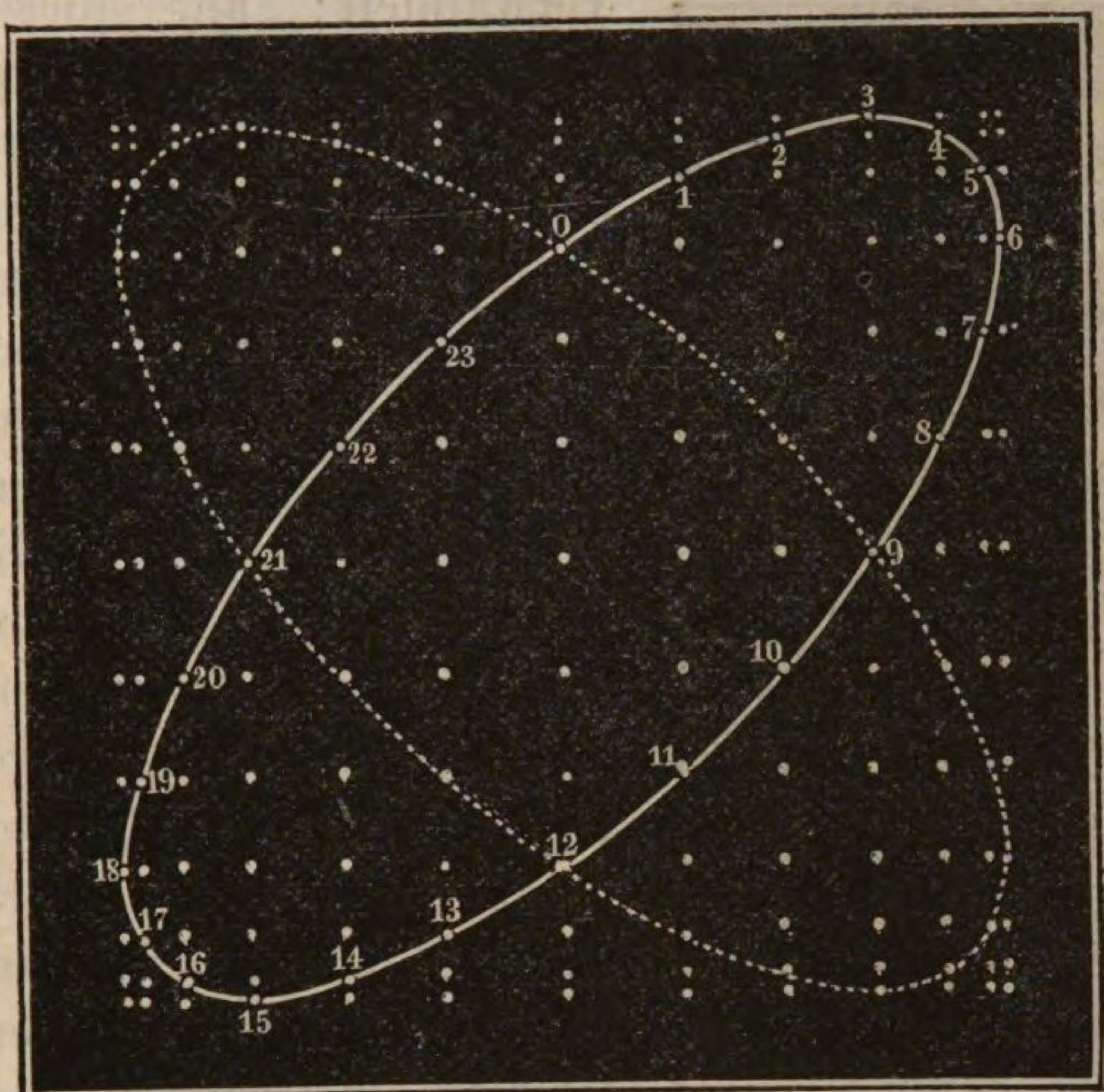
Ist die Phasendifferenz $= {}^1/_2$, d. h. beginnt die eine Schwingung erst, nachdem die andere bereits halb vollendet ist, so erhält man ebenfalls eine gerade Linie, welche aber die in Fig. 562 punktirt gezeichnete Lage hat. Die Bewegung nach aufwärts ist in diesem Falle bis zur Mitte zurückgekehrt und giebt mit der in diesem Momente beginnenden Rechtsbewegung die rechts abwärts gerichtete Diagonale als Resultirende.

Nehmen wir jetzt die Phasendifferenz $= {}^1/_4$. Die Bewegung nach aufwärts sei bis zum Punkt *C*, Fig. 561, vorgerückt und nun erst beginne die Bewegung nach rechts. Indem sich selbe mit der gleichzeitig beginnenden Bewegung nach abwärts combinirt, erreicht sie nach $^1/_{24}$ Schwingungsdauer den Punkt 1 des Kreisbogens, nach weiteren gleichen Bruchtheilen der Schwingungsdauer die Punkte 2, 3, 4, 5, endlich den Punkt 6, wo nun die Rechtsbewegung in eine Linksbewegung übergeht, während die Abwärtsbewegung fortdauert. So erhalten wir die Punkte 7, 8, 9, 10, 11 und 12. Nun geht die Abwärtsbewegung in Aufwärtsbewegung über, während die Linksbewegung fortdauert. Es

entsteht also auf diese Weise ein Kreis, und zwar derselbe, der zur Construction des Punktsystems gedient hat.

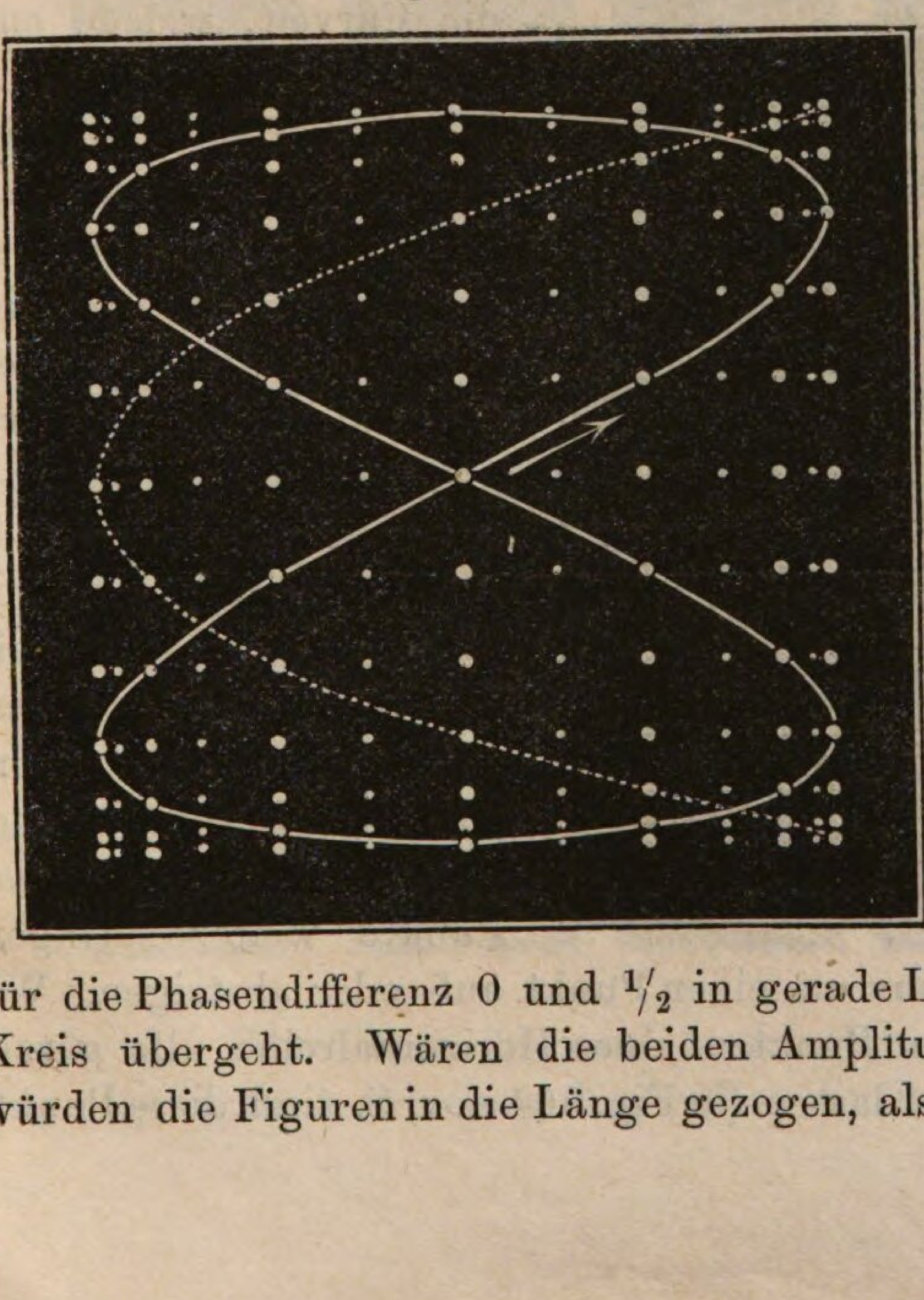
Ist die Phasendifferenz $= {}^3/_4$, so entsteht derselbe Kreis, jedoch wird er in entgegengesetzter Richtung durchlaufen.

Fig. 563.



Nehmen wir jetzt die Phasendifferenz $= {}^1/_8 = {}^3/_{24}$. Lassen wir also (Fig. 563) die verticale Bewegung von der Mitte um drei Intervalle nach aufwärts vorgerückt sein und bezeichnen den dortigen Punkt, wo die horizontale Bewegung nach rechts beginnt, mit 0, so finden wir, indem wir stets den Diagonalen folgen, die Punkte 1, 2, 3, 4..., bis wir wieder zum Punkt 0 gelangen. Wir erhalten so eine Ellipse. Dieselbe Ellipse, jedoch in umgekehrter Richtung durchlaufen, finden wir für die Phasendifferenz $= {}^7/_8$ oder ${}^{21}/_{24}$. Den Phasendifferenzen ${}^3/_8$ und ${}^5/_8$ endlich entspricht die punktirt gezeichnete Ellipse, welche das Spiegelbild der vorigen ist.

Fig. 564.



Allen übrigen Phasendifferenzen entsprechen ebenfalls mehr oder weniger excentrische Ellipsen, wie man sich leicht überzeugen kann, indem man z. B. mit den Phasendifferenzen ${}^1/_{24}$, ${}^1/_{12}$, ${}^1/_6$ etc. die obige Construction durchführt. Man kann daher sagen, die Lissajous'sche Figur für das Unisono ist im Allgemeinen eine Ellipse, welche für die Phasendifferenz 0 und ${}^1/_2$ in gerade Linien, für ${}^1/_4$ und ${}^3/_4$ in einen Kreis übergeht. Wären die beiden Amplituden nicht gleich gross, so würden die Figuren in die Länge gezogen, also auch der Kreis als Ellipse

erscheinen. Geht man von der Phasendifferenz = 0 allmälig zu grösseren Phasendifferenzen über, so geht die gerade Linie zuerst in eine sehr excentrische Ellipse über, die sich immer mehr dem Kreise nähert, dann Kreis wird, hierauf in eine Ellipse entgegengesetzter Lage und endlich in eine Gerade sich verwandelt; aus dieser geht eine stark excentrische Ellipse mit entgegengesetzter Rotationsrichtung hervor, die ihrerseits sich zum Kreis erweitert und dann wieder zur ursprünglichen Geraden zusammenfällt. Die in Fig. 567 gegebene übersichtliche Zusammenstellung der wichtigsten Lissajous'schen Curven zeigt in der ersten Horizontalreihe die Aufeinanderfolge dieser Verwandlungen. Hierbei ist zu bemerken, dass zuerst die Reihe der Figuren von links nach rechts, sodann dieselbe Reihe von rechts nach links, jedoch umgekehrt rotirend auftritt.

Fig. 565.

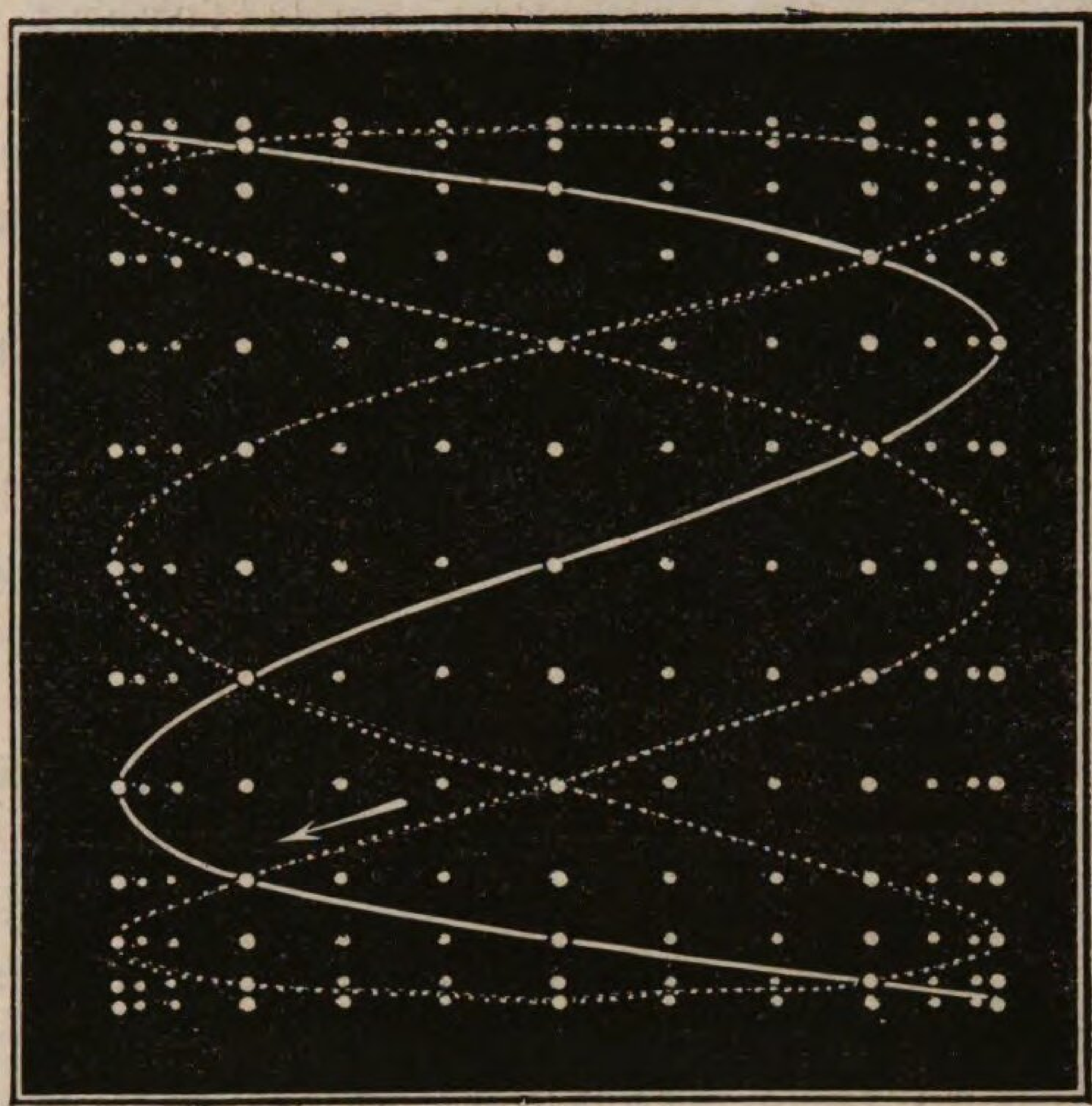
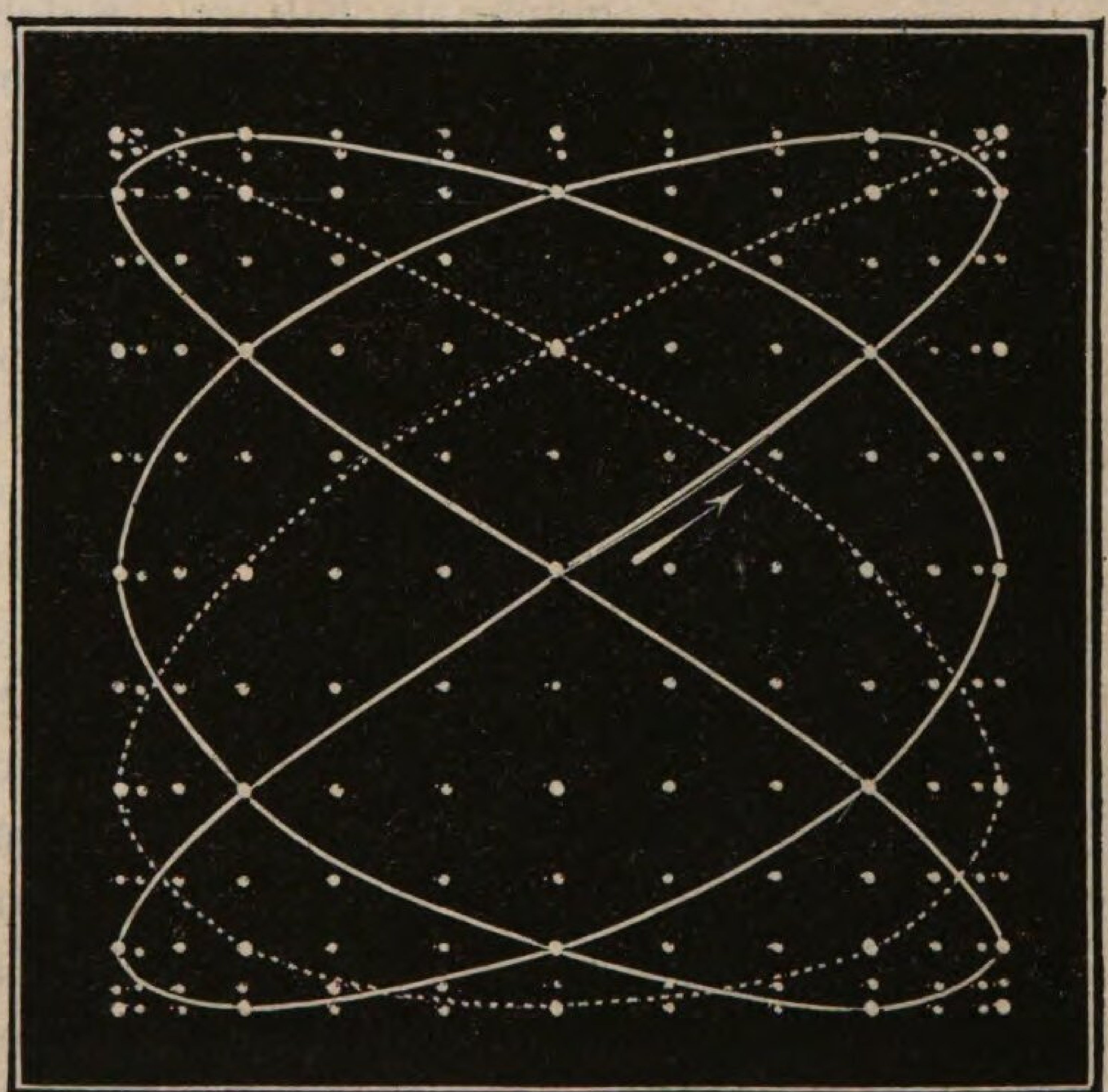


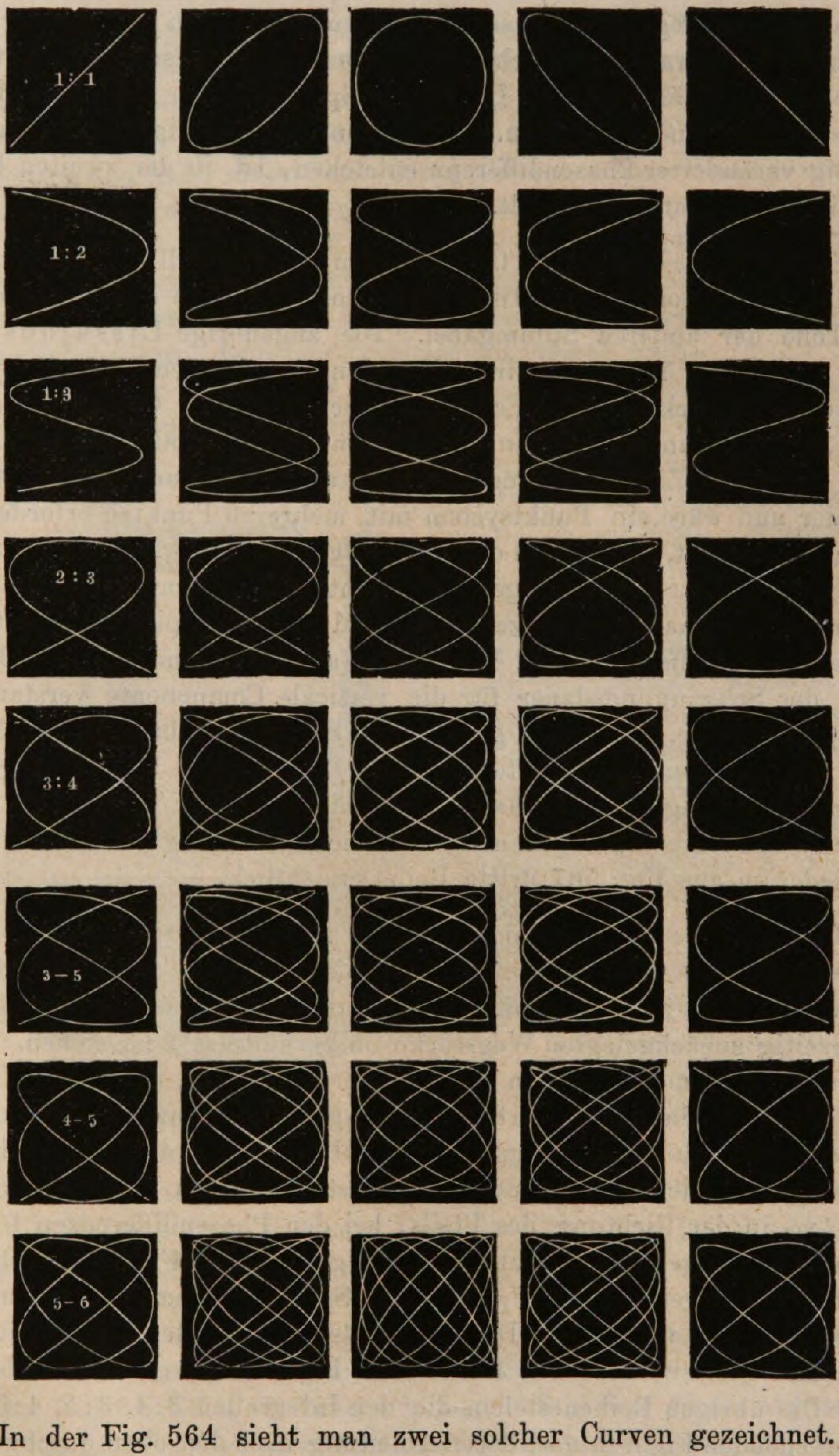
Fig. 566.



Construiren wir nun die Curven, welche entstehen, wenn die eine, z. B. die horizontal schwingende, Stimmgabel auf die Octave der anderen gestimmt ist. Ihre Schwingungen sind dann doppelt so schnell. Machen wir wiederum die vereinfachende Annahme gleicher Amplituden, so können wir das vorhin gebrauchte Punktsystem auch hier benutzen, indem wir in horizontaler Richtung stets um zwei Punkte weiter springen, während wir in verticaler nur um einen Punkt auf- oder absteigen. Wir brauchen also nur von den Punkten einer Horizontalreihe alle geradzahligen unberücksichtigt zu lassen (in Fig. 564 a. v. S. sind diese Punkte

kleiner gezeichnet) und können dann wieder einfach den Diagonalen nachgehen, indem wir jedesmal die Richtung wechseln, so oft wir an den Rand kommen.

Fig. 567.



In der Fig. 564 sieht man zwei solcher Curven gezeichnet. Die ausgezogene, nach Art einer 8 gestaltete Curve entsteht in der durch den

Pfeil angegebenen Richtung bei den Phasendifferenzen 0 und $^1/_2$ (der grösseren, verticalen Schwingungsdauer), in entgegengesetzter Richtung bei den Phasendifferenzen $^1/_4$ und $^3/_4$. Die in sich selbst zurückkehrende gestrichelte Curve entsteht bei den Phasendifferenzen $^1/_8$ und $^5/_8$. Für die dazwischen liegenden Phasendifferenzen erhält man Figuren, welche eine mehr oder weniger verschobene 8 vorstellen. Ausserdem entstehen bei den Phasendifferenzen $^3/_8$, $^7/_8$ die den Spiegelbildern der gestrichelten Curve entsprechenden Figuren. Die Reihenfolge der Figuren, welche bei allmälig veränderter Phasendifferenz entstehen, ist in der zweiten Reihe der Fig. 567 zusammengestellt.

Schwingt die horizontale Gabel dreimal so schnell als die verticale, so giebt sie die sogenannte Duodecime oder Quinte der Octave von dem Tone der anderen Stimmgabel. Die zugehörige Lissajous'sche Figur ist in Fig. 565 construirt. Von den horizontalen Punkten ist nur jeder dritte berücksichtigt. Es ergiebt sich dann die Construction von selbst, indem man die auf einander folgenden Diagonalen zeichnet. Zu einer genauen Zeichnung liegen dann freilich die Punkte zu weit von einander und wäre ein Punktsystem mit mehreren Punkten erforderlich, wie man es erhält, indem man den ursprünglichen Kreis, Fig. 561, statt in 24 in 48 oder noch mehr Bogenstücke eintheilt. Die ausgezogene Linie entspricht den Phasendifferenzen 0, $^1/_3$ und $^2/_3$. Ihr Spiegelbild entsteht bei den Phasendifferenzen $^1/_6$, $^3/_6$ und $^5/_6$ (auch hier sind darunter Bruchtheile der Schwingungsdauer für die verticale Componente verstanden). Die symmetrische, gestrichelt gezeichnete Figur entsteht in der Richtung des Pfeiles bei den Phasenunterschieden: $^1/_{12}$, $^5/_{12}$ und $^9/_{12}$, in entgegengesetzter Richtung bei den Phasenunterschieden: $^3/_{12}$, $^7/_{12}$ und $^{11}/_{12}$. Die ganze Reihenfolge der Figuren für zunehmende Unterschiede der Phasen ist wiederum aus Fig. 567 dritte Reihe ersichtlich.

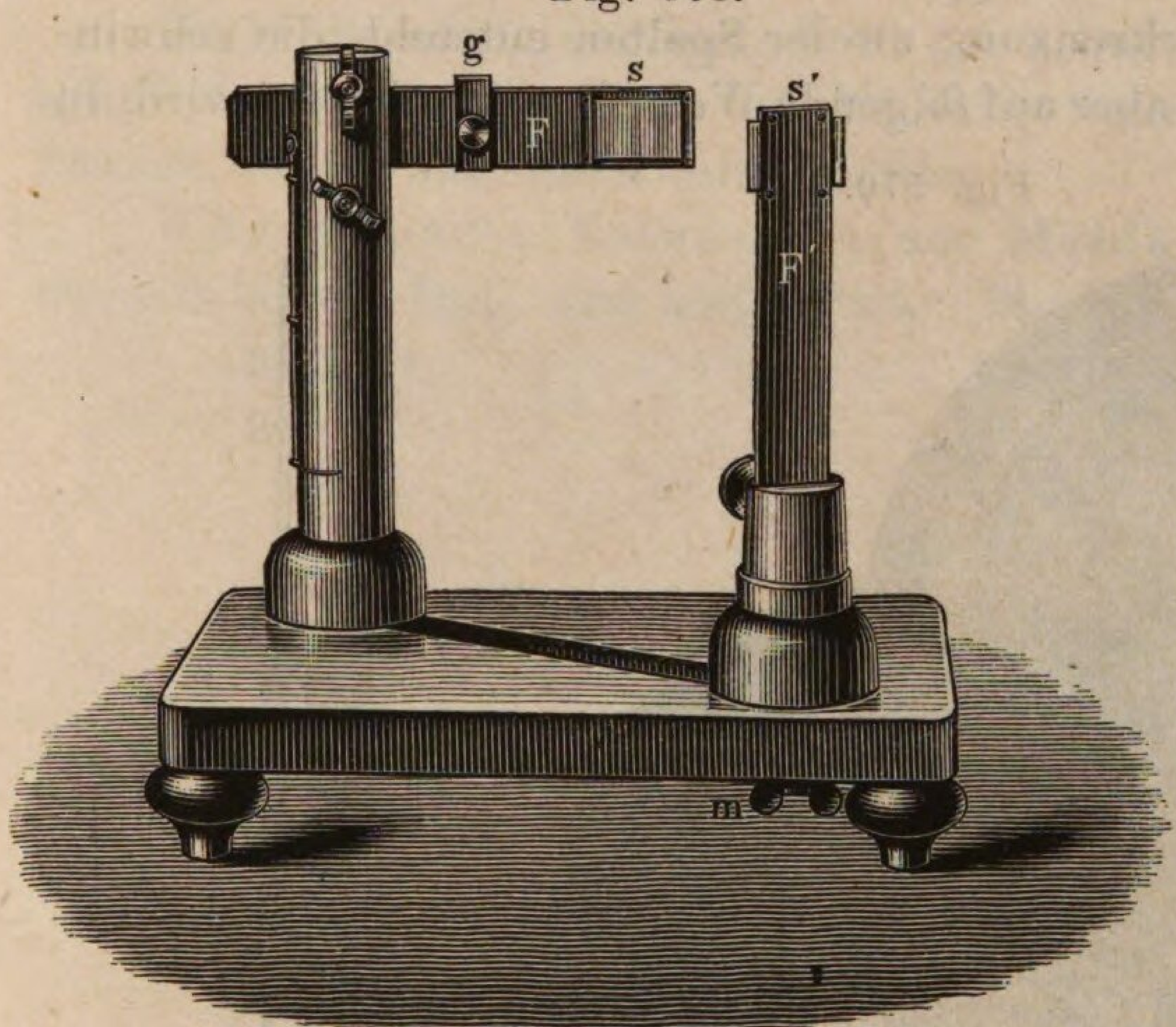
In Fig. 566 ist die dem Intervall 2 : 3, der Quinte, zugehörige Curve abgeleitet. Von den verticalen Punktreihen sind je ein Punkt, von den horizontalen je zwei Punkte übersprungen, so dass die Anzahl der gleichzeitig zurückgelegten Wegstücke im Verhältniss 2 : 3 stehen. Auch hier und noch mehr bei den complicirteren Figuren der Intervalle $^3/_4$, $^4/_5$ etc. stellt sich das Bedürfniss einer grösseren Anzahl von Punkten ein, da sonst die Verbindungslinien derselben nicht gut gezeichnet werden können. Die ausgezogene Figur entsteht bei den Phasendifferenzen 0, $^2/_6$, $^4/_6$ in der Richtung des Pfeils, bei den Phasendifferenzen $^1/_6$, $^3/_6$, $^5/_6$ in entgegengesetzter Richtung. Die gestrichelte Figur entsteht bei den Phasendifferenzen $^1/_{12}$, $^5/_{12}$, $^9/_{12}$; ihr Spiegelbild bei den Phasendifferenzen $^3/_{12}$, $^7/_{12}$ und $^{11}/_{12}$. Die ganze Reihenfolge der Figuren für zunehmende Phasendifferenzen findet sich Fig. 567 vierte Reihe abgebildet. Die übrigen Reihen stellen die den Intervallen 3:4, 3:5, 4:5, 5:6 entsprechenden Figuren dar, deren Ableitung nach den oben durchgeführten Beispielen keine Schwierigkeiten bereiten wird.

Experimentelle Darstellung der Figuren von Lissajous. Drehende Bewegung derselben. Um die Lissajous'schen Figuren nach der in Fig. 560 dargestellten Methode hervorzubringen, bedient man sich gewöhnlich eines von König in Paris gelieferten, vorzüglichen Apparates, dessen Stimmgabeln solche Dimensionen haben, dass sie grosse und lange anhaltende Vibrationen machen. Die Schenkel derselben besitzen bis zu 22 cm Länge, 5 mm Dicke und 10 mm Breite. Man beobachtet die Figuren entweder mittelst eines Fernrohrs, oder projicirt sie mittelst einer Convexlinse an eine weisse Wand, so dass sie einem ganzen Auditorium zugleich sichtbar werden. 186

Statt des kostspieligen König'schen Apparates kann man sich auch einer sehr einfachen Vorrichtung bedienen, welche ich bei dem Universitäts-Mechaniker Miller in Innsbruck construiren liess, bei welcher die Stimmgabeln durch federnde Stahlstreifen ersetzt sind.

Derselbe ist in Fig. 568 abgebildet. F und F' sind die schwingenden Federn, s und s' die beiden Spiegel. Die Säulen, welche die Federn tragen, sind drehbar und können längs des schiefen Schlitzes im Fussbrett einander genähert und mittelst der Flügelschrauben m befestigt werden. Die Schwingungsdauer der Federn wird entweder durch Anbringung oder Verschiebung von Laufgewichten g oder (bei der horizontalen Feder) durch Verstellen derselben im Einschnitte der Tragsäule regulirt. Man beobachtet auch hier entweder direct oder mittelst Projection an eine Wand, welche bei heller Lichtquelle keinerlei Schwierigkeit bietet. Klopft man mit einem harten Gegenstande auf die Mitte der Federn, so entstehen schön gekräuselte Figuren, welche von den Obertönen herrühren, die durch die Unterabtheilung der Stahlstreifen in mehrere schwingende Partien momentan hervorgerufen werden.

Fig. 568.



In dem Sitzungsbericht der Wiener Akademie, Bd. LXVIII, habe ich noch ein paar einfache Apparate angegeben, bei welchen die Figuren von einem Lichtpunkte beschrieben werden, der durch die Ueberkreuzung zweier feiner Spalten zu Stande kommt. Der eine dieser Apparate ist Fig. 569 (a. f. S.) abgebildet und ohne Weiteres verständlich. Liegt das schwere eiserne Prisma S, an dessen abgeschrägten Enden die schwin-

genden Stahlstreifen befestigt sind, horizontal, so entstehen die Figuren unter 45^0 geneigt gegen die der obigen Zeichnungen. Auch dieser Apparat sowie der folgende eignet sich zur Projection.

Fig. 569.

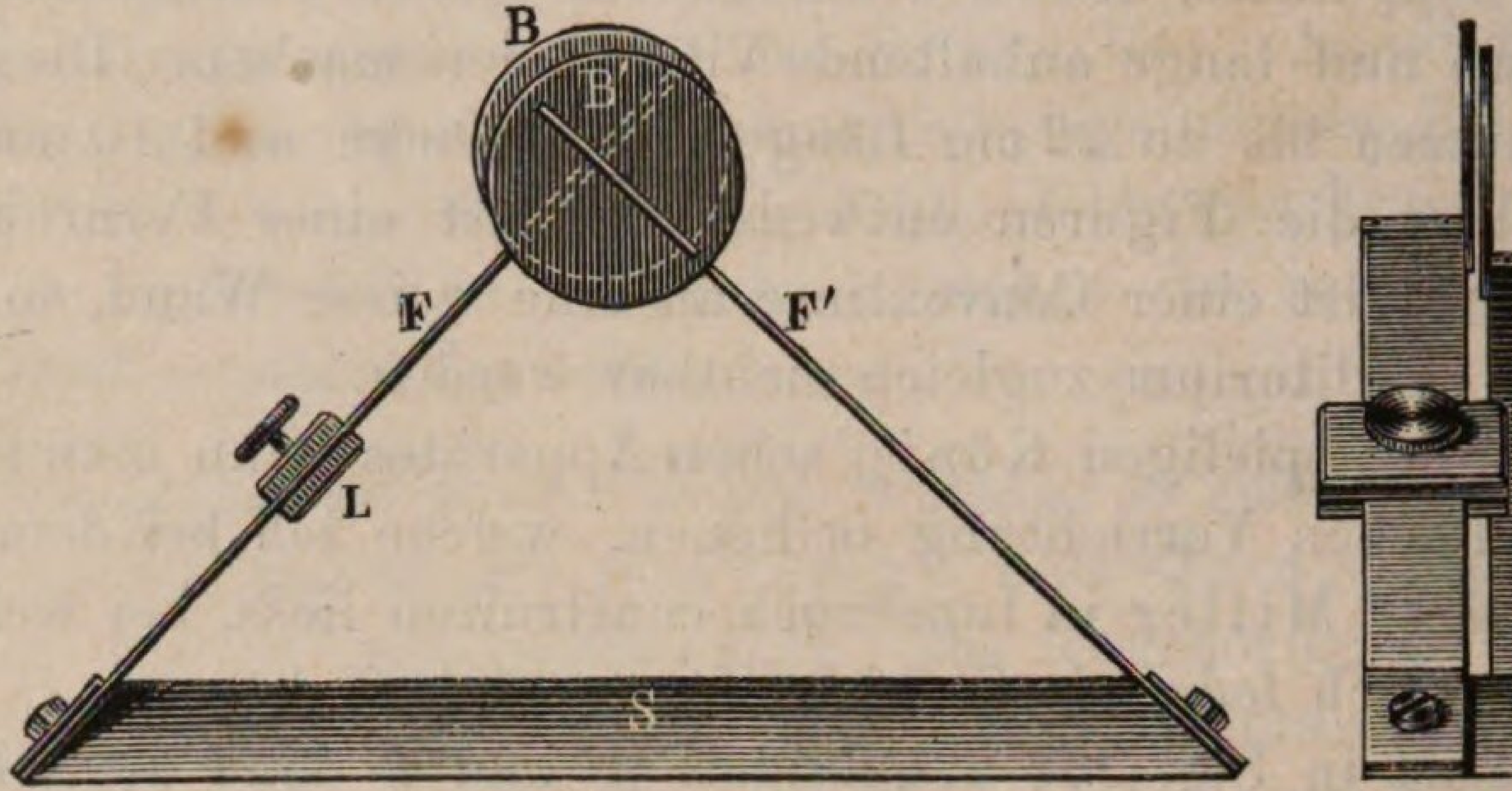
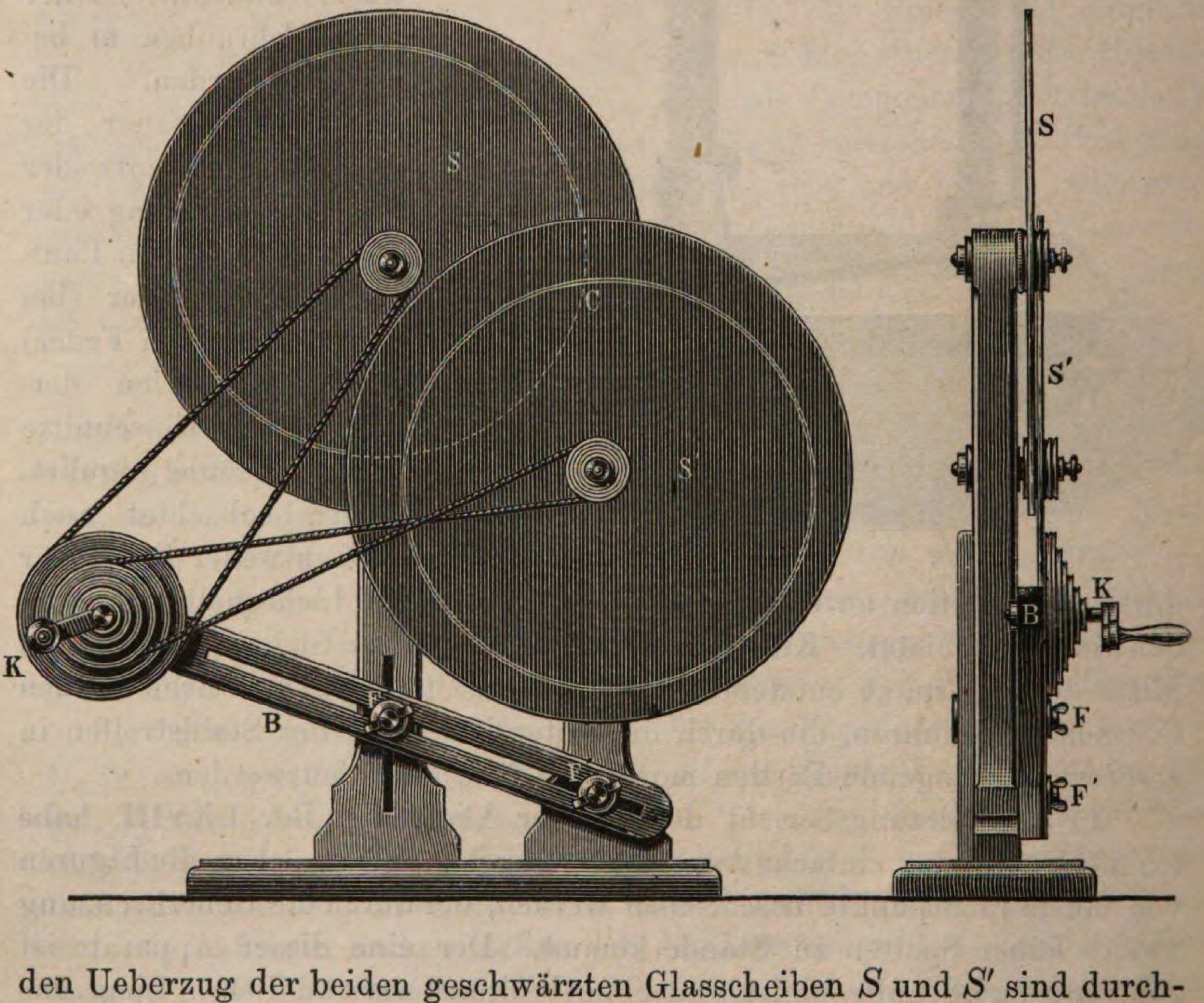


Fig. 570 stellt den anderen Apparat vor, bei welchem der Lichtpunkt zwar auch durch die Ueberkreuzung zweier Spalten entsteht, die schwingende Bewegung derselben aber auf folgende Weise hervorgebracht wird. In

Fig. 570.



den Ueberzug der beiden geschwärzten Glasscheiben S und S' sind durchsichtige Curven eingerissen, welche sich in der Zeichnung wie excen-

trische Kreise darstellen, in Wirklichkeit aber Schwingungscurven sind, von denen je eine Wellenlänge auf der Peripherie eines mit der Axe concentrischen Kreises aufgetragen wurde. Steht die Scheibe S unbewegt und rotirt S', so schwingt der Lichtpunkt C auf und ab; steht S' und rotirt S, so schwingt er horizontal; rotiren beide Scheiben, so beschreibt er eine Lissajous'sche Figur, deren Gattung von dem Verhältniss der Rotationsgeschwindigkeiten beider Scheiben abhängt. Der Anblick der Kurbelscheibe K mit den verschiedenen Schnurläufen und des Befestigungsmechanismus B wird genügen, um zu verstehen, wie die verschiedenen Verhältnisse hervorgerufen werden. Die Phasendifferenzen lassen sich durch verschiedene Spannung der Schnüre herstellen. Dieser Apparat (welcher auch vom Mechaniker Miller in Innsbruck bezogen werden kann) eignet sich übrigens weniger zur Herstellung der Figuren von Lissajous, wozu einfachere Mittel ausreichen, als zur künstlichen Zusammensetzung beliebiger anderer Schwingungsformen, wie z. B. pendelartiger Schwingungen mit Saitenschwingungen, worauf wir später zurückkommen werden.

Wolf befestigte die Spiegel an den schwingenden Zungen von Zungenpfeifen, so dass dieselben beliebig lange in Bewegung erhalten werden können, indem man die Pfeifen anbläst.

Wheatstone's Kaleidophon und Melde's Universalkaleidophon wurden bereits Seite 498 aufgeführt. Melde hat seinen Apparat auch

Fig. 571.

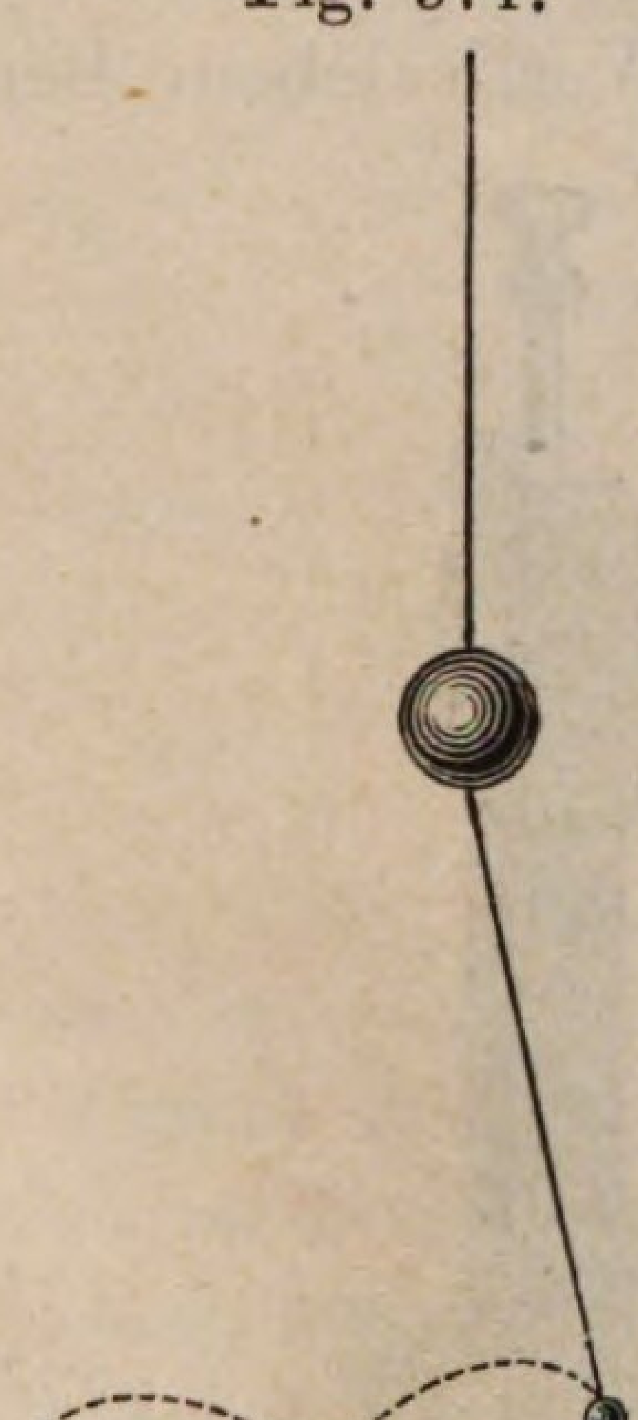
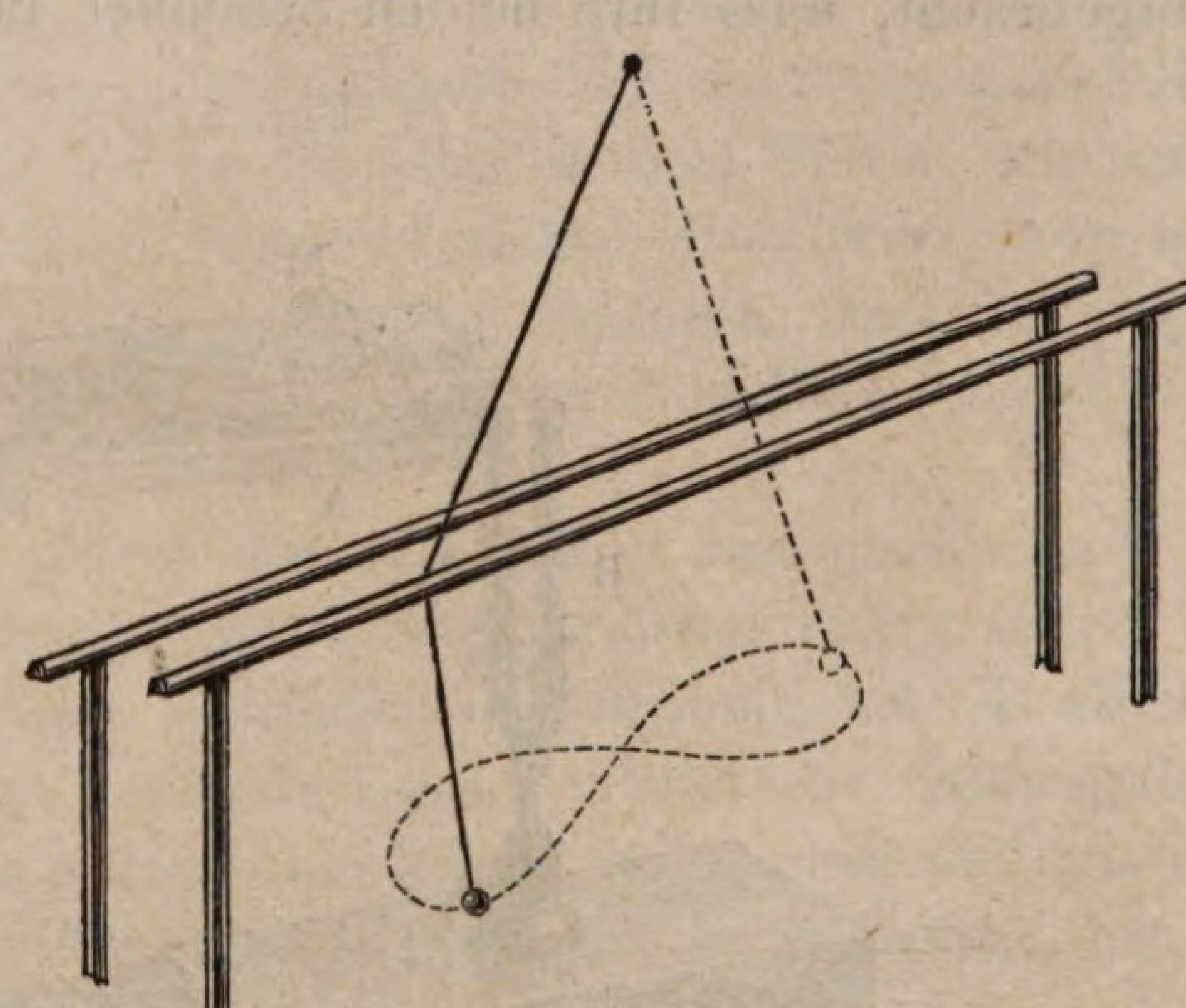


Fig. 572.



für schiefwinklige Combination eingerichtet und hierzu einen Atlas mit zahlreichen Figuren publicirt. (Melde, Lehre v. d. Schwingungscurven.)

Am einfachsten gelangt man zu einer mechanischen Hervorbringung der besprochenen Figuren mittelst geeigneter Pendelvorrichtungen. Für den Fall gleicher Schwingungsdauer beider Componenten genügt das einfache Fadenpendel, dessen Kugel in Ellipsen schwingt, die in eine gerade Linie oder einen Kreis übergehen können. Für die übrigen Ver-

hältnisszahlen hängt man an die ziemlich schwere Kugel eines Fadenpendels ein zweites mit kleinerer Kugel, Fig. 571, oder man lässt ein einfaches Fadenpendel zwischen zwei recht glatten, nahe an einander parallel laufenden Leisten in der Weise schwingen, dass für die Componente längs der Leisten die ganze Fadenlänge, für die darauf senkrechte die Fadenlänge von den Leisten nach abwärts zur Wirkung gelangt, Fig. 572.

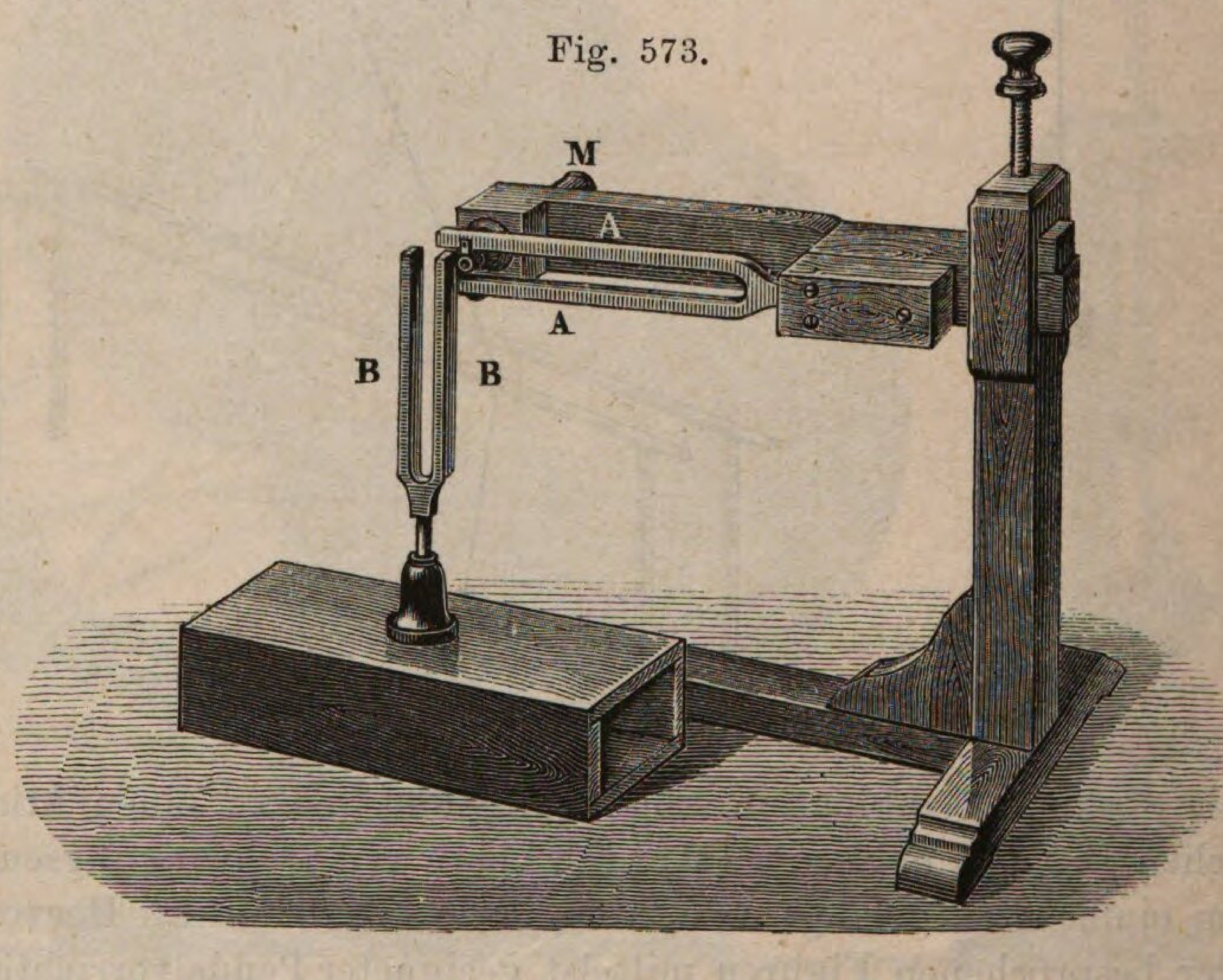
Vollkommeneres leisten die von Eisenlohr, Mos, Knoblauch construirten Pendelapparate. Der letztere zeichnet die entstehenden Curven mit Tinte auf Papier und gestattet auch schiefwinklige Zusammensetzungen.

Auf einem ganz anderen Princip beruht ein von Wheatstone construirter Apparat zur mechanischen Nachahmung der Stimmgabelcurven, den wir hier nicht beschreiben, weil er complicirter ist, als das, was er erläutern soll. Ueber die hier erwähnten Apparate sehe man die treffliche Zusammenstellung von Professor Dr. Pisko: „Die neueren Apparate der Akustik, Wien 1865.“

Wichtiger in wissenschaftlicher und praktischer Beziehung ist der Comparator von Lissajous, Fig. 573 und 574, welcher in der von H. Helmholtz vervollkommneten Construction auch Vibrationsmikroskop genannt wird. Dieser Apparat dient zunächst dazu, die Schwingungsdauer einer Stimmgabel mit der einer Normalstimmgabel von bekannter Tonhöhe aufs Genaueste zu vergleichen.

Die Normalstimmgabel *A*, Fig. 573, ist in einem passenden Stative so angebracht, dass ihre beiden Schenkel in einer Verticalebene liegen

Fig. 573.

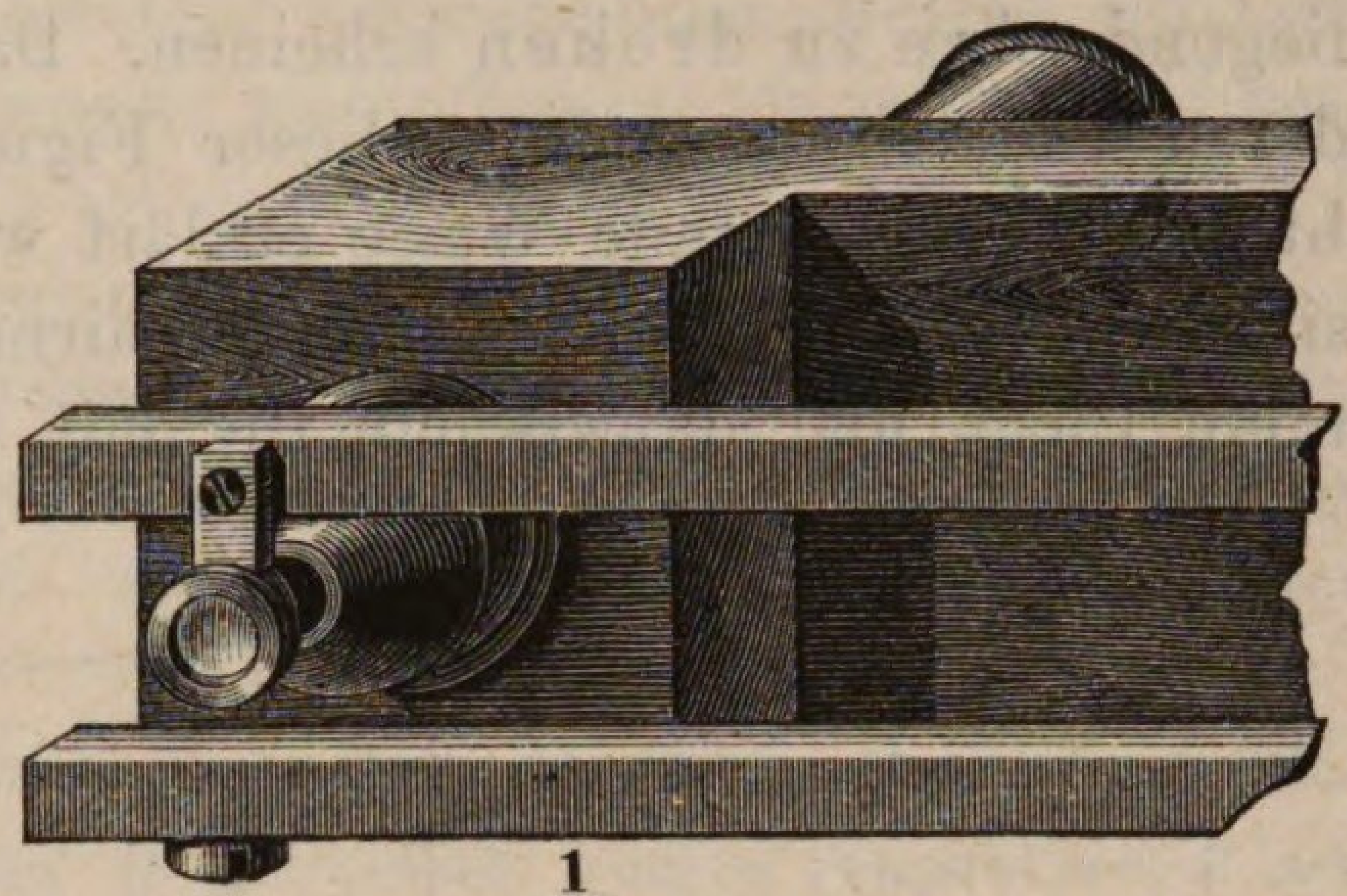


und ihre Schwingungen in dieser Verticalebene in der Richtung von Oben nach Unten vor sich gehen. — Der obere Schenkel der Normalstimmgabel trägt das Objectiv eines schwach vergrössernden Mikroskops, wäh-

rend an dem anderen Schenkel ein entsprechendes Gegengewicht angebracht ist. Die Stimmgabel ist so adjustirt, dass sie mit dem Objectiv und dem Gegengewicht belastet einen bestimmten Ton giebt, also eine bestimmte Anzahl von Schwingungen in der Secunde macht.

In Fig. 574 ist der vordere Theil der Stimmgabel *A* sammt dem daran angeschraubten Objectiv in grösserem Maassstab dargestellt.

Fig. 574.



$\frac{1}{2}$

Vor der Normalgabel *A* wird nun die zu prüfende Stimmgabel *B*, etwa auf einem Resonanzkästchen befestigt aufgestellt, und zwar so, dass die Vibrationsrichtung ihrer Schenkel horizontal, also rechtwinklig ist zu der Vibrationsrichtung der Stimmgabel *A*. Auf dem oberen Ende des einen Schenkels, welcher gerade vor dem Objectiv *o* stehen muss, ist auf irgend eine Weise ein Punkt markirt, den wir *p* nennen wollen.

Das Rohr des Mikroskops, dessen Objectiv an die Stimmgabel *A* angeschraubt ist, steckt hinter diesem Objectiv in dem Stativ, wie man in Fig. 573 und noch deutlicher in Fig. 574 sieht. Dies Mikroskop unterscheidet sich von einem gewöhnlichen nur dadurch, dass das Objectiv nicht an der Mikroskopröhre, sondern dicht vor derselben an der Stimmgabel befestigt ist.

Durch das Ocular bei *M* in das Mikroskop hineinschauend, sieht man nun das Bild des markirten Punktes *p*, welcher ruhig steht, wenn keine der Stimmgabeln vibrirt. Oscillirt die Stimmgabel *A* allein, so beschreibt der Punkt *p* eine verticale Linie; vibrirt die Stimmgabel *B* allein, so beschreibt er eine horizontale Linie, wenn aber endlich beide Stimmgabeln vibriren, so beschreibt *p* eine Curve, deren Gestalt von dem Intervall der Stimmgabeln abhängt.

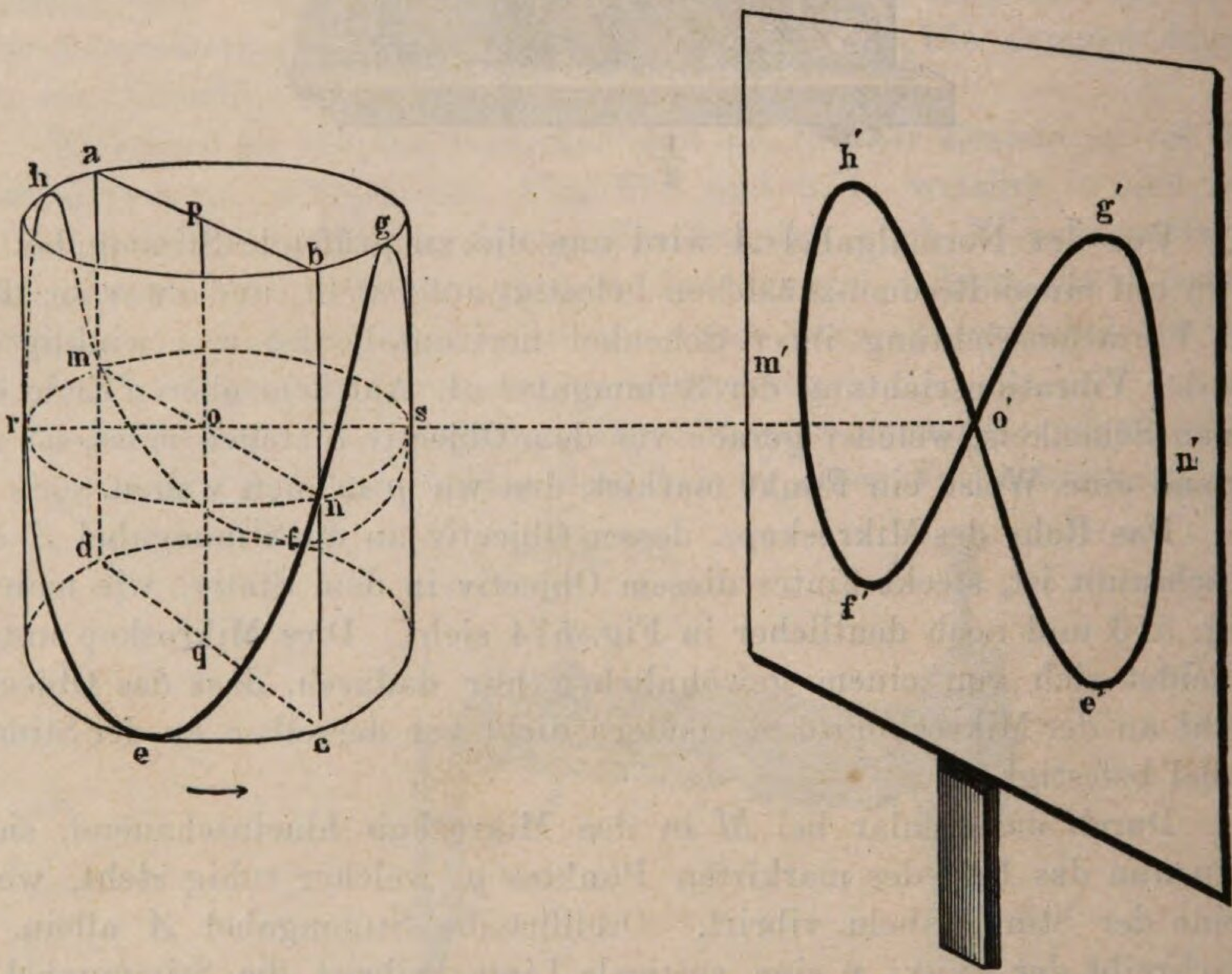
Nehmen wir z. B. an, die Stimmgabeln seien auf Unisono gestimmt, so muss der Punkt *p* eine der auf Fig. 567 erste Reihe verzeichneten Curven beschreiben.

Welche von diesen Figuren, z. B. ob Ellipse oder ob gerade Linie, beschrieben wird, das hängt von dem vorhandenen Phasenunterschiede ab. Da man schwer im Stande ist, die Bewegung beider Gabeln absolut gleichzeitig beginnen zu lassen, so wird im Allgemeinen bei jedesmaligem neuen Ingangsetzen eine andere Ellipse entstehen, welche aber dann,

eine absolut gleiche Tonhöhe vorausgesetzt, so lange andauert, als die Gabeln ungestört fortschwingen. Ist aber die Stimmung keine absolut richtige, so eilt allmälig die eine Gabel der andern voraus, es entsteht ein immer grösserer Phasenunterschied und es entstehen deshalb der Reihe nach die diesen verschiedenen Phasenunterschieden entsprechenden Figuren, welche allmälig in einander übergehen. Dabei beobachtet man überdies als auffallende Erscheinung, dass die Figuren sich um eine in der Bildebene liegende Axe zu drehen scheinen. Dasselbe zeigt sich auch bei den anderen Entstehungsweisen dieser Figuren. Wie diese Täuschung entsteht, kann auf folgende Weise erklärt werden.

Man denke sich, Fig. 575, einen weissen Schirm, in sehr grosse Entfernung davon ein Licht und dazwischen die mit dem Schirme pa-

Fig. 575.



rallele Ebene $abcd$ gestellt. In dieser Ebene werde ein Punkt o zu horizontalen und verticalen Schwingungen nach den Amplituden mn und pq veranlasst. Die verticalen Schwingungen erfolgen beispielsweise doppelt so schnell als die horizontalen. Der Schatten, der dann bei der Phasendifferenz $= 0$ auf dem Schirm entworfen wird, hat die gezeichnete Gestalt, nämlich dieselbe, wie die vom schwingenden Punkte beschriebene Figur. Jetzt denken wir uns denselben Punkt mit derselben verticalen Bewegung von o nach r übertragen und statt der horizontalen Schwingungsbewegung längs mon, eine gleichförmige Bewegung längs dem Kreise $rnsmr$ ausführen; es muss dann eine combinirte Bewegung auf der Cylinderfläche, nämlich $rengsfmhr$, entstehen. Da

nun aber die gleichförmige Bewegung längs der Peripherie des Kreises auf den Durchmesser projicirt, die schwingende Bewegung giebt (§. 117), so muss sie auch auf den Schirm projicirt dieselbe geben. Das heisst, ein längs *mrns* gleichförmig bewegter Punkt giebt einen zwischen *m'* und *n'* hin und her schwingenden Schatten. Hat er ausserdem eine vertical schwingende Bewegung, so erzeugt der Schatten die Lissajous'sche Figur. Wickeln wir jetzt die Cylinderfläche ab, so enthält dieselbe eine Curve eingezeichnet, welche entsteht, wenn ein Punkt längs der Abscissenaxe gleichförmig, längs der Ordinatenaxe schwingend sich bewegt. Es ist dies die §. 118 abgeleitete und Seite 313 gezeichnete Schwingungscurve, und zwar werden zwei Wellenlängen derselben längs der abgewickelten Peripherie aufgetragen sein. Die auf dem Schirme entstehende Figur ist also als Schatten einer auf der Cylinderfläche aufgewickelten Schwingungscurve zu betrachten.

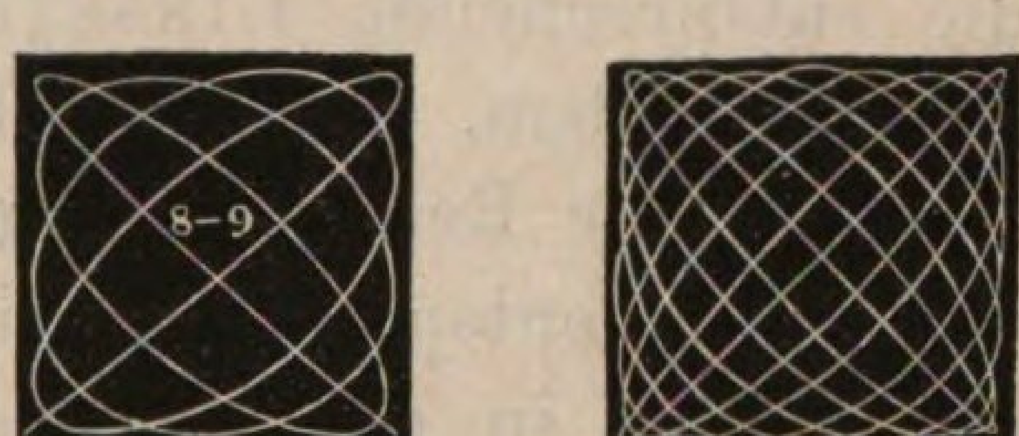
In der Zeichnung ist angenommen, dass die verticale und die horizontale Bewegung gleichzeitig von *o* respective *r* ausgehen. Es liegt deshalb der Durchschnittspunkt der Schwingungscurve und des Halbkreises *mrn* (der aufgewickelten Abscissenaxe) in der Verlängerung von *o'o*. Um eine Phasendifferenz hervorzurufen, müssten wir die Zeichnung der Schwingungscurve auf dem Cylinder etwas aus ihrer Lage drehen, oder, wenn wir uns die Zeichnung fest denken, müssten wir den Cylinder sammt Zeichnung etwas um seine Axe drehen. Geschieht dies in der Richtung des Pfeiles, so rückt der Theil *hre* der Curve mehr nach vorn, ihr Schatten *h'o'e'* mehr nach rechts; dagegen der Theil *gsf* mehr nach hinten, ihr Schatten *g'o'f'* mehr nach links. Die Projection dieser so verschobenen Schwingungscurve auf die Ebene *abcd*, also auch ihr Schatten auf dem Schirme, muss daher die entsprechende Lissajous'sche Figur für eine vorhandene Phasendifferenz geben. Dreht sich der Cylinder langsam, so entsteht also auch langsam die Reihe der Figuren, welche der langsam zunehmenden Phasendifferenz entsprechen, wie sie Fig. 567 zweite Reihe (nur sind die Figuren dort in der Papierebene um 90^0 verdreht gezeichnet) aufgeführt sind. Denken wir uns jetzt ein Auge an Stelle des schattenwerfenden Lichtes, so verstehen wir leicht, dass die sich drehende Schwingungscurve des durchsichtig gedachten Cylinders demselben ebenso erscheint, wie der entsprechende Schatten. Umgekehrt wird daher auch die Reihe der Lissajous'schen Figuren für die zunehmende Phasendifferenz dem Auge ebenso erscheinen, wie die sich drehende Schwingungscurve.

Dasselbe gilt nun auch beim Anblick der Curven des Vibrationsmikroskops, sowie überall, wo wir Lissajous'sche Figuren entstehen sehen. Zeigen dieselben eine drehende Bewegung, so deutet dies auf eine sich ändernde Phasendifferenz und mittelbar auf ein nicht genau hergestelltes Verhältniss der Schwingungsdauer. Sollten z. B. zwei Stimmgabeln unisono gestimmt sein, hat aber in Wirklichkeit die eine

die Schwingungszahl 440, die andere 440·1, so eilt die letztere der ersteren per Secunde um $^1/_{10}$ Schwingung voraus, in 10 Secunden vollführt sich also die ganze Reihe der Phasendifferenzen; die entsprechende Lissajous'sche Figur wird daher binnen 10 Secunden sich Einmal drehen. Angenommen, man beobachte an diesen Gabeln ein anderes Mal, dass die Lissajous'sche Figur in der Minute Eine Drehung vollende, so weiss man, dass auf $440 \times 60 = 26400$ Schwingungen der einen Gabel 26401 Schwingungen der anderen Gabel kommen, dass also ihr Intervall $= \frac{26401}{26400} = 1·000038$ sei. Hieraus ersieht man, wie ausserordentlich empfindlich dieses Verfahren zur Vergleichung der Tonhöhe sein müsse. Man begreift auch, dass es viel schwieriger ist, ruhig stehende Figuren zu erhalten, als drehende. Es genügt die geringste Belastung mit einem Stückchen Wachs, um erstere zum Drehen zu bringen.

Bevor wir diesen Gegenstand verlassen, wollen wir noch untersuchen, welche Wirkung durch eine beträchtliche Verstimmung eines reinen Intervalls hervorgebracht wird. Die Fig. 576 zeigt die zweien verschiedenen Phasendifferenzen entsprechenden Lissajous'schen Curven für das Intervall 8:9. Sowie wir dieses Verhältniss einerseits als das reine Intervall $\frac{8}{9}$, andererseits als das beträchtlich verstimmte Intervall $\frac{1}{1}$, also als stark verstimmtes Unisono auffassen können, so lässt die Figur 576 zwei Auffassungen zu. Einmal betrachten wir die ganze Figur als eine einzige, geschlossene Curve, welche vollkommen ruhig steht. Andernfalls betrachten wir sie als eine Reihe von sich rasch ändernden Ellipsen, welche in der für ein verstimmtes Unisono abgeleiteten Weise rasch bald durch die Formen des Kreises, bald durch die der schrägen Geraden hindurch in einander übergehen. Man braucht nur den Linien der Fig. 576 langsam nachzugehen, um dies aufzufinden. Natürlich ist keine der einzelnen Ellipsen in sich geschlossen, weil jede während ihres Entstehens sich bereits verändert. Ob dem Auge eine solche, durch einen schwingenden Körper wirklich hervorgebrachte (nicht blos abgebildete) Curve in der einen oder der anderen Weise erscheint, hängt von der Zeitdauer ab, innerhalb welcher die 8 resp. 9 Schwingungen zu Stande kommen. Ist diese nicht länger als die Nachwirkung auf der Netzhaut des Auges, so wird dasselbe die ganze Curve auf einmal und ruhig stehend erblicken, also die Figur des reinen Intervalls $\frac{8}{9}$ sehen. Dauert die Nachwirkung auf der Netzhaut aber nur während eines Bruchtheils der Zeit, innerhalb welcher die ganze Figur zu Stande kommt, so sieht das Auge nur die sehr

Fig. 576.



rasche Aufeinanderfolge der einzelnen Ellipsen, es nimmt also die mit rasch vergrösserter Phasendifferenz zu Stande kommenden Figuren des gestörten Intervalls $\frac{1}{1}$ wahr, wodurch ein unruhiges, schwer erkennbares Bild entsteht.

Das Vibrationsmikroskop unterscheidet sich vom Lissajous'schen Comparator durch einen elektromagnetischen Apparat, der die Schwingungen der das Objectiv tragenden Gabel beliebig lange fortzusetzen gestattet. Wir werden einen ähnlichen Apparat weiter unten kennen lernen.

Eine mathematische Untersuchung der Lissajous'schen Curven und eine Ableitung der ihnen entsprechenden Gleichungen findet sich ausser in der oben citirten Originalabhandlung auch in J. Müller's „Mathematischem Supplementbande zum Grundriss der Physik".

Genaue Bestimmung der Schwingungszahl einer Stimmgabel. 187 Um die Schwingungen irgend einer Stimmgabel oder irgend eines anderen vibrirenden festen Körpers graphisch darzustellen, versah Duhamel denselben mit einem feinen Stiftchen und rückte dasselbe dicht an die Oberfläche eines Glas- oder Metallcylinders, dessen Oberfläche über einer russenden Flamme geschwärzt war, und welcher um seine Axe gedreht wurde, während die Stimmgabel vibrirte. Ein nach diesem Princip construirter Apparat wird Phonautograph genannt. Wertheim und später König haben denselben wesentlich verbessert.

Fig. 577.

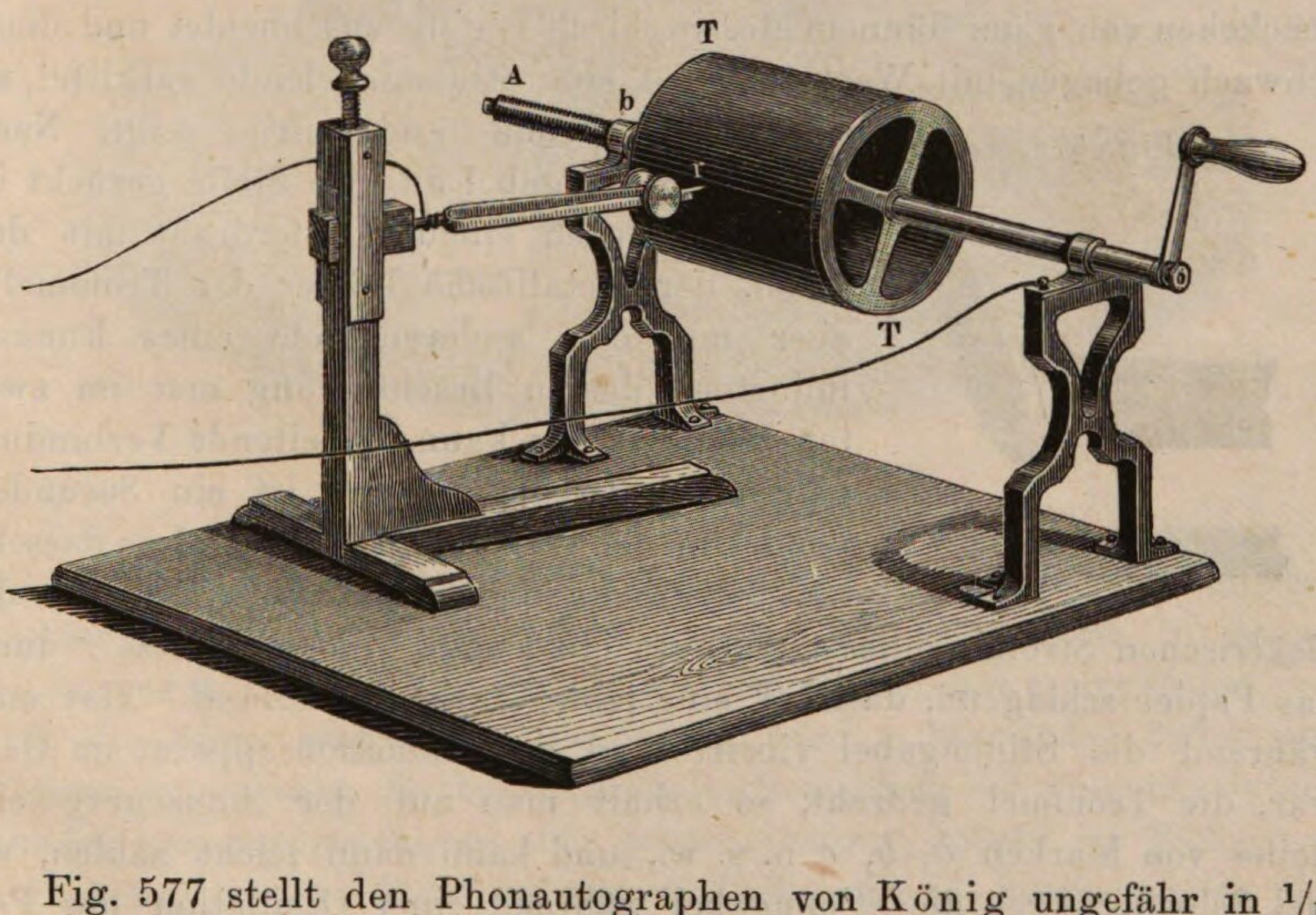
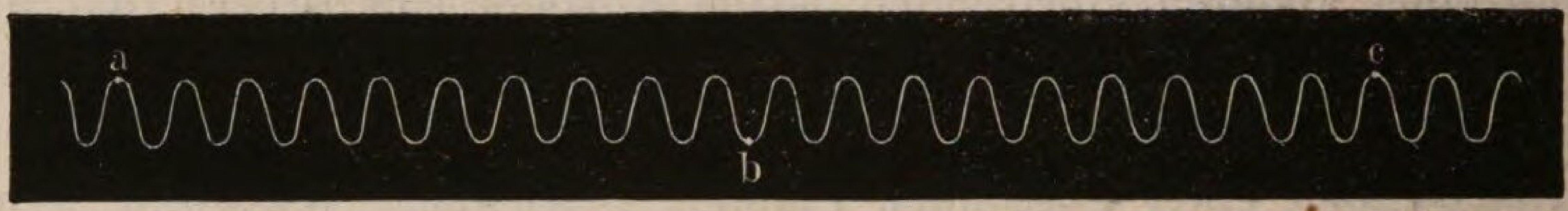


Fig. 577 stellt den Phonautographen von König ungefähr in $^1/_{10}$ der natürlichen Grösse dar.

Ein eiserner Stab, welcher an seinem einen Ende bei *A* mit einem durch die Schraubenmutter *b* geführten Schraubengewinde versehen ist, auf der anderen Seite aber mittelst einer Kurbel umgedreht werden kann, trägt in seiner Mitte eine messingene Trommel *T*. Auf dieser Trommel wird in einer Weise, dass man ihn leicht wieder wegnehmen kann, ein Papiermantel befestigt, und über einer stark russenden Lampe geschwärzt. (Man erhält eine solche Flamme, indem man ein Gemisch von Baumöl mit Terpentinöl mittelst eines Dochtes brennen lässt.) An diese berusste Fläche wird nun zunächst die in einem passenden, durch ein Gewicht zu beschwerenden Stativ befestigte Stimmgabel herangedrückt, an deren einem Ende die Schreibspitze *r* befestigt ist.

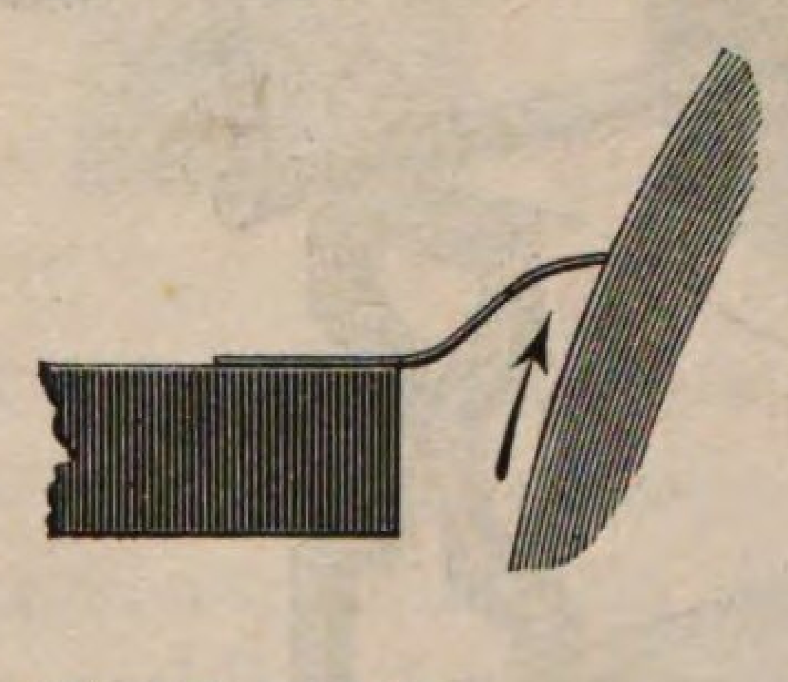
Wird nun die Stimmgabel durch Anstreichen mit dem Fiedelbogen in Vibrationen versetzt und dann der Cylinder sogleich mit entsprechender Geschwindigkeit umgedreht, so beschreibt die auf der Stimmgabel befestigte Spitze auf der berussten Fläche eine Sinuscurve in der Art, wie Fig. 578 zeigt.

Fig. 578.



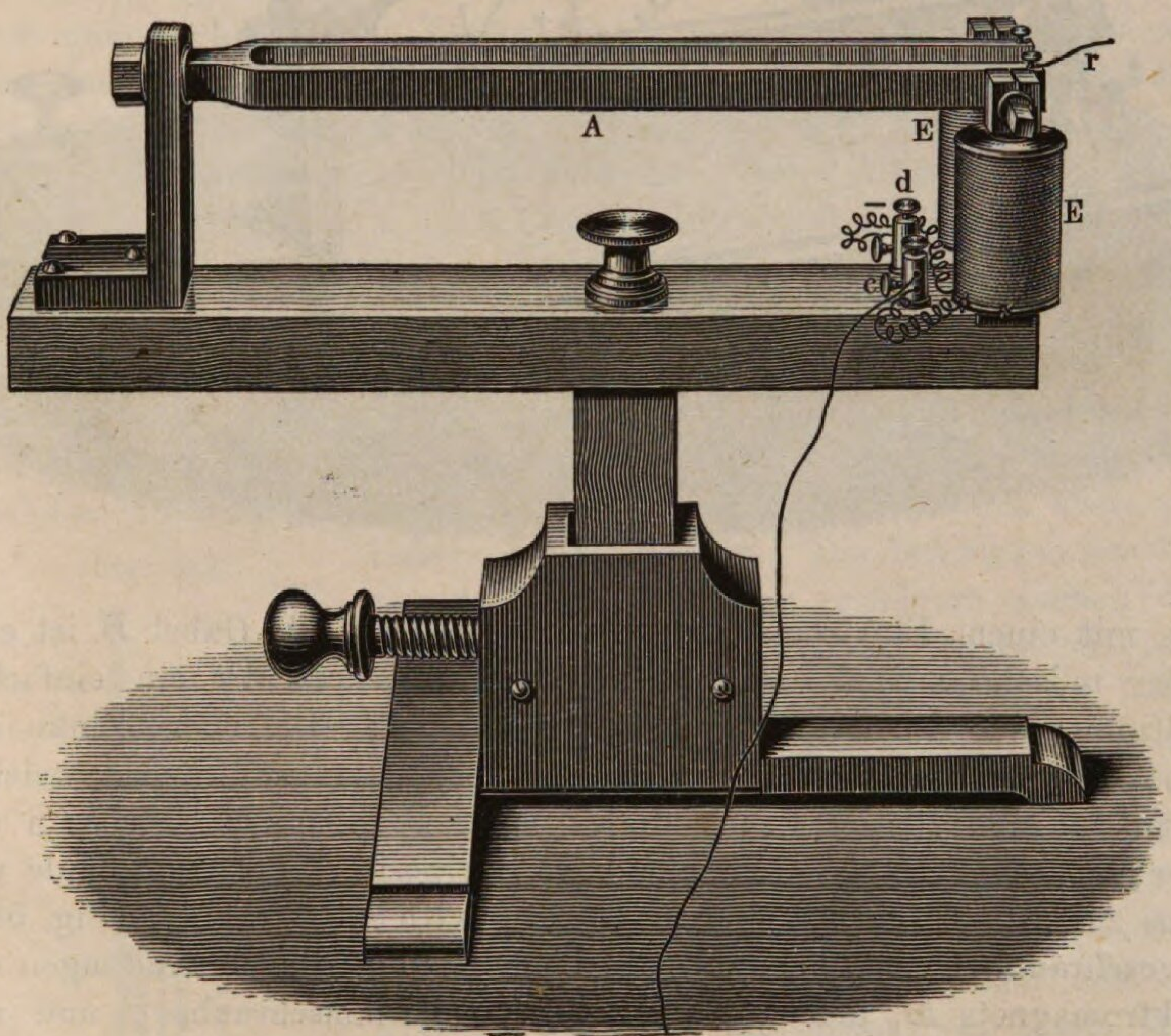
Um zu zählen, wie viel Schwingungen die Stimmgabel in einer gegebenen Zeit macht, dürfte wohl folgende Methode die einfachste und sicherste sein: Das Schreibspitzchen wird gebildet, indem man ein Stückchen von ganz dünnem Messingblech spitzig zuschneidet und dieses schwach gebogen mit Wachs auf das eine Stimmgabelende aufkittet, wie Fig. 579 im Grund- und Aufriss zeigt. Nachdem die Stimmgabel an ihre Stelle gerückt ist, wird sie durch einen Kupferdraht mit dem einen, der metallische Träger der Trommel *T* aber mit dem anderen Pole eines Funkeninductors, dessen Beschreibung erst im zweiten Bande folgen kann, in leitende Verbindung gebracht. In die Leitung ist ein Secundenpendel in der Weise eingeschaltet, dass dasselbe bei jeder Schwingung auf einen Moment den elektrischen Strom schliesst, so dass ein Funke von der Spitze *r* durch das Papier schlagend, daselbst eine feine Marke hinterlässt. Hat man, während die Stimmgabel vibrirte und der Inductionsapparat im Gang war, die Trommel gedreht, so erhält man auf der Sinuscurve eine Reihe von Marken *a*, *b*, *c* u. s. w., und kann dann leicht zählen, wie viel Schwingungen die Stimmgabel während einer Oscillation des Pendels macht.

Fig. 579.



Der Apparat Fig. 577 leidet an dem Uebelstand, dass die durch Streichen der schreibenden Gabel erzeugten Vibrationen sehr rasch an Grösse abnehmen, so dass man meistens schon nach 2 höchstens 3 Umdrehungen der Trommel still halten und die Gabel von Neuem anstreichen muss. Hier nun, wie auch in manchen anderen Fällen, ist es aber erwünscht, die Vibrationen einer Stimmgabel längere Zeit hindurch in unveränderlicher Grösse gleichförmig zu erhalten. Helmholtz hat diesem Bedürfniss durch Combination der Stimmgabeln mit Elektromagneten abgeholfen. Die Figuren 580 und 581 stellen die Helmholtz'sche Vorrichtung dar, wie sie König zur Anstellung des in Fig. 577 angedeuteten Versuchs ausgeführt hat. *A* (Fig. 580) ist die schreibende

Fig. 580.

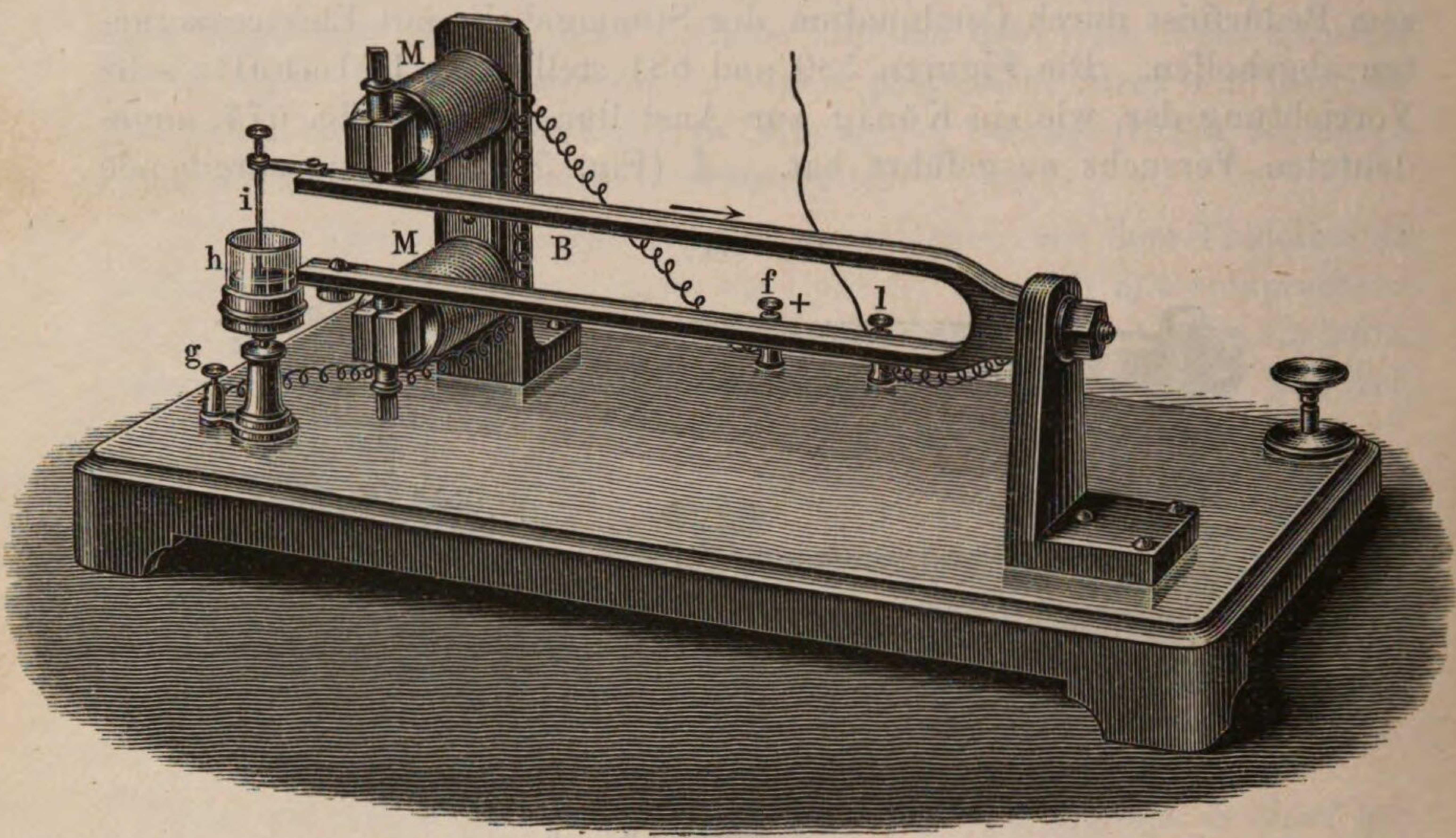


Gabel und *r* die Schreibspitze. Vor der einen und hinter der anderen Gabelzinke ist der Pol eines Elektromagnets *E* angebracht, in dessen Umwindungen der Strom durch die Klemmschraube bei *c* eingeführt und durch die Klemmschraube *d* ausgeführt wird. Wenn der Strom geschlossen ist, werden die beiden Gabelzinken durch die Magnetpole aus einander gezogen, sie fahren aber gegen einander, sobald der Strom unterbrochen wird. — Erfolgen nun Oeffnungen und Schliessungen des Stromes in gleichem Tempo, wie die nur vermöge ihrer Elasticität vibri-

rende Gabel, so wird dieselbe längere Zeit hindurch mit unveränderlicher Intensität vibriren.

Die abwechselnde Schliessung und Unterbrechung des Stromes im Elektromagnet E wird durch eine zweite Gabel B (die Unterbrechungsgabel) (Fig. 581) bewirkt, welche, in verticaler Ebene schwingend, gleich-

Fig. 581.



falls mit einem Elektromagnet M versehen ist. Die Gabel B ist entweder unisono mit A, oder ihre Schwingungsdauer ist ein einfaches Multiplum der Schwingungsdauer der anderen. Die obere Zinke der Gabel B trägt ein vertical herabreichendes Messingstäbchen i, welches unten in eine Platinspitze endigt. Diese Platinspitze taucht in ein Quecksilbernäpfchen h. Der eine, etwa der positive Pol einer Säule von 1 bis 2 Bunsen'schen Bechern, wird in die Klemmschraube f (Fig. 581) eingeschraubt. Von f aus durchläuft der Strom die Umwindungen des Elektromagnets M, gelangt aus diesen zur Klemmschraube g und von hier in das Quecksilber des Näpfchens h. Von h geht der Strom durch i und die obere Zinke der Gabel B bis an ihren Befestigungspunkt auf der rechten Seite, dann durch eine Drahtspirale nach der Klemmschraube l, welche durch einen Kupferdraht mit der Klemmschraube c (Fig. 580) verbunden ist. Bei d endlich ist der negative Pol der Säule eingeschraubt.

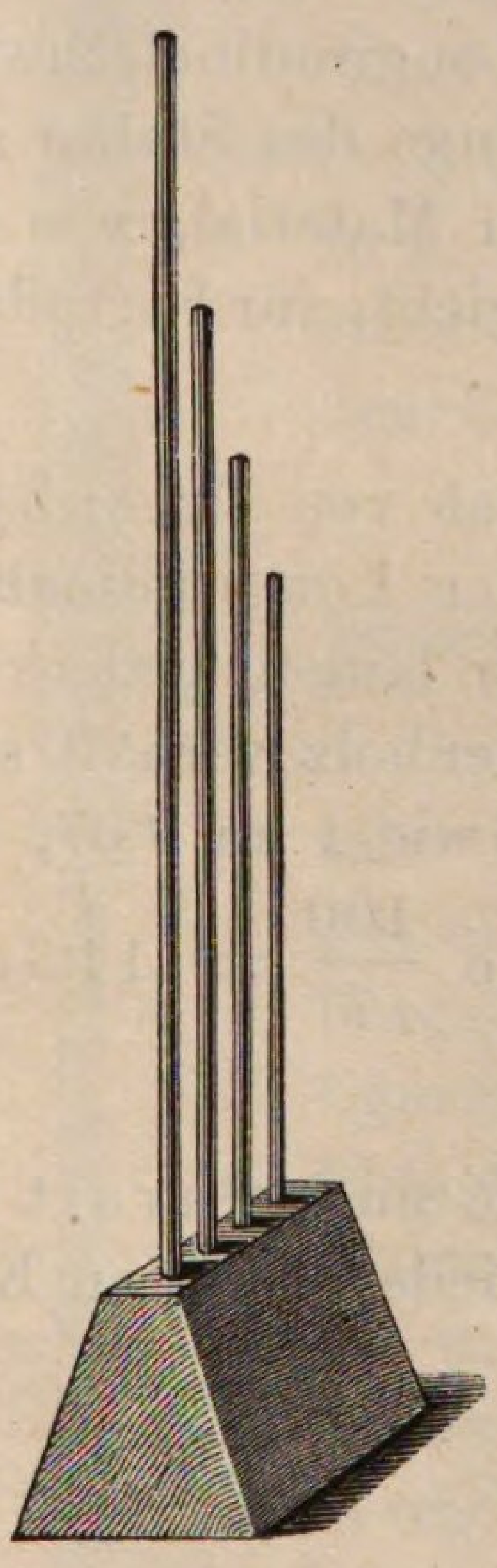
Sobald der Strom in der angegebenen Richtung circulirt, werden die beiden Elektromagnete E und M erregt, die Zinken des Elektromagnets E sowohl wie die von M werden aus einander gezogen und dadurch die Spitze von i aus dem Quecksilber gehoben. In Folge dessen

verliert sich der Magnetismus der Eisenkerne von E und M, die Zinken der beiden Gabeln schnellen gegen einander und die Spitze von i wird wieder in das Quecksilber eingetaucht, so dass dasselbe Spiel von Neuem beginnt und längere Zeit ununterbrochen fortdauert. Dieselbe Vorrichtung, welche den Namen Unterbrechungsgabel führt, dient auch beim Vibrationsmikroskop und bei der §. 181 (S. 487) erwähnten „stroboskopischen Stimmgabel".

Longitudinalschwingungen der Saiten und Stäbe. Wir haben bisher nur die Querschwingungen der Saiten und Stäbe betrachtet; dieselben können aber auch ihrer Länge nach schwingen, ganz ähnlich wie eine in einer Röhre eingeschlossene Luftsäule. Solche Längenschwingungen kann man dadurch erzielen, dass man eine gespannte Saite unter sehr spitzem Winkel mit einem Fiedelbogen streicht oder eine Glasröhre mit nassen Fingern oder einem nassen Tuche der Länge nach reibt. 188

Nimmt man z. B. eine Glasröhre von etwa 2 Meter Länge, welche einen Durchmesser von 2 bis 3 Centimeter hat, und hält man sie in der Mitte mit einer Hand fest, während man die andere Hälfte mit einem in der anderen Hand gehaltenen nassen Tuche reibt, so wird man einen Ton hören, den man mit einiger Geschicklichkeit leicht rein und voll erhalten kann. Die Schwingungen, welche man auf diese Weise erzeugt, sind offenbar Longitudinalschwingungen. Durch schnelleres Reiben und stärkeren Druck kann man ausser dem Grundton des Stabes auch noch höhere Töne erzeugen. Die Schwingungen können dabei leicht so sehr gesteigert werden, dass die stärkste Glasröhre in viele Stücke zerbricht.

Fig. 582.



Man erhält dieselben Resultate mit langen cylindrischen und prismatischen vollen Glasstäbchen, mit Röhren und Stäben von Holz und Metall; bei den letzteren wendet man aber statt des nassen Tuches ein mit Harz bestreutes Tuch an.

Zur Hervorbringung von Longitudinalschwingungen hölzerner Stäbe kann man den Apparat Fig. 582 anwenden. In einem Holzklotz von entsprechender Grösse sind mehrere Holzstäbchen von ungefähr 6 Millimeter Dicke eingeleimt. Streicht man diese Stäbchen von oben nach unten fahrend zwischen zwei Fingern, mit denen man vorher etwas Colophonium gerieben hat, so entstehen reine volle Töne. Gesetzt, die Länge der Stäbchen verhielte sich wie 30 : 24 : 20 : 15, so geben sie den Grundton, seine grosse Terz, seine Quint und seine Octav.

Die Longitudinalschwingungen eines Stabes

sind im Wesentlichen den Vibrationen der Luftsäulen in Pfeifen ganz analog, d. h. die einzelnen Querschichten oscilliren in der Richtung der Längenaxe des Stabes hin und her. Der Longitudinalton eines Stabes ist demnach zunächst von seiner Länge abhängig. Die Schwingungszahlen zweier Stäbe desselben Materials verhalten sich verkehrt wie ihre Längen. Man kann sich davon leicht mit Hülfe des Apparates Fig. 582 überzeugen.

Stäbe, welche in der Mitte festgehalten, an beiden Enden aber frei sind, verhalten sich wie offene, Stäbe dagegen, welche an einem Ende befestigt sind, wie die in Fig. 582, verhalten sich wie gedeckte Pfeifen.

Wie die Tonhöhe der Pfeifen von dem Querschnitte derselben nicht ganz unabhängig ist, so verhält es sich auch mit den Längsschwingungen von Stäben. Von zwei Stäben derselben Holzart, welche gleiche Länge, aber ungleichen Durchmesser haben, giebt der dickere einen etwas höheren Ton.

Da die Longitudinalschwingungen von Stäben, deren eines Ende vollkommen festgeklemmt ist, wie in Fig. 582, ganz den Gesetzen der stehenden Schwingungen in Röhren eingeschlossener Luftsäulen folgen, so ist auch die Länge eines solchen Stabes $^1/_4$ der Wellenlänge, mit welcher sich sein Grundton in dem Medium des Stabes fortpflanzen würde.

Dies giebt ein sehr einfaches Mittel an die Hand, die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalles in irgend einem festen Stoff experimentell zu bestimmen. Man mache nur aus diesem Stoff einen Stab, den man mit seinem einen Ende festklemmt, um ihn dann in Longitudinalschwingungen zu versetzen. Es verhält sich dann die Länge des Stabes zur Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalles in seinem Material, wie die Länge einer gedeckten Pfeife, welche denselben Ton giebt, zur Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalles in Luft.

So findet man z. B., dass ein 1 Meter langer Stab von Erlenholz in der durch Fig. 582 erläuterten Weise befestigt, einen Longitudinalton giebt, welcher dem Longitudinalton einer 7 Centimeter langen gedeckten Pfeife gleich ist. Die Wellenlänge eines Tones in Erlenholz verhält sich demnach zur Wellenlänge desselben Tones in Luft wie 1 zu 0·07, die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalles ist also $\frac{100}{7} = 14{\cdot}3$ mal grösser für Erlenholz als für Luft.

Nach dieser Methode haben Chladni sowohl wie auch Savart die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalles in verschiedenen festen Körpern bestimmt.

Fig. 584.



Die folgende Tabelle enthält einige der von Chladni erhaltenen Resultate.

Namen der Substanzen	Geschwindigkeit, verglichen mit Schallgeschwindigkeit in der Luft
Fischbein	$6^2/_3$
Zinn	$7^1/_2$
Silber	9
Nussbaumholz	$10^2/_3$
Messing	$10^2/_3$
Eichenholz	$10^2/_3$
Kupfer	12
Ahornholz	$12^1/_3$
Acacienholz	$14^2/_5$
Ebenholz	$14^2/_5$
Erlenholz	$14^2/_5$
Lindenholz	15
Glas	$16^2/_3$
Eisen oder Stahl	$16^2/_3$
Tannenholz	18

Wenn eine ungefähr 1 m lange, 2 cm weite, nach der in §. 170 besprochenen Weise mit Lycopodium oder Korkstaub versehene, an jedem Ende durch einen wohl passenden Kork geschlossene Glasröhre *ab*, Fig. 583, in horizon-

Fig. 583.



taler Lage in ihrer Mitte festgeklemmt und durch Reiben mit einem befeuchteten wollenen Lappen zum Tönen gebracht wird, so bilden sich in der Röhre ähnliche Staubfiguren, wie wir sie bereits in §. 170 kennen lernten. Diese Staubfiguren rühren von stehenden Luftwellen her, welche dadurch entstehen, dass die geschlossenen Enden der Röhre bei der abwechselnden Verlängerung und Verkürzung derselben die eingeschlossene Luft abwechselnd ausdehnen und verdichten und sie auf diese Weise in stehende Schwingungen versetzen, deren Ton genau derselbe ist, wie der

der Glasröhre. Da nun im Glas die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalles beinahe 16mal so gross ist als in der Luft, da ferner die Länge des Rohrs *ab* gleich ist der halben Wellenlänge ihres Tones in Glas, so müssen auf die Luftsäule in *ab* 16 halbe Wellenlängen kommen, die Staubfigur in derselben wird also stets 16 Maxima und Minima zeigen müssen, welches auch die Länge der Röhre sein mag.

Bringt man statt Luft ein anderes Gas in die Röhre *ab*, so ändert sich auch die Länge der Staubwellen in derselben; sie wird 20, wenn die Röhre mit Kohlensäure, sie wird 10, wenn sie mit Leuchtgas gefüllt ist.

Fig. 585.

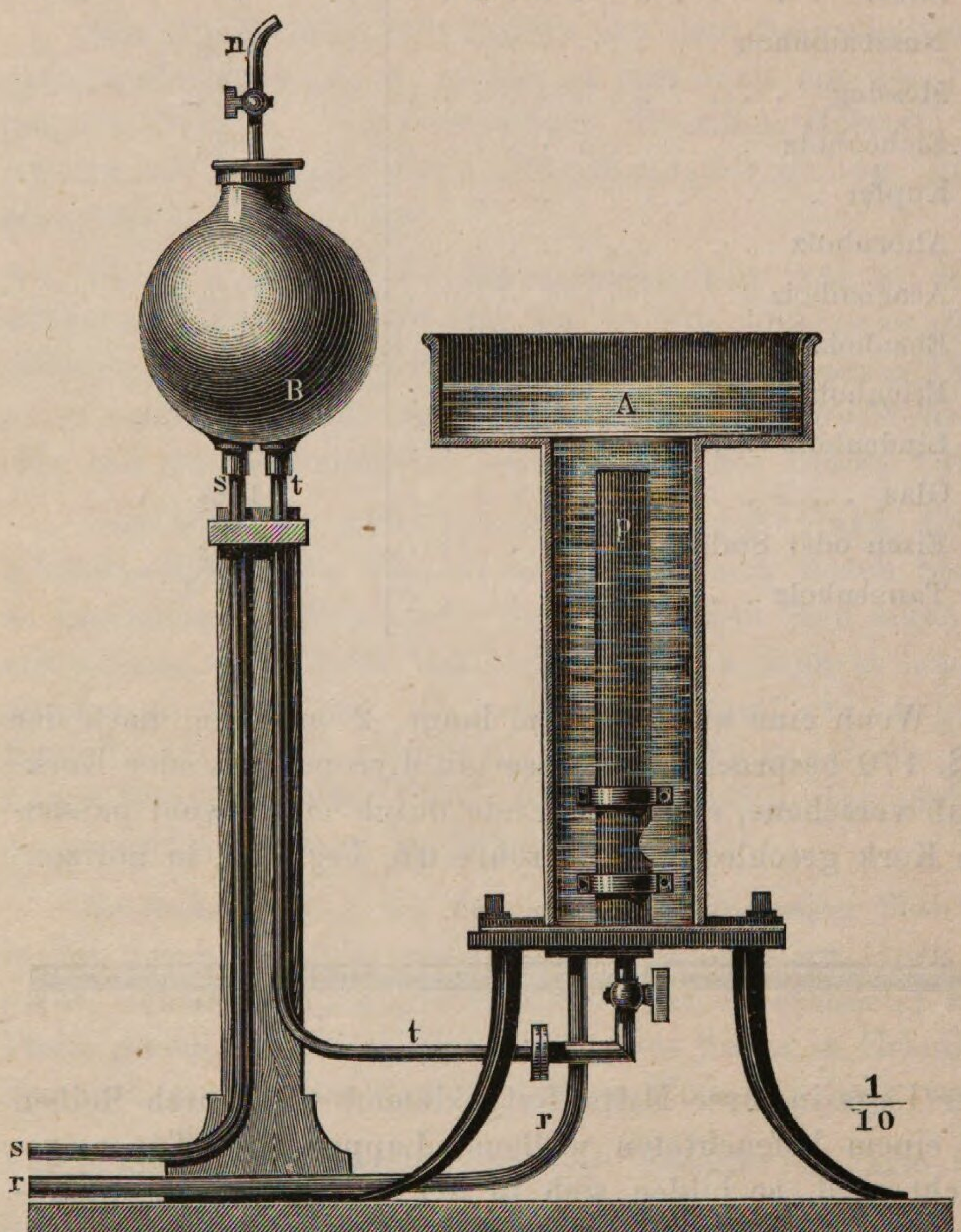
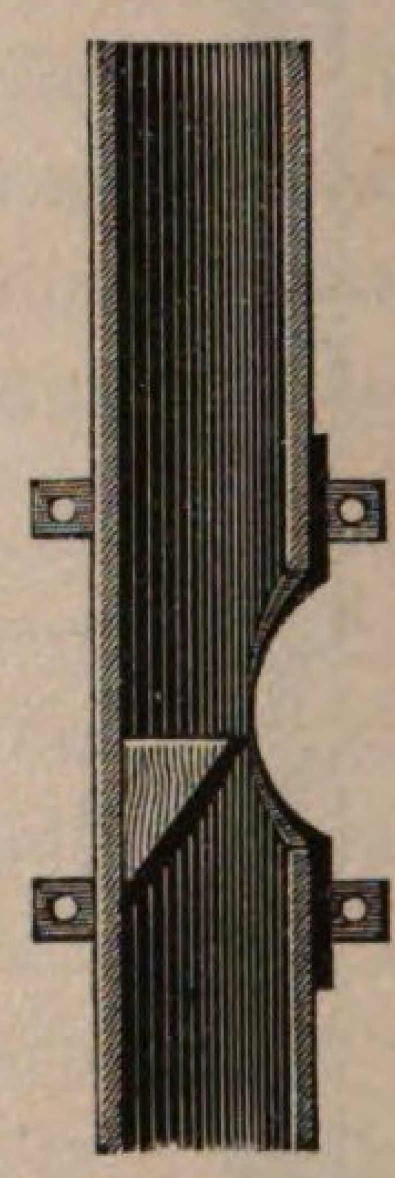


Fig. 586.



Der Apparat Fig. 584, den wir bereits in §. 170 kennen lernten, gestattet nun auch auf eine sehr einfache Weise die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Luft mit der verschiedener fester Stoffe zu vergleichen. Man hat nur die Glasröhre *ab* durch einen gleich langen Stab

des fraglichen Körpers zu ersetzen und den Versuch in der bekannten Weise zu wiederholen; die Länge der Staubwellen ändert sich, je nachdem man für *ab* einen anderen Stab einsetzt. Die halbe Länge einer Staubwelle wird $\frac{1}{12}\, ab$ sein, wenn *ab* ein Stab von Kupfer, sie wird $\frac{1}{18}\, ab$ sein, wenn der Stab *ab* aus Tannenholz besteht.

Hier dürfte wohl der geeignetste Ort für die Bemerkung sein, dass Wasser den Schall nicht allein zu leiten im Stande ist, sondern dass es unter Umständen auch als tönender Körper fungiren kann. Die Sirene ertönt auch, wenn sie vollständig unter Wasser getaucht ist und ein Strom von Wasser durch die Oeffnungen hindurchtreibt, wie es bei den gewöhnlichen Sirenen mit der Luft geschieht. Wertheim hat förmliche Wasserpfeifen construirt, d. h. Pfeifen, in welchen eine Wassersäule ebenso in tönende Schwingungen versetzt wird, wie die Luftsäule in gewöhnlichen Pfeifen (Annal. de Chim. et de Phys. 3. Ser. T. XXIII).

Die ganz mit Wasser gefüllte, offene oder gedeckte Pfeife *p*, Fig. 585, befindet sich in einem 52 cm hohen, mit Wasser gefüllten Gefässe *A*. Mittelst einer Druckpumpe wird beim Aufziehen des Kolbens durch das Rohr *r* Wasser aus dem Gefäss *A* herausgesaugt, beim Niedergange des Kolbens aber wird es durch das Rohr *s* in den Windkessel *B* hineingepresst, aus welchem es durch den Druck der comprimirten Luft durch die Röhre *t* in den Fuss der Pfeife *p* getrieben wird. Die Röhre *n* führt zu einem Manometer.

Fig. 586 stellt das Mundstück der Pfeife *p* in grösserem Maassstabe dar.

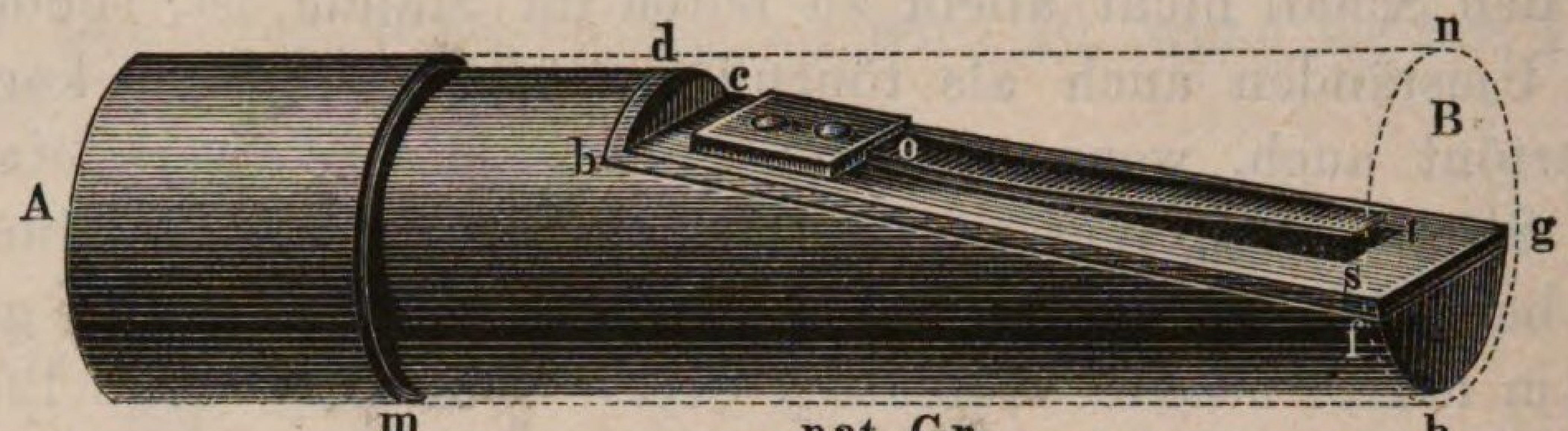
Dieser Versuch beweist, dass die Wassersäule in *p* ganz in ähnlicher Weise vibrirt, wie eine Luftsäule.

Die Zungenpfeifen. Wenn ein Luftstrom durch eine Oeffnung **189**
hervordringt, welche durch die Vibrationen eines elastischen Körpers in regelmässigen Intervallen geschlossen und wieder geöffnet wird, so entsteht ein Ton ganz in der Weise, welchen wir bei der Sirene kennen lernten. Bei jedem Freiwerden der Oeffnung nämlich entsteht ein Luftstoss, welcher eine Verdichtungswelle erzeugt. Solche Instrumente nun, durch welche nach diesem Princip Töne erzeugt werden, nennt man Zungenwerke.

Eine der einfachsten Formen der Zungenpfeifen ist in Fig. 587 (a. f. S.) dargestellt. Von einem bei *A* offenen Messingrohre ist durch einen schrägen Schnitt ein Stück abgeschnitten und auf die Schnittfläche die Messingplatte *bcfg* aufgelöthet; ausserdem ist aber das Messingrohr durch die Messingstücke *bdc* und *fhg* auf der rechten Seite vollständig geschlossen, so dass man einen Hohlraum hat, welcher einerseits geschlossen, bei *A* aber offen ist.

Aus der Messingplatte *bfgc* ist oben eine rectanguläre Oeffnung *ost* ausgeschnitten und über derselben ein federnder Metallstreifen, eine sogenannte Zunge, angebracht, welche nur um sehr weniges kürzer und schmäler ist, als die Oeffnung *ost*. In ihrer Ruhelage steht das freie Ende der Zunge ein wenig in die Höhe, etwas niedergedrückt passt sie aber fast ganz genau in dieselbe hinein, so dass bei dieser Lage die Oeffnung durch die Zunge geschlossen ist.

Fig. 587.



nat. Gr.

Wenn man die Zunge auf irgend eine Weise, etwa mittelst des Fingernagels, ein wenig aus ihrer Gleichgewichtslage herausbiegt und dann loslässt, so hört man einen ganz schwachen, klanglosen, sehr bald wieder verschwindenden Ton; in dieser Weise könnten also die Schwingungen des federnden Metallstreifens nicht für musikalische Zwecke verwendet werden. Um mittelst der Zunge kräftige Töne zu erzeugen, wird nun über die rechte Seite des bereits besprochenen Messingrohres ein zweites Rohr *mn* geschoben, welches in unserer Figur nur durch Punktirung angedeutet ist, so dass nun ein zweiter bei *B* offener Hohlraum gebildet wird, welcher nur durch die Oeffnung *ost* mit dem bei *A* mündenden in Verbindung steht. — Wird nun bei *B* Luft eingeblasen, so wird dadurch die Vibration der Zunge eingeleitet. So oft in Folge dieser Vibration die Oeffnung *ost* theilweise frei wird, dringt ein Luftstrom durch dieselbe und aus der Mündung *A* hervor, um sogleich wieder unterbrochen zu werden, wenn die Oeffnung *ost* durch die vibrirende Spalte wieder geschlossen wird.

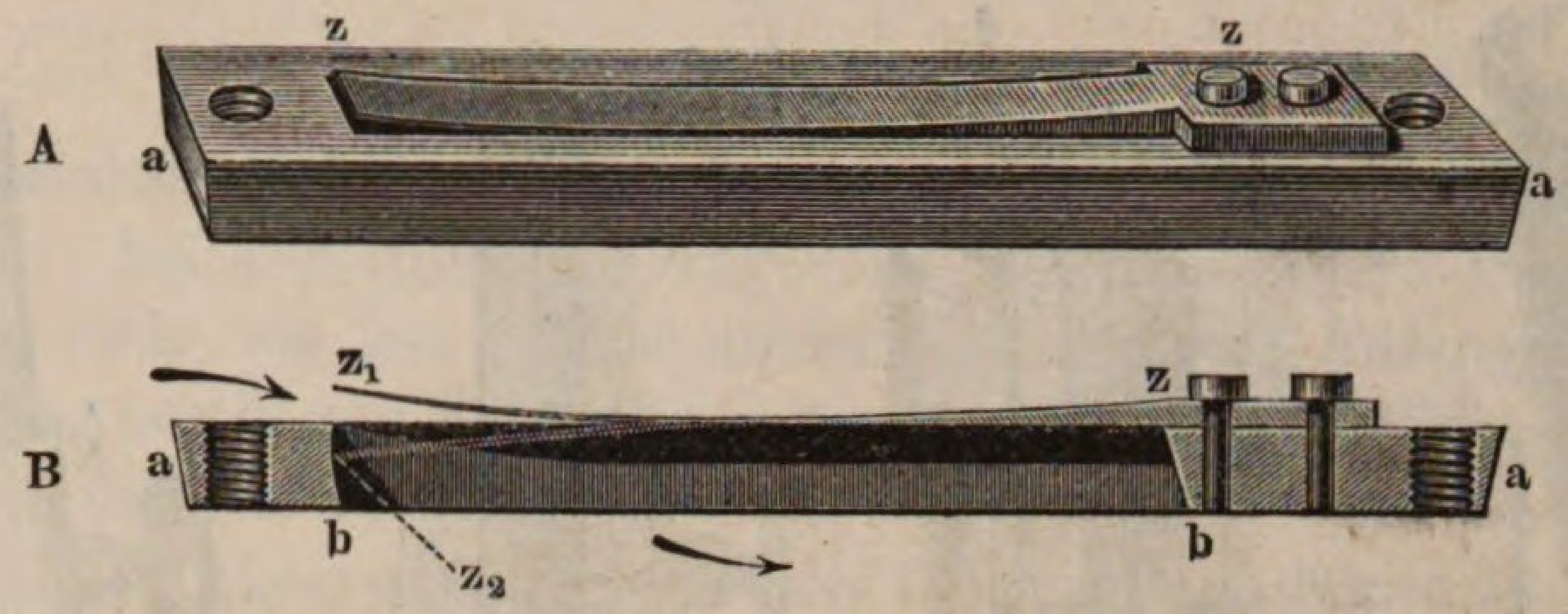
Es sind also nicht die Vibrationen der Zunge selbst, welche die Schallwellen erzeugen, vielmehr dienen diese Vibrationen nur dazu, den aus *ost* hervorquellenden Luftstrom zu reguliren und ihn in regelmässigen Zwischenräumen zu unterbrechen. So viel Schwingungen die federnde Zunge in der Secunde macht, so viel Verdichtungswellen treten der Reihe nach bei *A* aus dem Rohre hervor.

In der Regel ist an das Rohr bei *A* noch ein kleiner Schallbecher, bei *B* aber ein entsprechendes Mundstück angesetzt.

Fig. 588 zeigt die Form der Zunge, wie sie gewöhnlich zur Construction der Mundharmonika, der Blasbalgharmonika und der Physharmonika verwendet werden, und zwar zeigt *A* eine perspectivische Ansicht, *B* den Durchschnitt der Zunge sammt Fassung.

Hierher gehören auch die Zungenwerke unserer Orgeln, deren Einrichtung durch Fig. 589 u. 590 (a. f. S.) erläutert wird. In dem durch-

Fig. 588.



bohrten hölzernen Stopfen *s*, Fig. 590, ist unten eine Rinne *r* von Messingblech befestigt, deren Querschnitt ungefähr einen Halbkreis bildet, und welche den Namen Canile führt. Oben ist diese Rinne offen, unten ist sie geschlossen und ihre seitliche Oeffnung wird durch die elastische Platte *l* bedeckt, welche bei ihrer Vibration auf die Ränder der Rinne aufschlagend dieselbe vollständig verschliesst und dann wieder zurückschwingend einen Luftstrom in die Canile eintreten lässt.

Dieser Stopfen *s* mit der Canile *r* und der Zunge *l* wird nun in das kurze Rohr *pp* eingesetzt, in welches man von unten her den Wind einblasen kann. Sobald dies geschieht, beginnt die Zunge *l* zu vibriren, es wird also in den durch die Zunge bedingten Intervallen ein Luftstrom aus dem Innern der Röhre *p* durch die Canile und die Höhlung *v* hervordringen, um dann sogleich wieder unterbrochen zu werden. Durch dieses stossweise Vordringen des Luftstroms wird nun der Ton erzeugt, zu dessen Verstärkung man noch ein kegelförmiges Rohr, den Schallbecher, aufsetzt, wie man es Fig. 589 (a. f. S.) sieht.

Solche Zungen, welche wie die in Fig. 588 und Fig. 589 dargestellten etwas kleiner sind als die zugehörige Oeffnung, so also, dass sie mit den Rändern derselben nicht in Berührung kommen, nennt man durchschlagende Zungen, im Gegensatz zu den aufschlagenden, welche, wie die Zunge Fig. 590, bei jeder Oscillation auf den Rahmen schlagen. Die aufschlagenden Zungen werden ihres rasselnden Tones wegen selten mehr gebraucht.

Durch Aufziehen oder Niederdrücken des Stimmdrahtes *d*, dessen unteres horizontal gebogenes Ende die Zunge gegen die Canile andrückt, kann man die Länge des vibrirenden Theils der Zunge vergrössern oder verkleinern und dadurch die Tonhöhe abändern.

Wenn gar kein Schallbecher oder doch nur eine kurze Röhre auf das Zungenwerk aufgesetzt ist, so hängt die Schwingungsgeschwindigkeit der Zunge, also der Ton, den sie giebt, von ihrer Elasticität und von ihren Dimensionen ab; wenn aber eine lange Röhre aufgesetzt wird, so modificirt diese den Ton wesentlich; die Bewegung der Zunge hängt dann mehr von der Bewegung der in der langen Pfeife hin und

her laufenden Luftwellen als von ihrer eigenen Elasticität ab; sie wird also eigentlich mehr geschwungen als sie selbst schwingt.

Fig. 589.

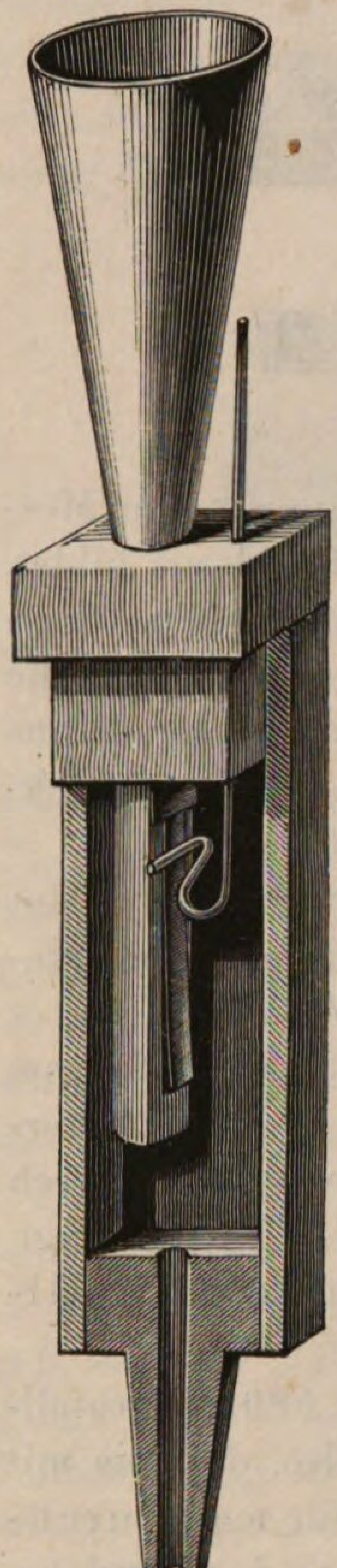


Fig. 590.

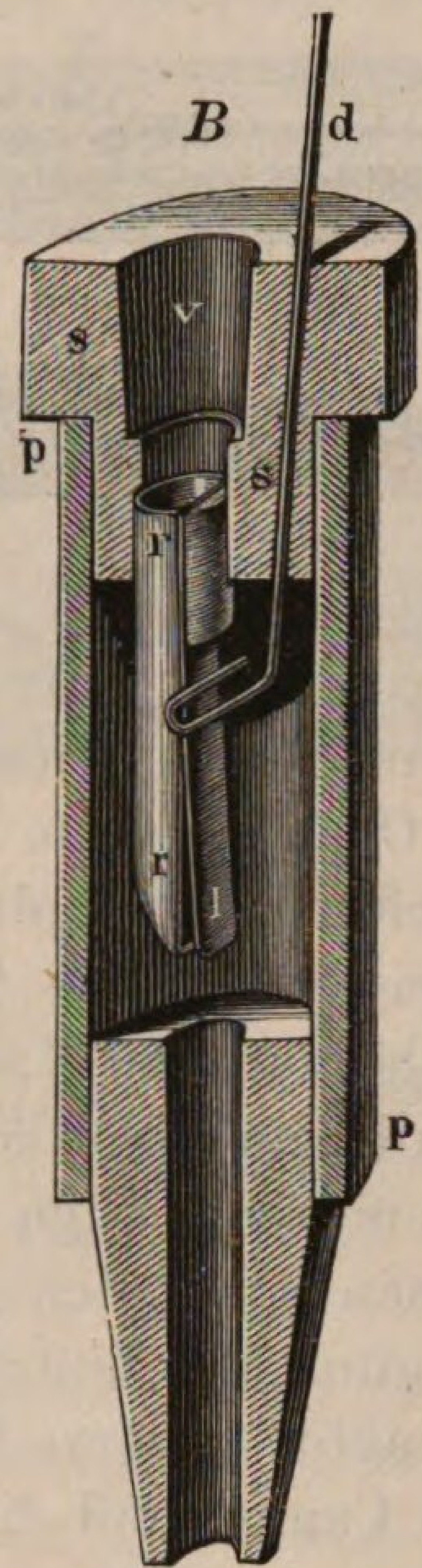


Fig. 591.

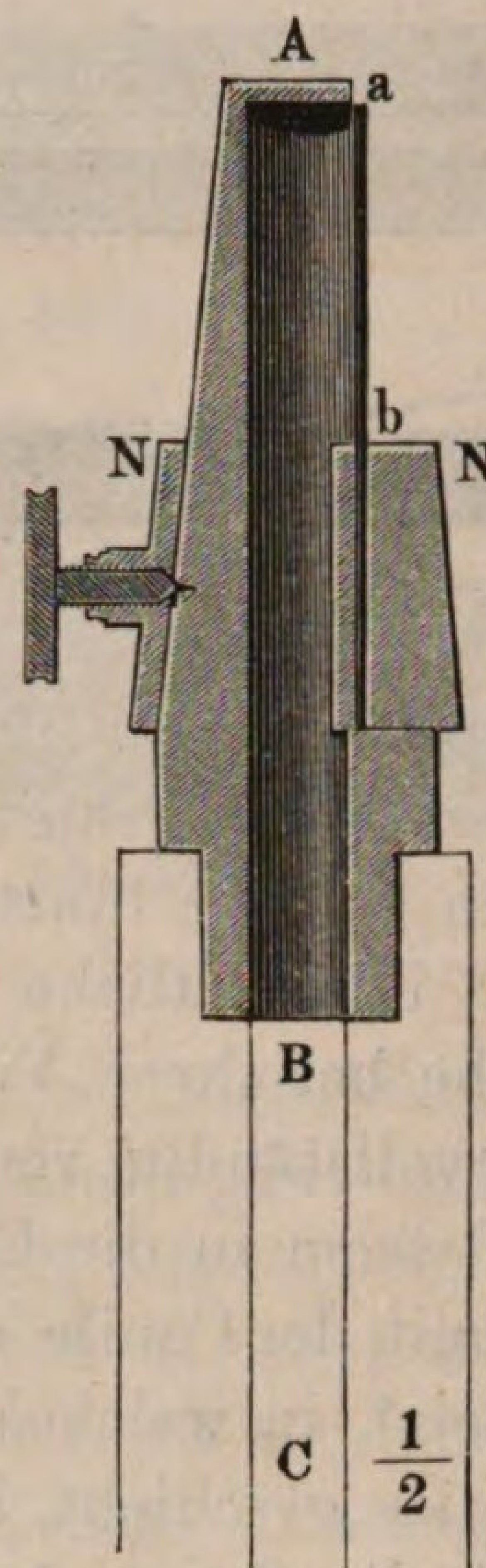
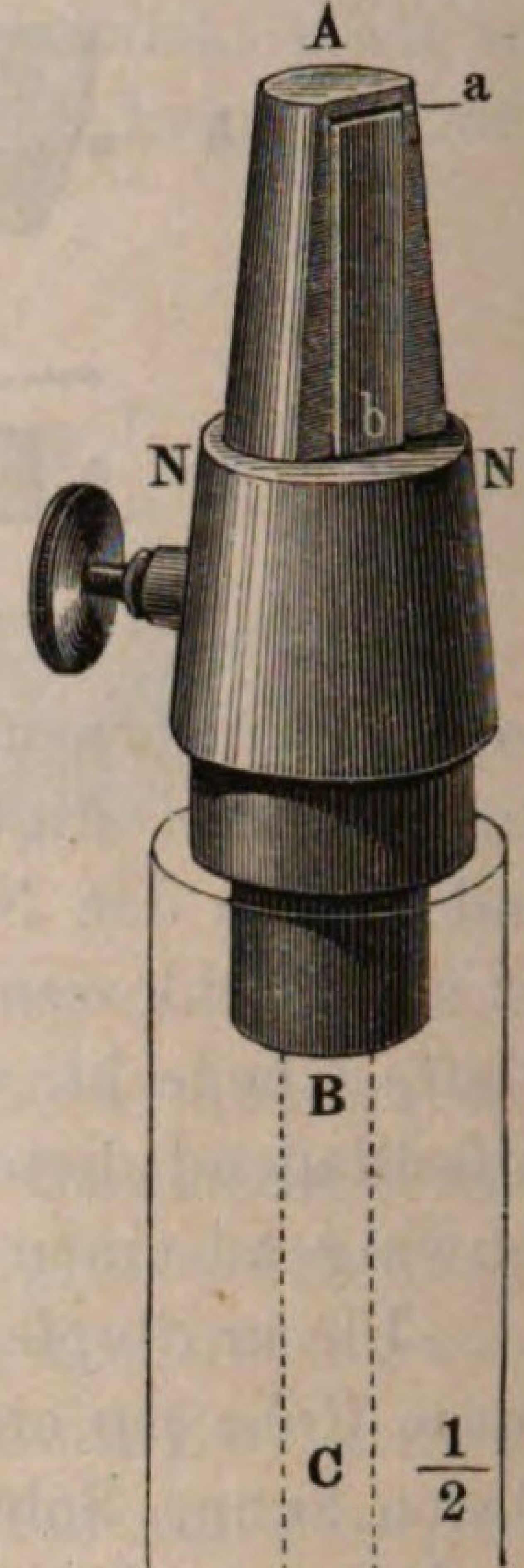


Fig. 592.



W. Weber hat über diesen Gegenstand eine Reihe ausführlicher Versuche angestellt (Pogg. Annal. XIV, XVI und XVII). Fig. 591 und Fig. 592 stellen seinen Apparat in $^1/_2$ der natürlichen Grösse dar, und zwar Fig. 591 im Durchschnitt, Fig. 592 in perspectivischer Ansicht. Der schraffirte Theil AB ist aus Messing verfertigt, ba ist die vibrirende Zunge. Bei B können hölzerne Röhren von beliebiger Länge angesteckt werden, wie man aus den Figuren ersieht, wo sie nur durch Contouren angegeben sind.

Diese Vorrichtung wird nun mittelst des konischen Zapfens NN in eine entsprechende Oeffnung einer Windlade so eingesetzt, dass A nach Unten, die hölzerne Ansatzröhre BC aber nach Oben steht.

Als in den Apparat, Fig. 591, eine 0·48 mm dicke Messingzunge eingesetzt war und in die Windlade Luft eingepresst wurde, erhielt Weber ohne Ansatz eines Holzrohres den Ton $\overline{g}$. Als nun aber der Reihe nach Holzröhren von verschiedener Länge aufgesetzt wurden, erhielt er die folgenden Töne, wenn die Gesammtlänge der mittönenden Luftsäule die nebenstehenden, in Millimetern ausgedrückten Werthe hatte:

$\bar{g}$	92 mm	$\bar{c}$	290 mm
$\overline{fis}$	178	*ais* . . .	331
$\bar{f}$	202	*g*	394
$\bar{d}$	252	$\bar{g}$	439

Kurze Ansatzröhren bringen also keine merkliche Veränderung der Tonhöhe hervor; bei allmäliger Verlängerung der Röhre wird aber der Ton tiefer, und zwar bis zur nächst niederen Octave des Anfangstones, um dann für eine bestimmte Länge l (im vorliegenden Falle 440·6 mm) wieder auf den Ton zurückzuspringen, welchen die Zunge für sich allein giebt.

Die Länge l (hier 440·6 mm) ist die Länge einer offenen Pfeife, deren Grundton unisono ist mit dem Ton, welcher der Schwingungszahl der nur unter dem Einfluss ihrer Elasticität vibrirenden Zunge entspricht.

Eine Verlängerung der Röhre über die Länge l hinaus macht, dass der Ton abermals tiefer wird, und zwar in unserem Falle bis $\bar{d}$ für die Röhrenlänge 866·3 mm, um für $2l$ (hier 881·2 mm) zum zweitenmale auf den ursprünglichen Ton zurückzuspringen.

Kurz, der Ton der Zungenpfeife ist für die Röhrenlängen l, $2l$, $3l$ u. s. w. derselbe wie ohne Ansatzrohr, während jede andere Länge der Ansatzröhre den Ton der Zungenpfeife tiefer macht, wenn sie durch Einblasen von Luft in die Windlade zum Tönen gebracht wird, wie es bei den eben besprochenen Versuchen der Fall war.

Fig. 593.

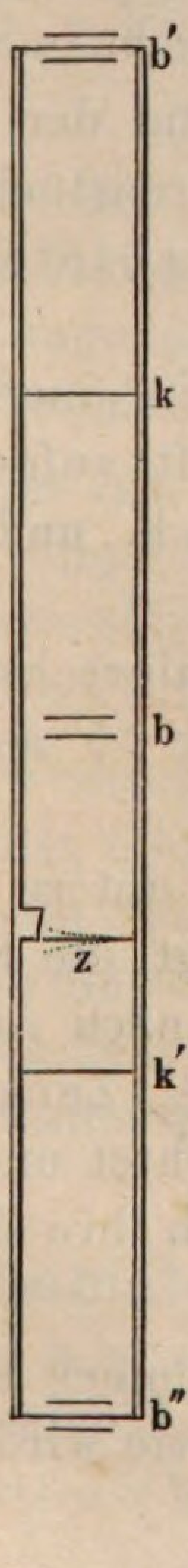
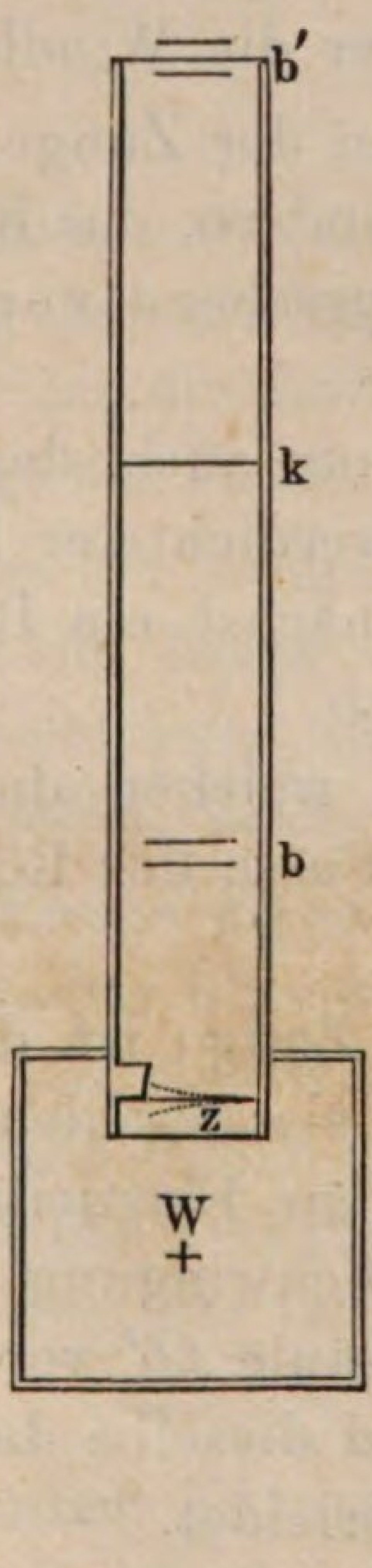


Fig. 594.



Wird dagegen die Zungenpfeife dadurch zum Tönen gebracht, dass die Luft aus der Windlade ausgesaugt wird, so hat das Ansetzen von Röhren eine Erhöhung des Tones zur Folge.

Der Grund dieser Erscheinung ergiebt sich aus folgender Betrachtung:

Fig. 593 stelle eine an beiden Enden offene Röhre dar, welche eine im Zustande stehender Schwingungen sich befindliche Luftsäule enthält. Schwingungsknoten befinden sich in k und k', Bäuche dagegen in b und an den Enden der Röhre in b' und b''.

Der Ton dieser Pfeife wird nun keinerlei Aenderung erfahren, wenn an irgend einer Stelle im Inneren der Röhre ein Scheibchen angebracht wäre, dessen Ebene rechtwinklig auf der Röhrenaxe steht und welches genau dieselben Oscillationen

machte, welche einer an dieser Stelle befindlichen Luftschicht in Folge des Tönens der in der Röhre eingeschlossenen Luftsäule zukommen. An die Stelle dieses Scheibchens könnte aber auch ohne merkliche Aenderung eine in gleicher Weise oscillirende Zunge eingesetzt werden.

Es sei nun eine solche Zunge in der Röhre Fig. 593 bei z zwischen dem Schwingungsknoten k' und dem Bauche angebracht, welche so eingerichtet ist, dass sie die Verbindung zwischen dem oberen und unteren Theil der Röhre absperrt, während sie aus ihrer Gleichgewichtslage nach Oben (also in Beziehung auf den oberen Theil der Röhre nach Innen) entfernt ist, dass dagegen die Verbindung zwischen der Luft im oberen und unteren Theile der Röhre hergestellt ist, während die Zunge nach Unten (respective nach Aussen) gebogen ist.

Die Zunge z wird sich aber von ihrer Gleichgewichtslage nach Unten (Aussen) bewegen müssen, während die benachbarten Luftschichten in Folge der stehenden Wellen in der Röhre gleichfalls von einer nach Unten gerichteten Bewegung afficirt sind, während sich also beim Knoten k eine Luftverdichtung bildet. Während der äusseren Schwingung der Zunge ist es offenbar einerlei, ob die Luft unmittelbar über z mit der bei k' verdichteten Luft im unteren Theil der Röhre $b'b''$ oder mit der gleich verdichteten Luft in der Windlade W, Fig. 594, communicirt; während der inneren Schwingung der Zunge aber ist die Verbindung zwischen dem unteren Theil des Röhrenstückes zb' mit dem unter z befindlichen Raum ohnehin unterbrochen, es ist also in dieser Periode gleichgültig, ob sich unterhalb z das Röhrenstück zb'' oder die Windlade befindet.

Man kann also ohne in den Vibrationen der Zunge und der Luftschichten in dem Röhrenstück zb' etwas zu ändern, das Röhrenstück zb'' mit einer Windlade vertauschen, welche entsprechend verdichtete Luft enthält.

Aus diesem Raisonnement ergiebt sich nun auch, dass in einer Zungenpfeife, welche auf einer Windlade mit verdichteter Luft aufgesetzt wird, sich in der Röhre über der Zunge zunächst ein Bauch, und erst jenseits des Bauches ein Knoten bilden kann.

Betrachten wir aber nun den Einfluss, welchen die abwechselnde Verdichtung und Verdünnung der Luft am Fusse der Röhre zb' auf die Schwingungen der Zunge ausüben muss.

Während der inneren Schwingung der Zunge ist die untere Endabtheilung der Luftsäule zb' verdünnt, und sie beschleunigt die Platte nach Innen, während dieselbe durch ihre eigene Elasticität nach Aussen beschleunigt ist. Während der äusseren Schwingung der Zunge ist dagegen die untere Endabtheilung der Luftsäule zb' verdichtet und sie beschleunigt die Platte nach Aussen, während dieselbe durch ihre eigene Elasticität eine Beschleunigung nach Innen erleidet.

Der Einfluss der schwingenden Luftsäule hält also immer einem Theile der elastischen Kraft der Zunge das Gleichgewicht, sie wird also

langsamer schwingen, der Ton der Zungenpfeife wird also tiefer sein, als der Ton der isolirt schwingenden Zunge.

Fig. 595.

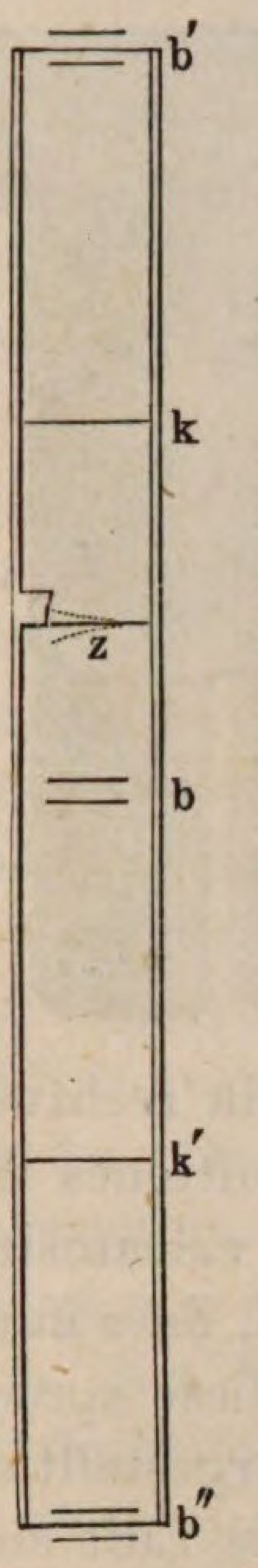
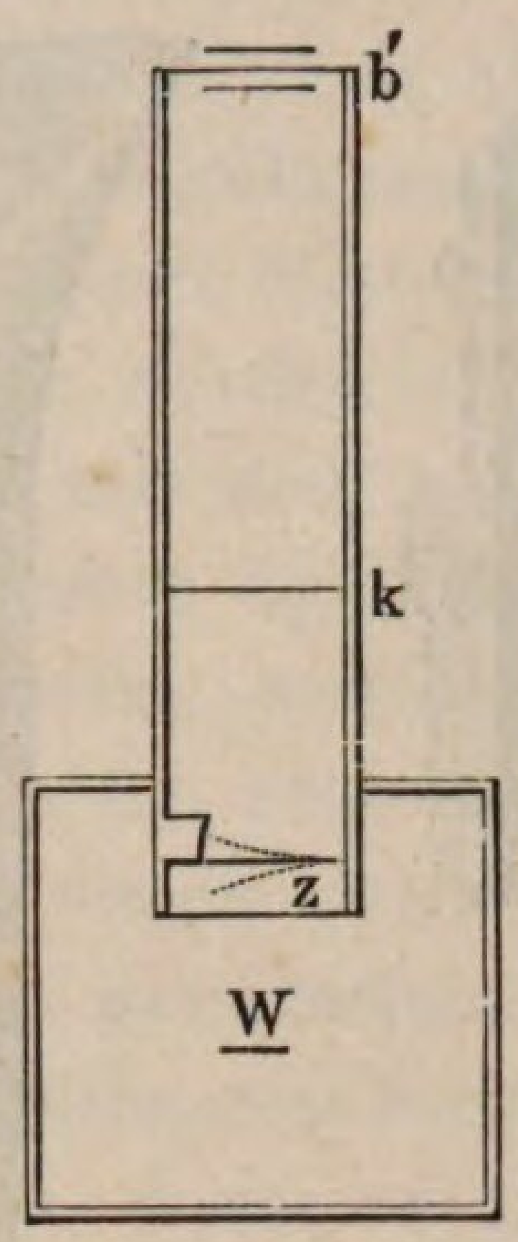


Fig. 596.



Denken wir uns dagegen die Zunge in der Röhre $b'b''$, Fig. 595, zwischen dem Knoten k und dem Bauche b eingesetzt, so ist klar, dass die äussere (nach Unten gerichtete) Schwingung der Zunge z mit einer Verdünnung der Luft zwischen b und k zusammenfallen muss. Während also die Zunge z so steht, dass der obere Theil zb' der Röhre mit dem unteren zb'' communicirt, ist die Luft unmittelbar über und unter z verdünnt; man kann also, ohne die Schwingungen in dem Röhrenstück zb' zu alteriren, statt des unteren Röhrenstücks zb'' eine Windlade W, Fig. 596, substituiren, welche verdünnte Luft enthält; in diesem Falle aber muss sich in der Röhre zunächst über der Zunge ein Knoten und erst jenseits desselben ein Bauch bilden.

Für den Fall, dass die Luft in der Windlade verdünnt wird, ist also während der äusseren Schwingung der Zunge das untere Ende der Luftsäule zb', Fig. 596, verdünnt und beschleunigt die Platte nach Innen, während sie durch ihre eigene Elasticität nach derselben Richtung beschleunigt wird. Während der inneren Schwingung der Zunge aber ist die Luft im unteren Ende der Röhre zb' verdichtet, und beschleunigt die Platte gleich ihrer eigenen Elasticität nach Aussen.

Da also hier der Einfluss der schwingenden Luftsäule stets in gleichem Sinne auf die Zunge wirkt, wie deren eigene Elasticität, so muss sie schneller schwingen, ihr Ton muss höher werden, als der Ton der isolirt schwingenden Platte.

Wenn die Zunge gerade an der Stelle eines Bauches sich befindet, so findet unmittelbar über derselben weder Verdünnung noch Verdichtung der Luft statt, die stehenden Wellen der Luftsäule in der Röhre üben also in diesem Falle weder einen beschleunigenden noch einen verzögernden Einfluss auf die Vibrationen der Zunge aus, der Ton der Luftsäule ist unisono mit dem der isolirt schwingenden Zunge.

Labial- oder Lippenpfeifen. Eine zweite Art der Zungenwerke wird durch membranöse elastische Platten gebildet, welche die beiden Lippen eines schmalen Spaltes bilden und welche durch ihre 190

Oscillationen den Spalt abwechselnd öffnen und schliessen. Joh. Müller construirte membranöse Zungenpfeifen in der durch Fig. 597 erläuterten

Fig. 597.

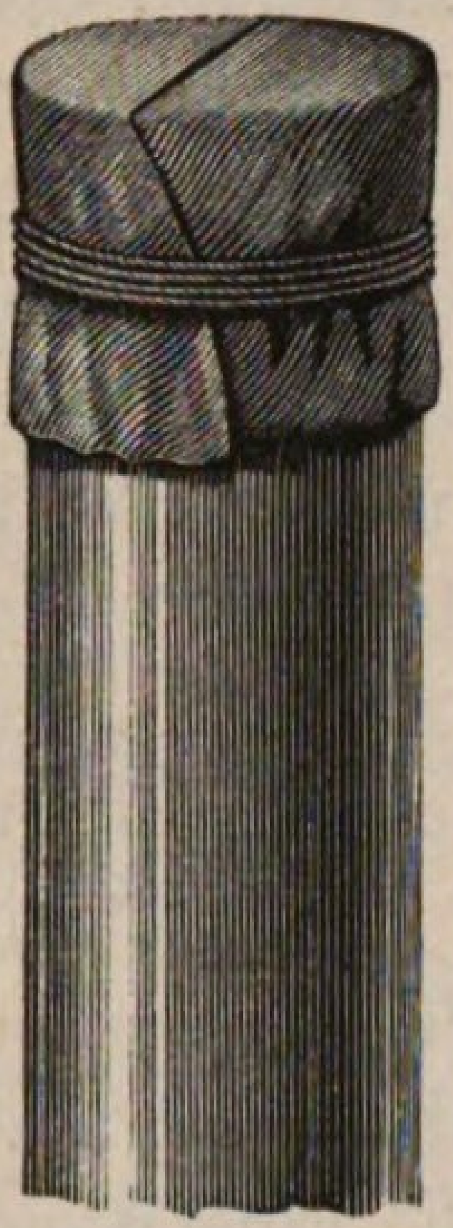


Fig. 598.



Fig. 599.

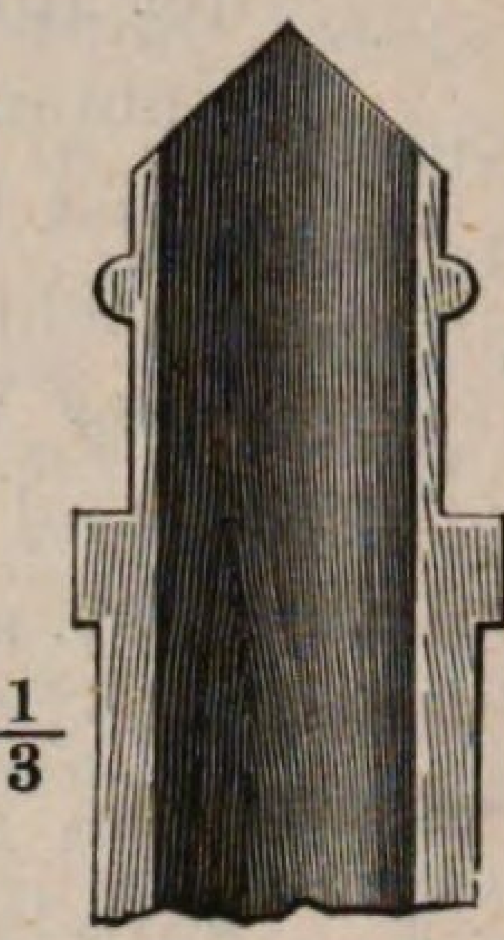
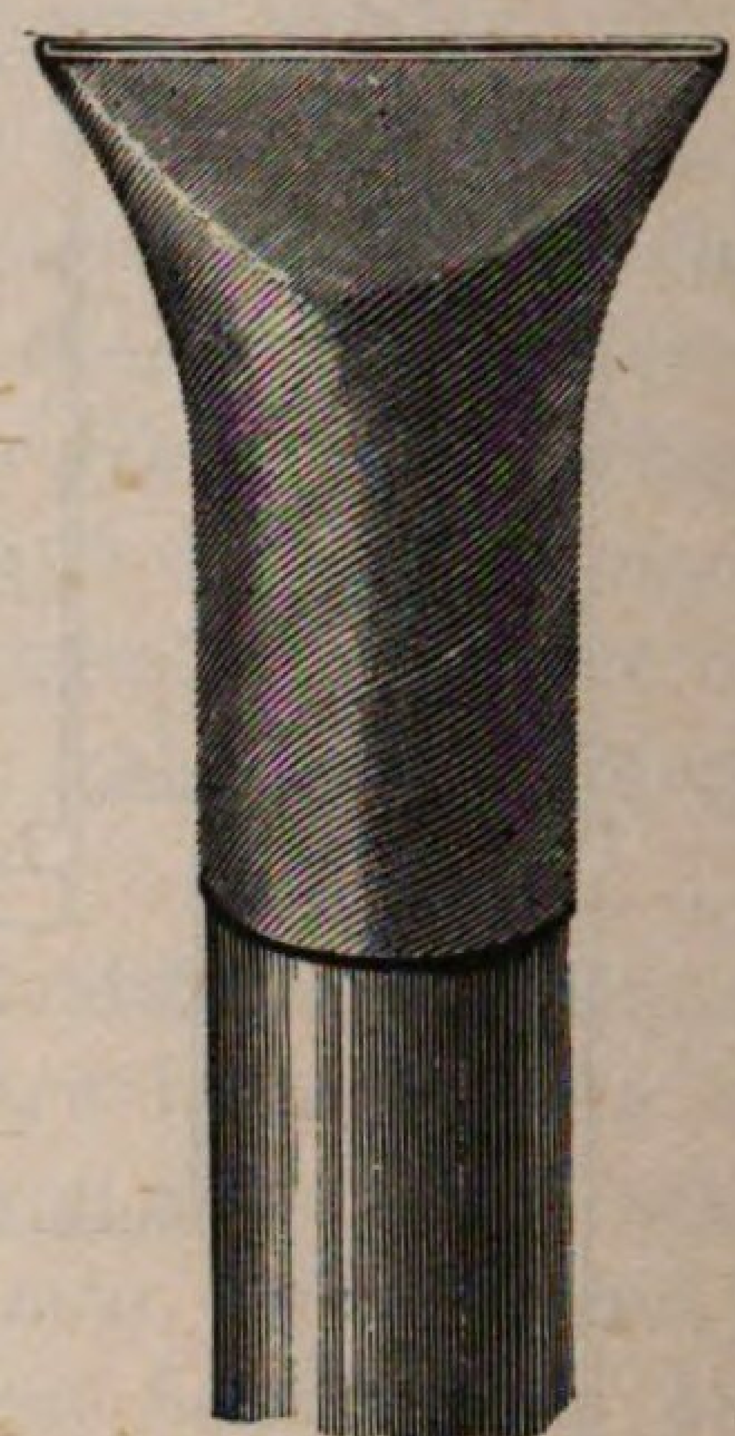


Fig. 600.



Weise, indem er auf ein rechtwinklig zur Axe abgeschnittenes Rohr zwei Lappen von vulcanisirtem Kautschuk so aufband, dass nur ein schmaler Spalt zwischen ihnen frei blieb. Noch besser als diese sprechen solche membranöse Zungenpfeifen an, wie sie in Fig. 598 dargestellt sind. Das obere Ende des hölzernen Rohres, in welches unten die Luft eingeblasen wird, ist von zwei Seiten schräg abgeschnitten, wie man Fig. 599 sieht, so dass zwei ungefähr rechtwinklige Spitzen zwischen den beiden schrägen Schnittflächen stehen bleiben. Ueber die beiden Abdachungsflächen werden alsdann mit leichter Spannung Streifchen von Kautschuk so gelegt, dass sie einen schmalen Spalt zwischen sich lassen, und endlich mit einem Faden festgebunden.

Sehr leicht lässt sich eine membranöse Zungenpfeife auch in folgender Weise herrichten: von einer Röhre dünnen vulcanisirten Kautschuks, welche 1 bis 2 cm weit ist, schneide man ein 4 bis 5 cm langes Stück ab und befestige es am Ende eines Glasrohres von entsprechender Weite, wie man Fig. 600 sieht. Wenn man nun die Kautschukröhre an ihrem oberen Ende an zwei gegenüberliegenden Punkten fasst und auseinanderzieht, so bildet sich eine Ritze, wie sie unsere Figur zeigt, deren Ränder von Kautschuk sind, und wenn man dann unten in das Rohr hineinbläst, so erhält man einen Ton, der um so höher wird, je stärker die beiden Lippen angespannt werden. Man kann dabei ganz deutlich die Vibrationen der beiden Kautschuklippen sehen, welche die Ritze bilden.

Mittheilungen der Schallschwingungen zwischen festen, flüssigen und luftförmigen Körpern. 191 Wenn mehrere feste Körper unter einander zu einem Ganzen verbunden sind, so verbreiten sich die von einem Theile dieses Systems ausgehenden Vibrationen mit der grössten Leichtigkeit als fortschreitende Wellen über die ganze Masse; an der Gränze angekommen, gehen nun aber die Wellen nur theilweise in das angränzende Mittel, einen luftförmigen oder flüssigen Körper, über, theilweise aber werden sie reflectirt und durch die Interferenz der reflectirten Wellen mit den neu ankommenden bilden sich in den einzelnen Theilen des festen Systems stehende Schwingungen. Ein solches System bildet ein Ganzes, welches sich, wenn ein Punkt in Schwingungen versetzt wird, wie ein einzelner fester Körper in einzelne schwingende Theile abtheilt, die durch Schwingungsknoten getrennt sind. Jeder einzelne Theil verliert gewissermaassen seine Individualität; seine Verbindung mit den benachbarten Stücken hindert ihn, so zu schwingen, wie es geschehen würde, wenn er allein wäre.

Savart hat viele Versuche über diesen Gegenstand gemacht; er hat seine Apparate auf mancherlei Weise abgeändert, um zu zeigen, dass sich die Vibrationen wirklich über ein ganzes System von Platten, Streifen, Glocken, Saiten u. s. w. verbreiten. Unter den Resultaten, die in seiner Abhandlung (Annal. de Phys. et de Chim. T. XXV) niedergelegt sind, wollen wir folgendes Beispiel hervorheben, welches den Vortheil hat, zugleich den Einfluss nachzuweisen, welchen die Richtung der Bewegung auf die Bildung der Schwingungsknoten hat. Eine Holzplatte *a*, Fig. 601, ist an dem einen Ende befestigt, an dem anderen aber durch eine Saite *b* gespannt, und diese kann durch einen Schlüssel mehr oder weniger angezogen werden. Sobald die Saite durch einen Fiedelbogen angestrichen wird, geräth auch die Platte *a* in Schwingungen. Für denselben Ton sind die Knotenlinien, welche sie auf der oberen Seite zeigt, von der Schiefe des Fiedelbogens oder der Richtung abhängig, in welcher die Platte schwingt, wie man in Fig. 602 bis 605 sieht, wo die entsprechende Richtung, in welcher der Fiedelbogen streicht, durch einen kleinen Pfeil bezeichnet ist.

Fig. 601.

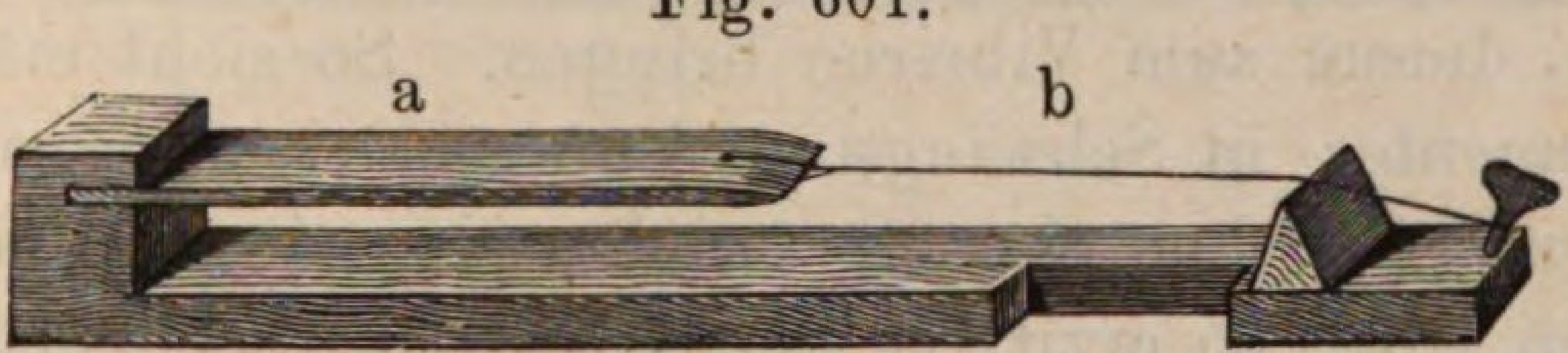


Fig. 602.

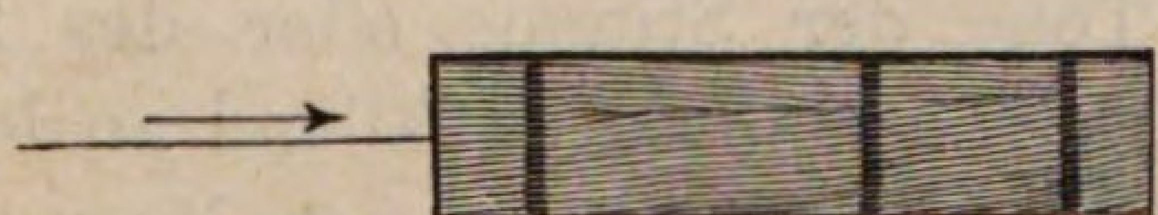


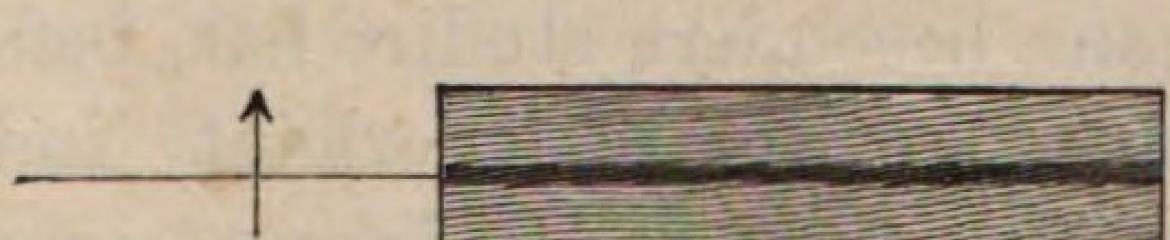
Fig. 603.



Fig. 604.



Fig. 605.



Während sich die Schallwellen leicht über ein System von festen

Körpern verbreiten, gehen sie nicht so leicht von einem festen Körper auf einen flüssigen, noch weniger leicht auf einen gasförmigen über; so kommt es denn, dass mancher ziemlich stark vibrirende feste Körper doch nur einen ganz schwachen Ton hören lässt, nur weil er seine Schwingungen der Luft nicht gehörig mittheilen kann. Dies ist z. B. bei der Stimmgabel der Fall, welche, stark angeschlagen und frei in der Luft gehalten, doch nur einen ganz schwachen Ton hören lässt.

Um den Ton eines solchen Körpers zu verstärken, muss man die Mittheilung seiner Schwingungen an die Luft durch Resonanz, d. h. dadurch befördern, dass man die stehenden Schwingungen des tönenden Körpers noch auf einen anderen zu übertragen sucht. Ein Mittel dazu haben wir schon kennen gelernt, die schwach tönenden, aber doch stark vibrirenden Körper vor eine Röhre von entsprechender Länge zu halten, und so die Luftmasse in derselben zum Mittönen zu bringen.

Ein zweites Mittel, den Ton zu verstärken, besteht darin, den tönenden Körper mit einem anderen, leicht in Schwingungen zu versetzenden festen Körper von verhältnissmässig grosser Oberfläche in Berührung zu bringen. Es bilden sich dann auf diesem, wie schon erwähnt wurde, ebenfalls stehende Schallschwingungen, und diese theilen sich, der grossen Oberfläche des mittönenden (resonirenden) Körpers wegen, der Luft leichter mit. Setzt man z. B. die stark angeschlagene, aber in freier Luft schwach tönende Stimmgabel auf einen Kasten von dünnem elastischen Holze, so hört man den Ton ungleich stärker. Darauf beruht die Anwendung des Resonanzbodens in verschiedenen musikalischen Instrumenten. Bei Flöten, Orgelpfeifen u. s. w. ist kein Resonanzboden nöthig, weil hier die stehenden Schwingungen einer Luftmasse den Ton geben und diese sich ganz leicht der umgebenden Luft mittheilen.

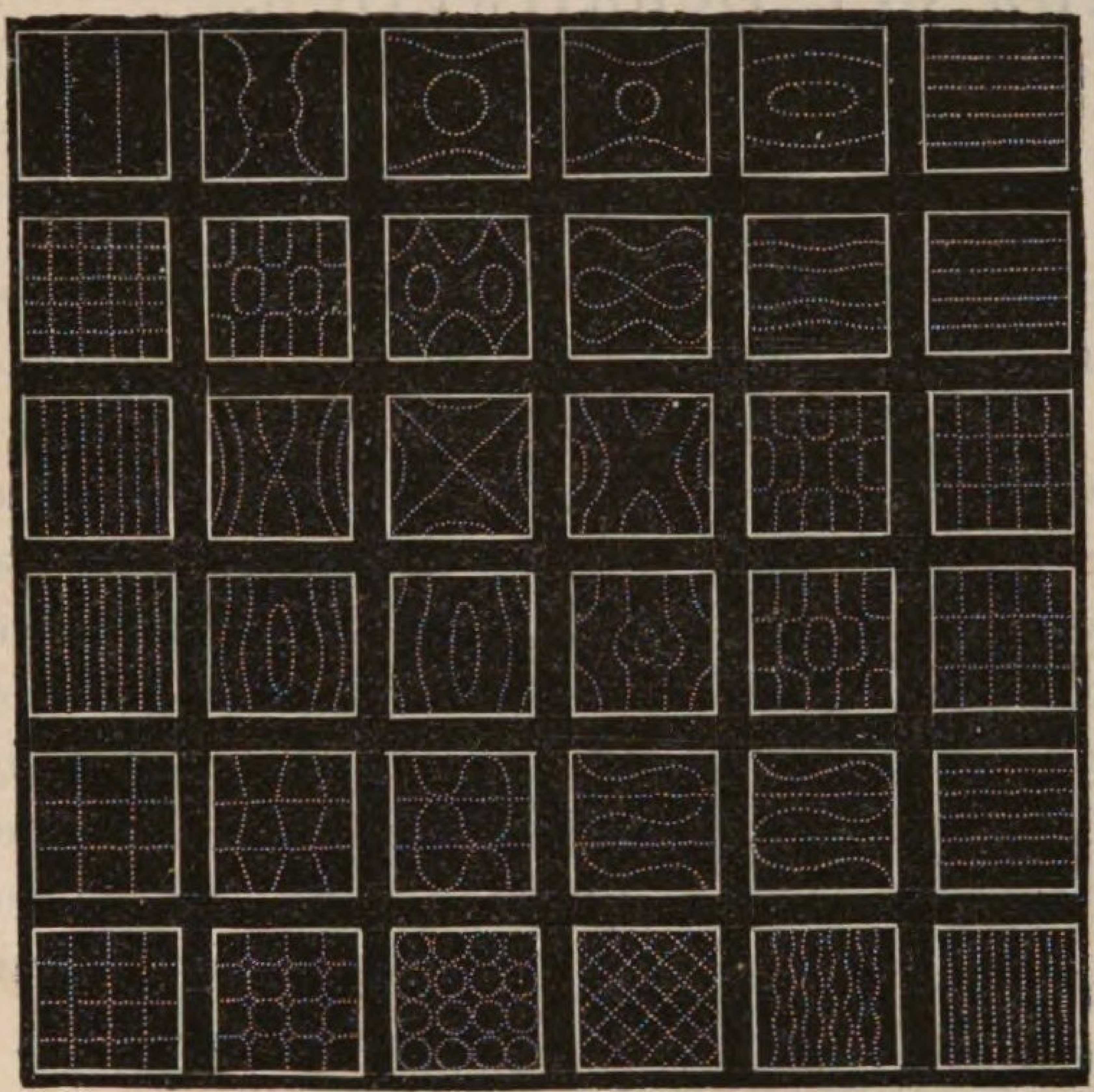
So wie Vibrationen fester Körper Schallwellen in der Luft erzeugen, so können auch umgekehrt Schallwellen, die, sich in der Luft verbreitend, einen festen Körper treffen, diesen zum Vibriren bringen. So sieht man z. B. die Saite eines Instrumentes in Schwingungen gerathen, wenn sie von den Schallwellen des Tones, welchen sie selbst giebt, oder eines seiner harmonischen Töne getroffen wird; so erzittern die Fensterscheiben heftig unter dem Einfluss gewisser Töne der Stimme oder des Knalls einer Kanone. Diese Erscheinung, welche man so auffallend an leicht beweglichen Körpern wahrnimmt, findet auch bei grösseren Massen und weniger elastischen Körpern statt; alle Pfeiler und Mauern eines Domes erzittern mehr oder weniger beim Läuten der Glocken.

Leicht in Schwingungen zu versetzende Körper theilen sich, wenn sie durch Schallwellen, welche sie treffen, in Vibrationen versetzt werden, durch Knotenlinien auf ähnliche Weise in einzelne vibrirende Abtheilungen, wie dies auch bei selbsttönenden Körpern der Fall ist. Savart, welcher diese Erscheinungen ganz besonders studirt hat, befestigte Membranen von Papier, Pergament oder Goldschlägerhaut, indem er ihre Ränder auf einen Holzrahmen oder über die Oeffnung einer Glasglocke

klebte; sie wurden mehr oder weniger befeuchtet, um ihnen eine grössere oder geringere Spannung zu ertheilen. Um sie in Schwingungen zu versetzen, näherte er eine schwingende Stimmgabel oder eine Orgelpfeife, deren Ton voll und andauernd war. Sobald der Ton sich hören lässt, vibrirt die Membran gerade so, als ob sie direct wäre erschüttert worden; die Sandkörnchen, welche sie bedecken, springen auf der Oberfläche umher, um sich in den Knotenlinien anzuhäufen. Die Figuren, welche man erhält, sind äusserst mannigfaltig und hängen von der Spannung der Membran und der Höhe der Töne ab, welche sie treffen.

In Fig. 606 ist eine Reihe solcher an quadratischen Membranen beobachteter Knotenlinien dargestellt. Savart hat beobachtet, dass, wenn man durch irgend einen Ton eine bestimmte Figur erzeugt hat, dieselbe allmälig in andere übergeht, wenn der Ton höher und höher wird. In unserer Figur enthält jede Horizontalreihe eine Reihe solcher auf einander folgender Modificationen.

Fig. 606.



Dreieckige, vieleckige und kreisförmige Membranen bieten ähnliche Erscheinungen dar.

Drittes Capitel.

Interferenz der Schallwellen.

192 **Interferenz isochroner Schallwellen.** Schon oben haben wir gesehen, wie in Röhren durch Interferenz der directen und reflectirten Schallwellen stehende Luftwellen sich bilden; wir wollen hier nun noch einige andere Interferenzerscheinungen der Schallwellen untersuchen.

Wenn man eine Röhre von Holz oder Pappe, welche sich unten, wie man Fig. 607 sieht, in zwei offene Arme theilt, und an deren oberem Ende sich eine zweite Röhre *b* auf- und abschieben lässt, die in einem mit einer schwach gespannten Membran verschlossenen Kästchen *a* endigt, über eine tönende Glas- oder Metallplatte bringt, so lässt sich die gegenseitige Einwirkung zweier Schallwellen sehr deutlich zeigen. Eine quadratische Platte, Fig. 608, wird zu diesem Zwecke gerade so eingeschraubt

Fig. 607.

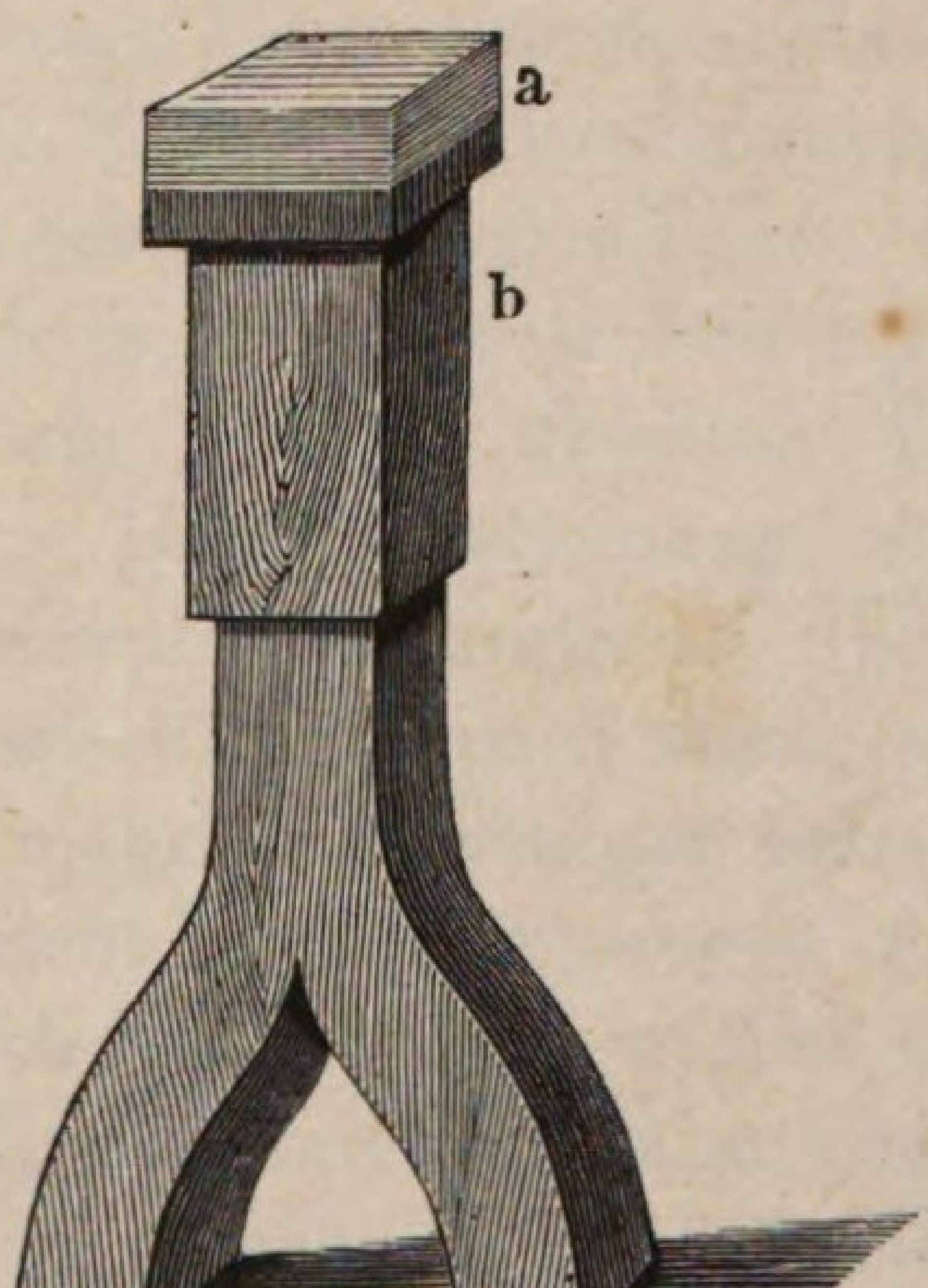
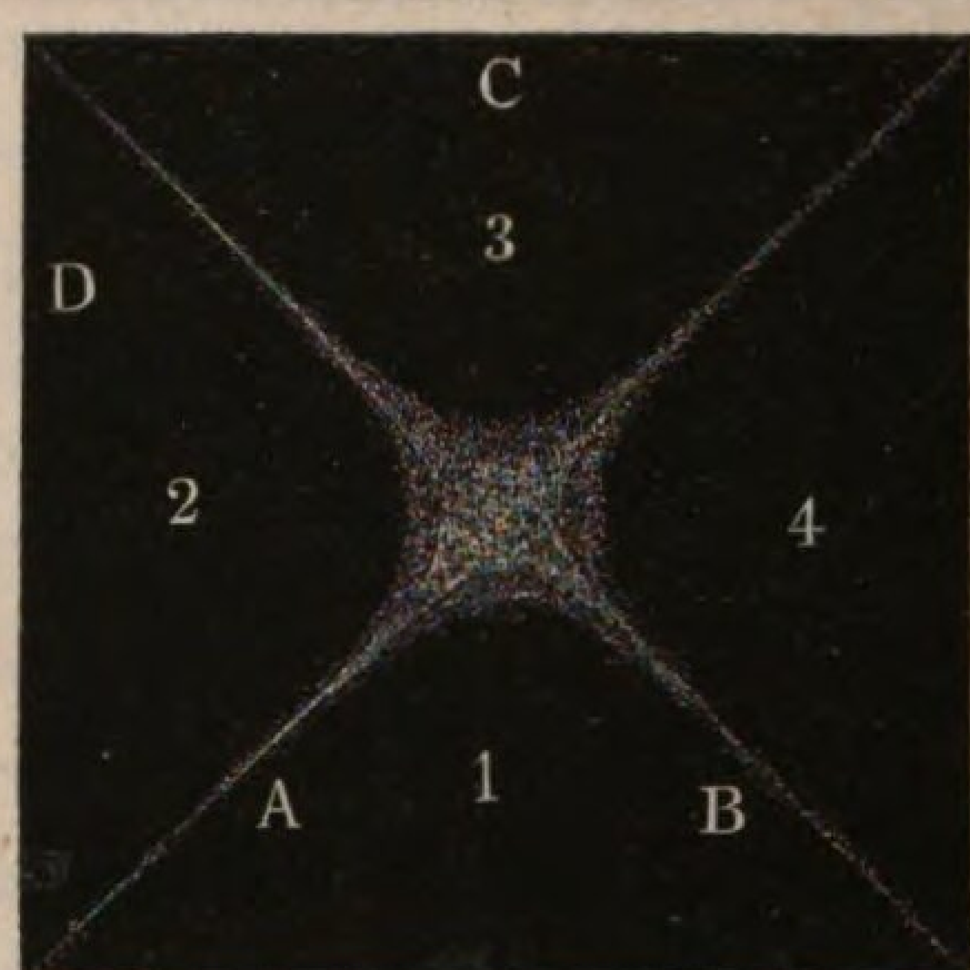


Fig. 608.

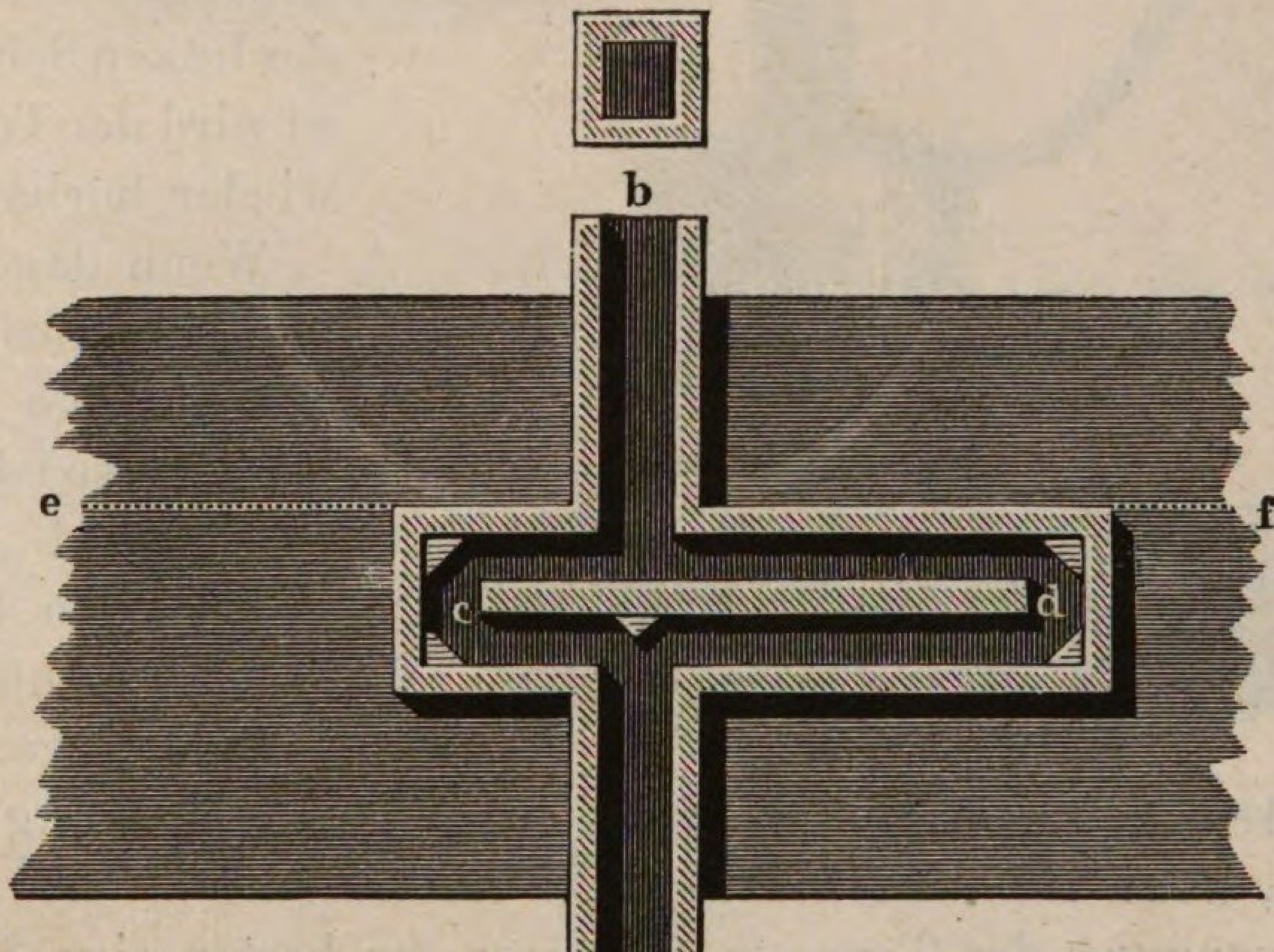


wie zur Erzeugung von Klangfiguren, und so gestrichen, dass die Diagonalen des Quadrates Ruhelinien sind, wie Fig. 608 zeigt. Hält man nun die gabelförmigen Enden der Röhre über die in Fig. 608 mit *A* und *B* bezeichneten Stellen der Platte, so wird der Sand, den man auf die Membran des Apparates Fig. 607 gestreut hat, in lebhafte Bewegung

gerathen. Die Stellen A und B befinden sich nämlich stets in gleichen Schwingungszuständen, beide gehen gleichzeitig auf und nieder, sie senden also gleichzeitig Verdichtungen und Verdünnungen in die offenen Enden der Gabel, die sich in dem oberen Theile der Röhre gegenseitig verstärken. Hält man aber die Gabel so, dass die eine Oeffnung über C, die andere über D steht, so bleibt der Sand auf der Membran in Ruhe, denn wenn C sich aufwärts bewegt, so geht D nieder, und umgekehrt; während also eine Verdichtung in dem einen Gabelende eintritt, tritt durch das andere eine Verdünnung ein, und beide werden sich, in dem oberen Theile des Apparates zusammentreffend, gegenseitig aufheben.

Am klarsten und entschiedensten zeigt sich die Interferenz der Schallwellen, wenn man einen Ton in eine Röhre eintreten lässt, welche in eine, zwei Zimmer trennende Wand eingemauert ist und die sich im Inneren der Wand in zwei alsbald sich wieder vereinigende Canäle theilt. Wenn die Differenz der Wege gerade $^1/_2$ Wellenlänge des einfallenden Tones beträgt, so müssen sich die aus den beiden Canälen kommenden Schallwellen bei ihrem Zusammentreffen aufheben. Wenn also in dem

Fig. 609.



einen Zimmer der richtige Ton in die Röhre eintritt, so wird man im anderen nichts hören, wenn beide Canäle offen sind, während der Ton sogleich wieder erscheint, wenn einer der Canäle verschlossen wird.

Die Idee dieses Versuchs rührt ursprünglich von Herschel her, aber erst Nörrenberg hat nach diesem Princip einen Apparat construirt, welcher genügende Resultate liefert.

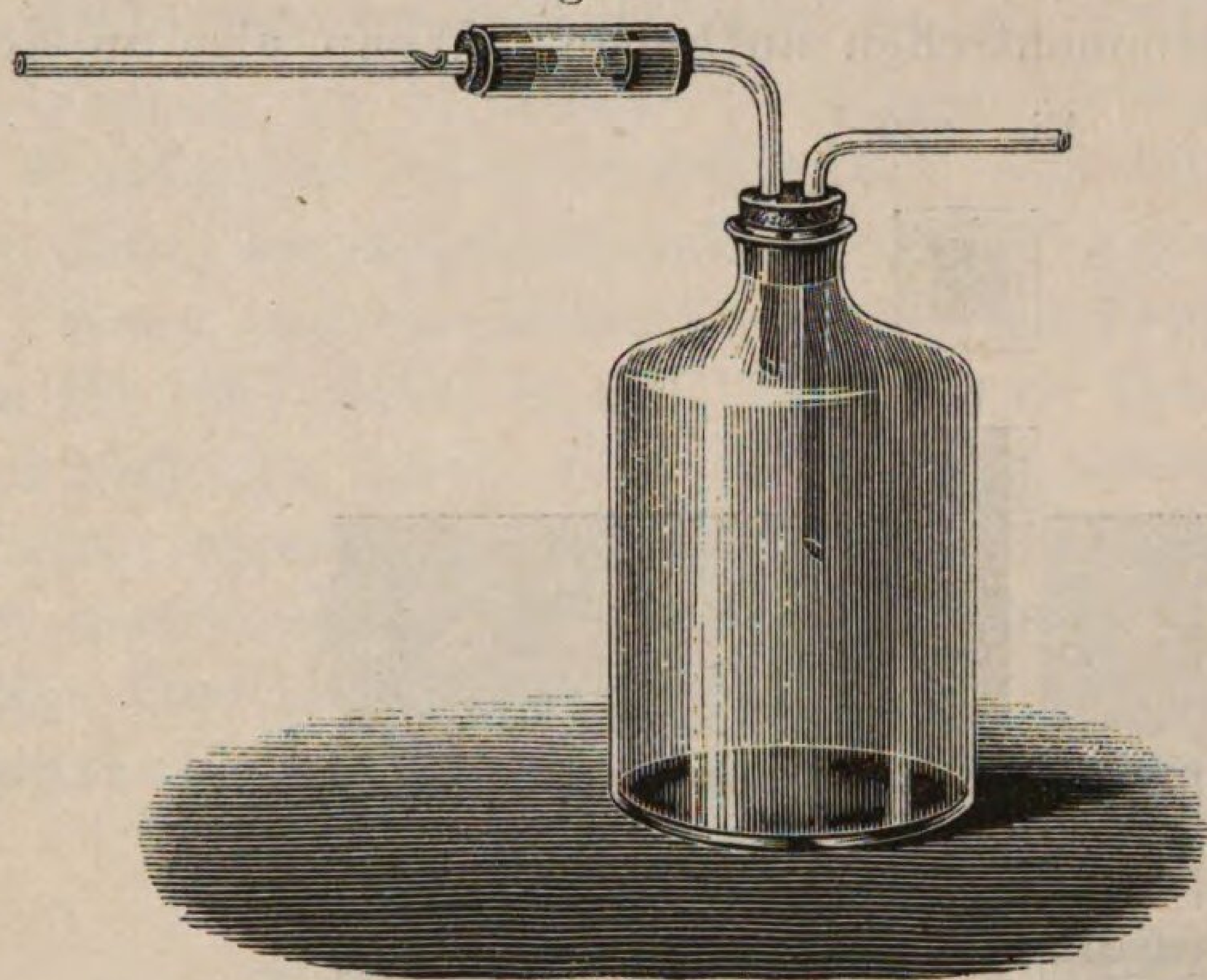
Fig. 609 stellt eine Nörrenberg'sche Interferenzröhre im horizontalen Durchschnitt dar. Der ganze Apparat ist in eine Wand eingemauert, welche zwei Zimmer trennt, so dass die Luft der beiden Zimmer nur durch die Canäle des Apparates in Verbindung steht. Wenn nun die Schallwellen bei a in die Röhre eintreten, so gelangen sie bei n an

eine Scheidewand, welche bewirkt, dass die Wellen sich theilen; ein Theil zieht rechts über *d*, ein anderer links über *c* nach *o*; bei *o* treffen also die von beiden Seiten kommenden Wellen wieder zusammen, um endlich in der Richtung *ob* in das andere Zimmer einzutreten.

Der Querschnitt der Interferenzröhre ist quadratisch, wie man aus der über der Hauptfigur angebrachten Erläuterungsfigur sieht. Die Dimensionen des Apparates sind von der Art, dass der Weg von *n* über *d* nach *o* um 30 cm länger ist, als der Weg von *n* über *c* nach *o*; wenn also die Wellenlänge des bei *a* einfallenden Tones 60 cm ist, so beträgt der Gangunterschied gerade eine halbe Wellenlänge.

Treten also bei *a* die Wellen des fraglichen Tones ein, so kommt von der linken Seite her bei *o* gerade eine Luftverdünnung an, während von der rechten Seite her gleichzeitig ein Maximum der Verdichtung hier anlangt, und umgekehrt; die beiden Wellensysteme heben sich auf, man wird also im anderen Zimmer nichts hören. Sobald man aber bei *b* einen Schieber einschiebt, welcher den einen Seitencanal, entweder den auf der rechten oder den auf der linken Seite absperrt, so wird der Ton sogleich wieder hörbar.

Fig. 610.



Wenn dagegen bei *a* ein Ton eintritt, dessen Wellenlänge nur 30 cm beträgt, so ist der Gangunterschied der bei *o* von beiden Seiten her zusammentreffenden Wellen gerade eine ganze Wellenlänge, man wird also jetzt eine Verstärkung des Tones wahrnehmen, wenn beide Oeffnungen frei sind.

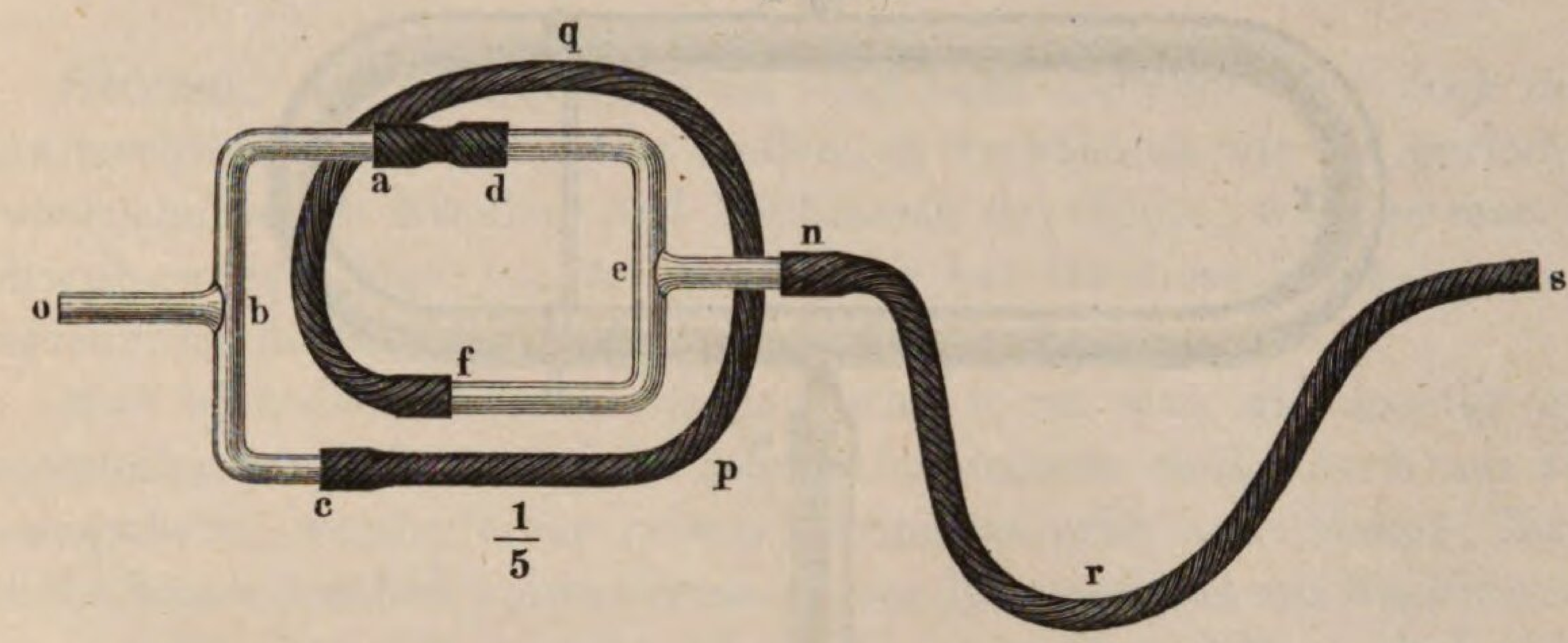
Zur Erzeugung des Tones wendet man am besten eine 30 cm lange offene Pfeife von Buchsbaumholz an, deren innere Höhlung ungefähr 8 mm weit ist. Diese Pfeife wird zur besseren Regulirung des Windes auf eine grosse Flasche gesteckt, wie Fig. 610 zeigt, und dann die Axe der Pfeife gerade gegen die Mitte des Rohres *a*, Fig. 609, gerichtet. Der Wind wird am bequemsten durch einen Blasebalg etwa von der in Fig. 498 (a. S. 448) abgebildeten Einrichtung gegeben. Eine andere gleichfalls von Nörrenberg construirte Vorrichtung zur Erzeugung des Windes findet man in Frick's physikalischer Technik 3. Aufl. S. 226 beschrieben. Bei schwächerem Winde giebt die Pfeife ihren Grundton, dessen Wellenlänge 60 cm beträgt, bei stärkerem Wind einen Ton, dessen Wellenlänge 30 cm ist.

Fig. 611 stellt einen von Quincke construirten Apparat dar, welcher bestimmt ist, das Stimmgabel-*a* (von 440 Schwingungen in der

Secunde) auszulöschen. Die Enden zweier gabelförmig gebogenen Glasröhren *obac* und *nedf* sind einerserseits durch den kurzen Kautschukschlauch *ad*, andererseits durch den ungefähr 39 cm langen Kautschukschlauch *cpqf* verbunden, so dass die Differenz der Wege *edab* und *efqpcb* gleich ist der halben Wellenlänge des Tones a_2 in der Luft. Das eine Ende *o* des Apparates wird mittelst eines kurzen Kautschukrohres in den Gehörgang des einen Ohres eingesetzt, während das andere Ohr verstopft wird.

Lässt man nun den Klang einer entsprechenden Stimmgabel durch das offene Ende *s* des langen Kautschukschlauches *srn* in den Apparat

Fig. 611.



eintreten, so hört man den Ton a_2 nicht, wohl aber die mitklingende Octav a_3, während a_2 sogleich kräftig ertönt, wenn man den Gummischlauch *cpqf* mit den Fingern zudrückt.

Die bequemste Art, den Ton der Stimmgabel einfallen zu lassen, dürfte wohl die sein, dass man eine mit einem Resonanzkasten versehene Stimmgabel mit dem Fiedelbogen streicht und das offene Ende *s* der Interferenzröhre vor die Oeffnung des Resonanzkastens hält.

Näheres über Quincke's akustische Interferenzapparate im CXXVIII. Bande von Poggendorff's Annalen.

Kundt wendet seine Staubwellen an, um die Interferenz isochroner Schallschwingungen sichtbar zu machen. Durch Reiben der Glasröhre *ab*, Fig. 612 (a. f. S.), wird dieselbe zum Tönen gebracht und erzeugt in dem weiteren Röhrenstück *ca* Luftwellen, welche durch die bekannten Staubfiguren sichtbar werden. Bei *c* treten die Luftwellen in einen Doppelcanal von Blech und ziehen zur Hälfte über *g*, zur Hälfte über *f* nach *h*, um hier in das bei *k* verschlossene Glasrohr einzutreten. In *hk* werden nun ebenfalls Staubwellen erzeugt, sobald der Gangunterschied der von beiden Seiten her bei *h* zusammentreffenden Schallstrahlen gleich 0 oder gleich einem ganzen Vielfachen einer halben Wellenlänge ist. Wenn der Apparat so gestellt ist, wie die Fig. 612 (a. f. S.) zeigt, so ist der Weg von *c* über *g* nach *h* eben so gross, wie der Weg von *c* über *f* nach *h*, der Gangunterschied ist 0 und in *hk* bilden sich die Staubwellen.

Fig. 612.

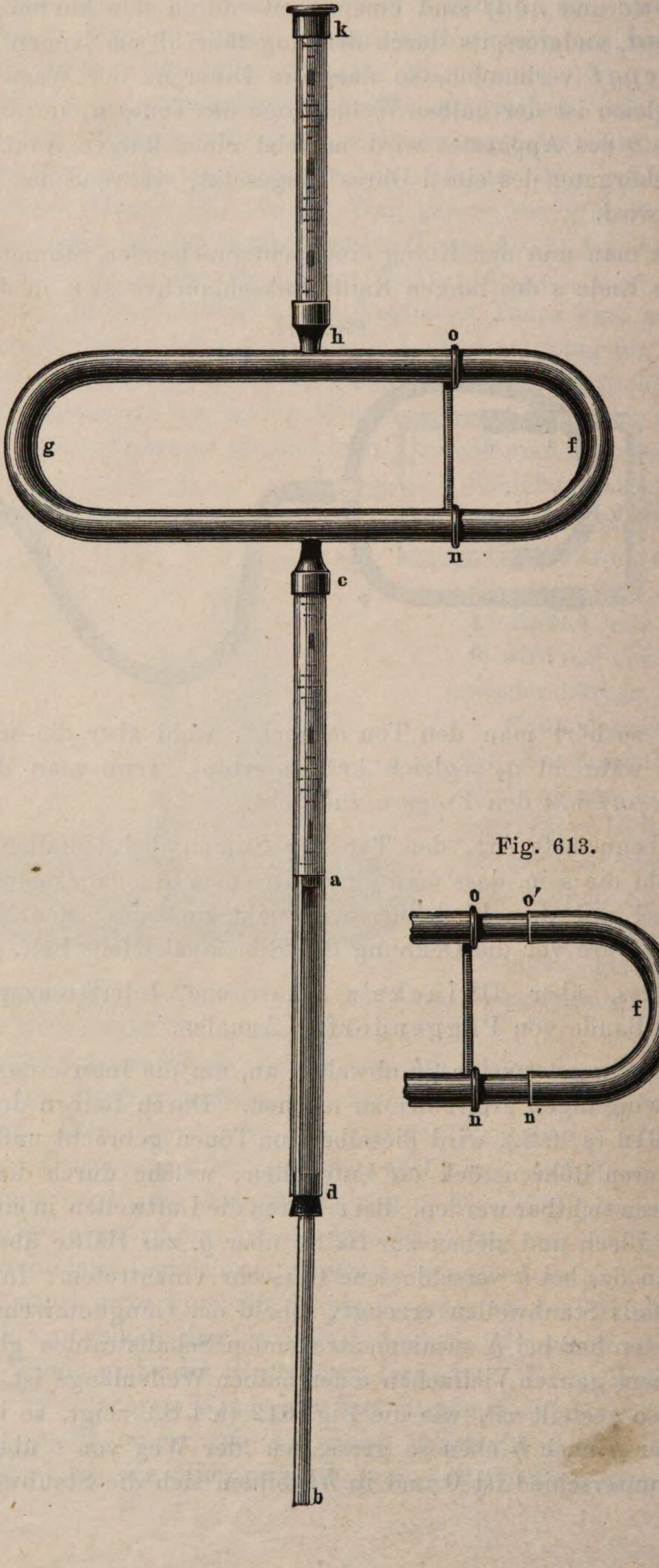


Fig. 613.

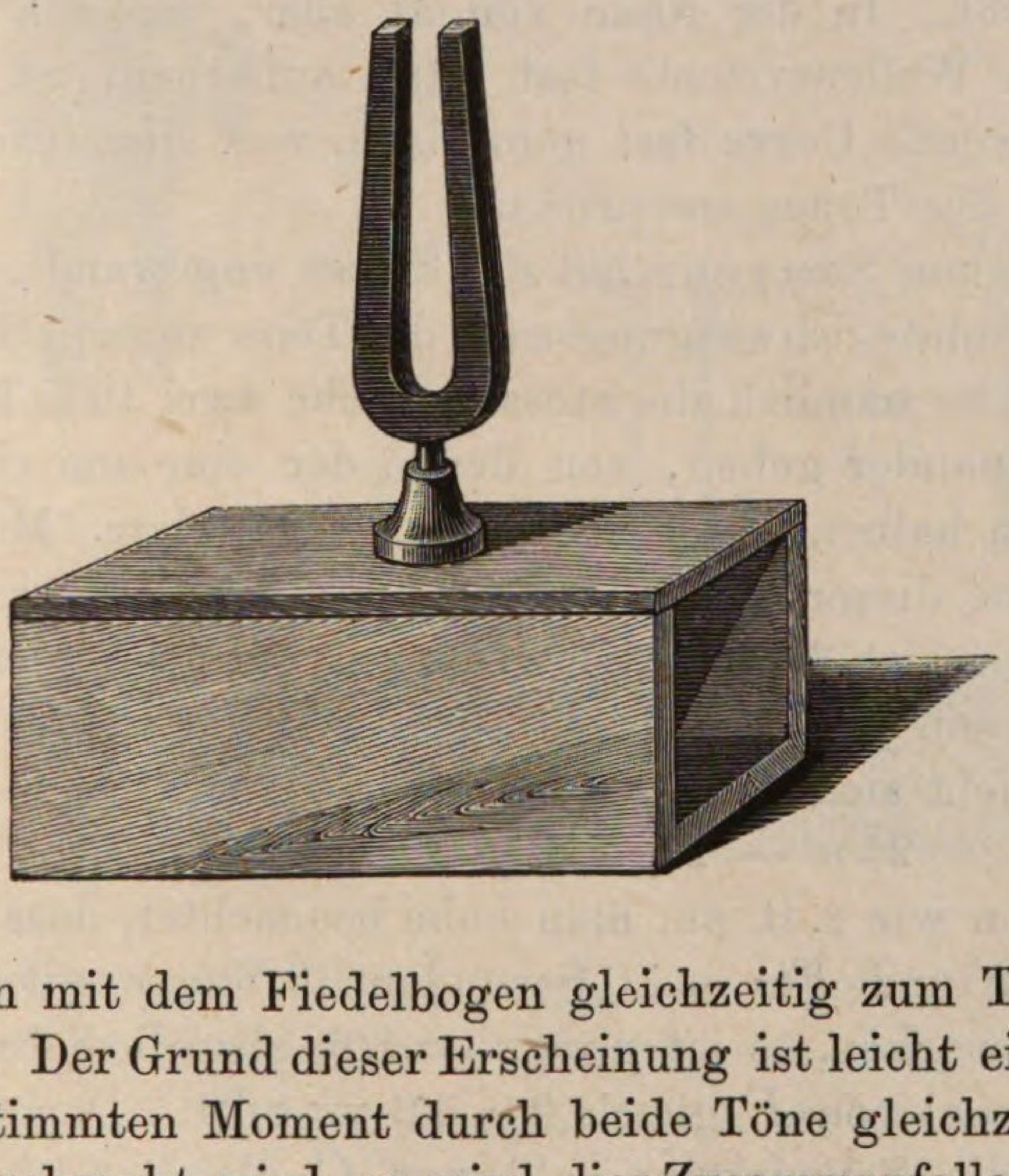
Das Röhrenstück cfh ist aber kein zusammenhängendes Ganzes, sondern das Röhrenstück nfo ist bei n und bei o in die Röhrenstücke ho und cn eingesteckt, so dass man es ausziehen kann, wie Fig. 613 erläutert. Ist ofn so weit ausgezogen, dass $oo' + nn' = \frac{1}{2}$ Wellenlänge ist (deren Grösse sich mittelst der Staubfiguren leicht bestimmen lässt), so beträgt der Gangunterschied der bei g zusammentreffenden Schallstrahlen gleichfalls $\frac{1}{2}$ Wellenlänge, ihr Zusammenwirken kann also in gh keine stehende Luftwellen, keine regelmässigen Staubfiguren erzeugen.

In Beziehung auf Fig. 612 ist übrigens noch zu bemerken, dass der Deutlichkeit wegen der Querschnitt aller Röhren doppelt so gross gezeichnet ist, als er im Verhältniss zu den Längendimensionen sein sollte.

Stösse. Wenn zwei einander sehr nahe stehende aber doch nicht 193
ganz isochrone Töne unser Ohr treffen, so vernehmen wir ein periodisch abwechselndes Anschwellen und Nachlassen des Tones, welches man das Schweben der Töne nennt. Scheibler hat für diese Erscheinung die Bezeichnung der Stösse (*battement*) eingeführt.

Man hört diese Stösse sehr deutlich, wenn man gleichzeitig zwei Orgelpfeifen tönen lässt, welche sehr nahe unisono sind. Auch mit zwei Stimmgabeln, welche einer reinen Consonanz sehr nahe stehen, lassen sich die Stösse deutlich wahrnehmen. Besonders geeignet zur Nachweisung der Stösse sind solche Stimmgabeln, welche in der Fig. 614 dargestellten Weise auf consonirenden Kästchen aufgesetzt sind. Hat man zwei solcher Stimmgabeln, welche vollkommen unisono sind, neben einander gestellt, so braucht man nur die eine mit etwas Wachs zu beschweren, um die Stösse sehr deutlich hörbar zu machen, wenn beide Stimmgabeln durch Anstreichen mit dem Fiedelbogen gleichzeitig zum Tönen gebracht werden.

Fig. 614.



Der Grund dieser Erscheinung ist leicht einzusehen. Wenn in einem bestimmten Moment durch beide Töne gleichzeitig eine Verdichtung hervorgebracht wird, so wird dies Zusammenfallen bald aufhören, und nach einiger Zeit wird gleichzeitig eine Verdünnung des einen Tones mit einer Verdichtung des anderen stattfinden. Wenn aber die Verdichtungen des einen Tones gerade mit denen des anderen zusammenfallen, so verstärken sie sich gegenseitig; sie heben sich aber gegenseitig auf, wenn die

Verdichtungen des einen mit den Verdünnungen des anderen zusammentreffen.

Wie bald Verdichtung mit Verdichtung und Verdünnung mit Verdünnung und dann wieder Verdichtung mit Verdünnung zusammentreffen, wenn zwei nicht ganz isochrone Töne zusammenwirken, kann man sich durch zwei nicht ganz isochron schwingende Pendel recht anschaulich machen; am deutlichsten ergiebt sich aber das abwechselnde Anschwellen und Abnehmen des Tones durch graphische Darstellung. In Fig. 615 sollen die beiden schwach gezogenen Curven die Wellensysteme der beiden nicht isochronen Töne darstellen. Die Wellenberge entsprechen den Verdichtungen, die Thäler den Verdünnungen. Summirt man die Ordinaten der beiden Curven, so erhält man für jeden Moment die Intensität der Verdünnung oder Verdichtung, mit welcher beide Wellensysteme zusammen das Ohr afficiren; auf diese Weise ist die stark gezogene Curve construirt; bei *a*, *b*, *c*, *f*, *g* und *h* werden durch das Zusammenwirken beider Wellensysteme verstärkte Verdichtungen und Verdünnungen, also ein Anschwellen des Tones, hervorgebracht. In der Nähe von *M* aber, wo sich die beiden Wellensysteme fast ganz aufheben, ist die resultirende Curve fast ganz flach, was einem Nachlassen des Tones entspricht.

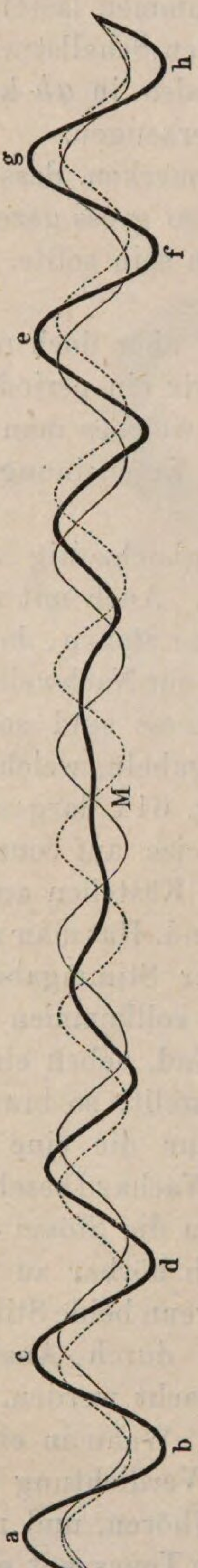


Fig. 615.

Schon Sauveur hat die Stösse angewandt, um die absolute Schwingungszahl der Töne zu ermitteln. Er zählte nämlich die Stösse, welche zwei tiefe Töne mit einander geben, von denen der eine um einen kleinen halben Ton höher war als der andere. Macht der eine dieser Töne $24n$ Schwingungen in der Secunde, so ist $25n$ die Schwingungszahl des anderen; und wenn p die beobachtete Anzahl der Stösse ist, so ergiebt sich

$$25n - 24n = p \text{ oder } n = p.$$

Nehmen wir z. B. an, man habe beobachtet, dass die Töne *F* und *Fis* in 10 Secunden 36 Stösse mit einander machen, so ist $p = n = 3{\cdot}6$, also die Schwingungszahl von *F* gleich $24 . 3{\cdot}6 = 86{\cdot}4$. Demnach wäre die Schwingungszahl von *C* gleich 64·8; es wären ferner 259·2 und 432 die Schwingungszahlen der Töne c_2 und a_2.

In anderer Weise hat Scheibler die Stösse benutzt, um die absolute Schwingungszahl der Töne zu bestimmen. Er stellte zwei Stimm-

gabeln her, von denen die eine genau eine Octave tiefer war als die andere, so dass also $2x$ die Schwingungszahl der letzteren war, wenn man mit x die Schwingungszahl der ersteren bezeichnet. Alsdann verfertigte er $p - 1$ weitere Stimmgabeln, deren Töne zwischen jenen lagen, und zwar so, dass jede folgende mit der vorhergehenden 4 Stösse in der Secunde machte. Daraus ergiebt sich nun

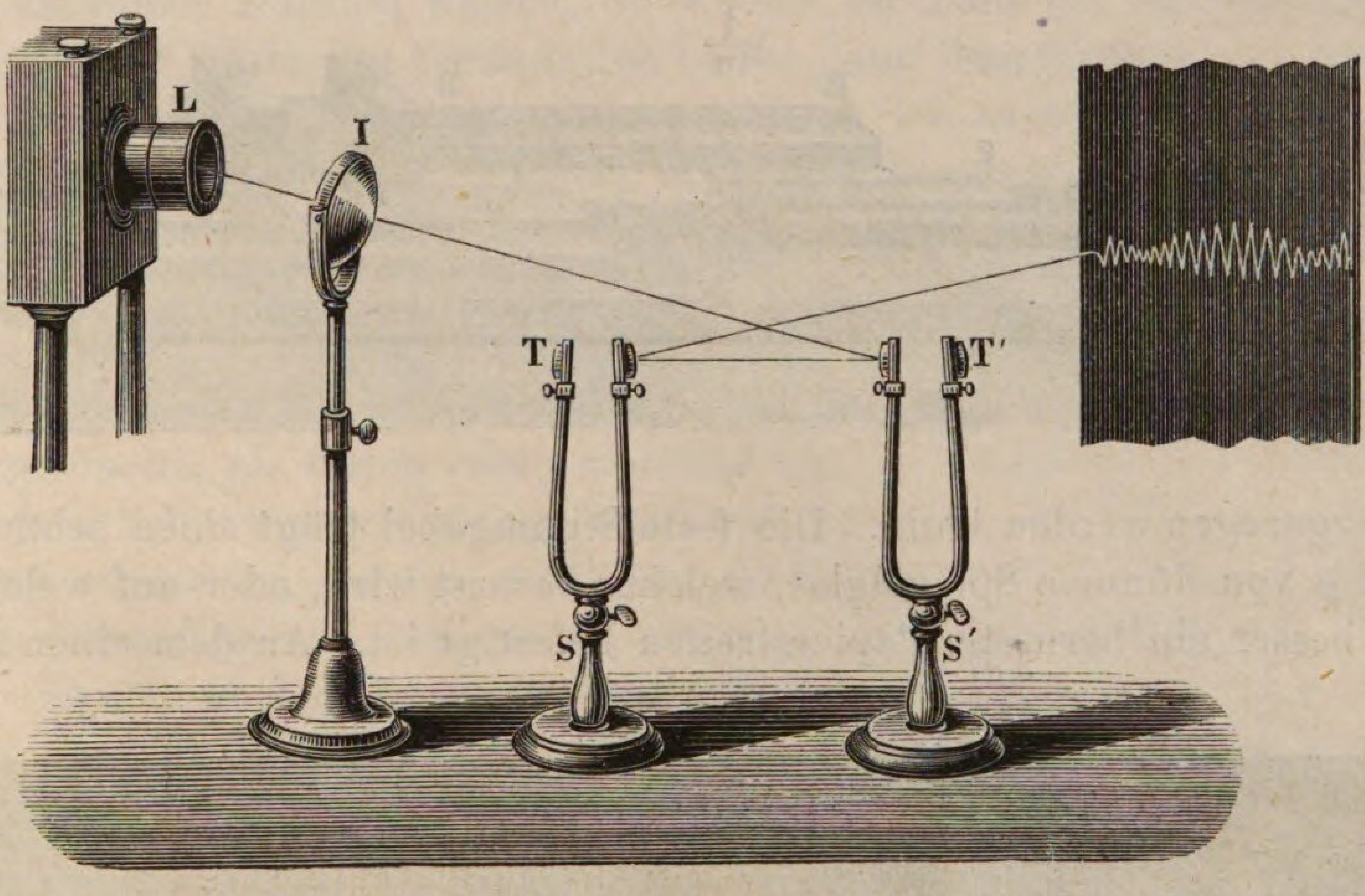
$$2x = x + 4p \text{ oder } x = 4p.$$

Beträgt z. B. die Zahl der Stimmgabeln, welche man zwischen a_1 und a_2 einschalten muss, wenn jede folgende mit der vorhergehenden 4 Stösse geben soll, 54, so ist $p = 55$, $x = 4.55 = 220$, also die Schwingungszahl von a_2 gleich 440.

Der Vorzug dieser allerdings etwas mühsamen Methode beruht darauf, dass das Ohr für die Reinheit der Octaven ganz besonders empfindlich ist.

Es bedarf wohl keiner weiteren Erläuterung, dass das Phänomen der Stösse auf demselben Princip beruht, wie das Drehen der Lichtcurven, welches wir im §. 186 kennen lernten. In der That kann man auch die §. 185 beschriebenen, mit Spiegeln versehenen Stimmgabeln anwenden, um die Stösse dem Auge sichtbar zu machen. In Fig. 616 stelle T eine solche vertical gestellte Stimmgabel dar, deren Spie-

Fig. 616.



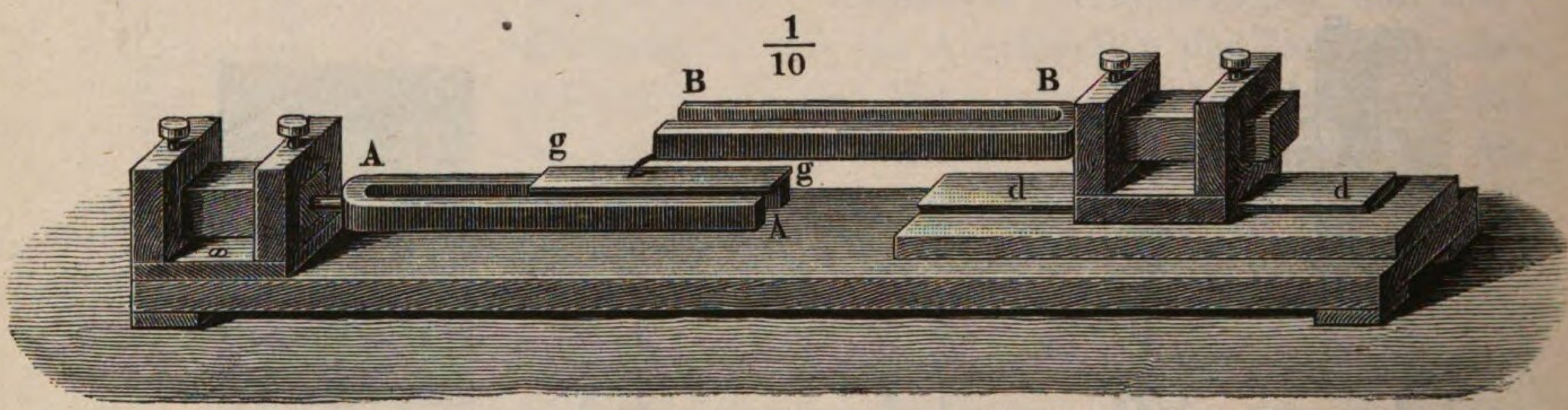
gel den vom Lichtpunkt L kommenden Lichtstrahl reflectirt. Dieser reflectirte Lichtstrahl wird nun von dem Spiegel einer zweiten Stimmgabel T aufgefangen, welche mit der ersten parallel, also gleichfalls vertical gestellt ist. Es erfolgt eine zweite Reflexion von dem Spiegel der zweiten Gabel. — Ein Auge, dem der doppelt reflectirte Strahl begegnet, sieht das Bild des Lichtpunktes zu einer verticalen Linie verlängert, wenn nur eine Gabel vibrirt. Sind beide Gabeln ge-

nau unisono, so wird beim Tönen beider die beobachtete verticale Lichtlinie je nach dem Phasenunterschied der Vibrationen länger oder kürzer sein, als wenn nur eine schwingt. Die Länge dieser Lichtlinie nimmt allmälig ab in dem Maasse, als die Vibrationen der Gabeln nach und nach kleiner werden. Sind aber die Gabeln nur dem Unisono nahe, so sieht man die Lichtlinie in regelmässigen Intervallen länger werden, um sich alsbald wieder auf ein Minimum zusammenzuziehen.

Statt direct mit dem Auge den Lichtstrahl aufzufangen, empfiehlt es sich, ihn auf einen Schirm zu projiciren. Um die Erscheinung noch deutlicher zu zeigen, kann man die räumlich über einander fallenden Lichtlinien neben einander auf den Schirm werfen. Zu diesem Zwecke lässt man den Lichtstrahl noch von einem dritten, um eine verticale Achse rotirenden Spiegel reflectirt werden, oder besser, da hierbei die Lichtstärke zu sehr verringert würde, man giebt der Stimmgabel T selbst eine kleine rasche Drehung um ihre Verticalachse.

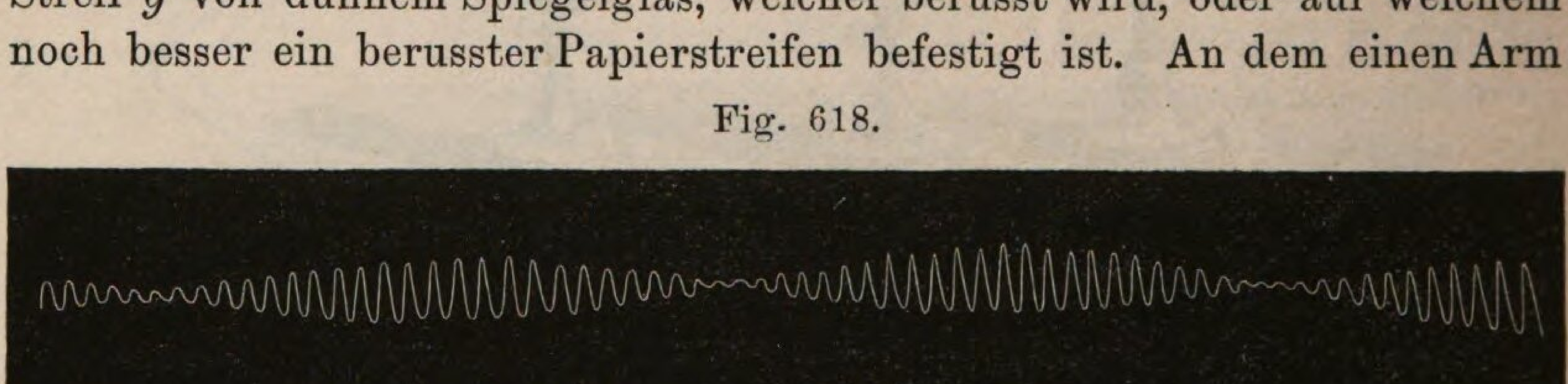
Die Schwebungen lassen sich mit Hülfe des Apparates Fig. 617 auch sehr nett graphisch darstellen. Er besteht aus zwei grossen Stimmgabeln, A und B, von welchen die erstere feststeht, während die letztere in einem Schlitten befestigt ist, dem das Brettchen d in der Weise zur Führung dient, dass die Stimmgabel B sich selbst parallel über die Stimmgabel

Fig. 617.



A weggezogen werden kann. Die feste Stimmgabel trägt einen schmalen Streif g von dünnem Spiegelglas, welcher berusst wird, oder auf welchem noch besser ein berusster Papierstreifen befestigt ist. An dem einen Arm

Fig. 618.



der Stimmgabel B ist in der bereits auf Seite 516 beschriebenen Weise ein Schreibfederchen in der Weise befestigt, dass es auf der berussten Fläche seine Spur zurücklässt, wenn die Stimmgabel B über das Brett-

chen *d* abgezogen wird. Fig. 618 stellt die Curven dar, welche das Stiftchen der Gabel *B* schrieb, als die Schwingungszahlen der beiden Stimmgabeln sich verhielten wie 24 zu 25 und wie 80 zu 81.

Auch mittelst zweier nahe gleich gestimmter Orgelpfeifen lassen sich die Schwebungen sichtbar darstellen, indem man ein und denselben Gasstrom nach einander durch die manometrischen Kapseln beider Pfeifen zu einem gemeinsamen Brenner führt (siehe §. 170). Im rotirenden Spiegel zeigt sich dann eine Reihe Flammenbilder von ab- und zunehmender Höhe.

Je näher die beiden Töne einander liegen, desto langsamer folgen die Stösse, so dass man sie bequem zählen kann. Macht der eine Ton in jeder Secunde 3, 4, 5 u. s. w. Schwingungen mehr als der andere, so werden 3, 4, 5 Stösse in der Secunde entstehen; die Anzahl der Stösse hängt ab von der Anzahl der Schwingungen, welche der eine Ton in jeder Secunde mehr macht als der andere. Wenn aber die Töne mehr und mehr ungleich werden, so werden die Stösse schneller und schneller, bis sie endlich nicht mehr als getrennte Eindrücke wahrgenommen werden können.

So lange die Schwebungen (Stösse) langsam genug sind, um ohne Schwierigkeit gezählt zu werden, machen sie auf das Ohr durchaus keinen unangenehmen Eindruck. Wenn aber die Differenz der beiden Töne bis zu einem Halbton wächst, so wächst die Zahl der Schwebungen bis zu 20 oder 30 in der Secunde; es bleibt dann dem Ohre immer noch der Eindruck getrennter Tonstösse, wenn man sie auch nicht mehr einzeln wahrnehmen oder zählen kann, aber der Gesammteindruck wird wirr. Ein solcher schnell schwebender Zusammenklang ist knarrend und rauh.

Ein knarrender, intermittirender Ton ist aber für den Gehörnerven dasselbe, wie ein flackerndes Licht für den Gesichtsnerven. Es wird dadurch eine viel intensivere und unangenehmere Reizung des Organes hervorgebracht, als durch einen gleichmässig andauernden Ton. In diesen raschen Schwebungen ist also wohl vorzugsweise der Grund der Dissonanz zu suchen, welcher das Zusammenklingen zweier Töne charakterisirt, deren Intervall weniger als einen ganzen Ton beträgt.

Der Grad der Dissonanz hängt aber keineswegs allein von der Anzahl der Stösse ab, welche zwei Töne mit einander geben, sondern auch von der Grösse ihres Intervalls. So geben z. B. der Rechnung nach folgende Intervalle:

der Halbton . . . $h_2 c_3$
der Ganzton . . . $c_2 d_2$
die kleine Terz . . eg
die grosse Terz . . ce
die Quint CG

die gleiche Anzahl von 33 Schwebungen in der Secunde, und doch geben nur die beiden ersten eine entschiedene Dissonanz, während die grösseren Intervalle mehr und mehr von der Rauhigkeit frei werden.

Wie es kommt, dass bei gleicher Anzahl von Stössen die Dissonanz mit der Grösse des Intervalls abnimmt, lässt sich nur durch physiologische Gründe erklären, in Betreff derer wir auf die „Lehre von den Tonempfindungen von Helmholtz (Braunschweig 1862)“ verweisen müssen.

194 **Combinationstöne.** Wenn zwei musikalische Töne von verschiedener Höhe gleichzeitig, kräftig und gleichmässig anhaltend erklingen, so hört man häufig noch andere Töne mit, deren Tonhöhe von dem Intervall der beiden primären Töne abhängt. Diese unter dem Namen der Combinationstöne bekannten Töne sind 1740 zuerst von Sorge entdeckt, und später durch Tartini, nach welchem sie auch die Tartini'schen Töne genannt werden, allgemeiner bekannt geworden.

Die Schwingungszahl eines Combinationstones ist gleich der Anzahl von Stössen, welche die beiden primären Töne mit einander geben, sie ist also gleich der Differenz der Schwingungszahlen der primären Töne, weshalb Helmholtz sie auch Differenztöne nennt.

So hört man die nächst tiefere Octav eines Tones mit, wenn gleichzeitig noch seine Quinte erklingt.

Bei gleichzeitigem Ertönen von Grundton und Quart hört man die tiefere Duodecime des Grundtons mit.

Grundton und grosse Terz geben einen Combinationston, welcher um 2 Octaven tiefer ist als der Grundton u. s. w. Es geben also

c_2 und g_2 den Combinationston c_1
c_2 und f_2 „ „ F
c_2 und e_2 „ „ C.

Thomas Young versuchte die Combinationstöne auf die bereits im vorigen Paragraphen besprochenen Schwebungen zurückzuführen, indem er annahm, dass der Gesammteindruck der Stösse, welche zu schnell sind, um einzeln unterschieden zu werden, als ein eigener Ton hörbar werde. In der That stimmt die Schwingungszahl des Differenztones mit der Zahl der Stösse überein.

Diese Erklärung der Combinationstöne ist aber, wie Helmholtz in seinem bereits angeführten Werke gezeigt hat, nicht haltbar. Zunächst haben wir bereits im vorigen Paragraphen gesehen, dass unter Umständen eine namhafte Anzahl von Stössen in der Secunde erfolgen kann, ohne als Combinationston wahrgenommen zu werden, welche nur die Dissonanz der beiden gleichzeitig erklingenden Töne bedingen. Dann aber ist die Vernehmbarkeit der Combinationstöne auch nicht allein von dem Intervall und der Stärke der beiden primären Töne, sondern wesentlich auch von ihrer Entstehungsweise abhängig. Die Bedingung für ihre Erzeugung ist, dass dieselbe Luftmasse von beiden Tönen in heftige Erschütterung gesetzt wird. Dies geschieht am stärk-

sten in Dove's mehrstimmiger Sirene, in welcher dieselbe rotirende Scheibe zwei oder mehrere Löcherreihen enthält, die aus demselben Windkasten gleichzeitig angeblasen werden. Die Luft im Windkasten ist verdichtet, so oft die Löcher geschlossen sind; wenn sie geöffnet werden, stürzt ein grosser Theil derselben ins Freie, es tritt eine beträchtliche Druckverminderung ein. So geräth die Luft im Windkasten in heftige Schwingungen. Werden zwei Löcherreihen angeblasen, so entstehen solche Schwingungen in der Luftmasse des Windkastens beiden Tönen entsprechend, und durch jede Reihe von Oeffnungen wird nicht ein gleichmässig zufliessender Luftstrom entleert, sondern ein Luftstrom, welcher durch den anderen Ton schon in Schwingungen versetzt ist. Die Combinationstöne, welche unter diesen Umständen sehr stark sind, existiren hier schon objectiv in der Luftmasse.

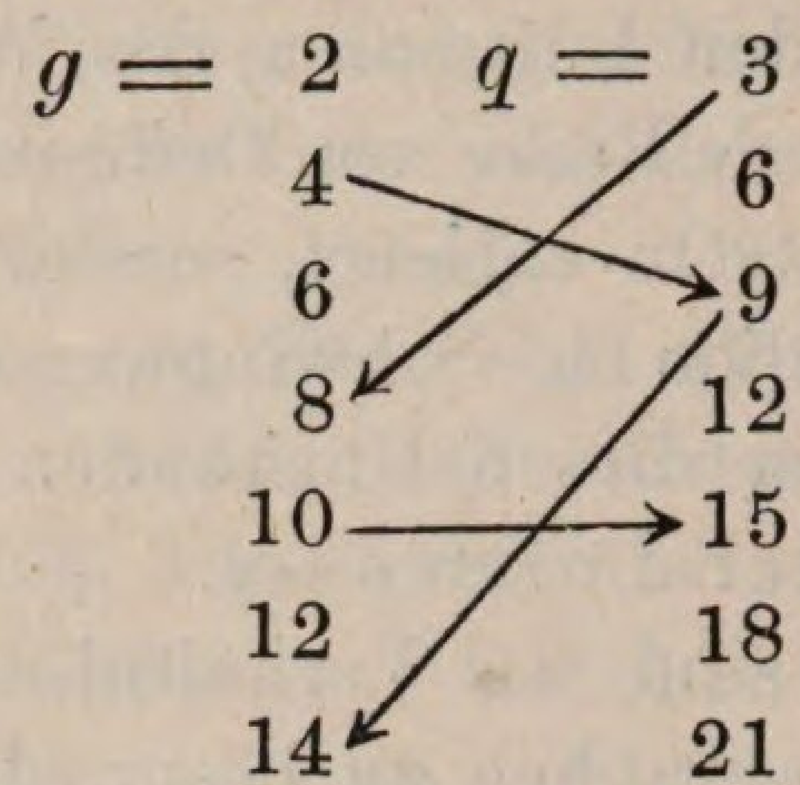
Aehnlich der Sirene sind die Verhältnisse bei der Physharmonika und dem im nächsten Paragraphen zu besprechenden Obertöne-Apparat von Appunn; auch hier sind die Combinationstöne objectiv vorhanden und sehr deutlich, wenn auch nicht so stark wie bei der Sirene.

Wenn dagegen die Erregungsstellen der beiden Töne ganz von einander getrennt sind und keinen mechanischen Zusammenhang mit einander haben, wenn also z. B. zwei Singstimmen oder zwei Violinen die Töne angeben, so sind die Combinationstöne äusserst schwach und nur durch sehr geübte Ohren wahrnehmbar.

Ausser den eben besprochenen Differenztönen giebt es, wie Helmholtz zuerst theoretisch abgeleitet und dann experimentell nachgewiesen hat, noch eine zweite Art von Combinationstönen, welche er Summationstöne nennt und deren Schwingungszahl der Summe der Schwingungszahlen der combinirenden Töne entspricht. Die Summationstöne, welche übrigens nur bei scharfen Klängen mit starken Obertönen vorkommen, sind ungleich schwieriger wahrnehmbar als die Differenztöne; ihre Beobachtung am Obertöneapparat lässt sich aber mit Anwendung der im §. 196 zu besprechenden Resonatoren sehr erleichtern.

Die Erklärung, welche Helmholtz von den Combinationstönen gegeben hat, können wir hier nur kurz andeuten. Die Annahme, dass die resultirende Bewegung mehrerer Schwingungen gleich der Summe der Theilbewegungen sei, gilt nur unter der Bedingung, dass auch für die resultirende Bewegung die Kraft, mit welcher die schwingenden Theilchen gegen die Ruhelage getrieben werden, dem Abstande von letzterer proportional sei; dies gilt aber nur unter der Voraussetzung sehr kleiner Amplituden. Bei der Combination starker Töne kommen aber grosse Amplituden vor. Indem nun Helmholtz die Rechnung unter der Annahme durchführte, dass bei letzteren die zurücktreibende Kraft nicht einfach proportional dem Abstande, sondern auch noch vom Quadrat des letzteren abhängig sei, erhielt er für die resultirende Bewegung Ausdrücke, welche die Entstehung sowohl der Differenz- als der Summationstöne erklären.

Appunn erklärt die Summationstöne als Differenztöne der Obertöne. Erklingt z. B. auf einem Obertöneapparat gleichzeitig Grundton und Quint, deren Schwingungszahlen sich verhalten, wie 2 zu 3, so ist die Schwingungszahl ihres Summationstones $2 + 3 = 5$. In der folgenden Tabelle ist nun in der ersten Verticalreihe die Schwingungszahl des Grundtons und seiner Obertöne, in der zweiten die seiner Quint und ihrer Obertöne zusammengestellt:



Aus dieser Tabelle übersieht man aber leicht, dass 5 gleich ist der Differenz des dritten Obertons von g und des Grundtons q; ferner ist 5 die Differenz des zweiten Obertons von q und des ersten von g, des vierten von q und des vierten von g, des sechsten von g und des zweiten von q. Es würde sich also erklären, wie sich mit dem gleichzeitigen Ertönen von $g = 2$ und $q = 3$ und ihrer Obertöne auch der Summationston 5 hören lässt. Die Helmholtz'sche Erklärung ist jedoch aus mehrfachen Gründen die wahrscheinlichere.

195 **Klangfarbe und Schwingungsform.** In §. 159 haben wir bereits erfahren, dass sich die musikalischen Töne durch ihre Tonhöhe, ihre Stärke und ihre Klangfarbe unterscheiden; wir haben ferner gesehen, dass die Stärke der Töne von der Weite, die Tonhöhe aber von der Dauer der Schwingungen abhängt. Die Klangfarbe kann demnach nur davon abhängen, wie die Bewegung innerhalb jeder einzelnen Schwingungsperiode vor sich geht.

Wir haben bisher angenommen, dass die Schwingungen eines tönenden Körpers pendelartig (von englischen Physikern auch „harmonisch" genannt) seien, d. h. dass sie denselben Gesetzen folgen, wie die Schwingungen einer Stimmgabel, welche wir in §. 117 betrachteten.

Das Gesetz einer solchen pendelartigen Oscillation lässt sich, wie wir bereits in §. 118 gesehen haben, durch die Schwingungscurve Fig. 380 Seite 313 graphisch darstellen und in §. 187 haben wir ein Verfahren kennen gelernt, durch eine pendelartig oscillirende Stimmgabel ihre Schwingungscurve selbst aufzeichnen zu lassen.

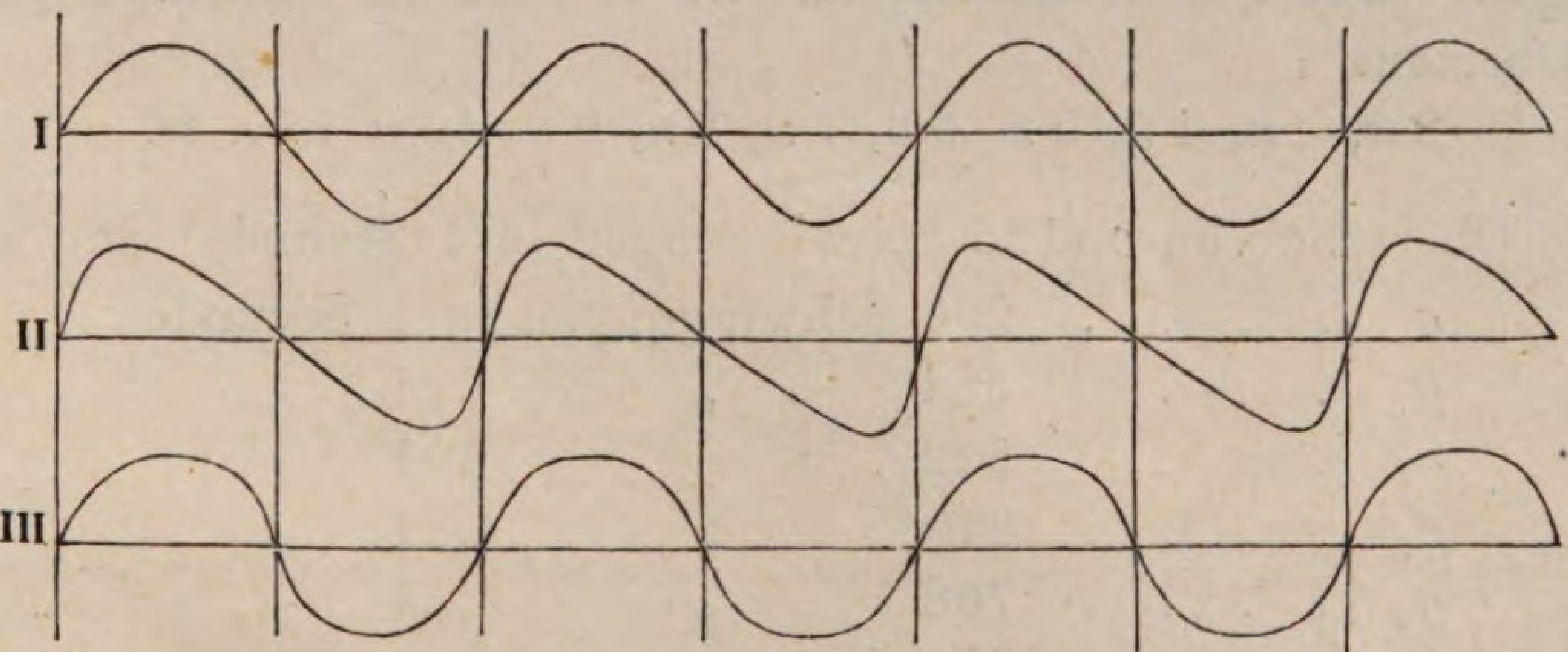
Nun kann aber die Bewegung eines oscillirenden Körpers bei gleicher Schwingungsdauer und bei gleicher Schwingungsweite auch irgend ein anderes Gesetz befolgen, als das durch die Gleichung 1) auf Seite 311 ausgesprochene.

Welches aber auch dieses Gesetz sein mag, so kann man es in ähnlicher Weise durch eine Schwingungscurve darstellen, indem man auf einer horizontalen Linie Längen aufträgt, welche der vom Beginn der Oscillationen verflossenen Zeit proportional sind, die zugehörigen Ordinaten aber dem entsprechenden Abstand des schwingenden Punktes von seiner Gleichgewichtslage proportional macht und die so erhaltenen Punkte durch eine Curve verbindet. Fig. 619 zeigt drei verschiedene Schwingungscurven, welche gleicher Schwingungsdauer und gleicher Schwingungsweite entsprechen. Die oberste ist die Schwingungscurve eines pendelartig oscillirenden Punktes, jede der beiden anderen entspricht aber einer Oscillationsbewegung, welche von dem Gesetz der Pendelbewegung abweicht.

Indem nun die Physiker diese Curvenformen im Sinne haben, welche das Gesetz der Bewegung eines tönenden Körpers darstellen, sprechen sie dann auch geradezu von der Schwingungsform eines tönenden Körpers, und schon lange hat man die Ansicht aufgestellt, dass wohl von dieser Schwingungsform die Klangfarbe abhängig sei. Erst in neuerer Zeit aber ist diese Ansicht durch die Bemühungen verschiedener Gelehrter, namentlich aber durch die Untersuchungen von Helmholtz, theoretisch und experimentell begründet worden.

Schon in §. 158 haben wir gesehen, dass die Vibrationen eines tönenden Körpers in der ihn umgebenden Luft eine Wellenbewegung hervorrufen, welche dadurch fortgepflanzt wird, dass die auf einander

Fig. 619.



folgenden Lufttheilchen der Reihe nach ähnliche Vibrationen machen wie der oscillirende Körper selbst. Wenn also der tönende Körper selbst pendelartige Oscillationen macht, so werden auch die Schwingungen der Lufttheilchen, welche seinen Schall fortpflanzen, dem Gesetz der Pendelschwingungen folgen; eine abweichende Schwingungsform des tönenden Körpers hat aber auch die gleiche Veränderung in der Schwingungsform der einzelnen Lufttheilchen zur Folge, durch deren Oscillationen der Schall jenes Körpers zum Ohr fortgepflanzt wird. Die Verschiedenheit der Klangfarbe ist demnach durch Verschiedenheiten in der Schwingungsform der Schallwellen bedingt, welche in unser Ohr gelangen.

Wenn ein geübtes Ohr genau und aufmerksam einen Klang untersucht, welcher von einem tönenden Körper herrührt, dessen Oscillationen nicht dem Gesetz der Pendelschwingungen folgen, so ergiebt sich die merkwürdige Thatsache, dass dasselbe ausser dem Grundton, welcher der Schwingungsdauer seiner Vibrationen entspricht, noch eine Reihe von Obertönen dieses Grundtons mithört; kurz das Ohr zerlegt einen solchen Klang in eine Reihe von Partialtönen, deren tiefster, nach dessen Tonhöhe wir die Tonhöhe des ganzen Klanges beurtheilen, in der Regel auch der stärkste ist; oder mit anderen Worten: das menschliche Ohr empfindet nach einem zuerst von G. S. Ohm aufgestellten Satze nur eine pendelartige Schwingung der Luft als einfachen Ton, und es zerlegt jede andere periodische Luftbewegung in eine Reihe von pendelartigen Schwingungen, welche als eine Reihe einfacher Töne empfunden werden.

Nach der eben aufgestellten Behauptung ist also die Klangfarbe der Töne verschiedener Instrumente dadurch bedingt, dass zu dem Grundton einige seiner Obertöne und zwar mit grösserer oder geringerer Intensität hinzutreten. Um diesen Gegenstand weiter verfolgen zu können, müssen wir aber zunächst die Reihe der Obertöne näher betrachten, welche einem bestimmten Grundton angehören, von denen wir in §. 170 nur die tiefsten kennen lernten.

Als Obertöne eines Grundtons sind alle diejenigen zu bezeichnen, deren Schwingungszahl ein ganzes Vielfaches von der Schwingungszahl des Grundtons ist. Bezeichnen wir also die Schwingungszahl des Grundtons mit n, so sind die Schwingungszahlen seiner Obertöne

$$2n,\ 3n,\ 4n,\ 5n,\ 6n,\ 7n,\ 8n,\ 9n,\ 10n \text{ u. s. w.}$$

Die Obertöne von c (128 Schwingungen in 1 Secunde) sind also:

c_1	 256	Schwingungen	in 1	Secunde
g_1	 384	"	" 1	"
c_2	 512	"	" 1	"
e_2	 640	"	" 1	"
g_2	 768	"	" 1	"
b_2	 896	"	" 1	"
c_3	 1024	"	" 1	"
d_3	 1152	"	" 1	"
e_3	 1280	"	" 1	"

u. s. w.

Die tieferen Töne dieser Reihe c_1 und g_1, g_1 und c_2, c_2 und e_2 bilden, wie man sieht, grössere Intervalle und sind unter einander harmonisch, während die kleineren Intervalle der höheren Obertöne, z. B. c_3 und d_3, d_3 und e_3 u. s. w. zusammen entschiedene Dissonanzen bilden. In manchen physikalischen Werken wird überhaupt eine Reihe solcher Töne, deren Schwingungszahlen in dem angegebenen Verhält-

nisse stehen, eine Reihe harmonischer Töne genannt. Insofern man dieselben als Bestandtheile eines Klanges auffasst, nennt man sie auch Partialtöne. Der Grundton ist dann als erster Partialton, der erste Oberton (die Octave) als zweiter Partialton u. s. w. zu bezeichnen.

Ein sehr instructiver Apparat ist der Obertöne-Apparat von Appunn. Es ist dies ein nach Art eines kleinen Harmoniums (Physharmonika) construirtes Instrument, dessen 32 Zungenpfeifen der Reihe nach die Obertöne des Contra-C (C_{-1} zu 32 Schwingungen) geben. Dieser Apparat dient aber nicht allein dazu, die Lehre von den Obertönen zu erläutern, sondern er ist auch sehr geeignet zur Hervorbringung von Combinationstönen. Lässt man gleichzeitig die Töne e_1 und g_1 des Obertöne-Apparates erklingen, so hört man den Ton c_0 mit. Dasselbe c_0 (128 Schwingungen in 1 Secunde) hört man auch, wenn gleichzeitig c_2 und e_2 des Obertöne-Apparates erklingen. Man hört den Ton c_0 verstärkt, wenn man den entsprechenden Resonator (siehe den folgenden Paragraphen) in Anwendung bringt, ein Beweis, dass der Ton c_0 objectiv vorhanden ist, und nicht erst im Ohre gebildet wird.

Beobachtung der Obertöne. In seinem bereits angeführten Werke über die Lehre von den Tonempfindungen hat Helmholtz verschiedene Methoden beschrieben, mit Hülfe deren man die Klänge der meisten musikalischen Instrumente in ihre Partialtöne zerlegen oder, mit anderen Worten, mit Hülfe deren man die in einem musikalischen Klang enthaltenen Obertöne auch einem ungeübteren Ohre wahrnehmbar machen kann. 196

Zunächst ist zu bemerken, dass man in der Regel den 3ten, den 5ten, den 7ten u. s. w., also die ungeradzahligen Partialtöne, leichter hört als die geradzahligen, also leichter als den 2ten, den 4ten u. s. w. So hört man die den Grundton c_0 begleitenden Partialtöne g_1 und e_2 leichter als c_1 und c_2.

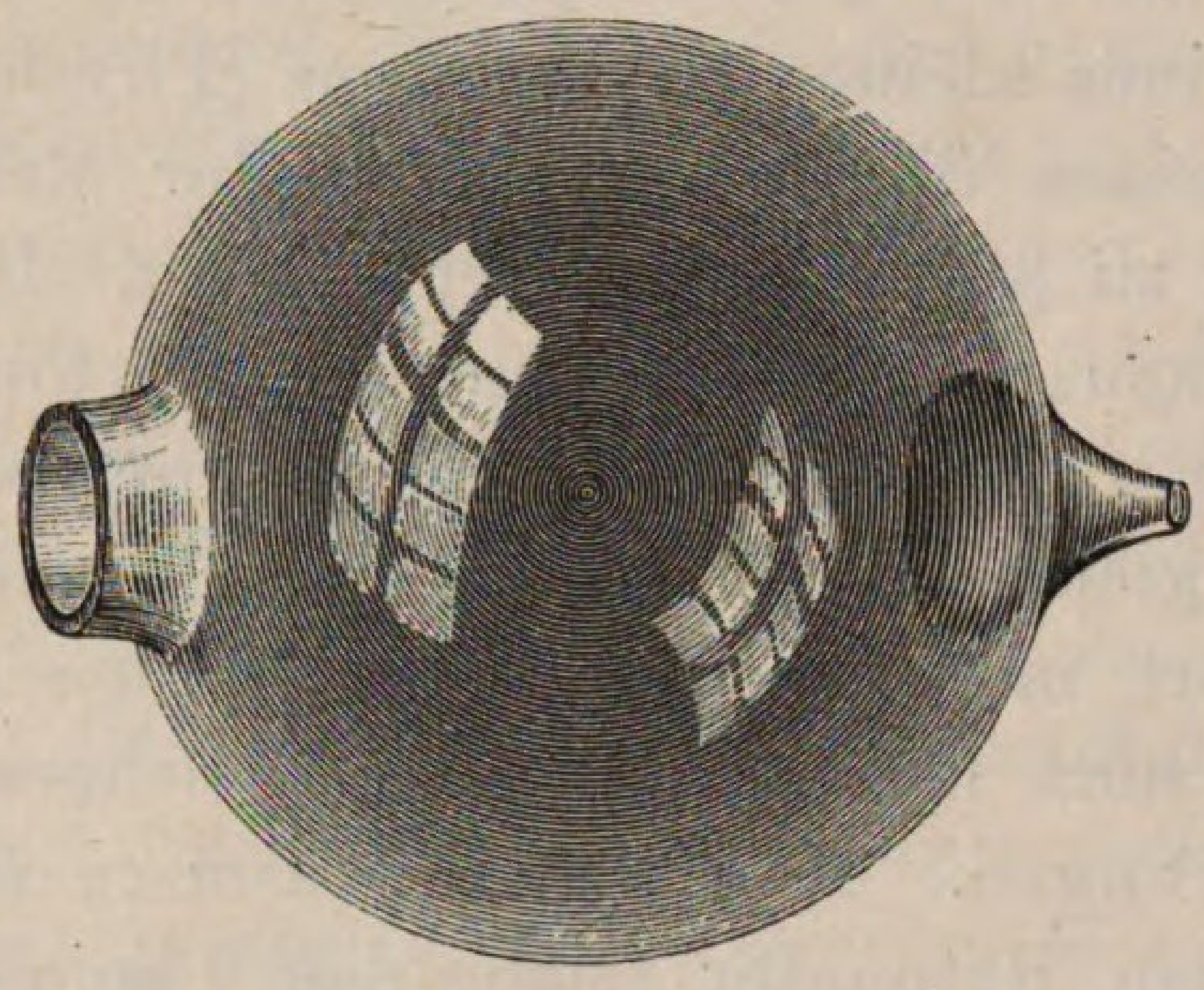
Will man anfangen, Obertöne zu beobachten, so lasse man unmittelbar vor dem Klange, welcher analysirt werden soll, ganz schwach diejenige Note erklingen, welche man aufsuchen will. Sehr geeignet sind zu diesen Versuchen das Clavier und die Physharmonica, welche beide ziemlich starke Obertöne geben.

Man schlage z. B. auf einem Clavier zuerst g_1 an und indem man die Taste verlässt, so dass deren Saiten nicht mehr fortklingen können, gleich darauf kräftig die Note c_0, so wird man den Ton g_1 noch aus dem Klange c heraushören. Ebenso, wenn man zuerst den fünften Partialton e_2 und dann c anschlägt. Der 7te und 9te Partialton sind auf den Clavieren neuerer Construction meist schwach oder gar nicht vorhanden.

Noch geeigneter als das eben beschriebene Verfahren am Clavier ist es, an irgend einem Saiteninstrumente, Clavier, Monochord oder Violine den Ton, welchen man zu hören wünscht, erst als Flageoletton der Saite

hervorzubringen, indem man sie anschlägt oder streicht, während man einen Knotenpunkt des entsprechenden Tons auf der Saite mit einem Finger oder mit den Haaren eines Malerpinsels berührt. Will man also den 3ten, den 5ten Partialton hören, so hat man einen Punkt zu berühren, welcher um $^1/_3$, um $^1/_5$ der Saitenlänge vom einen Ende der Saite entfernt ist. Indem man nun die Saite zum Tönen bringt, bald mit Berührung des Knotenpunktes, bald ohne solche Berührung, bekommt man bald den gesuchten Oberton allein als Flageoletton, bald die ganze Klangmasse der Saite zu hören, und erkennt daran verhältnissmässig leicht, dass der betreffende Oberton darin enthalten ist.

Fig. 620.



Schwerer als an Saiteninstrumenten und an der Physharmonica sind die Obertöne der meisten Blasinstrumente und der menschlichen Stimme wahrzunehmen.

Das sicherste und bequemste Mittel, um die Wahrnehmung von Obertönen zu vermitteln, sind die von Helmholtz angegebenen Resonatoren (Mitklinger). Es sind dies gläserne oder messingene Hohlkugeln von der in Fig. 620 dargestellten Form. Die eine Oeffnung *a* hat scharf abgeschnittene Ränder, die andere ist trichterartig und so geformt, dass man sie in das Ohr einsetzen kann.

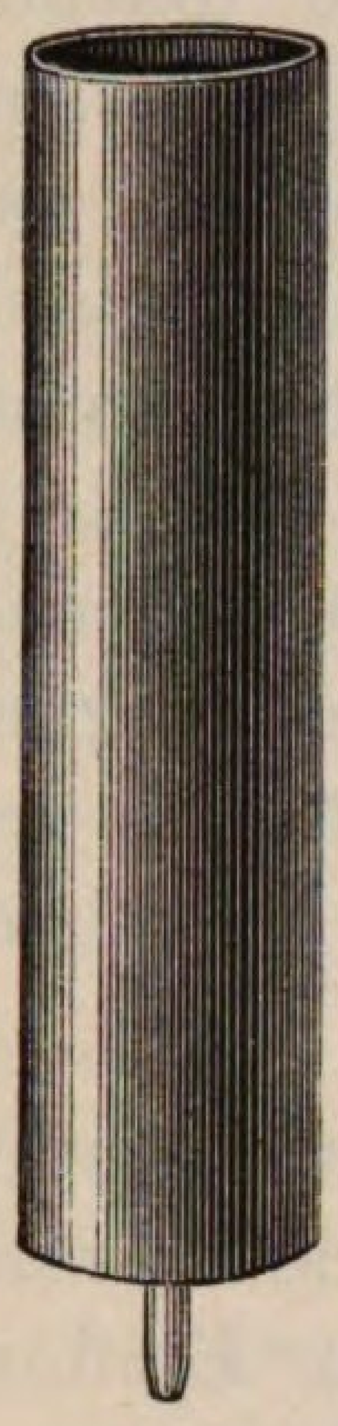
Die in einem solchen Resonator eingeschlossene Luftmasse wird, wie die Luftsäule in einer einerseits offenen, andererseits geschlossenen Röhre (s. §. 165), nur dann in den Zustand kräftiger stehender Schwingungen versetzt, wenn durch die Oeffnung *a* die Schallwellen eines bestimmten, den Dimensionen der Kugel entsprechenden Tones einfallen, den wir den Eigenton der Kugel nennen wollen. In der folgenden Tabelle sind die Dimensionen solcher Kugeln angegeben, welche den in der ersten Verticalreihe angegebenen Eigentönen entsprechen.

Tonhöhe.	Durchmesser der Kugel.	Durchmesser der Oeffnung.	Volumen des Hohlraums.
g	154 mm	35·5 mm	1773 cbcm
c_1	130	30·2	1053
e_1	115	30	546
g_1	79	18·5	235
c_2	70	20·5	162

Eine Verengung der Oeffnung a hat eine Vertiefung des Eigentons des Resonators zur Folge.

Weil die aus Glas oder Messingblech verfertigten kugelförmigen Resonatoren, Fig. 620, ziemlich kostspielig sind, hat Schubring mit Erfolg versucht, solche aus cylindrischen Papp-röhren ungefähr von der Form Fig. 621 herzustellen, welche noch den Vortheil bieten, dass sich nach §. 165 ihr Eigenton berechnen lässt, da die Länge der gedeckten Röhre nahezu $^1/_4$ von der Wellenlänge ihres Eigentones ist. In den Boden, welcher die untere Oeffnung der Röhre verschliesst, ist ein Glasröhrchen eingesetzt, welches in den Gehörgang des einen Ohres gesteckt wird, während man das andere zuhält. Das Röhrchen kann aber auch ganz wegbleiben, so dass man nur den Boden des Rohres mit seiner centralen Oeffnung auf die Ohrmuschel aufdrückt.

Fig. 621.



Für alle Töne von c_1 aufwärts sind die Röhren oben offen. Der Resonator für c_1 (256 Schwingungen in 1 Secunde) ist 33 cm lang und 6 cm weit, der für g_1 ist 22 cm lang und 4·6 cm weit u. s. w. Für tiefere Töne würden die cylindrischen Resonatoren unbequemere Dimensionen annehmen, wenn sie oben offen blieben, sie werden kürzer, wenn man sie durch einen Deckel mit centraler Oeffnung schliesst. Der Resonator für c_0 (128 Schwingungen in 1″) ist 38·5 cm lang und 14 cm weit, während im Deckel, der ihn oben schliesst, eine centrale Oeffnung von 4·5 cm Durchmesser angebracht ist.

Appunn in Hanau verfertigt kegelförmige Resonatoren von Zinkblech.

Hat man sich das eine Ohr verstopft und setzt man dann an das andere einen solchen Resonator, so hört man die meisten Töne, welche in der Umgebung hervorgebracht werden, viel gedämpfter als sonst; wird dagegen der Eigenton des Resonators angegeben, so schmettert er mit gewaltiger Stärke ins Ohr hinein. Hält man z. B. einen Resonator vor das Ohr, dessen Eigenton g_1 ist, so hört man denselben sehr deutlich, wenn c auf dem Clavier angeschlagen oder auf der Violine gespielt wird, während man diesen Ton gar nicht oder doch nur sehr schwach hört, wenn das c von einer weiten gedeckten Orgelpfeife herrührt. Ebenso wenig hört man, den entsprechenden Resonator ans Ohr haltend, den Ton g_1, wenn auf dem Clavier der Ton d_0 angeschlagen wird, weil g_1 kein Oberton von d ist.

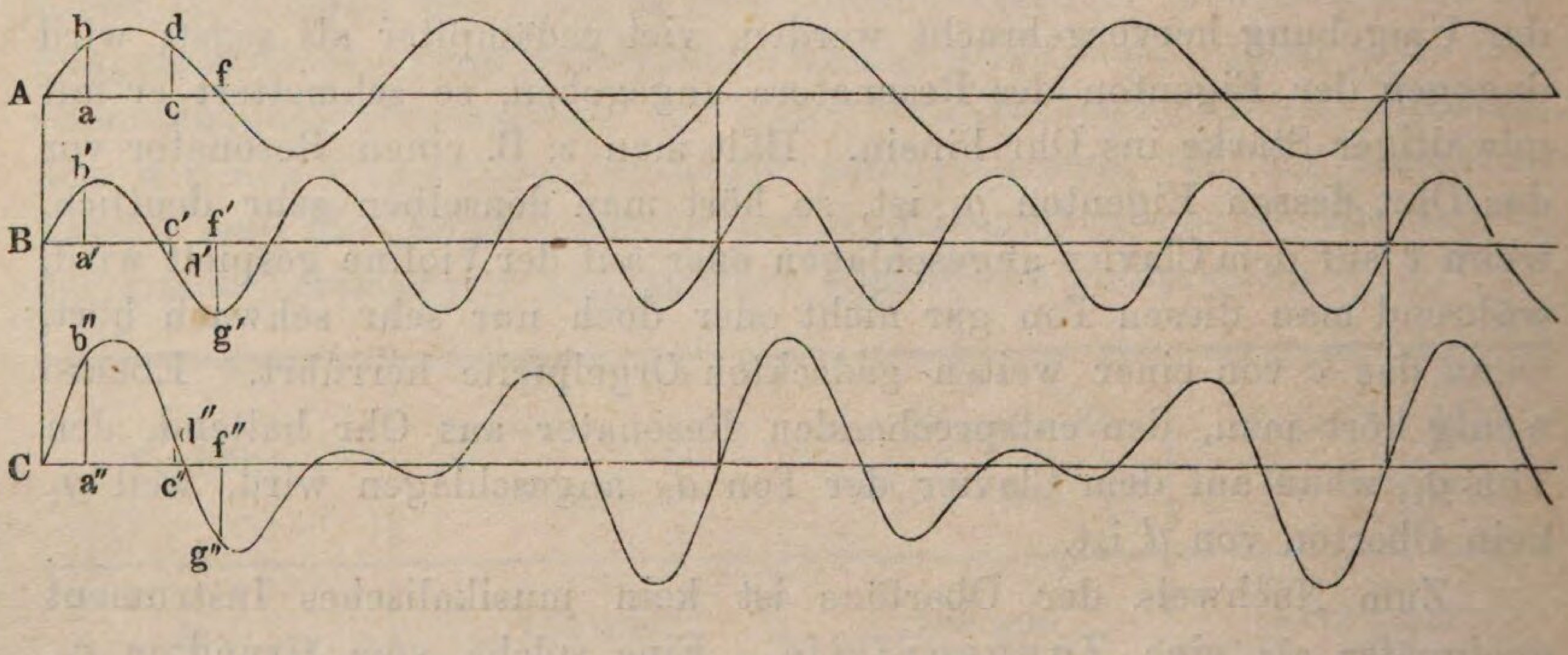
Zum Nachweis der Obertöne ist kein musikalisches Instrument geeigneter als eine Zungenpfeife. Eine solche vom Grundton c_0, welche in einem Kästchen eingeschlossen mit einem Schallbecher versehen, auf eine Windlade aufgesetzt ist, giebt einen ungemein kräftigen, an Obertönen reichen Klang, welcher sich mit den entsprechenden Resonatoren leicht bis zum 16ten und 20sten wahrnehmen lässt.

Sehen wir nun, wie durch das Zusammenwirken mehrerer einfacher Töne, namentlich aber auch dadurch, dass zu einem bestimmten Grundton mehrere seiner Obertöne hinzutreten, derartige Schwingungsformen entstehen, wie sie zu Anfang des Paragraphen erwähnt wurden.

197 **Zusammensetzung der Wellen.** Wenn mehrere tönende Körper in dem uns umgebenden Luftraume gleichzeitig Schallwellensysteme erregen, so sind sowohl die Veränderungen der Dichtigkeit der Luft, als auch die Verschiebungen und Geschwindigkeiten der Lufttheilchen im Inneren des Gehörganges gleich der Summe derjenigen Veränderungen, Verschiebungen und Geschwindigkeiten, welche die einzelnen Schallwellenzüge einzeln genommen hervorgebracht haben würden, und in diesem Sinne können wir sagen, dass alle die einzelnen Schwingungen, welche die einzelnen Wellenzüge hervorgebracht haben würden, ungestört neben einander und gleichzeitig in unserm Gehörgange bestehen.

Demnach können wir auch die Schwingungscurve eines Lufttheilchens im Gehörgang für den Fall construiren, dass gleichzeitig die Schallwellen zweier verschiedener Töne in das Ohr eintreten, wenn die Schwingungscurven der einzelnen Töne bekannt sind. Unter dem Einfluss beider Wellensysteme ist nämlich der Abstand eines Lufttheilchens von seiner Gleichgewichtslage gleich der Summe der Abstände, um welche dasselbe gleichzeitig durch jedes einzelne Wellensystem von dieser Gleichgewichtslage entfernt sein würde. Es seien z. B. A und B, Fig. 622, die Schwingungscurven eines Tones und seiner Quint, so ergiebt sich als Resultat des Zusammenwirkens dieser beiden Wellensysteme eine oscillirende Bewegung der Lufttheilchen, deren Schwingungscurve durch C, Fig. 622, dargestellt ist. Jede Ordinate der Curve C ist die Summe der

Fig. 622.

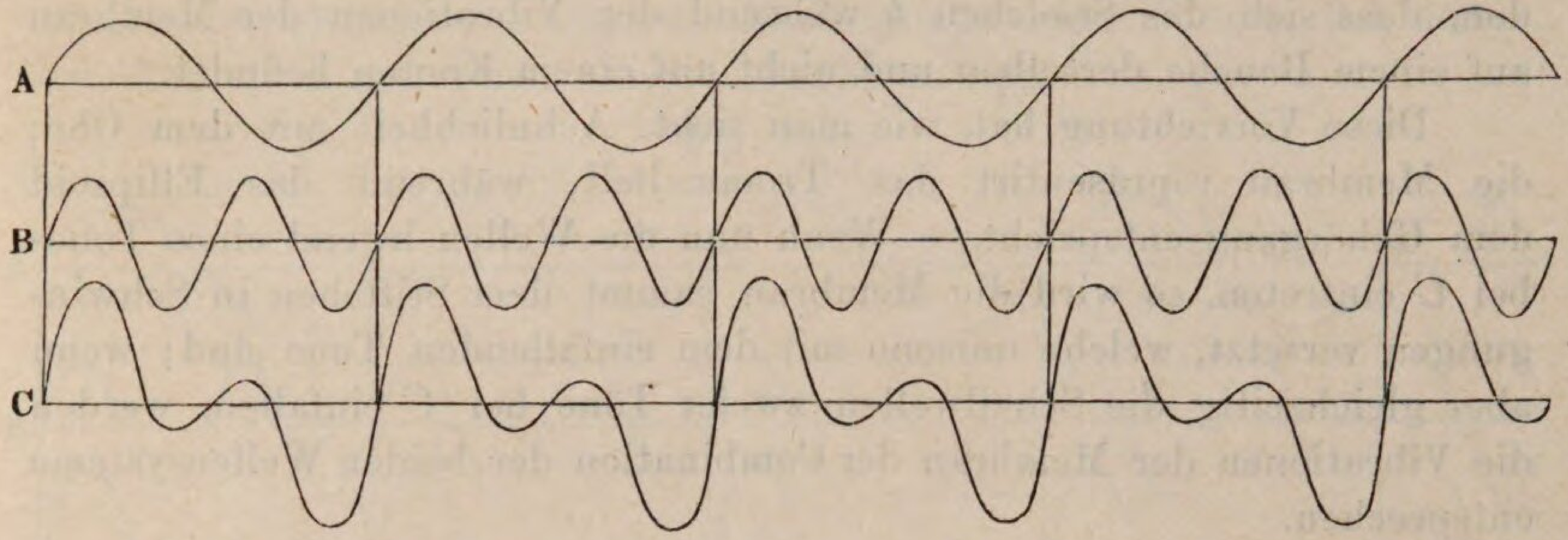


Ordinaten der Curven A und B, welche derselben Abscisse angehören; so ist z. B. die Ordinate $a'' b''$ gleich $ab + a'b'$; ferner ist $c''d'' = cd - c'd'$, weil $c'd'$ von der Abscissenaxe nach unten gekehrt ist, während cd die entgegengesetzte Lage hat. Die nach unten gerichtete Ordinate

$f'' g''$ ist gleich $f' g'$, weil die dem Abscissenpunkte f entsprechende Ordinate der Curve A gleich Null ist.

In derselben Weise ist in Fig. 623 bei C die Schwingungscurve eines Lufttheilchens construirt worden, welches gleichzeitig durch die

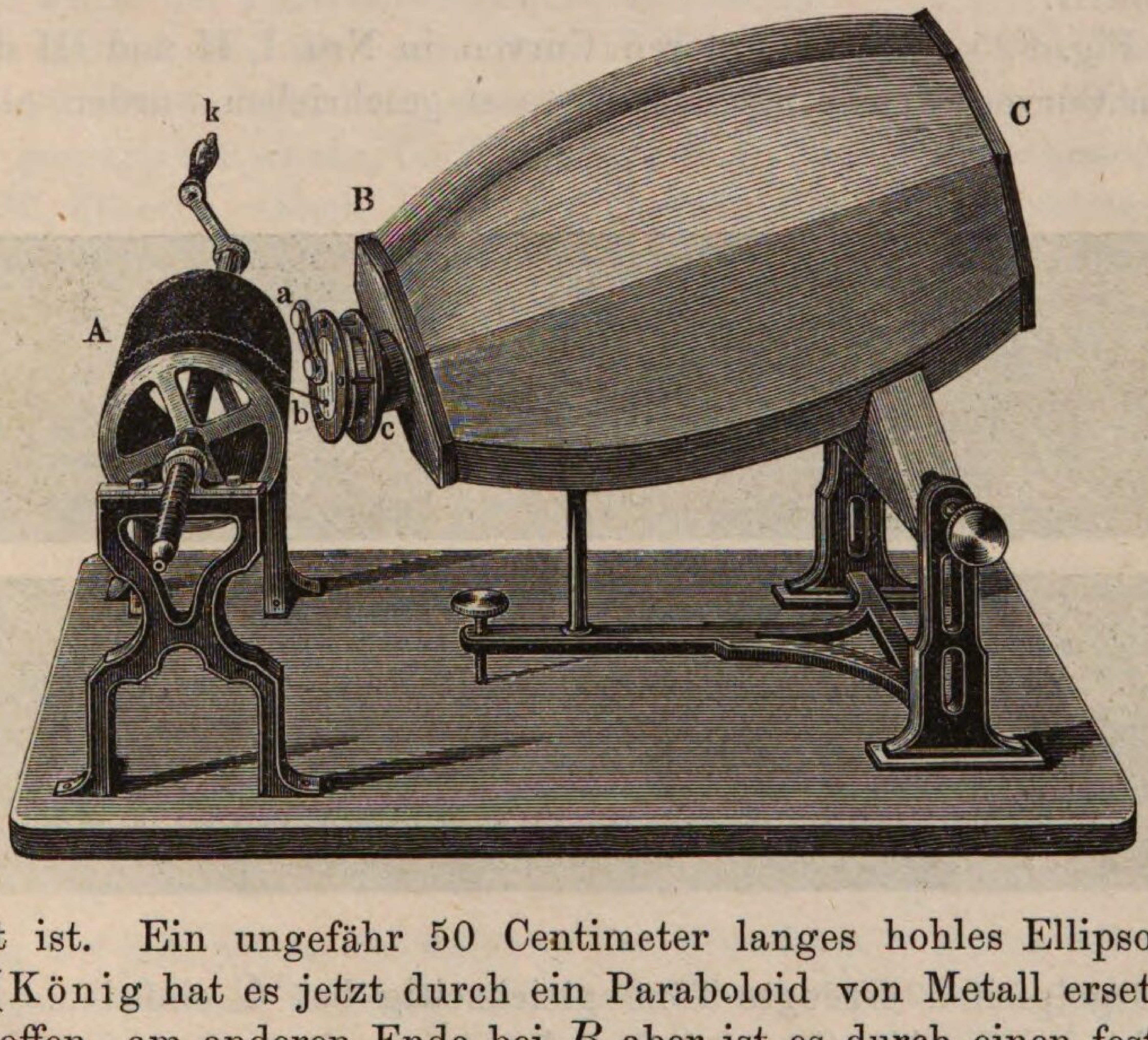
Fig. 623.



Schallwellen des Grundtons und seiner Octav afficirt ist, und zwar unter der Voraussetzung, dass die Amplitude beider Töne gleich sei.

Dass die Schallwellen zweier verschiedener Töne durch ihr Zusammenwirken in der That eine nach dem oben besprochenen Princip combinirte Vibrationsbewegung erzeugen, lässt sich mit Hülfe des Phonautographen von Scott und König darthun, welcher in Fig. 624 dargestellt ist.

Fig. 624.



gestellt ist. Ein ungefähr 50 Centimeter langes hohles Ellipsoid von Gyps (König hat es jetzt durch ein Paraboloid von Metall ersetzt), ist bei C offen, am anderen Ende bei B aber ist es durch einen festen Boden bedeckt, in dessen Mitte ein kurzes messingenes, an seiner Aussen-

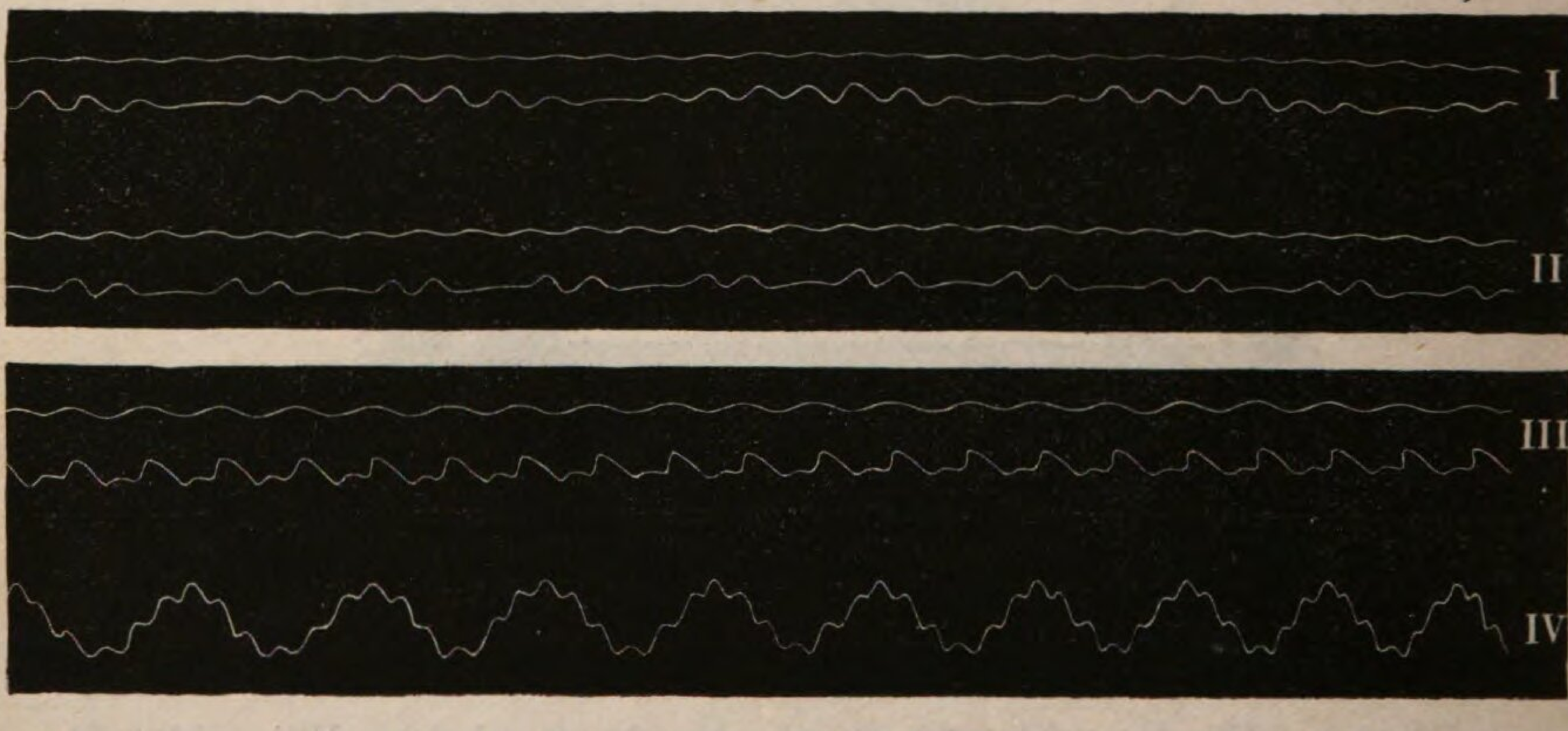
seite durch eine elastische Membran von Goldschlägerhaut oder Kautschuk geschlossenes Rohr eingesetzt ist. Auf dieser Membran, deren Spannung nach Bedürfniss abgeändert werden kann, ist ein leichtes steifes Stielchen *b* aufgekittet. Das verschiebbare Stäbchen *a*, welches mit seinem einen Ende auf die Membran drückt, muss so gestellt werden, dass sich das Stielchen *b* während der Vibrationen der Membran auf einem Bauche derselben und nicht auf einem Knoten befindet.

Diese Vorrichtung hat, wie man sieht, Aehnlichkeit mit dem Ohr; die Membran repräsentirt das Trommelfell, während das Ellipsoid dem Gehörgang entspricht. — Wenn nun die Wellen irgend eines Tones bei *C* eintreten, so wird die Membran sammt dem Stiftchen in Schwingungen versetzt, welche unisono mit dem einfallenden Tone sind; wenn aber gleichzeitig die Schallwellen zweier Töne bei *C* einfallen, werden die Vibrationen der Membran der Combination der beiden Wellensysteme entsprechen.

Der eben besprochene Apparat wird nun, wie Fig. 624 zeigt, an den mit berusstem Papier überzogenen Cylinder *A* herangerückt, welchen wir bereits in §. 187 S. 515 kennen lernten (das Stielchen *b* steht aber weder normal zur Membran noch normal zum Cylinder, wie die Fig. 624 zeigt, sondern es ist in entsprechender Weise schräg gestellt), und man erhält eine graphische Darstellung der von der Membran ausgeführten Oscillationen, wenn der Cylinder gedreht wird, während die Membran unter dem Einfluss bestimmter, bei *C* einfallender Töne vibrirt.

In Fig. 625 sind die unteren Curven in Nro. I, II und III die Copien von Curven, welche mit dem Apparat geschrieben wurden, als zwei

Fig. 625.

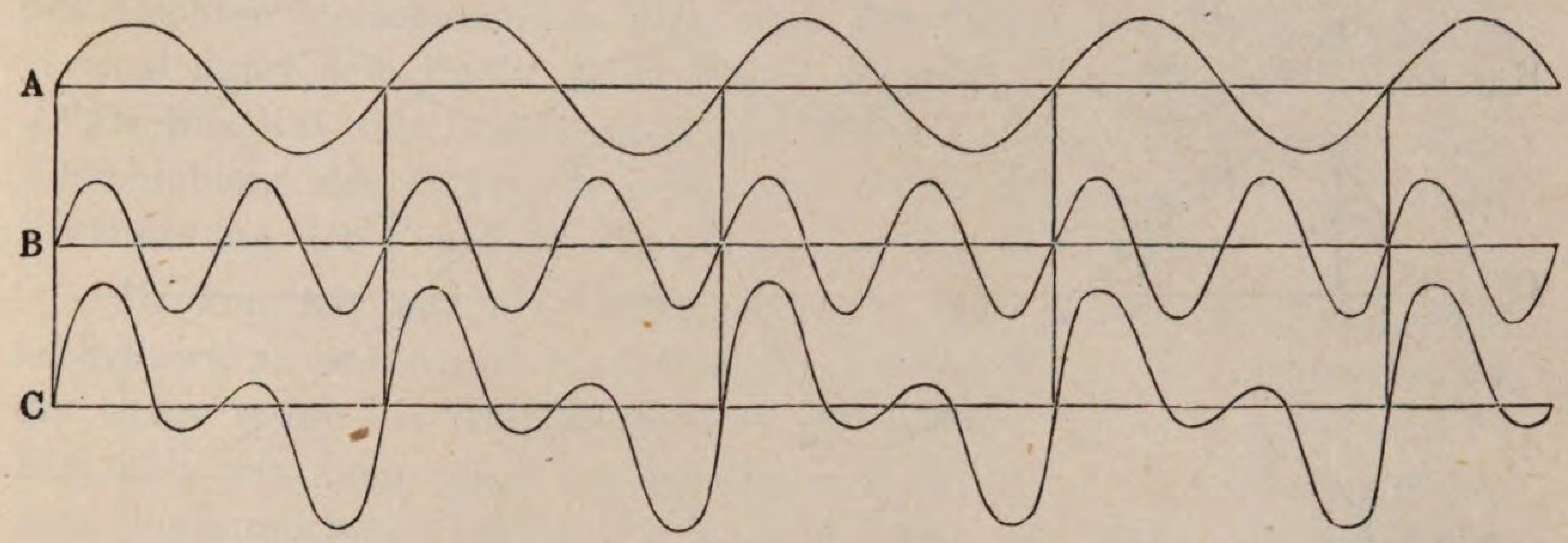


durch Orgelpfeifen erzeugte Töne gleichzeitig bei *C* einfielen. Nro. I entspricht der Combination des Grundtons mit einem um einen ganzen Ton ($^9/_8$) höheren. Nro. II entspricht der Combination des Grundtons

mit der Quint und Nro. III der Combination des Grundtons mit seiner Octav. Die obere Curve jeder Abtheilung ist gleichzeitig direct durch eine Stimmgabel geschrieben, welche unisono war mit dem tieferen der beiden bei *C* einfallenden Pfeifentöne.

Nro. IV ist ohne Vermittelung der Membran des Scott'schen Phonautographen erhalten; es zeigt die Schwingungen einer Stimmgabel, deren Grundton stark von einem Oberton begleitet war.

Fig. 626.



Hier sind es die Combinationscurven von II und III, welche uns näher interessiren. In der unteren Curve Nro. II erkennt man leicht alle charakteristischen Eigenschaften der theoretisch construirten Curve *C*, Fig. 626, d. h. dass sich nach je zwei Schwingungen des Grundtons stets dieselbe Form der Combinationscurve wiederholt.

So stimmt auch die Curve Nro. III Fig. 625, welche von dem Phonautographen unter gleichzeitigem Ertönen des Grundtons und seiner Octav geschrieben wurde, im Wesentlichen mit der theoretischen Curve *C*, Fig. 626, überein. Nach jeder Schwingung des Grundtons wiederholt sich die gleiche Form der Combinationscurve.

Was hier von den Vibrationen eines Lufttheilchens gesagt ist, welches gleichzeitig durch die Schallwellen zweier oder mehrerer Töne afficirt wird, gilt auch von den Vibrationen eines materiellen Punktes, welcher einem tönenden Körper angehört, der gleichzeitig neben seinem Grundton auch noch einen oder mehrere Obertöne hören lässt, wie dies z. B. auch durch die auf die rotirende Trommel geschriebene Schwingungscurve Nro. IV Fig. 625, erläutert wird, welche die Vibrationen des äussersten Endes einer Stimmgabel darstellt, die neben dem Grundton auch noch den siebenten Partialton hören lässt. In diesem Falle kann das Ohr eben so leicht den Oberton neben dem Grundton hören, wie das Auge in der Schwingungscurve Nro. IV Fig. 625 die Vibrationen des Obertons verfolgen kann.

Da auf jede ganze Schwingung des Grundtons n ganze Schwingungen eines Obertons kommen, so wird durch das Hinzutreten des Obertons die Periode der Vibrationen des Grundtons durchaus nicht alterirt; die gleiche Schwingungsform muss sich nach

jeder Vibration des Grundtons in gleicher Weise wiederholen, wie wir dies in Fig. 623 sowohl als in Fig. 626 sehen.

Fig. 627.

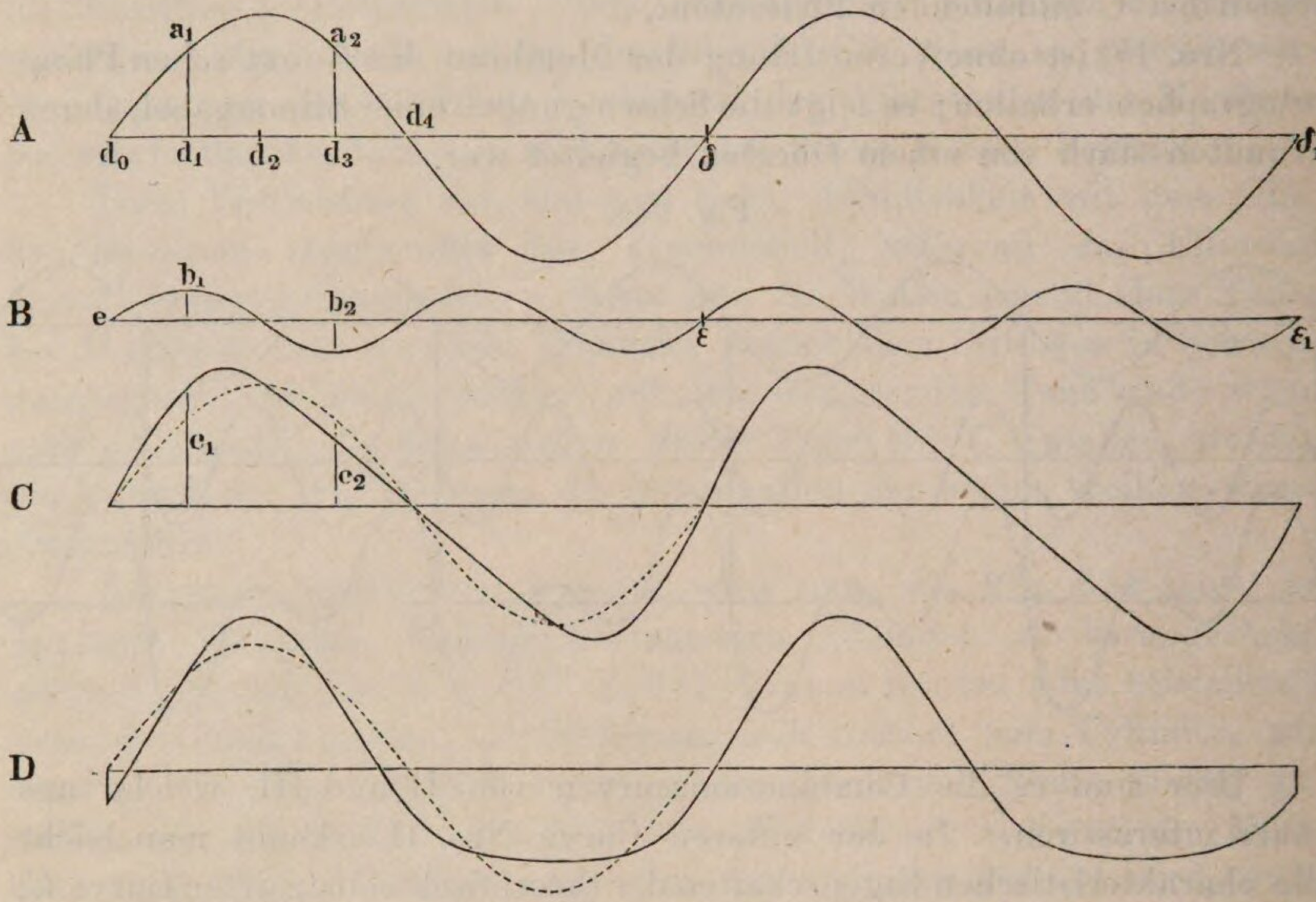
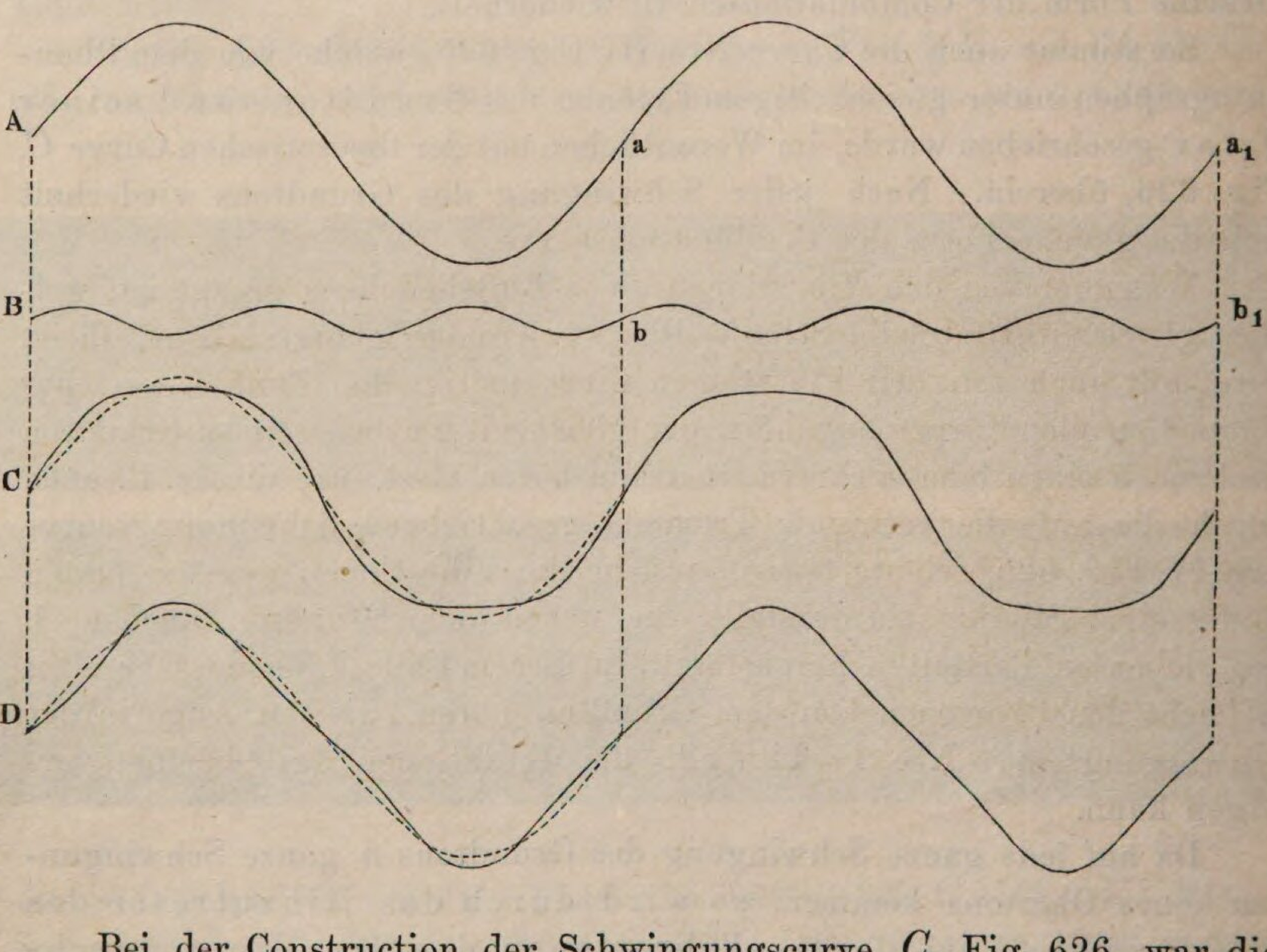


Fig. 628.



Bei der Construction der Schwingungscurve *C*, Fig. 626, war die Vibrationsintensität der Octav gleich der des Grundtons angenommen

worden. Nach dem gleichen Verfahren ist nun in Fig. 627 die Schwingungscurve *C* für den Fall construirt, dass die Schwingungsweite der Octav ungefähr nur $^1/_6$ von der Schwingungsweite des Grundtons ist. Um die Zusammensetzung der ausgezogenen Schwingungscurve *C* anschaulicher zu machen, ist die Schwingungscurve *A* des Grundtons noch punktirt beigesetzt worden. Man sieht leicht, dass die Curve *C* sich überall eben so viel über die Höhe von *A* erhebt oder darunter sinkt, als die Curve *B* über oder unter der Abscissenaxe hinläuft.

Wird die Schwingungscurve *B*, Fig. 627, um $^1/_4$ Wellenlänge nach der Rechten verschoben, so also, dass der Gipfel des Wellenberges b_1 vertical unter dem Punkt d_2 zu stehen kommt, so wird sich die Curve *D* als Resultat der Combination der Curven *A* und *B* ergeben. Eine Verschiebung der Curve *B* gegen die Curve *A* entspricht aber einer Veränderung der Phase des Obertones gegen den Grundton.

Denken wir uns die punktirte Linie weg, welche die Uebersicht erleichtert, so lassen sich im Verlauf der Curven *C* und *D* die Vibrationen der Octav schon bei Weitem nicht so gut verfolgen, wie in der Curve *C*, Fig. 626, wie denn auch die schwächeren Obertöne weniger leicht aus dem Gesammtklange herauszuhören sind; doch werden wir weiter unten die Mittel kennen lernen, durch welche Helmholtz noch schwächere Obertöne selbst für weniger geübte Ohren wahrnehmbar gemacht hat.

Bei *C*, Fig. 628, ist die Schwingungscurve dargestellt, wie sie sich aus der Combination der Schwingungscurve *A* des Grundtons mit der Schwingungscurve *B* seiner Duodecime ergiebt. Wird die Curve *B* um $^1/_2$ Wellenlänge verschoben und dann mit *A* combinirt, so erhält man die bei *D* dargestellte Schwingungscurve.

Diese Beispiele mögen genügen, um darzuthun, dass durch die Combination der Schwingungen des Grundtons mit denen seiner Obertöne in der That solche Schwingungsformen erzeugt werden, welche, wie in §. 195 behauptet wurde, die verschiedenen Klangfarben bedingen.

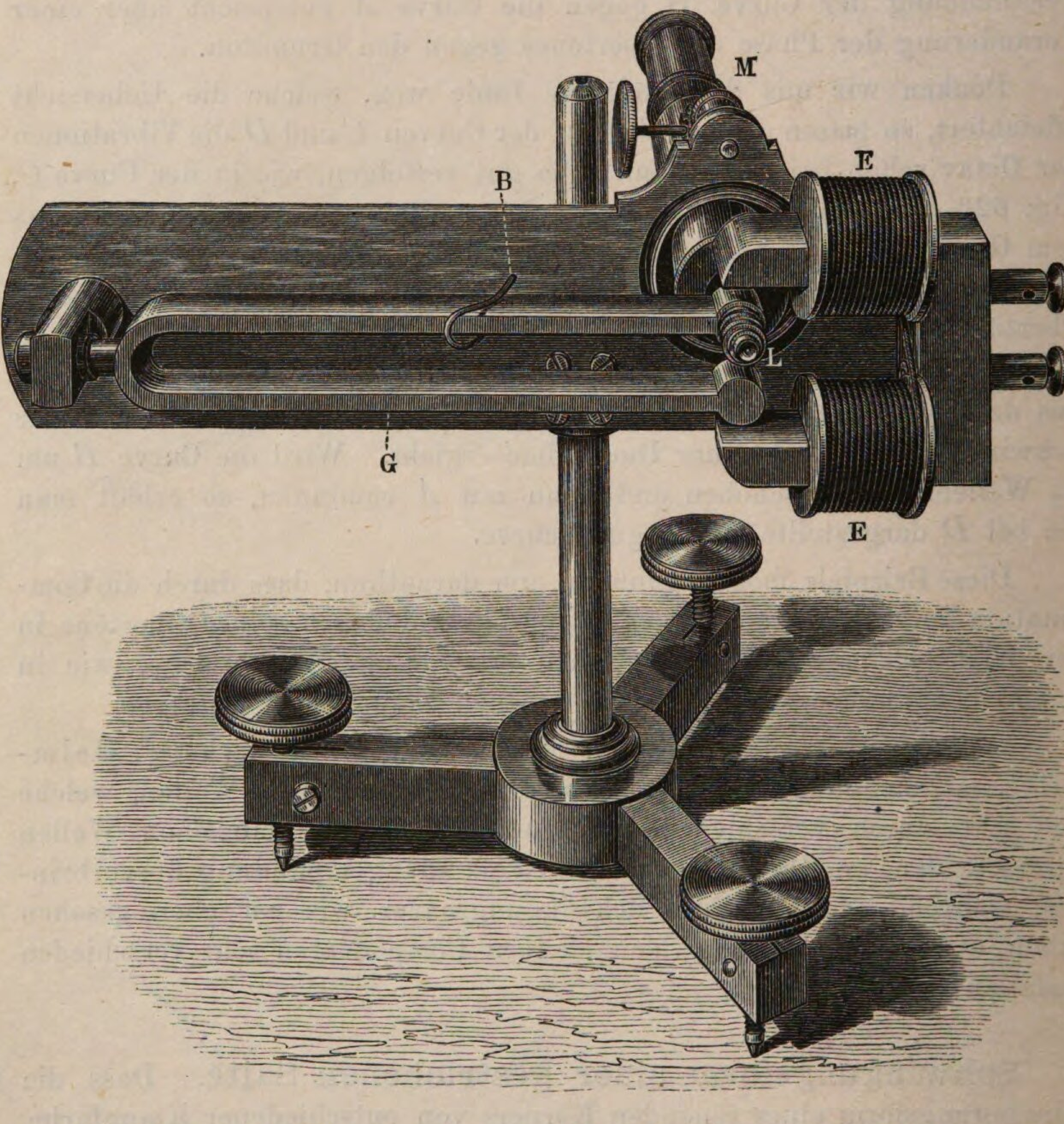
Von physiologischem Interesse ist noch folgende Bemerkung: Helmholtz hat nachgewiesen, dass Zusammensetzungen von Wellen, welche sich nur durch verschiedene Phasendifferenzen der einzelnen Wellen unterscheiden, im Ohre keine verschiedene Klangempfindung hervorbringen, während die Form der Schwingungscurve, wie wir eben gesehen haben, durch Verschiebung der einzelnen Componenten sehr verschieden ausfallen kann.

Schwingungsform einer gestrichenen Saite. Dass die Schwingungsform eines tönenden Körpers von entschiedener Klangfarbe, dessen Klangmasse sich durch die angegebenen Mittel in Partialtöne zerlegen lässt, in der That von der Sinuscurve wesentlich abweicht, hat Helmholtz für gestrichene Saiten auf eine sehr sinnreiche Weise nachgewiesen, indem er mittelst des Lissajous'schen Vibrationsmikro- 198

skops die Vibrationen der tönenden Saite mit denen einer Stimmgabel verglich.

Fig. 629 stellt das Vibrationsmikroskop in der Form dar, in welcher es Helmholtz zur Anwendung brachte. Das eine Stimmgabelende trägt das Objectiv L eines Mikroskops, dessen Ocularstück M hinter der Metallplatte befestigt ist, welche die Stimmgabel trägt. Der Elektromagnet E dient nur dazu, die Stimmgabel dauernd in Vibration zu erhalten; für das Verständniss des Folgenden ist eine nähere Besprechung dieses Elektromagnets nicht nöthig. Die Stimmgabel ist so gestellt, dass die Objectivlinse L sich in verticaler Richtung auf- und abbewegt, wenn die Stimmgabel vibrirt.

Fig. 629.



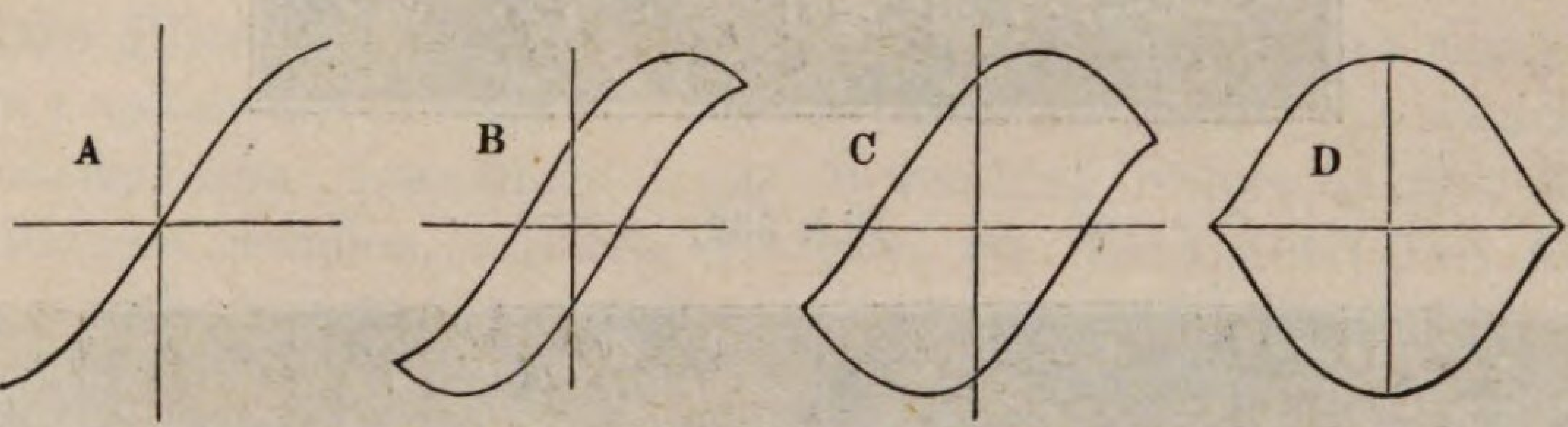
Will man die Vibrationen einer Violinsaite untersuchen, so wird die Violine vor dem Apparat Fig. 629 so befestigt, dass die fragliche Saite in verticaler Richtung gerade vor die Mitte des Objectivs L zu stehen kommt. Um ein Pünktchen auf der Saite zu markiren, welches

durch das Mikroskop beobachtet werden soll, wird die betreffende Stelle der Saite mit Tinte geschwärzt, wenn sie trocken geworden ist mit Klebwachs eingerieben und dann etwas Stärkemehl darauf gepulvert, wovon einige Körnchen haften bleiben, von denen dann eines durch das Mikroskop beobachtet wird, während Stimmgabel und Saite vibriren.

Vibrirt die Stimmgabel allein, so erscheint das beobachtete weisse Pünktchen als eine verticale Linie; vibrirt die Saite allein, so erscheint es als eine horizontale Linie; vibriren aber beide gleichzeitig, so beobachtet man eine Curve, welche von dem musikalischen Intervall der Stimmgabel und der Saite abhängt.

Nehmen wir z. B. an, die Saite sei unisono mit der Stimmgabel, so müsste eine der auf Fig. 567 erste Reihe dargestellten Figuren erscheinen, wenn die Vibrationen der Saite nach demselben Gesetz vor sich gingen wie die Schwingungen der Stimmgabel. Für den Fall, dass die Mitte der Saitenlänge dem Mikroskopobjectiv gegenübersteht und dass die Saite mit dem Violinbogen gestrichen wird, erscheinen aber die Fig. 630 abgebildeten Figuren und zwar tritt Fig. 630 *A*

Fig. 630.



statt der schiefen Geraden, Fig. 630 *B* und *C* statt der Ellipsen, Fig. 630 *D* statt des Kreises auf. Aus dieser veränderten Form der Lichtcurven kann man aber auf die Schwingungsform der Saite schliessen.

Es lässt sich leicht durch Construction der Beweis liefern, dass gerade diese Figuren entstehen, wenn ein Punkt in verticaler Richtung nach dem Pendelgesetze und zugleich in horizontaler Richtung mit gleichförmiger Geschwindigkeit hin und her schwingt. Zu diesem Zwecke construiren wir ein Punktsystem, ähnlich dem der Fig. 562 S. 502, jedoch mit dem Unterschiede, dass die horizontalen Abstände der Punkte einander gleich gemacht werden. Fig. 631 (a. f. S.) zeigt ein solches Punktsystem. Indem wir nun ganz nach den im §. 185 abgeleiteten Constructionsregeln verfahren, erhalten wir für die Phasendifferenzen $= 0$, $^1/_{12}$, $^2/_{12}$, $^3/_{12}$ die in Fig. 631 gezeichneten Curven, welche mit den wirklich beobachteten der Fig. 630 übereinstimmen. Daraus müssen wir schliessen, dass die Schwingungen der Violinsaite nicht nach dem Pendelgesetze, sondern mit gleichförmiger Geschwindigkeit erfolgen. Wenn wir daher für diese Schwingungsform die zugehörige Schwingungscurve analog der im §. 118, Fig. 380, gezeichneten Schwingungscurve eines pendelartig

schwingenden Körpers zeichnen wollen, so wird dieselbe die in Fig. 632 abgeleitete Form $a' g' a'' g''$ erhalten, wie aus der von selbst verständlichen Construction unmittelbar hervorgeht. Um dieses Resultat auch

Fig. 631.

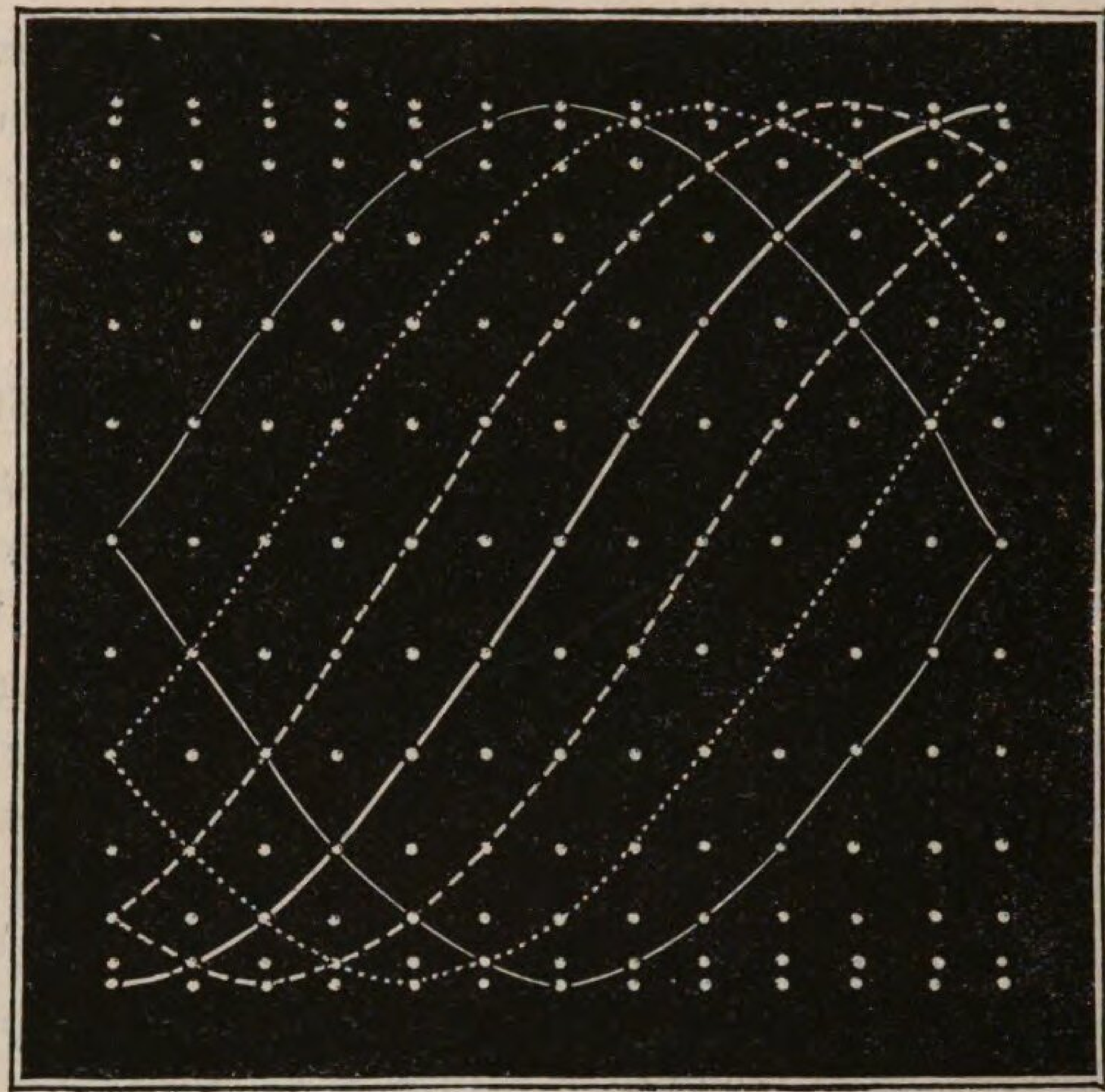
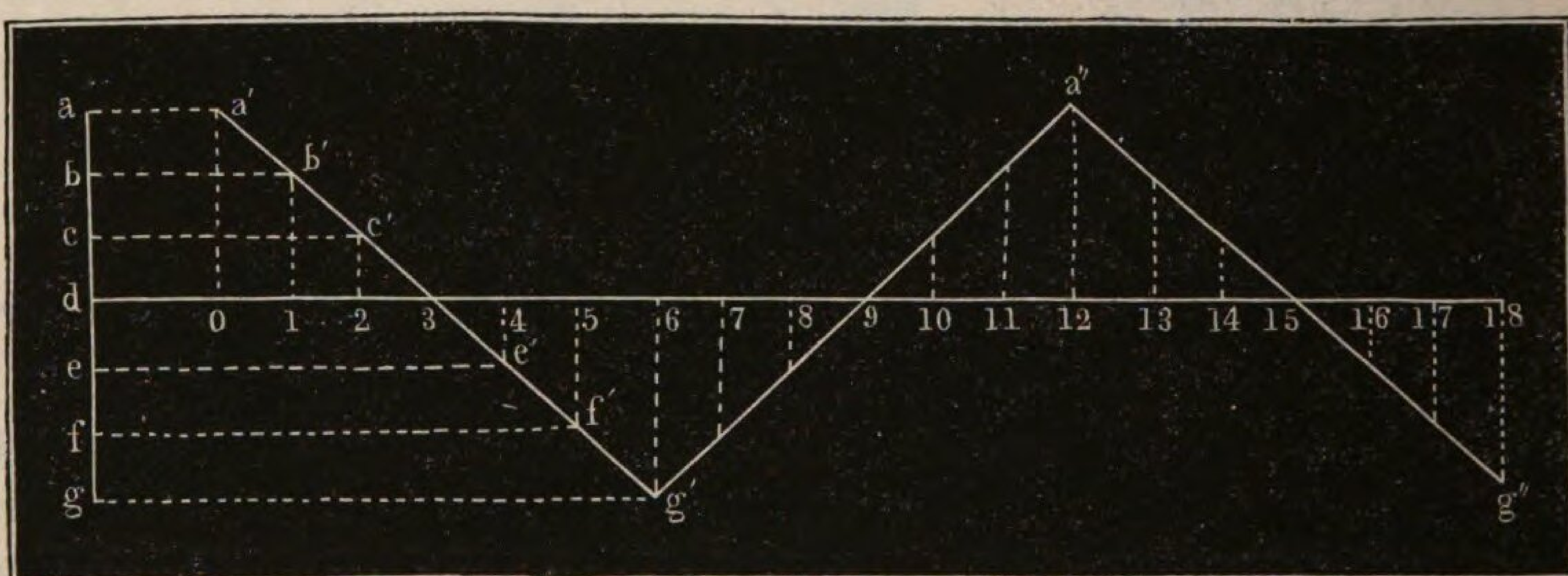


Fig. 632.



auf synthetischem Wege durch ein Experiment zu demonstriren, kann man sich des von mir construirten Apparates, Fig. 570, bedienen. Man ersetzt zu diesem Zwecke eine der beiden Scheiben durch eine andere, auf welcher statt der Pendelcurve die Schwingungscurve $a' g' a''$ längs eines concentrischen Kreises aufgetragen ist. Man erhält dann beim gleich schnellen Drehen beider Scheiben die Curven der Fig. 630.

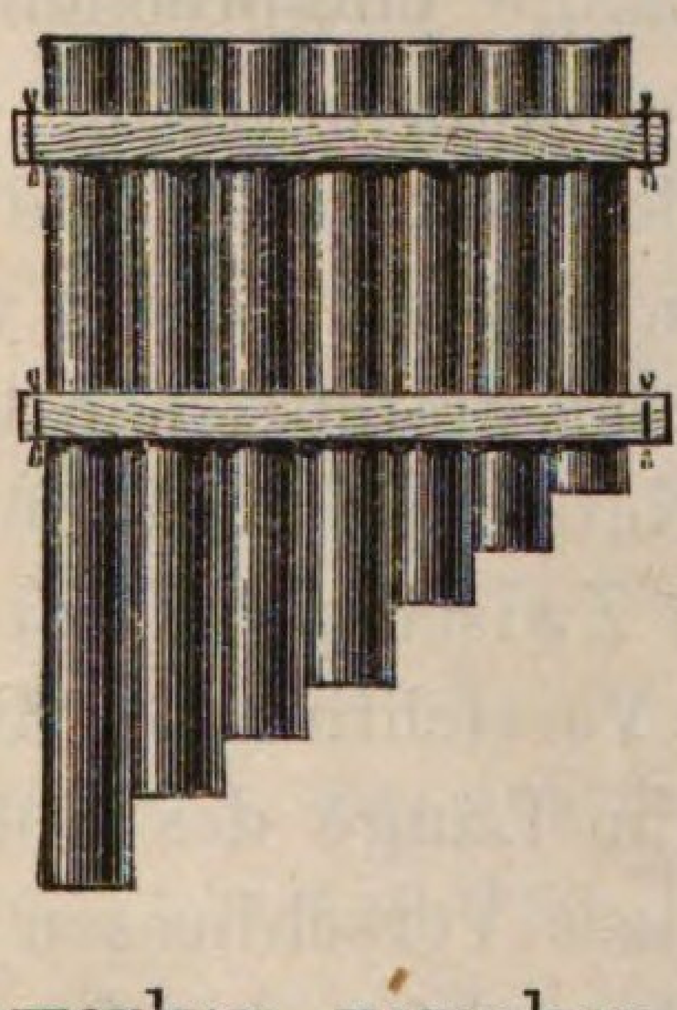
Viertes Capitel.

Die musikalischen Instrumente, das Stimm- und das Gehörorgan.

Die Blasinstrumente. Die Gesetze, welche wir in den beiden 199
letzten Capiteln kennen gelernt haben, kommen nun bei den verschiedenen musikalischen Instrumenten zur Anwendung, welche in zwei Hauptabtheilungen zerfallen, nämlich 1) solche, bei welchen der Ton durch einen Luftstrom erzeugt wird, die Blasinstrumente, und 2) solche, bei welchen der Ton von den Vibrationen eines festen Körpers herrührt.

Die Blasinstrumente selbst zerfallen wieder in zwei Classen. In die erste Classe der Blasinstrumente gehören solche röhrenförmige Vorrichtungen, in welchen die eingeschlossene Luftsäule ganz nach den Gesetzen vibrirt, welche wir in §. 166 und §. 168 kennen lernten, also die offenen und gedeckten Orgelpfeifen, das Flageolet und die Flöte. Auch die Rohrpfeife, die Syrinx oder Pansflöte der Alten, Fig. 633, gehört in diese Classe.

Fig. 633.



Während bei der Orgel jeder Pfeife nur ein Grundton entspricht, wird bei der Flöte mit demselben Rohr die ganze Tonreihe der chromatischen Tonleiter dadurch erzeugt, dass man durch Oeffnen der entsprechenden Seitenlöcher die Länge der tönenden Luftsäule und die Lage der Schwingungsknoten verändert.

Von den Blasinstrumenten, welche mit Zungenwerken versehen sind, haben wir bereits einige in §. 189 kennen gelernt, nämlich die Mundharmonika, die Blasbalgharmonika (Physharmonika) und die Zungenwerke der Orgeln.

Die beiden erstgenannten Instrumente haben gar kein Ansatzrohr, während der Schallbecher oder das Ansatzrohr der Orgelzungenwerke nur den Zweck hat, den Ton zu verstärken, ohne dass dadurch die Vibrationsgeschwindigkeit der Zunge wesentlich alterirt wird.

Ganz anders verhält es sich mit solchen Instrumenten, deren Zunge aus sehr leicht beweglichem Material (meist aus dünnen Blättchen von italienischem Rohr) gebildet, sich den Schwingungen der Luftsäule accommodirt, welche in dem Ansatzrohr zum Tönen gebracht wird. Hierher gehört die Oboe, das Fagot, die Clarinette u. s. w. Das Mundstück der Clarinette wird durch ein vorn schneidenförmig verdünntes, aufschlagendes Rohrblatt gebildet, während das Mundstück des Fagots und der Oboe aus zwei Rohrblättchen besteht, deren obere schwach gewölbte Enden eine feine Spalte bilden.

Bei der Posaune, dem Horn und der Trompete treten die Lippen des Musikers an die Stelle der beiden Rohrblätter des Oboemundstücks. Das kessel- oder trichterförmige Mundstück des Instruments wird so gegen den Mund gepresst, dass die vorderen häutigen Theile der Lippen nur noch einen engen Spalt für den Durchgang der Luft lassen. Die Ränder der Lippen gerathen beim Anblasen selbst in Oscillationen, durch welche ein stossweises Hervorquellen der Anblaseluft bewirkt wird.

Das mehr oder weniger gebogene oder gewundene Rohr dieser Instrumente ist, den Schallbecher abgerechnet, sehr eng im Verhältniss zu seiner Länge, so dass es nie seinen Grundton, sondern nur eine Reihe von Obertönen desselben geben kann.

Bezeichnen wir die Schwingungszahl des Grundtons mit 1, so sind die Schwingungszahlen für seine Obertöne

$$2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6,\ 7,\ 8,\ 9,\ 10 \text{ u. s. w.}$$

Für ein dreifüssiges offenes Rohr ist der Grundton B, seine Obertöne sind also

$$b_0,\ f_1,\ b_1,\ d_2,\ f_2,\ gis_2,\ b_2,\ c_3,\ d_3.$$

Eine dreifüssige Trompete giebt aber als ihren tiefsten Ton f_1, also den zweiten Oberton, die Duodecime des ihrer Länge entsprechenden Grundtons. Auf diesen Ton folgen dann bei unveränderter Länge des Rohres, bei entsprechend verstärktem Anblasen, die weiteren Töne b_1, d_2, f_2 u. s. w., welche den Namen der Naturtöne führen. Erst vom achten Oberton an befolgen dieselben die Tonreihe der diatonischen Tonleiter. Um die grösseren Intervalle der tieferen Naturtöne auszufüllen und auch für diese tieferen Tonlagen die nöthigen Zwischentöne zu erhalten, hat man an diesen Instrumenten verschiedene Vorrichtungen (Züge, Klappen u. s. w.) angebracht, durch welche man die Länge des Rohres entsprechend abändern kann. Auch durch theilweises Verschliessen der erweiterten Mündung durch Einführen der Faust sucht man die gewünschte Erniedrigung der Tonhöhe zu erreichen.

Saiteninstrumente und tönende Platten. Die Töne gespannter Saiten finden in der Musik eine ebenso vielfache als mannigfache Anwendung. Die Oberfläche der Saiten ist aber viel zu gering, als dass sie selbst bei den lebhaftesten Vibrationen kräftige Schallwellen in der Luft erzeugen könnten, es ist deshalb nöthig, die Vibrationen der Saite auf einen leicht beweglichen festen Körper von grösserer Oberfläche zu übertragen, weshalb denn auch der Resonanzboden, wenn auch in sehr verschiedener Gestalt, bei allen Saiteninstrumenten in Anwendung gebracht wird. 200

Die wesentlichsten Unterschiede unter den Saiteninstrumenten sind durch die Art und Weise bedingt, wie die Saiten in Oscillationen versetzt werden; bei dem Clavier geschieht dies durch Anschlag, bei der Guitarre und der Harfe durch Zupfen, bei der Violine, dem Violoncello und der Bassgeige geschieht es durch Streichen mit dem Fiedelbogen, weshalb diese letzteren Instrumente auch Streichinstrumente genannt werden.

Metallene Platten und Glocken haben für sich selbst schon eine hinlängliche Oberfläche, um kräftige Schallwellen in der Luft zu erzeugen. Als selbstständige musikalische Instrumente werden sie aber kaum gebraucht, während sie im Orchester verbunden mit anderen Instrumenten von trefflicher Wirkung sind.

Klangfarbe verschiedener musikalischer Instrumente. 201
Die Verschiedenheiten der Klangfarbe hängen nach dem Vorhergehenden davon ab, welche Obertöne den Grundton begleiten und in welcher Stärke sie vorhanden sind; in dieser Beziehung aber bieten die verschiedenen musikalischen Instrumente die grössten Mannigfaltigkeiten dar.

Einfache Töne, also Klänge ohne Obertöne, werden am einfachsten hervorgebracht, wenn man eine angeschlagene Stimmgabel vor die Mündung einer Resonanzröhre von entsprechender Länge hält. Diese Töne sind ungemein weich und frei von allem Scharfen und Rauhen.

Die Klänge der Flöte stehen den einfachen Tönen ziemlich nahe, indem sie nur wenige und schwache Obertöne haben.

Weite gedeckte Pfeifen geben, namentlich wenn sie schwach angeblasen werden, den Grundton fast ganz rein; engere lassen neben dem Grundton auch noch die Duodecime (Quint der Octav) hören, weshalb sie auch Quintaten genannt werden.

Bei weiten, offenen Orgelpfeifen ist die Octav des Grundtons noch ziemlich deutlich, die Duodecime schon sehr schwach. Engere offene Pfeifen der Orgel lassen dagegen, namentlich wenn sie stark angeblasen werden, eine Reihe von Obertönen hören, welche den Grundton kräftig begleiten, was dem Klange den schärferen geigenähnlichen Charakter giebt (Geigenprincipal).

Die weiteren Orgelpfeifen, welche auch bei stärkerem Anblasen nicht in einen Oberton überspringen, und welche den Grundton voll und rein geben, werden Principalstimmen genannt.

Wo es darauf ankommt, ein Register von scharf durchdringender Klangfarbe anzuwenden, wie es z. B. nöthig ist, um den Gesang der Gemeinde zu begleiten, genügen die Principalregister nicht, weil ihr Ton zu mild, zu arm an Obertönen ist. Geigenregister und Quintaten genügen nicht, weil ihr Ton zwar schärfer, aber auch schwächer ist. Bei solchen Gelegenheiten wird das Mixturregister angewandt, in welchem jede Taste mit mehreren Pfeifen verbunden ist, die sie gleichzeitig öffnet, von denen die eine den Grundton, die anderen aber die ersten Obertöne desselben (meist Octav und Duodecime) geben. — Die Klänge der meisten musikalischen Instrumente hat man sich nun in ähnlicher Weise zusammengesetzt zu denken.

Die Obertöne, welche in der Klangmasse gespannter Saiten auftreten, hängen von der Art ab, wie die Saite zum Tönen gebracht, ob sie gezupft, geschlagen oder gestrichen wird, und an welcher Stelle dies geschieht; sie sind ferner bedingt durch das Material, aus welchem die Saite und der Hammer besteht u. s. w. Helmholtz hat diesen Gegenstand in seinem schon mehrfach erwähnten Werke ausführlich besprochen. Wir müssen uns hier auf einige Notizen beschränken.

Bei gut construirten Clavieren sind die Partialtöne bis zum 6ten sehr kräftig, während der 7te und 9te, deren Mitklingen die Harmonie der übrigen beeinträchtigen würde, ganz fehlen oder doch sehr schwach sind.

Solche Saiten, welche im Verhältniss zu ihrer Länge sehr dünn sind, geben, in entsprechender Weise angeschlagen, leicht viele hohe Obertöne. Diese vielen hohen Obertöne aber, welche einander in der Scale sehr nahe liegen, veranlassen ein eigenthümlich unharmonisches Geräusch, welches wir mit dem Worte Klimpern zu bezeichnen pflegen.

Im Klange der Streichinstrumente ist der Grundton verhältnissmässig kräftiger als beim Clavier; die ersten Obertöne sind schwächer, die höheren aber vom 6ten bis zum 10ten dagegen viel deutlicher, und verursachen die Schärfe des Klanges der Streichinstrumente.

Geschlagene Metallstäbe und Metallplatten der Art, wie wir sie in §. 183 betrachtet haben, lassen neben dem Grundton eine Reihe sehr hoher unharmonischer Obertöne anhaltend und im gleichmässigen Flusse mitklingen, und davon scheint die Eigenthümlichkeit herzurühren, welche man als metallische Klangfarbe, als Metallklang bezeichnet.

Der Klang der Glocken ist ebenfalls von unharmonischen Obertönen begleitet, welche aber nicht so nahe beisammen liegen wie bei den ebenen Platten.

Wenn eine Glocke nicht ganz symmetrisch in Beziehung auf ihre Axe ist, wenn z. B. die Wand an einer Stelle des Umfangs etwas dicker ist als an anderen, so giebt die Glocke beim Anschlag im Allgemeinen zwei wenig von einander verschiedene Töne, welche mit einander Schwebungen geben.

Ausser den Unterschieden der Klangfarbe bieten aber die Klänge verschiedener Instrumente auch noch andere Eigenthümlichkeiten, welche einerseits davon abhängen, wie die Töne ansetzen, verlaufen und aufhören, andererseits aber auch durch Geräusche bedingt sind, welche mit der Erzeugungsweise der Töne zusammenhängen. So hört man bei den durch einen Luftstrom unterhaltenen Klängen der Blasinstrumente meistentheils noch ein Sausen und Zischen der Luft, die sich an den scharfen Rändern der Anblaseöffnung bricht. Bei den mit dem Violinbogen gestrichenen Saiten hört man ziemlich viel Reibegeräusch u. s. w.

Was die Klangfarbe der Zungenpfeifen anlangt, so ist das Ansatzrohr von wesentlichem Einfluss auf dieselbe. Freie Zungen, d. h. solche, welche ohne Ansatzrohr angeblasen werden, haben, da sie die Luftstösse sehr abgerissen, discontinuirlich hervortreten lassen, einen scharfen, schneidenden, knarrenden Klang, und man hört in der That mit bewaffnetem oder unbewaffnetem Ohre eine lange Reihe von Obertönen, bis zum 16ten ja selbst bis zum 20sten. Die Stärke der Obertöne, welche eine Zunge ohne Ansatzrohr giebt, hängt aber ab von ihrer Beschaffenheit, ihrer Stellung zum Rahmen u. s. w.

Durch Ansatzröhren wird der Klang der Zungen wesentlich verändert, indem diejenigen Obertöne ausserordentlich verstärkt werden und aus der Klangmasse vortreten, welche den Eigentönen des Ansatzrohres entsprechen.

Als z. B. Helmholtz über eine Messingzunge, wie sie in Orgeln gebraucht werden, und welche *b* gab, eine seiner grösseren Resonanzkugeln als Ansatzrohr aufsetzte, welche gleichfalls auf *b* abgestimmt war, erhielt er bei starkem Druck im Blasebalg einen vollen, starken und weichen Klang, dem fast alle Obertöne fehlten.

Als wesentlichste Resultate der Untersuchungen über Klangfarbe stellt Helmholtz Folgendes zusammen:

1. Einfache Töne, wie Stimmgabeln mit Resonanzröhren und weite gedeckte Pfeifen klingen weich und angenehm ohne alle Rauhigkeit, aber unkräftig und in der Tiefe dumpf.

2. Klänge, welche von einer Reihe niederer Partialtöne, etwa bis zum 6ten hinauf, in mässiger Stärke begleitet sind, sind klangvoller, musikalischer. Sie haben, mit den einfachen Tönen verglichen, etwas Reicheres und Prächtigeres. Hierher gehören die Klänge des Claviers, der offenen Orgelpfeifen u. s. w.

3. Wenn nur ungeradzahlige Partialtöne da sind, wie bei engen gedeckten Pfeifen, den in der Mitte geschlagenen Claviersaiten, den Clarinetten u. s. w., so bekommt der Klang einen hohlen, und bei grösserer Zahl von Obertönen einen näselnden Charakter.

4. Wenn die höheren Obertöne jenseits des 6ten und 7ten sehr deutlich sind, so wird der Klang scharf und rauh. Bei geringerer Stärke beeinträchtigen die hohen Obertöne die musikalische Brauchbarkeit nicht,

sie sind im Gegentheil günstig für den Charakter und die Ausdrucksfähigkeit der Musik. Von der Art sind die Klänge der Streichinstrumente, die meisten Zungenpfeifen, die Physharmonika u. s. w. Solche Klänge, bei welchen die hohen Obertöne ganz besonders stark sind, wie bei den Blechinstrumenten, erhalten dadurch etwas ungemein Durchdringendes.

202 **Das menschliche Stimmorgan.** Das Stimmorgan ist aus mehreren Theilen zusammengesetzt, welche ohne anatomische Betrachtung nicht vollständig studirt werden können, wir müssen uns daher hier darauf beschränken, im Allgemeinen die Anordnung der Theile kennen zu lernen, welche am directesten zur Hervorbringung der Stimme mitwirken.

Es ist bekannt, dass die Luftröhre eine Röhre ist, welche auf der einen Seite mit dem Schlunde, auf der anderen in den Lungen endigt. Ihre wesentlichste Function ist, die Luft durchzulassen, sei es nun beim Ein- oder beim Ausathmen; sie ist fast cylindrisch und aus knorpeligen Ringen zusammengesetzt, welche durch biegsame häutige Ringe verbunden sind. Am unteren Ende theilt sie sich in zwei Röhren, die Bronchien, von denen die eine rechts, die andere links geht. Jeder dieser Aeste verzweigt sich weiter nach allen Seiten hin in das Gewebe der Lunge. Das obere Ende der Luftröhre wird durch den Kehlkopf gebildet, welcher vorzugsweise das Stimmorgan ist.

Der Kehlkopf besteht aus vier Knorpeln, welche erst in späterem Alter verknöchern, nämlich dem Ringknorpel (Cartilago cricoidea). dem Schildknorpel (Cartilago thyroidea) und den beiden Giesskannenknorpeln (Cartilagines arytenoideae). Diese Knorpel sind unter sich und mit dem oberen Ringe der Luftröhre verbunden und können durch verschiedene Muskeln auf das Mannigfaltigste bewegt werden. Die innere Wand des Kehlkopfes bildet eine Verlängerung der Luftröhre, die immer enger wird, bis zuletzt nur eine von vorn nach hinten gerichtete Spalte, die Stimmritze (Glottis), übrig bleibt. Die Ränder dieser Stimmritze sind durch die Stimmbänder gebildet. Nach vorn hin sind diese Stimmbänder an dem Schildknorpel, am entgegengesetzten Ende aber ist das eine Stimmband an dem einen, das andere Stimmband an dem anderen Gieskannenknorpel angewachsen, so dass, je nachdem die Knorpel durch die entsprechenden Muskeln mehr genähert oder entfernt werden, die Stimmbänder mehr oder weniger gespannt sind, und die Stimmritze weiter oder enger wird. Die Stimmbänder selbst bestehen aus einem sehr elastischen Gewebe.

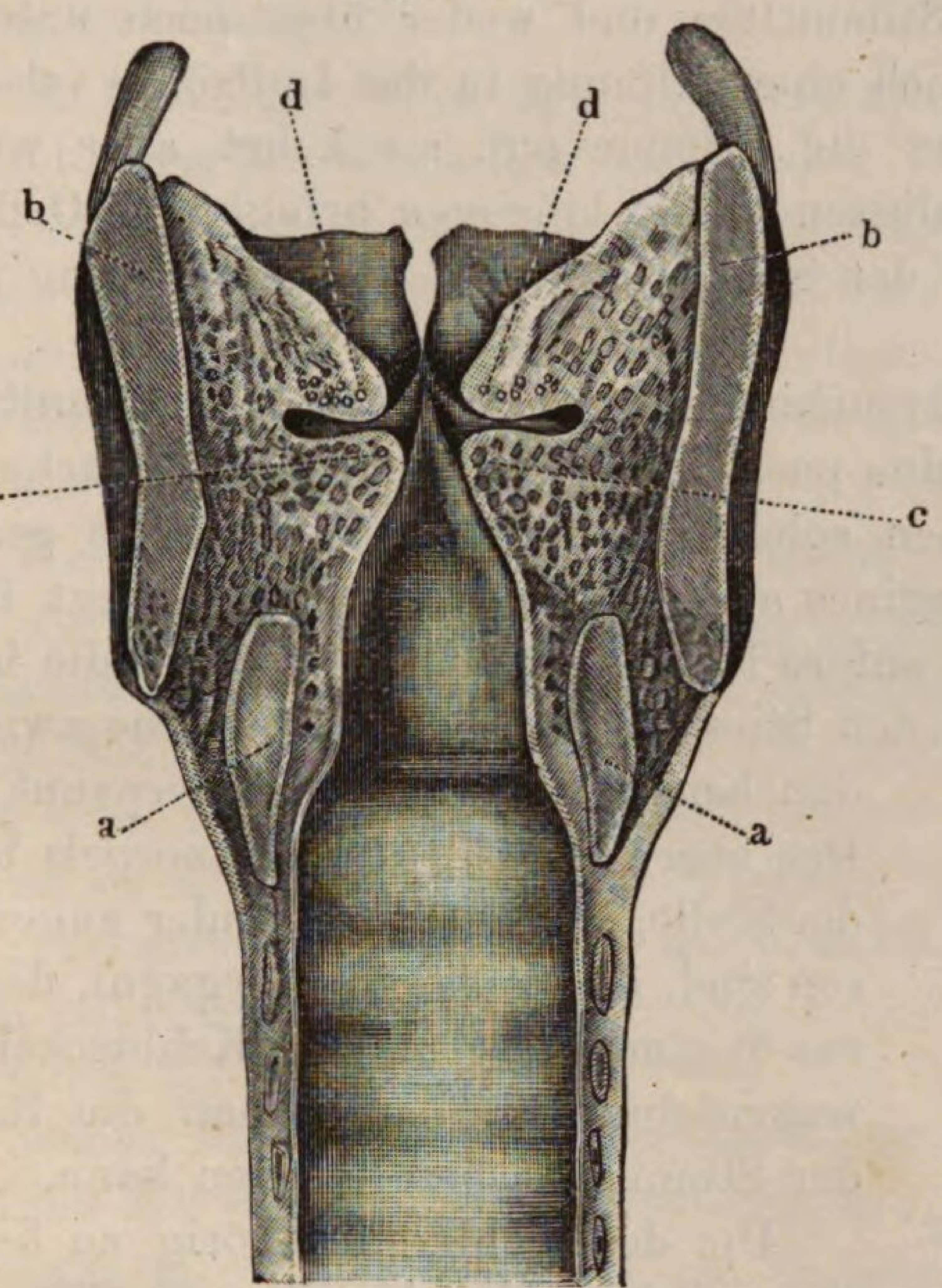
Ueber den Lippen der Stimmritze befinden sich zwei sackartige Höhlungen, die eine auf der rechten, die andere auf der linken Seite, welche sich 17 bis 20 mm weit seitwärts erstrecken; es sind dies die Ventriculi Morgagni. Die oberen Ränder dieser Ventrikeln bilden

gleichsam eine zweite Stimmritze, welche 11 bis 13 mm über der anderen liegt. Die obere Stimmritze kann durch den Kehldeckel (Epiglottis), welcher eine fast dreieckige Haut oder vielmehr ein Knorpel ist, verdeckt werden; dieser Kehldeckel ist mit der einen Seite nach vorn hin angewachsen, und verhindert, wenn er die Stimmritze verdeckt, dass Speisen und Getränke in die Luftröhre gerathen können, indem diese über den Kehldeckel hinweg in den Schlund gelangen.

Der Bau des Kehlkopfes wird durch die Figuren 634 und 635 deutlicher werden.

Fig. 634 stellt die vordere Hälfte des durch einen senkrechten Schnitt getheilten Kehlkopfes, und zwar von hinten gesehen, dar.

Fig. 634.



Es ist

a der Durchschnitt durch den Ringknorpel,

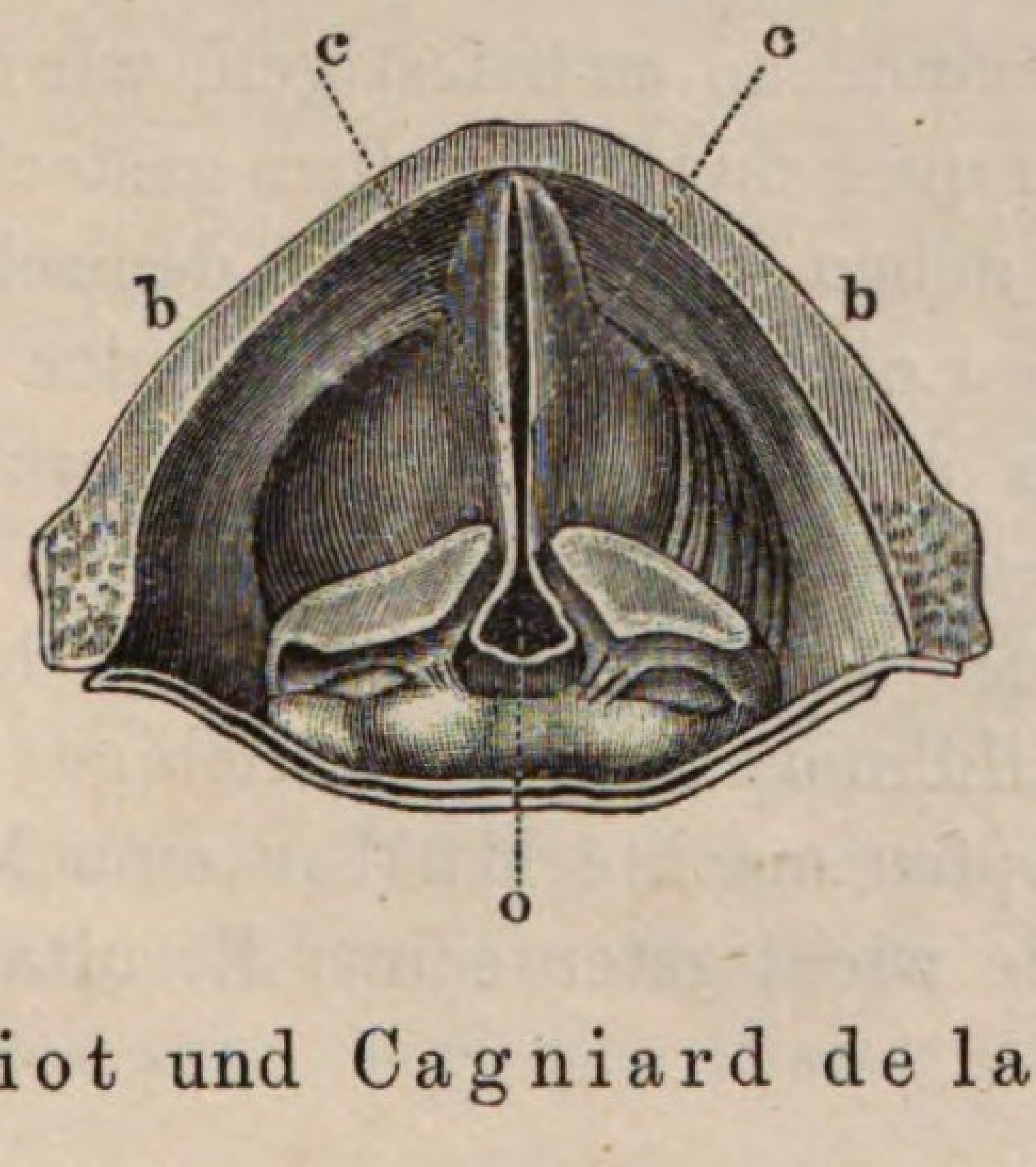
b der Durchschnitt durch den Schildknorpel,

c der Durchschnitt durch die unteren Stimmbänder,

d der Durchschnitt durch die oberen Stimmbänder.

Zwischen den unteren und oberen Stimmbändern sieht man in Fig. 634 deutlich die Ventriculi Morgagni. Ferner ersieht man aus dieser Figur, wie sich die Luftröhre gegen die unteren Stimmbänder hin verengt. Fig. 635 zeigt die Stimmritze von oben gesehen.

Fig. 635.



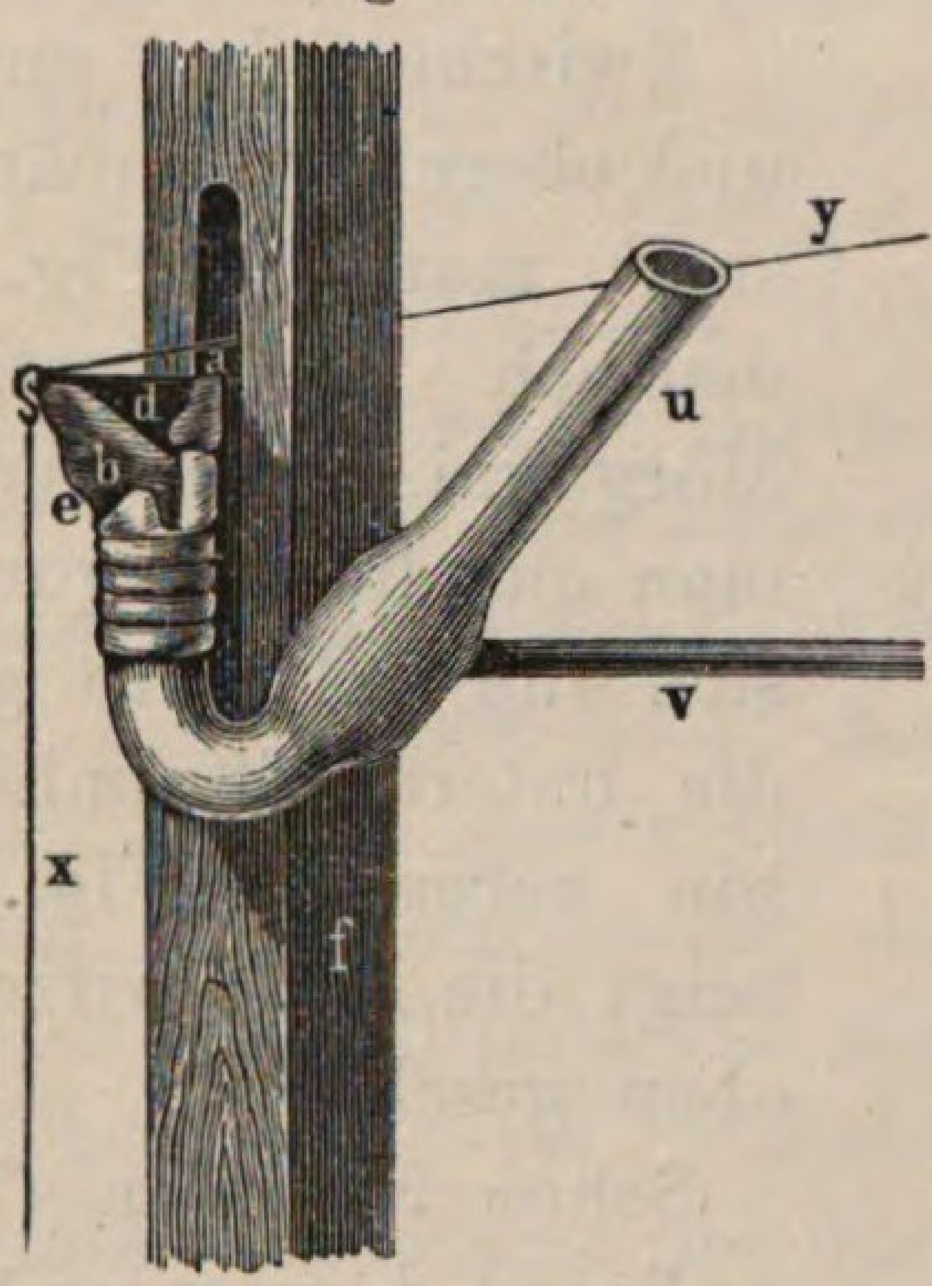
Schon Ferrain (Mém. de l'acad. d. sciences 1741) hat durch treffliche Versuche, die auch von Anderen bestätigt wurden, gezeigt, dass die Stimmbänder in gewisser Beziehung mit gespannten Saiten zu vergleichen seien; Biot und Cagniard de la Tour ersetzten die Stimmbänder

durch elastische Membranen von Kautschuk, die sie über eine Röhre spannten; doch reichen diese Versuche noch nicht hin, um eine vollkommene Parallele zwischen diesen Zungenwerken und dem Stimmorgane zu begründen. Erst Johannes Müller hat es durch seine classischen Untersuchungen über diesen Gegenstand (Handbuch der Physiologie des Menschen, zweiten Bandes erste Abtheilung; und: Ueber die Compensation der physischen Kräfte am menschlichen Stimmorgan) ausser Zweifel gesetzt, dass die Bildung von Tönen im Kehlkopfe der in membranösen Zungenpfeifen ganz analog ist, welche wir bereits in §. 190 kennen lernten.

Sowohl Beobachtungen an lebenden Menschen und Thieren, als auch Versuche an ausgeschnittenen Kehlköpfen menschlicher Leichen zeigen, dass die Töne in der Stimmritze und weder über noch unter ihr gebildet werden. Befindet sich eine Oeffnung in der Luftröhre (also unter der Stimmritze), so hört die Stimme auf, sie kehrt aber wieder, sobald diese Oeffnung verschlossen wird; hingegen bringt eine Oeffnung in den Luftwegen oberhalb der Stimmritze eine solche Wirkung nicht hervor.

Die entscheidendsten Versuche stellte Müller mit ausgeschnittenen Kehlköpfen an, die er auf eine passende Weise auf einem Brettchen befestigte. Fig. 636 stellt einen solchen Kehlkopf von der Seite gesehen dar. *a* ist einer der Cartilagines arytenoideae (der andere liegt hinter dem gezeichneten), *b* ist der untere Theil des Schildknorpels, *d* die innere Haut des Kehlkopfes, die in den Stimmbändern endigt, welche zwischen den Knorpeln *a* und *b* ausgespannt sind. Der obere Theil des Schildknorpels bis zu der Stelle, wo die Stimmbänder angewachsen sind, die Ventriculi Morgagni, die oberen Stimmbänder und der Kehldeckel sind weggeschnitten, damit man die Ränder der Stimmritze besser sehen kann.

Fig. 636.



Um den Kehlkopf gehörig zu befestigen, wird er mit seiner hinteren Wand auf das Brettchen gelegt und der Ringknorpel darauf festgebunden; um die Cartilagines arytenoideae zu befestigen, wird ein Pfriemen quer durch dieselben gesteckt, so dass sie neben einander auf demselben fixirt sind und man sie nach Belieben von einander entfernen oder dicht zusammenrücken kann; der Pfriemen selbst wird alsdann durch Schnüre ebenfalls an das Brettchen unbeweglich angezogen. Ist nun auf diese Art die hintere Wand des Kehlkopfes befestigt, so lässt sich den Stimmbändern durch Anziehen des Schildknorpels jede beliebige Spannung geben. Mit so präparirten Kehlköpfen machte Müller eine Menge von Versuchen; wir können hier nur die wichtigsten seiner Resultate hervorheben.

Die unteren Stimmbänder geben bei enger Stimmritze volle und reine Töne beim Anspruch durch Blasen von der Luftröhre aus; diese Töne kommen denen der menschlichen Stimme sehr nahe; sie unterscheiden sich von denen, welche man erhält, wenn die Ventriculi Morgagni, die oberen Stimmbänder und der Kehldeckel noch vorhanden sind, nur durch ihre geringere Stärke, indem diese Theile, wenn sie vorhanden sind, stark mitschwingen und resoniren; die Ventriculi Morgagni haben offenbar nur den Zweck, die Stimmbänder von aussen frei zu machen.

Bei gleicher Spannung der Stimmbänder hat die grössere oder geringere Enge der Stimmritze keinen wesentlichen Einfluss auf die Höhe des Tones, nur spricht bei weiter Stimmritze der Ton schwerer an und ist weniger klangvoll.

Im Leben geschieht die Spannung der Stimmbänder hauptsächlich dadurch, dass die Musculi crico-thyreoidei den Schildknorpel gegen den Ringknorpel herabziehen, was an unserm Präparate dadurch nachgeahmt werden kann, dass man in dem Schildknorpel mittelst eines Hakens eine Schnur x befestigt und diese mit Gewichten belastet. Indem Müller diese Gewichte von 8 bis 647 g vermehrte, konnte er alle Töne zwischen ais_0 und dis_3, also ungefähr $2^1/_2$ Octaven, hervorbringen.

Wenn auch der Faden x nicht durch Gewichte belastet ist, so sind doch die Stimmbänder noch nicht völlig abgespannt; um eine stärkere Abspannung und noch tiefere Töne zu erhalten, bringt man eine Schnur y, Fig. 636, an, welche über eine Rolle gehend mit den Gewichten belastet wird, um dadurch den Schildknorpel gegen die Cartilagines arytenoideae zu ziehen, wodurch die Wirkung des Musculus thyreo-arytenoideus nachgeahmt wird. Bei einem solchen Versuche erhielt Müller durch ein Gewicht von 5·25 g den Ton dis_1, durch Vermehrung des Gewichtes bis zu 66·5 g konnte der Ton bis H_0 vertieft werden; durch eine solche Abspannung der Stimmbänder kann man also die tiefsten Basstöne der Bruststimme hervorbringen.

Dass die Stimmbänder bei den Brusttönen schlaff, bei den Falsettönen gespannt sind, ist von Biscovius zuerst entdeckt worden; indessen lässt sich bei einem gewissen Grade der Abspannung bei verschiedenem Anspruche sowohl ein Brustton als ein Falsetton hervorbringen. Bei den Falsettönen schwingt aber nicht wie bei den Flageolettönen der Saiten, ein aliquoter Theil der Länge der Stimmbänder; der wesentliche Unterschied beider Register besteht darin, dass bei den Falsettönen bloss die feinen Ränder der Stimmbänder, bei den Brusttönen die ganzen Stimmbänder lebhaft und mit grossen Excursionen schwingen. Diese Thatsache ist zuerst von Lehfeldt beobachtet worden. Der Falsetton erfolgt leichter bei ganz schwachem Blasen.

Bei grosser Abspannung sind die Stimmbänder nicht allein ganz ungespannt, sondern im Zustande der Ruhe auch runzelig und faltig; sie erhalten erst durch das Blasen die zum Schwingen nöthige Tension.

Bei gleicher Spannung der Stimmbänder lässt sich durch stärkeres Blasen der Ton oft bis zu einer Quinte und mehr in die Höhe treiben.

203 **Stimmorgan der Thiere.** Bei den Säugethieren sind die Stimmorgane im Wesentlichen ebenso construirt wie beim Menschen; auch bei ihnen wird der Ton durch die unteren Stimmbänder erzeugt, ja bei den Wiederkäuern fehlen die Ventriculi Morgagni und die oberen Stimmbänder sogar ganz. Bei den Affen sind die resonirenden Theile des Stimmorgans sehr eigenthümlich; so findet sich z. B. beim Orang-Utang, dem Mandrill und dem Pavian ein häutiger Sack unter dem Zungenbeine. Am grössten ist dieser resonirende Apparat bei den Heulaffen der neuen Welt.

Die Stimme der Amphibien entsteht wie bei den Säugethieren im Kehlkopfe; sowohl die Frösche als auch die Krokodile haben Stimmbänder. Beim männlichen Frosche treten beim Tongeben zugleich häutige Säcke am Halse nach aussen, welche zur Verstärkung des Tones dienen. Bei den Fröschen fehlt die Luftröhre; die Bronchien gehen sogleich aus dem Kehlkopfe hervor.

Bei den Vögeln befindet sich das Stimmorgan nicht am oberen, sondern am unteren Ende der Luftröhre, nämlich da, wo sie sich in die Bronchien theilt; Cuvier zeigte, dass eine Amsel, eine Elster, eine Ente nach Durchschneidung der Luftröhre noch zu schreien vermöge. Die anatomische Untersuchung bestätigt dies Resultat, denn man findet am oberen Ende der Luftröhre nur eine Verengerung, eine Spalte, welche keineswegs zur Erzeugung von Tönen geeignet ist, während man am unteren Ende einen wunderbar eingerichteten, zur Hervorbringung einer grossen Reihe hoher und tiefer Töne geeigneten Apparat findet; doch ist es nicht möglich, davon eine Idee zu geben, ohne zu sehr in anatomische Einzelheiten einzugehen.

204 **Klangfarbe der menschlichen Stimme.** Da der Ursprung der menschlichen Stimme in den Stimmbändern liegt, welche bei laut tönender Stimme wie membranöse Zungen wirken und wie alle Zungen zunächst eine Reihe discontinuirlicher und scharf getrennter Luftstösse hervorbringen, so lässt sich erwarten, dass ihre Klänge aus einer ziemlich langen Reihe von Obertönen zusammengesetzt erscheinen werden, die sich mit Hülfe von Resonatoren in der That auch nachweisen lassen.

Der Kehlkopf steht aber mit der Mundhöhle in Verbindung, welche hier ganz die Functionen eines Ansatzrohres übernimmt. Wie bei anderen Zungenpfeifen werden deshalb diejenigen Obertöne als ganz besonders begünstigt aus der Klangmasse sich hervorheben, welche mit den Eigentönen der Mundhöhle zusammenfallen, und dadurch gerade ist die Eigenthümlichkeit der menschlichen Stimme bedingt, von welcher der Vocalcharakter abhängt.

Gestalt und Rauminhalt der Mundhöhle werden durch veränderte Form der Mundöffnung, durch veränderte Lage der Zunge u. s. w. mannigfach modificirt und dem entsprechend auch ihre Eigentöne abgeändert. — Wenn eine Stimmgabel, deren Ton *f* ist, vor den zum Aussprechen des Vocals *U* geformten Mund gehalten wird, so hört man die eingeschlossene Luftmasse deutlich resoniren, beim Aussprechen von *U* ist also *f* der Eigenton der Mundhöhle. In derselben Weise findet man, dass für ein vollklingendes *O* die Stimmung der Mundhöhle b_1 ist. Der dem Vocal *A* entsprechende Eigenton der Mundhöhle ist b_2 bis d_3.

Die Gestaltung der Mundhöhle, welche den Vocalen *Ä*, *Ö*, *E*, *Ü* und *I* entspricht, gleicht einer mit einem engen Halse versehenen Flasche, deren Luftmasse für zwei Töne anspricht, von denen der eine anzusehen ist als Eigenton des Bauches, der andere als solcher des Halses. Für *Ä* sind diese beiden Eigentöne b_1 und g_3; für *E* sind sie f_1 und b_4, für *I* aber sind sie f_0 und d_4. In den meisten Fällen kommt der tiefere dieser beiden Töne wohl wenig zur Geltung.

Während nun durch den Einfluss der Mundhöhle alle mit den Eigentönen derselben zusammenfallenden Obertöne verstärkt werden, erscheinen die übrigen Obertöne mehr oder weniger gedämpft.

So ist der Charakter des Vocals *U*, selbst wenn der charakteristische Ton *f* nicht hörbar wird, durch die Dämpfung aller Obertöne bedingt.

Die Vocalklänge unterscheiden sich von den Klängen anderer musikalischer Instrumente wesentlich dadurch, dass ihre Obertöne nicht von der Ordnungszahl derselben, sondern von der absoluten Tonhöhe abhängen.

Diese Theorie der Vocallaute lässt sich durch künstliche Zungenpfeifen bestätigen, welche mit passenden Ansatzröhren combinirt sind, wie dies zuerst durch Willis geschehen ist. Noch besser und deutlicher als mit cylindrischen Röhren erhält man die Vocale durch Anwendung abgestimmter kugelförmiger Hohlräume. Als Helmholtz auf eine Zungenpfeife, welche b_0 gab, eine gleichfalls auf b_0 abgestimmte gläserne Resonanzkugel aufsetzte, erhielt er den Vocal *U*. Mit der Kugel b_1 erhielt er *O*; ein geschlossenes *A* erhielt er mit der Kugel b_2, ein scharfes *A* mit der Kugel d_3. Auch ist es ihm gelungen, mit derselben Zungenpfeife die Vocale *A*, *E* und *I* hervorzubringen, indem er gläserne Hohlkugeln aufsetzte, in deren äussere Oeffnung noch ein 6 bis 10 cm langes Glasröhrchen eingefügt war, um die doppelte Resonanz der Mundhöhle bei diesen Vocalen nachzuahmen.

Helmholtz hat die Vocalklänge insbesondere durch seinen „Stimmgabelvocalapparat“ künstlich nachgebildet. Derselbe besteht aus einer Anzahl von Stimmgabeln, welche auf die Reihe der Obertöne des Grundtons b_1 abgestimmt sind und deren an sich schwache, kaum hörbare Töne durch Oeffnen vor dieselben gestellter Resonatoren geweckt werden. Die Stimmgabeln werden durch eine Unterbrechungsstimmgabel elektromagnetisch angeregt und dauernd in Schwingung erhalten. Die Oeffnung der Resonatoren geschieht durch eine Tastvorrichtung. In

Betreff dieser interessanten Versuche müssen wir aber auf dessen schon mehrfach citirtes Werk über die Lehre von den Tonempfindungen verweisen.

König hat einen Apparat construirt, bei welchem eine Reihe von Resonatoren je mit einer manometrischen Kapsel in Verbindung steht. Sämmtliche manometrische Flammen werden durch ein und denselben rotirenden Spiegel beobachtet. Trifft ein Klang z. B. eines Vocals die Resonatoren, so wird der Lichtstreif derjenigen Flammen, deren Resonatoren ihren Eigenton in dem Tongemische finden, vom rotirenden Spiegel in einzelne Flammenbilder aufgelöst. Man hat mehrfach versucht, dieses Experiment dahin zu vereinfachen, dass man nur eine einzige manometrische Kapsel mit einer Flamme der Wirkung des Klanges aussetzte. Wirklich zeigen die erhaltenen Flammenbilder die Zusammensetzung aus den Flammenbildern der Partialtöne, doch ist es noch nicht gelungen, dem Experimente die wünschenswerthe Präcision zu geben.

Ueberhaupt muss bemerkt werden, dass die Untersuchung der Vocalklänge noch keineswegs zu einem befriedigenden Abschlusse gelangt ist und noch immer viele Physiker und Physiologen beschäftigt.

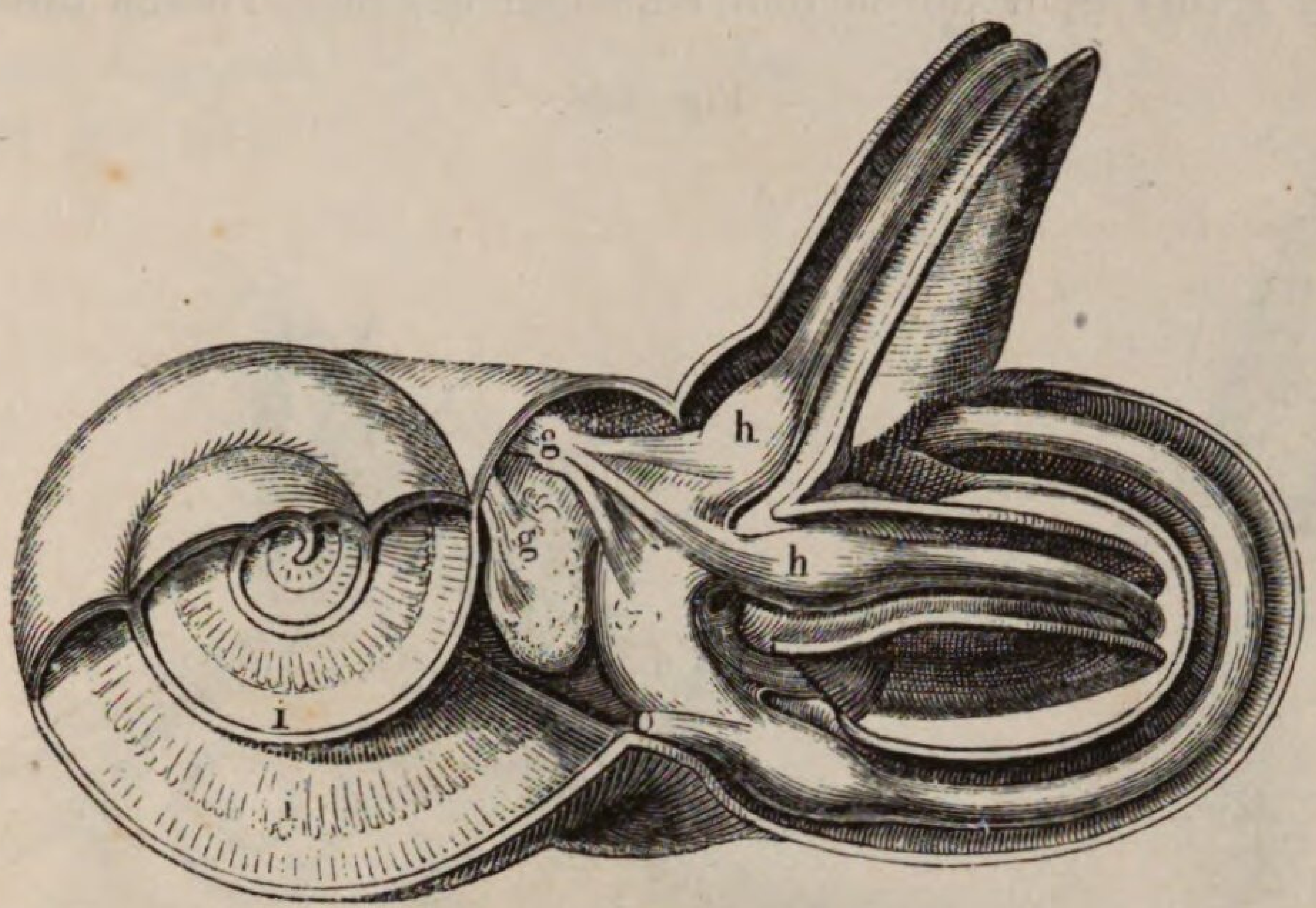
Die Consonanten der menschlichen Sprache rühren von Geräuschen her, welche, mit den Lippen, den Zähnen, der Zunge u. s. w. hervorgebracht, den Anfang oder das Ende der Vocalklänge begleiten. Diese Geräusche sind meist weniger intensiv als die Vocalklänge selbst und verschwinden deshalb in einiger Entfernung bereits vollständig, wenn man die Vocalklänge noch deutlich und unterscheidbar hört. Es geht daraus auch hervor, dass man, um für etwas schwerhörige Personen verständlich zu reden, keineswegs lauter zu sprechen nöthig hat, sondern dass es genügt, die Consonanten schärfer hervorzuheben.

205 **Das Gehörorgan** besteht aus drei Haupttheilen, dem äusseren Ohre, welches durch die Ohrmuschel und den Gehörgang gebildet wird; der Trommelhöhle, welche von dem Gehörgange durch das Trommelfell getrennt ist, und dem Labyrinthe. Das Labyrinth besteht aus knöchernen Höhlungen, welche mit einer Flüssigkeit angefüllt sind, in welcher sich der Gehörnerv verbreitet; um auf diesen Nerven wirken zu können, müssen die Schallvibrationen der ganz von Knochen umgebenen Flüssigkeit im Labyrinthe mitgetheilt werden; dies wird durch zwei Oeffnungen des Labyrinthes vermittelt, sie heissen das ovale und das runde Fenster; beide sind mit einem zarten Häutchen überspannt; auf die Membran des ovalen Fensters ist ein Knöchelchen aufgewachsen, welches Steigbügel genannt und von welchem sogleich näher die Rede sein wird.

Die Fig. 637 stellt das Labyrinth in vergrössertem Maassstabe zum Theil geöffnet dar. Es besteht aus drei Haupttheilen, der Schnecke, dem Vorhof und den halbkreisförmigen Canälen. Der akustische Nerv verbreitet sich theils in den Vorhof, wo er sich auf die Ampul-

len, Röhren, welche in den halbkreisförmigen Canälen liegen und mit einer. besonderen Flüssigkeit gefüllt sind, ansetzt, grösstentheils aber, in ganz feine Verzweigungen ausgehend, in die Schnecke. Die einzelnen Windungen der Schnecke sind nämlich durch eine diesen Windungen

Fig. 637.



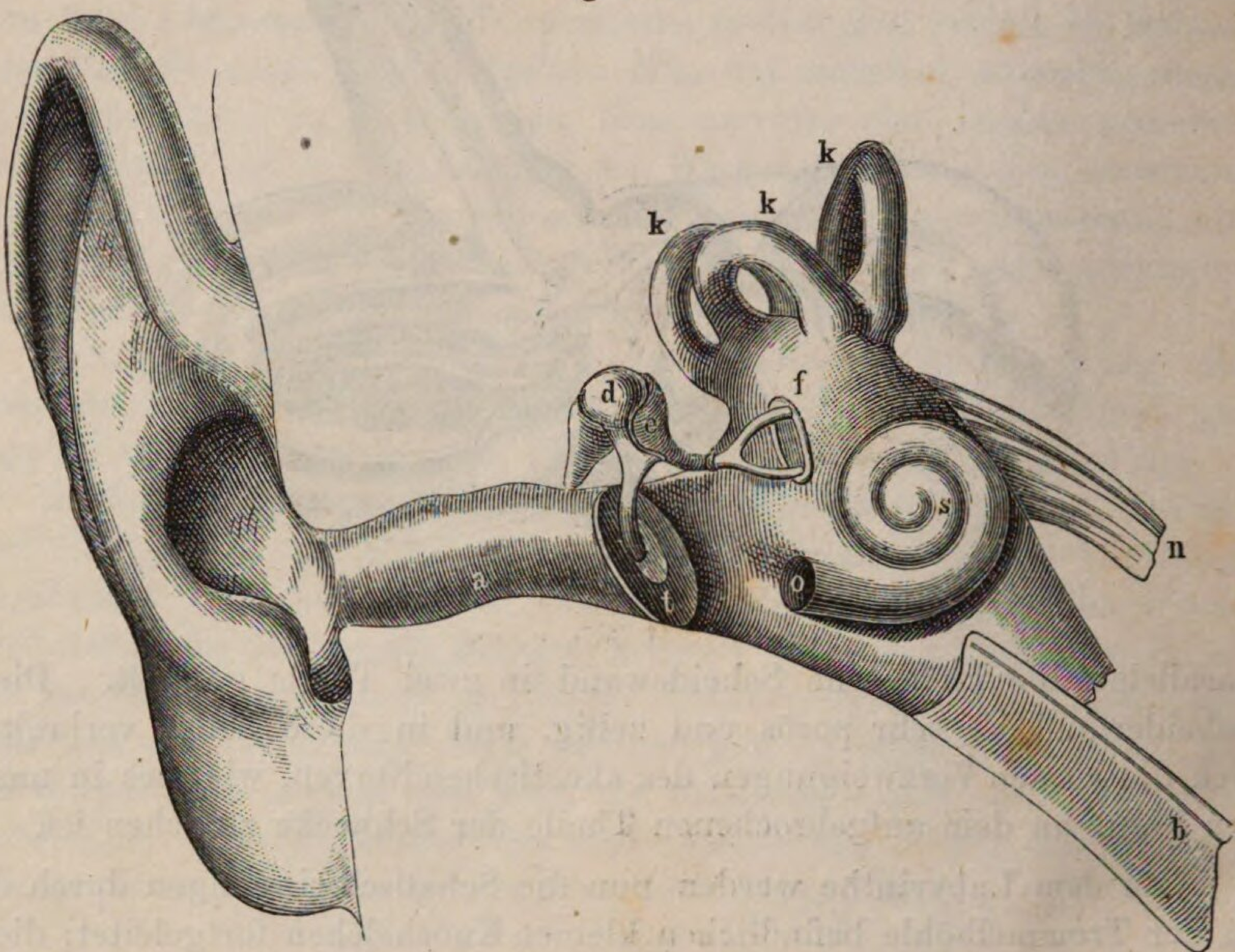
parallele feine knöcherne Scheidewand in zwei Theile getheilt. Diese Scheidewand ist sehr porös und zellig, und in diese Zellen verbreiten sich die letzten Verzweigungen des akustischen Nerven, wie dies in unserer Figur an dem aufgebrochenen Theile der Schnecke zu sehen ist.

Zu dem Labyrinthe werden nun die Schallschwingungen durch die in der Trommelhöhle befindlichen kleinen Knöchelchen fortgeleitet; diese Knöchelchen sind der Hammer, welcher mit seinem Griffe an der inneren Seite des Trommelfelles angewachsen ist; an den Hammer setzt sich der Amboss an, und mit diesem hängt durch das linsenförmige Knöchelchen des Sylvius der Steigbügel zusammen, dessen Tritt gerade das ovale Fenster verschliesst. Aus der Uebersichtsfigur Fig. 638, in welcher der Deutlichkeit wegen die inneren Theile des Ohrs unverhältnissmässig gross gezeichnet sind, ist ungefähr die gegenseitige Lage aller dieser Theile zu ersehen. *a* ist der Gehörgang, welcher die Schallwellen von der Ohrmuschel zum Trommelfell führt. Das Trommelfell trennt die Trommelhöhle von dem Gehörgange. Durch die Eustachische Röhre *b* steht die Trommelhöhle mit der Mundhöhle in Verbindung, so dass die Luft in der Trommelhöhle stets mit der äusseren sich ins Gleichgewicht stellen kann. *d* ist der Hammer, welcher einerseits an das Trommelfell angewachsen, mit seinem anderen Ende aber an den Amboss *e* angesetzt ist. *f* ist der Steigbügel, welcher, wie man sieht, das ovale Fenster verschliesst, *o* ist das runde Fenster; *n* ist der akustische Nerv, welcher sich im Labyrinthe verbreitet.

Das runde Fenster sowohl wie das ovale sind, wie bereits bemerkt wurde, durch Membranen verschlossen. Auf der Mitte der Membran des ovalen Fensters ist die Platte des Steigbügels aufgewachsen.

Die einzelnen Theile des Gehörorgans sind nicht so freiliegend, wie es aus Fig. 638 etwa scheinen möchte; hier ist die knöcherne Hülle, welche Alles einschliesst, der Deutlichkeit wegen ganz weggelassen. Der Gehörgang selbst geht durch den Knochen des Schlafbeins hindurch, die

Fig. 638.



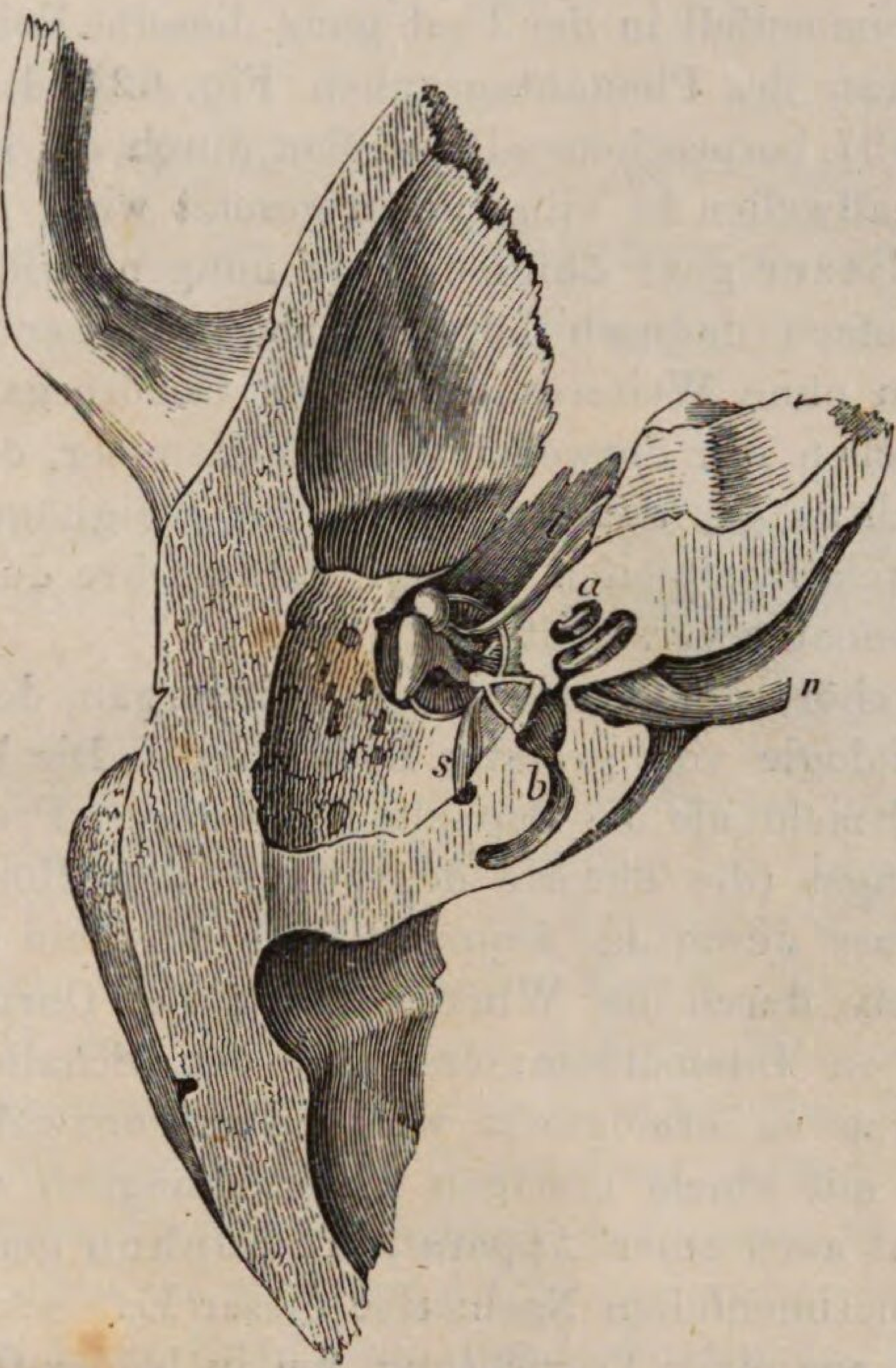
Trommelhöhle ist ringsum von Knochenwänden umgeben, und das Labyrinth ist ebenfalls so vollständig in einen Knochen, welcher seiner Härte wegen den Namen des Felsenbeins trägt, eingewachsen, dass man es nur mit Mühe blosslegen kann. Um eine richtige Vorstellung davon zu geben, wie die einzelnen Theile des Gehörgangs in die Knochenmasse eingewachsen sind, ist in Fig. 639 ein wirklich anatomischer Durchschnitt desselben in natürlicher Grösse dargestellt. *a* ist der Durchschnitt der Schnecke, *b* einer der halbzirkelförmigen Canäle, *n* der akustische Nerv, *t* das Trommelfell; auch der Hammer, Amboss und der Steigbügel sind in Fig. 639 deutlich zu erkennen.

Die Ohrmuschel dient dazu, die Schallwellen aufzunehmen und durch den Gehörgang zum Trommelfelle hinzuleiten; dadurch nun wird das Trommelfell in Vibrationen versetzt, die durch die Gehörknöchelchen zum Labyrinthe geleitet werden. Durch einen Muskel kann das Trommelfell mehr oder weniger gespannt und nach innen gezogen, durch einen an-

dern Muskel kann der Steigbügel bewegt, dadurch aber auch natürlich die Intensität der Mittheilung des Schalles modificirt werden.

Was die Functionen des runden Fensters betrifft, so war man früher der Ansicht, dass es bestimmt sei, solche Schallschwingungen aufzunehmen und der Schnecke zuzuführen, welche sich von dem Trommelfell auf die Luft in der Trommelhöhle fortgepflanzt haben. Eduard Weber hat aber gezeigt, dass diese Ansicht irrig sei. Nach ihm ist die Fenestra rotunda eine Gegenöffnung des Labyrinthes, welche dazu dient, die Mittheilungen der Bewegungen des Steigbügels an das Labyrinthwasser

Fig. 639.



möglich zu machen. Wenn die Höhle des Labyrinthes nur eine Oeffnung, das ovale Fenster, hätte, so könnten die Bewegungen des auf der verschliessenden Membran dieser Oeffnung befestigten Steigbügels nur dadurch dem Labyrinthwasser mitgetheilt werden, dass diese fast incompressibele Flüssigkeit comprimirt und dilatirt würde, was die schwachen Bewegungen des Steigbügels nicht zu leisten im Stande sind. Die Stösse des Steigbügels werden vielmehr von dem ovalen Fenster zum runden Fenster durch das Labyrinthwasser hindurch fortgepflanzt und setzen die dasselbe verschliessende Membran in entsprechende Schwingungen. Indem die Membranen des ovalen und des runden Fensters synchronisch hin und her schwingen, wird das zwischen ihnen befindliche Labyrinthwasser mechanisch, d. h. ohne Verdichtungs- und Verdünnungswellen,

hin und her bewegt und mit ihnen die Säckchen der Ampullen des häutigen Labyrinths.

Das Wesentlichste am Gehörorgane ist der Gehörnerv; daher kann das Trommelfell verletzt und die Reihe der Gehörknöchelchen unterbrochen sein, ohne dass deshalb das Gehör ganz aufhört; ja bei manchen Thieren, wie bei den Krebsen, besteht das Gehörorgan nur aus einem mit Flüssigkeit gefüllten Bläschen, auf welchem sich der Hörnerv ausbreitet.

Bei den Fischen fehlt die Schnecke; die nackten Amphibien haben nur ein, nämlich nur das ovale Fenster, welches durch den Steigbügel verschlossen wird.

Dass das Trommelfell in der That ganz dieselbe Rolle spielt, wie die elastische Membran des Phonautographen Fig. 624, d. h. dass sie ganz nach den in §. 197 besprochenen Principien durch die in den Gehörgang eintretenden Schallwellen in Vibrationen gesetzt wird, geht auch daraus hervor, dass Politzer ganz ähnliche Zeichnungen, wie die in Fig. 625 dargestellten, einfach dadurch hervorbrachte, dass er den Scott'schen Phonautographen ohne Weiteres durch das Gehörorgan ersetzte. Das schreibende Stielchen war entweder auf dem Hammer, oder auf dem Amboss, oder endlich an der unteren Fläche des Steigbügels befestigt; die Töne wurden durch Orgelpfeifen erzeugt und im Ohre durch einen Helmholtz'schen Resonator verstärkt.

Dass das Gehörorgan, sowie das Gesichtsorgan, doppelt vorhanden, ist für die Physiologie von grösster Bedeutung. Die beiden Ohren leisten nämlich viel mehr als das Doppelte Eines Ohres. Professor A. Steinhausen hat jüngst (die Theorie des binaurealen Hörens, Wien 1877) nachgewiesen, dass durch das doppelte Vorhandensein des Gehörorgans, sowie insbesondere durch die Winkelstellung der Ohrmuscheln und die dadurch bedingten Intensitätsunterschiede der Schallempfindungen in den beiden Ohren es ermöglicht wird, Richtungswahrnehmungen zu machen, welche mit einem einzigen Ohre unmöglich wären. Der genannte Autor hat auch einen Apparat, Homophon genannt, construirt, welcher zum experimentellen Nachweise dieser Entdeckung geeignet ist. Derselbe besteht aus einer Vorrichtung, um in beiden Ohren gleichzeitig verschieden intensive aber sonst gleichartige Schallempfindungen hervorzurufen, wodurch subjective Täuschungen über die Schallrichtung veranlasst werden, welche mit den Täuschungen des Stereoskops, welche wir in der Optik kennen lernen werden, eine gewisse Analogie besitzen.

NACHTRÄGE.

Uebersicht und vergleichende Zusammenstellung der beiden in der Physik gebräuchlichen Maasssysteme.

Als Ergänzung zu den §§. 7, 8, 9, 10, 119, 120 und 128.

I. Willkürliche und abgeleitete Maasse, Einheiten der Länge, der Zeit, der Geschwindigkeit und der Beschleunigung.

Während über die Wahl und die Definition der Einheiten für Länge, Zeit, Geschwindigkeit und Beschleunigung unter den Physikern im Wesentlichen Einigkeit herrscht, ist dies nicht im selben Grade bei der Definition der Begriffe: Gewicht, Kraft, Masse, Arbeit und lebendige Kraft der Fall. Es sind vielmehr für diese Grössen zwei abweichende Maasssysteme neben einander in Uebung, durch deren Vermengung der Anfänger leicht in Verwirrung gebracht werden kann, weshalb eine strenge Auseinanderhaltung der beiden Systeme unbedingt geboten erscheint. Hierzu wird vor Allem eine zusammenhängende Darstellung derselben nebst Erörterung der Unterschiede, der Vorzüge und Uebelstände wünschenswerth sein. Der Umstand, dass die ersten zwanzig Bogen dieser Auflage bereits fertig gedruckt vorlagen, als ich die Bearbeitung derselben übernahm, machte es unmöglich, diese Darstellung am passenden Orte einzuschalten. Sie möge daher hier nachträglich Platz finden. Um den inneren Zusammenhang derselben nicht zu sehr zu stören, musste Manches im Lehrbuche bereits Gesagte dabei wiederholt werden.

Alle Maasse müssen bekanntlich mit denjenigen Grössen, welche wir damit messen wollen, einerlei Art sein; sie sollen ferner die Eigenschaft haben, dass man sie unverändert aufbewahren oder neu produciren kann, oder sie müssen sich, wenn dies nicht möglich, durch eine Definition auf solche Maasse zurückführen lassen, welche jene Eigenschaft besitzen. Ein Längenmaassstab, ein Gewichtsstück, kann auf-

bewahrt, ein Zeitenmaass, z. B. die Secunde, kann durch astronomische Beobachtungen gewissermaassen reproducirt werden. Die Maasse der Geschwindigkeit, Beschleunigung, Kraft, Arbeitsgrösse, Wärmemenge u. s. w. sind nicht aufbewahrbar, sondern müssen durch eine Definition auf jene ersten Maasse zurückgeführt, d. h. aus ihnen abgeleitet werden.

Die Maasse zerfallen demnach zunächst in „willkürliche oder Grundmaasse“ und in „abgeleitete Maasse“. Man ist bestrebt, so wenig als möglich willkürliche Maasse zu schaffen, also möglichst viele Maasse auf andere bereits vorhandene zurückzuführen, um die Menge der Constanten nicht überflüssig zu vermehren.

Das erste willkürliche Maass ist das Längenmaass; es ist bekannt, dass man hierzu die Länge des Erdmeridianquadranten wählte und daraus die Länge der Längeneinheit durch folgende Definition ableitete:

1 a. Längeneinheit ist das Meter, d. i. der zehnmillionste Theil des Erdmeridianquadranten.

Nach dieser Definition war das Meter ein Maass, das durch geodätische Operationen aus der Grösse der Erde abgeleitet werden musste. Da nun jede neue solche Ableitung ein neues Resultat geben würde, da die geodätischen Methoden und die Messinstrumente, sowie die Kenntniss verschiedener störender Einflüsse, wie z. B. Strahlenbrechung, Wärmeausdehnung u. s. w., sich immer weiter vervollkommnen; da ferner bereits jetzt schon von Bessel nachgewiesen ist, dass die Ende des vorigen Jahrhunderts vorgenommene Bestimmung fehlerhaft ausgefallen ist, so wäre man bei Festhaltung der obigen Definition gezwungen gewesen, die Längenmaassstäbe öfter zu wechseln. Man hat daher diese Definition aufgegeben und sie durch folgende ersetzt:

1 b. Längeneinheit ist das Meter, d. i. die Länge jenes Platinstabes, welcher in Paris aufbewahrt wird, gemessen bei der Temperatur des schmelzenden Eises.

Hierdurch ist das Metermaass zu einem willkürlichen erklärt, welches allerdings mit dem aus der Erdgrösse abgeleiteten sehr nahe übereinstimmt.

Das zweite willkürliche Maass ist das Zeitmaass. Man wählte die Secunde und definirt sie folgendermaassen:

2. Zeiteinheit ist die Secunde, d. i. jene Zeit, welche gleich ist dem $^1/_{86400}$sten Theile der mittleren Tageslänge.

Würde man die Secunde aus der Länge des Sterntages ableiten, so könnte man sie definiren als die Zeit, in welcher die rotirende Erde einen Winkel von 15 Bogensecunden zurücklegt. Wir hätten dann die Zeiteinheit auf eine Winkeleinheit zurückgeführt; die Definition enthielte nur

das Willkürliche, dass gerade die Rotation der Erde gegenüber dem Fixsternhimmel gewählt wurde. Wir leiten jedoch die Secunde von dem mittleren Sonnentage ab, stützen also ihre Definition auf die Rotation der Erde gegenüber der Sonne, wobei wir, da die Rotationszeit wechselt, einen Mittelwerth derselben wählen. Auf eine Erörterung der Frage, ob die so definirte Secunde wirklich ein immer gleichbleibendes Zeitmaass sei, können wir hier nicht eingehen.

Aus den willkürlichen Grundmaassen der Länge und der Zeit bildet man das abgeleitete Maass der Geschwindigkeit:

3a. Geschwindigkeitseinheit ist jene Geschwindigkeit, welche der Zurücklegung der Längeneinheit in der Zeiteinheit gleichkommt.

Durch Substitution aus 1. und 2. erhält man die specielle Definition:

3b. Geschwindigkeitseinheit ist jene Geschwindigkeit, welche bei unveränderter Fortdauer binnen 1 Secunde zur Zurücklegung eines Weges von 1 Meter führen würde.

In dieser Form passt die Definition auch auf die momentane Geschwindigkeit ungleichförmiger Bewegung.

Aus den Einheiten der Zeit und der Geschwindigkeit erhält man ein Maass der Beschleunigung:

4a. Einheit der Beschleunigung ist jene Beschleunigung, in Folge welcher in der Zeiteinheit die Geschwindigkeit um eine Einheit wächst.

Oder, nachdem man aus 3b. substituirt hat:

4b. Einheit der Beschleunigung ist jene Beschleunigung, welche, nachdem sie 1 Secunde unverändert gedauert, die Wege der folgenden Secunden um 1 Meter vermehrt.

Es versteht sich, dass eine Verzögerung als negative Beschleunigung aufzufassen ist, in welchem Falle statt der Wegvermehrung eine Verminderung eintritt.

Nach dieser Einheit gemessen ist die Beschleunigung des freien Falles in Paris gleich 9·808 Meter, welche constante Zahl wir im Folgenden stets mit G bezeichnen wollen, zum Unterschiede von der veränderlichen Beschleunigung g, die von Ort zu Ort wechselt.

Bis hierher ist unter den Physikern eine wesentliche Auffassungsverschiedenheit nicht denkbar, wenn wir etwa davon absehen, dass die Begriffe der Geschwindigkeit und der Beschleunigung mit Hilfe der Bezeichnungen der Differentialrechnung sich präciser fassen lassen.

Hingegen tritt nun eine Meinungsverschiedenheit auf, wenn es sich um die Wahl der Einheiten für Kraft, Gewicht und Masse handelt. Die Definitionen dieser Einheiten hängen nämlich von den Definitionen der Begriffe Kraft, Gewicht und Masse selbst ab. Wir wollen zuerst das ältere, bisher vorherrschend gebrauchte Maasssystem, das wir aus später erörtertem Grunde das terrestrische oder irdische nennen, zur Darstellung bringen.

II. Das irdische Maasssystem.

Die Physiker, welche diesem Systeme den Vorzug geben, gehen meist von der Ansicht aus, dass sich der Begriff „Masse" nicht definiren lasse, wenn nicht zuvor der Begriff „Kraft" definirt sei.

Sie verschaffen sich demnach zuerst eine willkürlich gewählte Krafteinheit. Setzt man die Volumeinheit des verbreitetsten Stoffes, des Wassers, der Wirkung der verbreitetsten Kraft, der Schwerkraft, aus, so gelangt man zu folgendem Kraftmaass:

5a. Krafteinheit ist jene Kraft, mit welcher die Erde ein Cubikdecimeter Wasser (gemessen bei der Temperatur der grössten Dichte) auf der Pariser Sternwarte anzieht.

Durch diese Anziehung entsteht ein Druck auf die Unterlage, welcher Gewicht genannt wird. Die Einheit des Gewichtes, das Kilogramm, wird also definirt:

6a. Gewichtseinheit ist das Kilogramm, d. i. der Druck eines Cubikdecimeters Wasser grösster Dichte im luftleeren Raume auf der Pariser Sternwarte auf seine ruhende Unterlage.

Der Zusatz „auf der Pariser Sternwarte" ist von entscheidender Wichtigkeit; ohne ihn wäre die Gewichtseinheit eine von Ort zu Ort veränderliche Grösse, ein nur relatives Maass. Ein Kilogrammgewichtsstück hat demnach in London nicht das Gewicht Eins. Die Stücke eines Gewichtssatzes, welche in Paris absolut richtiges Gewicht besitzen, haben anderswo nur relativ richtiges Gewicht. Wir kommen später hierauf zurück.

Wir machen darauf aufmerksam, dass Kraft und Gewicht zwei verschiedene Dinge sind. Vom „scheinbaren" Gewicht ist dies ohnehin klar. Die Kraft, mit der ein Körper von der Erde angezogen wird, ändert sich nicht, wenn er auch von der verdrängten Luft einen Auftrieb erfährt; es wird nur ein Theil der Kraft durch eine andere compensirt. Das scheinbare Gewicht aber wird ein anderes.

Aber auch das „wirkliche Gewicht", d. i. das Gewicht im luftleeren Raume, ist nicht mit der Kraft unter allen Umständen identisch. Wenn

wir nämlich einen Körper sammt seiner Unterlage in verticaler Richtung bewegen, so ändert sich die Anziehungskraft der Erde auf denselben nicht (abgesehen von der Abnahme der Schwere mit der Entfernung vom Erdmittelpunkt), wohl aber sein Druck auf die Unterlage, d. i. sein Gewicht. Ein sammt seiner Unterlage (ohne Luftwiderstand) frei fallender Körper hat z. B. gar kein Gewicht, denn er übt keinen Druck auf die Unterlage.

Bei ruhender Unterlage sind jedoch Gewicht und Anziehungskraft für denselben Körper am selben Orte, wenn auch der Definition nach nicht vollständig zusammenfallend, doch der Grösse nach durch dieselbe Zahl ausgedrückt.

Da die Grösse des Cubikdecimeters aus der des Meters abgeleitet wird, so enthält die obige Definition der Gewichtseinheit nur zwei Willkürlichkeiten, nämlich die Wahl der Erde (einschliesslich des Ortes Paris) und die Wahl des Stoffes Wasser; das so geschaffene Maass wäre also theilweise ein willkürliches, theilweise ein abgeleitetes. Allein mit dieser Ableitung hat es leider grosse Schwierigkeiten. Die Genauigkeit, mit der wir die Gewichte zweier Körper auf der Wage vergleichen können, ist nämlich sehr viel grösser als die Genauigkeit, mit der wir einen Cubikdecimeter Wasser herstellen oder sein Gewicht mit der hydrostatischen Wage kopiren können.

Wir sind also hier ganz in ähnlicher Lage, wie bei Herstellung des Meters aus dem Meridianquadranten. Jede neue Herstellung eines Kilogrammgewichtstückes wird dasselbe von etwas abweichender Grösse ergeben, wie denn die Erfahrung bereits gezeigt hat, dass die vorhandenen Urkilogrammgewichtsstücke um viele Milligramm im Gewichte unter einander differiren. Es bleibt also nichts übrig, als eines derselben auszuwählen und sein Gewicht als willkürliche Einheit zu erklären, welche der idealen, vom Längenmaass abgeleiteten möglichst nahe kommt. Demnach wird diese willkürliche Einheit definirt:

6b. Gewichtseinheit ist das Kilogramm, d. i. das Gewicht des in Paris aufbewahrten Platinkilogrammgewichtsstückes (im luftleeren Raume, auf ruhender Unterlage, auf der Pariser Sternwarte).

Dem entsprechend lautet dann die Definition der Krafteinheit:

5b. Krafteinheit ist die Kraft, mit der das Kilogrammgewichtsstück auf der Pariser Sternwarte von der Erde angezogen wird.

Wir sagen mit Vorbedacht nicht: „mit der das Kilogramm angezogen wird“, sondern: „mit der das Kilogrammgewichtsstück angezogen wird“, denn Kilogramm ist ein Gewicht, d. i. ein Druck, und ein Druck kann nicht angezogen werden. Wohl aber wird ein Kilogrammgewichtsstück angezogen. Dieser Unterschied wird im gewöhnlichen Sprach-

gebrauch nicht immer beachtet. Man sagt daher, wenn man sich des in Rede stehenden irdischen Maasssystems bedienen will, nur fälschlicher Weise: „fünf Kilogramm Wasser", denn das hiesse soviel wie: „fünf Druckeinheiten Wasser", was keinen Sinn giebt. Man sollte sagen: „eine Quantität Wasser vom Gewichte fünf Kilogramm". Ganz fehlerhaft, ob man in diesem oder in dem anderen Maasssystem sprechen will, ist die Ausdrucksweise: „fünf Gewichtstheile Wasser", sie darf nur als schlechte Abkürzung des Ausdruckes „eine Quantität Wasser vom relativen Gewichte fünf" angesehen werden. Leider entbehren die richtigen Ausdrucksweisen dieses Maasssystemes der nöthigen Kürze, um sich allgemein einzubürgern.

So vorbereitet gehen wir an die Definition der Masse und der Masseneinheit. Masse ist in diesem Maasssysteme zunächst nichts Anderes als ein für jeden Körper charakteristisches Zahlenverhältniss, das unverändert bleibt, so lange wir nichts vom Körper wegnehmen oder ihm hinzufügen: Es ist das Verhältniss zwischen der Grösse irgend einer (constanten) Kraft und der Grösse der Beschleunigung, die der Körper durch jene erfährt. So aufgefasst ist Masse nur eine Zahl, also kein physikalischer, sondern ein mathematischer Begriff, Masseneinheit ist gleich der Zahleneinheit und braucht demnach nicht weiter definirt zu werden.

Man geht aber doch weiter und verbindet mit Masse eine physikalische Vorstellung. Beachtend, dass z. B. 2 Liter Wasser durch eine Kraft nur halb soviel Beschleunigung erfahren wie 1 Liter, dass grössere Wassermengen der Beschleunigung mehr Widerstand leisten, oder dass sie mehr Beharrungsvermögen besitzen, definirt man die Masse eines Körpers auch als die Grösse seines Beschleunigungswiderstandes oder seines Beharrungsvermögens. Demnach wäre die Definition der Masseneinheit:

7 a. Masseneinheit (oder Einheit des Beharrungsvermögens) ist die Masse (das Beharrungsvermögen) jenes Körpers, der durch die Kraft Eins die Beschleunigung Eins erfährt.

Substituirt man für Kraft Eins und Beschleunigung Eins ihre Definitionen, so kann man sagen:

7 b. Masseneinheit ist die Masse jenes Körpers, der unter dem Drucke (oder Zuge) = 1 Kilogramm binnen einer Secunde seine Geschwindigkeit um eine Einheit verändert.

Oder, indem man auch für die Geschwindigkeit substituirt:

7 c. Masseneinheit ist die Masse jenes Körpers, dessen per Secunde zurückgelegte Wegstrecken durch 1 Secunde lang dauernde Einwirkung eines Druckes

= 1 Kilogramm um 1 Meter vergrössert (oder verkleinert) werden.

Hier muss neuerdings darauf aufmerksam gemacht werden, dass man nicht Kilogramm (die Druckeinheit) mit Kilogrammgewichtsstück verwechsle; denn die letzten beiden Definitionen würden dadurch nicht bloss ungenau, sondern geradezu unrichtig werden, da ein sinkendes Kilogrammgewichtsstück nicht den Druck (oder Zug) gleich Eins auf die sich mitbewegende Unterlage (oder den Aufhängepunkt) ausübt, sondern einen geringeren. Man beachte, was früher über den Unterschied zwischen Kraft und Gewicht erörtert wurde. Ein sinkendes Gewichtsstück verwendet einen Theil der Kraft, mit der es angezogen wird, zur Beschleunigung der eigenen Masse, mit dem Rest der Kraft übt es den Zug aus, der die übrige Masse beschleunigt. Will man ein Beispiel wählen, wo diese Schwierigkeit wegfällt, so denke man sich die Krafteinheit durch eine Feder (ohne Masse) ausgeübt, oder den Versuch so eingerichtet, wie bei der Fallmaschine, wo das sinkende Gewichtsstück dieselbe Beschleunigung erfährt, wie die gezogene Masse und daher seine Masse zu der übrigen hinzugerechnet werden kann.

Um die Masse eines Körpers zu bestimmen, hat man demnach nur irgend eine constante Kraft von bekannter Stärke auf ihn wirken zu lassen und die dadurch hervorgebrachte Beschleunigung zu beobachten. Hat man Kraft und Beschleunigung nach den oben definirten Einheiten gemessen, so giebt ihr Quotient die Grösse der Masse. Fällt ein Körper frei, so ist die Kraft, die auf ihn wirkt, durch das Gewicht gegeben, das er hat, wenn er auf ruhender Unterlage liegt. (Während des freien Falles hat er kein Gewicht.) Ist die Beschleunigung $= g$, so ist die Grösse seiner Masse gleich der seines Gewichtes dividirt durch g. Da man nun aus Fall- und Pendelversuchen erfahren hat, dass g für alle Körper am selben Orte gleich gross ist, so folgt daraus, dass für alle Körper (nicht bloss für Wasser) Masse und Gewicht proportionale Grösse haben, dass also für alle die Grösse der Masse gefunden wird, wenn man ihr Gewicht an beliebigem Orte durch die Beschleunigung der Schwere am nämlichen Orte dividirt. Daraus folgt, dass ein Körper vom Gewichte g die Masse 1 hat. Man kann also die Definition der Masseneinheit auch so aussprechen:

7d. Masseneinheit ist die Masse eines Körpers vom Gewichte g Kilogramm.

Dabei versteht es sich, dass Gewicht und g zusammengehörig sein müssen, d. h. der Körper muss ebenso viele Druckeinheiten ausüben als er am selben Orte Einheiten der Beschleunigung beim freien Fall zeigt.

Jetzt wollen wir nach diesem Systeme die Arbeitseinheit bilden. Arbeit wird geleistet, wenn der Angriffspunkt einer Kraft sich in ihrer Richtung bewegt und zwar ist die Grösse der Arbeit der Grösse der Kraft und der Weglänge proportional.

8a. Arbeitseinheit ist jene Arbeit, welche zur Verschiebung des Angriffspunktes der Krafteinheit in der Kraftrichtung um die Längeneinheit aufgewendet werden muss.

Oder nach Substitution der speciellen Werthe:

8b. Arbeitseinheit ist das Meterkilogramm, d. i. jene Arbeit, welche zur Hebung eines Körpers von 1 Kilogramm Gewicht auf die Höhe von 1 Meter erforderlich ist.

Zum Schluss fügen wir noch an die Definition der Einheit der lebendigen Kraft. Wir können sagen:

9a. Einheit der lebendigen Kraft ist jene lebendige Kraft, welche ein Körper aufnimmt, zu dessen Beschleunigung eine Arbeitseinheit aufgewendet wird.

Diese Definition giebt denselben Werth der Einheit wie die folgende:

9b. Einheit der lebendigen Kraft ist die lebendige Kraft eines Körpers von dem Gewichte 1 Kilogramm, der in Folge seiner Gechwindigkeit eine Steighöhe von 1 Meter erreichen würde.

Wie wir gesehen haben, wird bei diesem Maasssystem zur Ableitung der Einheiten für Gewicht, Kraft, Masse, Arbeit und lebendige Kraft von der Anziehung der Erde ausgegangen. Mit Ausnahme der Masse, deren Definition so beschaffen ist, dass die Anziehung der Erde eliminirt ist, bleiben die anderen Grössen, nämlich Gewicht, Kraft, Arbeit und lebendige Kraft von der Erdanziehung abhängig. Aus diesem Grunde haben wir dieses Maasssystem das terrestrische oder irdische genannt. Es ist dasselbe, welches in diesem Lehrbuche, wie auch in dem von Wüllner und den meisten anderen, gebraucht wird.

III. Das absolute Maasssystem.

Unter diesem Namen ist zuerst von Gauss bei seinen magnetischen Messungen, dann später von W. Weber bei elektrischen Messungen ein Maasssystem eingeführt worden, welches die Einheiten der Masse, Kraft und Arbeit ganz unabhängig von der Anziehungskraft der Erde definirt. Dasselbe geht nach dem Vorgange Newtons von der Masseneinheit aus. Dieses System wird insbesondere von englischen Lehrbüchern, z. B. von Thomson und Tait (leider nicht auf metrischer Grundlage) benutzt, aber auch von deutschen Autoren empfohlen. Statt des Namens „absolutes Maasssystem“ würde zwar „allgemeines“ oder „universelles“

besser passen, doch wollen wir den einmal angenommenen Namen beibehalten.

Es wird zuerst eine Masseneinheit willkürlich folgendermaassen aufgestellt:

10a. Masseneinheit ist diejenige Masse, welche in 1 Cubikdecimeter Wasser grösster Dichte enthalten ist.

Diese Definition lässt erkennen, dass man sich unter „Masse" eine Quantität Materie vorstellt. Man erweitert dann diese Definition, indem man, zwar nicht ohne Grund, aber dennoch willkürlich, jede Masse irgend eines Stoffes, welche durch gleiche Kräfte eine ebenso grosse Beschleunigung erfährt wie ein Cubikdecimeter Wasser, ebenfalls als Masseneinheit bezeichnet. Man nennt diese Masseneinheit Kilogramm. Um von der ursprünglichen Masseneinheit (der eines Cubikdecimeters Wasser) Copien in anderen Stoffen anfertigen zu können, stützt man sich auf den aus Fall- und Pendelversuchen folgenden Erfahrungssatz, dass Körper aus beliebigen Stoffen am selben Orte dieselbe Beschleunigung durch die Schwere erhalten, was nur möglich ist, wenn die Kräfte, mit denen sie angezogen werden, ihren Massen proportional sind. Dieselben Kräfte sind aber den Drucken auf die ruhende Unterlage, d. h. den Gewichten, an Grösse gleich. Folglich sind die Massen den Gewichten proportional und können also mittelst der Wage verglichen oder copirt werden. Man kann also auch von der Masse eines Cubikdecimeters Wasser grösster Dichte eine Copie in Platin anfertigen. Da dies jedoch nicht genau genug möglich ist, indem erfahrungsgemäss die so erhaltenen Copien unter sich bedeutend grössere Unterschiede ergeben, als der Genauigkeit einer guten Wage entspricht, so ist man gezwungen, eine dieser Copien in Platin willkürlich als Masseneinheit anzunehmen.

Demnach definiren wir:

10b. Masseneinheit ist das Kilogramm, d. i. die Masse des in Paris aufbewahrten Kilogrammetalons aus Platin.

Wir machen hier auf folgende Punkte aufmerksam:

Die so definirte Masseneinheit ist eine willkürliche, welche jedoch der abgeleiteten, idealen, nahe kommt.

Sie ist Gmal kleiner als die Masseneinheit des irdischen Maasssystems (wobei G die Beschleunigung der Schwere in Paris $= 9{\cdot}808$ ist).

Die Definition ist, wie jene des irdischen Maasssystems, von der Grösse der Erdanziehung unabhängig. Nur zur Anfertigung von Copien machen wir von letzterer Gebrauch.

Der Name „Kilogramm" bedeutet im absoluten System also kein Gewicht, auch keine Kraft, sondern eine Masse. Es ist daher in diesem Systeme erlaubt zu sagen: „fünf Kilogramm Wasser", was man im irdischen System nicht sagen darf. Dagegen ist der Ausdruck: „fünf Gewichtstheile Wasser" hier so unrichtig wie im anderen System.

Die sogenannten „Gewichtssätze“ sind „Massensätze“, denn nur ihre Masse bleibt überall dieselbe, während ihr Gewicht für verschiedene Orte verschieden ist. Ist ein solcher „Gewichtssatz“ auf der Pariser Sternwarte richtig angefertigt, so kann man damit nur ebendaselbst Gewichte anderer Körper messen. Gehen wir mit diesem Gewichtssatz nach London, so können wir dort mittelst desselben nicht das Gewicht eines Körpers in London messen, sondern nur das Gewicht, welches der untersuchte Körper in Paris hätte. Wir erfahren also nichts über den Druck, den ein Körper in London ausübt. Man könnte aber ganz richtig statt Gewichtssatz sagen: „Satz für relative Gewichtsbestimmung.“ Diese letztere Bemerkung über „Gewichtssätze“ gilt auch innerhalb des irdischen Maasssystems.

Ganz treffend bemerkt Professor Kohlrausch (Leitfaden der praktischen Physik, 2. Aufl. S. 185 u.), dass die Auffassung des Kilogramms als Masse (und nicht als Gewicht) und der Wägung als Massenbestimmung mit derjenigen des gewöhnlichen Lebens übereinstimmt. „Dem Chemiker, dem Kaufmann, dem Arzte ist es nicht um den Druck der Körper auf ihre Unterlage zu thun, sondern lediglich um ihre Masse, denn durch diese wird die chemische Wirksamkeit, der Geld- oder der Nahrungswerth u. s. w. bedingt.“ Streng genommen ist die Wägung eine Gewichtsvergleichung zum Zwecke der Massenvergleichung.

Wenn also z. B. der Kaufmann oder Chemiker von einem „Kilogramm Schwefelsäure“ spricht, so gebraucht er das absolute Maasssystem, wenn er aber das Kilogramm ein Gewicht nennt, so entlehnt er diese Bezeichnung dem irdischen Maasssystem.

Aus der Definition der Masseneinheit ergeben sich nun mit Zugrundelegung der Beziehung zwischen Kraft, Masse und Beschleunigung die folgenden Maasse:

11 a. Krafteinheit ist jene Kraft, welche der Masseneinheit die Einheit der Beschleunigung ertheilt.

Oder nach vollständiger Substitution:

11 b. Krafteinheit ist jene Kraft, welche nach eine Secunde lang dauernder Einwirkung die von der Masse Eines Kilogramms in den darauf folgenden Secunden zurückgelegten Wegstrecken um ein Meter vermehrt oder vermindert.

Diese Krafteinheit ist Gmal kleiner als die des irdischen Maasssystems. Aus ihr folgt die Gewichtseinheit, welche daher folgendermaassen zu definiren ist:

12 a. Gewichtseinheit ist der Druck, den ein Körper auf seine Unterlage ausübt, welcher durch die Kraft Eins nach abwärts gezogen wird.

Da nun ein Kilogramm mit der Kraft g angezogen wird, so kann der Druck eines Kilogramms nicht Gewichtseinheit sein, es wird dies vielmehr der Druck einer Masse $= \frac{1}{g}$ Kilogramm sein. Folglich:

12 b. Gewichtseinheit ist das Gewicht der Masse $\frac{1}{g}$ Kilogramm.

Dabei ist g die Acceleration an dem Orte, wo das Gewicht genommen wird. In Paris ist demnach die Gewichtseinheit gleich dem Gewichte von $\frac{1}{9{\cdot}808} = 0{\cdot}102$ Kilogramm.

Diese Definition ist von der gewöhnlichen Auffassung abweichend, aber hier die einzig richtige und consequente.

13 a. Arbeitseinheit ist jene Arbeit, welche zur Verschiebung des Angriffspunktes der Kraft Eins in der Richtung derselben um die Längeneinheit erforderlich ist.

Oder indem man statt Krafteinheit substituirt:

13 b. Arbeitseinheit ist jene Arbeit, welche zur Hebung von $\frac{1}{g}$ Kilogramm auf ein Meter Höhe erforderlich ist (g die Acceleration des Ortes, wo die Hebung stattfindet).

Diese Arbeitseinheit ist Gmal kleiner als die des irdischen Maasssystems.

14 a. Einheit der lebendigen Kraft ist jene lebendige Kraft, welche ein Körper aufnimmt, zu dessen Beschleunigung eine Arbeitseinheit aufgewendet wurde.

Diese Definition giebt denselben Werth wie die folgende:

14 b. Einheit der lebendigen Kraft ist jene lebendige Kraft, welche ein Körper von der Masse $\frac{1}{g}$ Kilogramm besitzt, der in Folge seiner Geschwindigkeit eine Steighöhe von ein Meter erreichen würde.

Auch diese Einheit ist Gmal kleiner, als die des irdischen Systems.

Es braucht wohl kaum erinnert zu werden, dass man sämmtliche Maasse decimalisch unterabtheilen darf. So werden z. B. bei magnetischen und elektrischen Messungen statt Meter und Kilogramm Millimeter und Milligramm zu Grunde gelegt. Um nun die Maasseinheiten beider Systeme besser übersehen zu können, geben wir eine Zusammenstellung derselben; dabei sind die Definitionen auf die möglichste Kürze gebracht, da nach dem Vorausgegangenen kein Missverständniss mehr möglich ist.

IV. Zusammenstellung der beiden Maasssysteme.

Irdisches System.	Absolutes System.
Gewichtseinheit ist das Kilogramm, d. i. der Druck, den der in Paris aufbewahrte Kilogrammetalon aus Platin daselbst im luftleeren Raume auf seine Unterlage ausübt. (Das Gewicht dieses Etalons ist möglichst nahe gleich dem eines Cubikdecimeters Wasser grösster Dichte gemacht worden.)	**Masseneinheit** ist das Kilogramm, d. i. die Masse des in Paris aufbewahrten Kilogrammetalons aus Platin. (Diese Masse ist möglichst nahe gleich der eines Cubikdecimeters Wasser grösster Dichte gemacht worden.)
Krafteinheit ist jene Kraft, mit welcher der Platinkilogrammetalon in Paris von der Erde angezogen wird. „ ist überhaupt jene Kraft, mit der ein Körper vom Gewichte 1 Kilogramm von der Erde angezogen wird.	**Krafteinheit** ist jene Kraft, welche der Masse Eins die Beschleunigung Eins ertheilt. „ ist jene Kraft, welche Einem Kilogramm in 1 Secunde die Geschwindigkeit 1 Meter ertheilt.
Masseneinheit ist jene Masse, welche durch die Kraft Eins in der Zeit Eins die Geschwindigkeit Eins annimmt. „ ist jene Masse, welche unter dem Drucke Eines Kilogramms in 1 Secunde die Geschwindigkeit 1 Meter annimmt. „ ist die Masse eines Körpers vom Gewichte g Kilogramm.	**Gewichtseinheit** ist der Druck, den ein Körper auf seine Unterlage ausübt, der mit der Kraft Eins nach abwärts gezogen wird. „ ist gleich dem Drucke einer Masse $= \frac{1}{g}$ Kilogramm.
Arbeitseinheit ist das Meterkilogramm, d. i. die Arbeit, die zur Hebung eines Körpers von 1 Kilogramm Gewicht auf 1 Meter Höhe erforderlich ist.	**Arbeitseinheit** ist die Arbeit, die zur Ueberwindung der Kraft Eins längs des Weges Eins erforderlich ist. „ ist die Arbeit, die zur Hebung von $\frac{1}{g}$ Kilogramm auf 1 Meter erforderlich ist.
Einheit der lebendigen Kraft ist die eines Körpers von dem Gewichte 1 Kilogramm, der in Folge seiner Geschwindigkeit eine Steighöhe von 1 Meter erreichen würde.	**Einheit der lebendigen Kraft** ist jene, welche ein Körper von der Masse $\frac{1}{g}$ Kilogramm besitzt, der in Folge seiner Geschwindigkeit eine Steighöhe von 1 Meter erreichen würde.

Noch deutlicher dürfte das Verhältniss der beiden Maasssysteme aus der folgenden Zusammenstellung erhellen:

Ein Körper von gleichem Gewichte wie n Liter Wasser (grösster Dichte) im luftleeren Raume	Gemessen nach irdischem Systeme		Gemessen nach absolutem Systeme	
	in Paris, wo die Acceleration $= G$	an anderem Orte, wo die Acceleration $= g$	in Paris, wo die Acceleration $= G$	an anderem Orte, wo die Acceleration $= g$
hat im ruhenden Zustande das Gewicht:	n	$n\frac{g}{G}$	nG	ng
wird von der Erde angezogen mit der Kraft:	n	$n\frac{g}{G}$	nG	ng
hat die Masse:	$\frac{n}{G}$	$\frac{n}{G}$	n	n
benöthigt zur Hebung auf h Meter Höhe die Arbeit:	nh	$nh\frac{g}{G}$	nhG	nhg
besitzt bei der Geschwindigkeit v die lebendige Kraft:	$\frac{nv^2}{2G}$	$\frac{nv^2}{2G}$	$\frac{nv^2}{2}$	$\frac{nv^2}{2}$

Aus dieser Tabelle ersieht man:

1. dass der Reductionsfactor zur Umrechnung sämmtlicher, nach irdischem Maasse gemessenen Grössen, in solche nach absolutem Maasse ein und derselbe, nämlich $= G$, ist;
2. dass die Masse und (bei gleicher Geschwindigkeit) die lebendige Kraft eines Körpers an allen Orten dieselbe Grösse besitzt. Und zwar gilt dies für jedes der beiden Systeme;
3. dass sich das absolute System durch eine etwas grössere Einfachheit und durch den Umstand auszeichnet, dass es dem Orte Paris keinen willkürlichen Vorrang einräumt.

V. Vergleichende Beurtheilung beider Maasssysteme und Schlussbemerkungen.

Die Frage, welchem Systeme der Vorzug einzuräumen sei, ist nicht so leicht allgemein zu beantworten. Vor Allem muss auf das Bestimmteste betont werden, dass beide Maasssysteme gleich richtig sind, wenn man nur consequent bei dem Gebrauche der Einheiten bleibt, so wie sie in unserer Darstellung definirt sind.

Dies geschieht aber nicht immer; in manchen Lehrbüchern wird nicht der Druck, den ein Cubikdecimeter Wasser in Paris auf die Unterlage ausübt, als Gewichtseinheit definirt, sondern der wechselnde Druck, den ein Cubikdecimeter Wasser an irgend einem Orte ausübt, wird als die für diesen Ort giltige Gewichtseinheit definirt. Nach so definirter Einheit gemessen, bleiben die Gewichte der „Gewichtssätze" allerdings überall richtig, weil sie sich proportional mit der Einheit ändern.

Dasselbe gilt von der Krafteinheit, wenn man nicht jene Kraft gleich Eins setzt, mit der in Paris ein Cubikdecimeter Wasser angezogen wird, sondern an jedem Orte jene Kraft, mit welcher dort diese Anziehung erfolgt. Leitet man dann von der so veränderlichen Krafteinheit die Masseneinheit ab, so wird deren Definition entweder plump oder unrichtig. Denn entweder muss man dann die einfache Definition: $\text{Masse} = \frac{\text{Kraft}}{\text{Beschleunigung}}$ aufgeben, oder man erhält ein veränderliches Maass der Masse, was durchaus verwerflich ist.

Auf eine solche fehlerhafte Modification des irdischen Maasssystems beziehen sich die abträglichen Urtheile, wie sie z. B. in den Lehrbüchern von Thomson u. Tait, Seite 185, von Eisenlohr, 11. Aufl., S. 9 u. s. w. enthalten sind, wo dem Systeme „Incorrectheit" vorgeworfen wird. So gefasst, wie es in unserer Darstellung geschehen, ist keine „Incorrectheit" vorhanden.

Eine andere Frage ist die nach der Zweckmässigkeit des einen oder anderen Systems. Hier lassen sich für beide Vortheile geltend machen.

Das irdische Maasssystem hat für sich, dass es das Gebräuchlichere ist, während das absolute System bis jetzt meistens nur bei magnetischen und elektrischen Messungen angewendet wurde. Es hat ferner für sich, dass die Zahl, welche das Gewicht eines Körpers angiebt, mit der im gewöhnlichen Verkehr hierfür gebrauchten Zahl übereinstimmt (so weit man von der Verschiedenheit der Acceleration absehen kann), während nach dem absolutem System ein Körper, dem man im gewöhnlichen Verkehr das Gewicht 1 Kilogramm zuschreibt, nur das Gewicht 0·102 besitzt. Insbesondere ist es folgender Umstand, der dem irdischen System

bei praktischen Rechnungen den Vorzug verschafft. So oft es sich um Bewegung von Lasten auf der Oberfläche der Erde und deren Bewältigung mittelst Maschinen, um Leistungen der Wassergefälle, um Tragkraft von Balken oder Brücken und dergleichen handelt, wird der praktische Ingenieur lieber mit der aus der Schwerkraft abgeleiteten Einheit rechnen, um so mehr, als die geringe Abweichung in deren Grösse von Ort zu Ort von ihm vernachlässigt werden darf, oder ohnehin eliminirt wird. Er erhält in diesem Maasssystem die Arbeit einfach als Product aus Gewicht und Höhe, während im absoluten Maasssysteme die Arbeit als Product aus Masse, Höhe und Acceleration erscheint. Man hat deshalb auch wohl die Einheiten des irdischen Maasssystems die praktischen Einheiten genannt, und könnte diesen Namen auch dem Maasssystem selbst beilegen.

Das absolute Maasssystem erscheint dagegen als das theoretisch vorzüglichere. Sein Hauptvorzug ist die allgemeinere, von Willkürlichkeiten freiere Fassung der Definitionen für die Maasseinheiten. Wir benöthigen dazu die geringste Anzahl willkürlich gewählter Maasse: Längeneinheit, Zeiteinheit, Masseneinheit (Wasser). Aus diesen dreien können wir das absolute Maasssystem aufbauen: auf der Erde am Aequator, wie an den Polen, auf dem Monde wie auf der Sonne, brauchen also keinen bestimmten Planeten willkürlich zu bevorzugen, noch weniger einen bestimmten Ort, wie Paris, und eine bestimmte Höhe über Meer (Pariser Sternwarte). Bringen wir einen Körper in verschiedene geographische Breiten oder verschiedene Höhen, denken wir uns denselben als Meteorstein durch das Weltall ziehen, so ändert sich mit jeder neuen Lage desselben sein Gewicht, oder seine Anziehungskraft; nur Eines bleibt gleich, seine Masse, d. i. die Summe seiner materiellen Theile. Es ist daher unbedingt am passendsten, von dieser unveränderlichen Grösse auszugehen, und die anderen Beziehungen nach dieser zu definiren.

Wie oben gezeigt wurde, ist die im gewöhnlichen Verkehr gebräuchliche Auffassung der Worte Kilogramm, Gramm nicht die eines Druckes, sondern die einer Masse, also würde insofern einer Einbürgerung des absoluten Maasssystems Nichts im Wege stehen. Die widersprechende Bedeutung des Wortes Gewicht könnte dadurch unschädlich gemacht werden, dass man entweder darunter nur „relatives Gewicht“ verstanden wissen will, oder, was auf dasselbe hinausläuft, dass man die Redensarten: „Dieser Körper wiegt 5 Kilogramm“, oder: „Dieser Körper hat das Gewicht 5 Kilogramm“, als verzeihliche Abkürzungen der Ausdrucksweisen: „Dieser Körper wiegt so viel wie 5 Kilogramm“ (wiegt gleich 5 Kilogramm), oder: „Dieser Körper hat das Gewicht von 5 Kilogramm“, bei den Unkundigen duldet.

Nach zusammenfassender Würdigung aller Umstände dürfen wir wohl dem absoluten Maasssysteme den Vorzug überhaupt einräumen und den Wunsch aussprechen, dass die Verfasser der physikalischen Lehrbücher sich zu seiner allgemeinen Einführung entschliessen möchten.

Die gemischte Benutzung beider Systeme in den verschiedenen Theilen eines und desselben Lehrbuches, wie sie jetzt beliebt wird, scheint mir nur als Provisorium zulässig, aber aus pädagogischen Gründen verwerflich. Der Leser mag am Anfang mit beiden Systemen bekannt gemacht werden, dann aber soll eines derselben consequent beibehalten bleiben.

Nachtrag zu §. 28, Seite 61.

Der auf der schiefen Ebene befindlichen Last kann auch durch eine Kraft das Gleichgewicht gehalten werden, welche nicht parallel mit der-

Fig. 640.

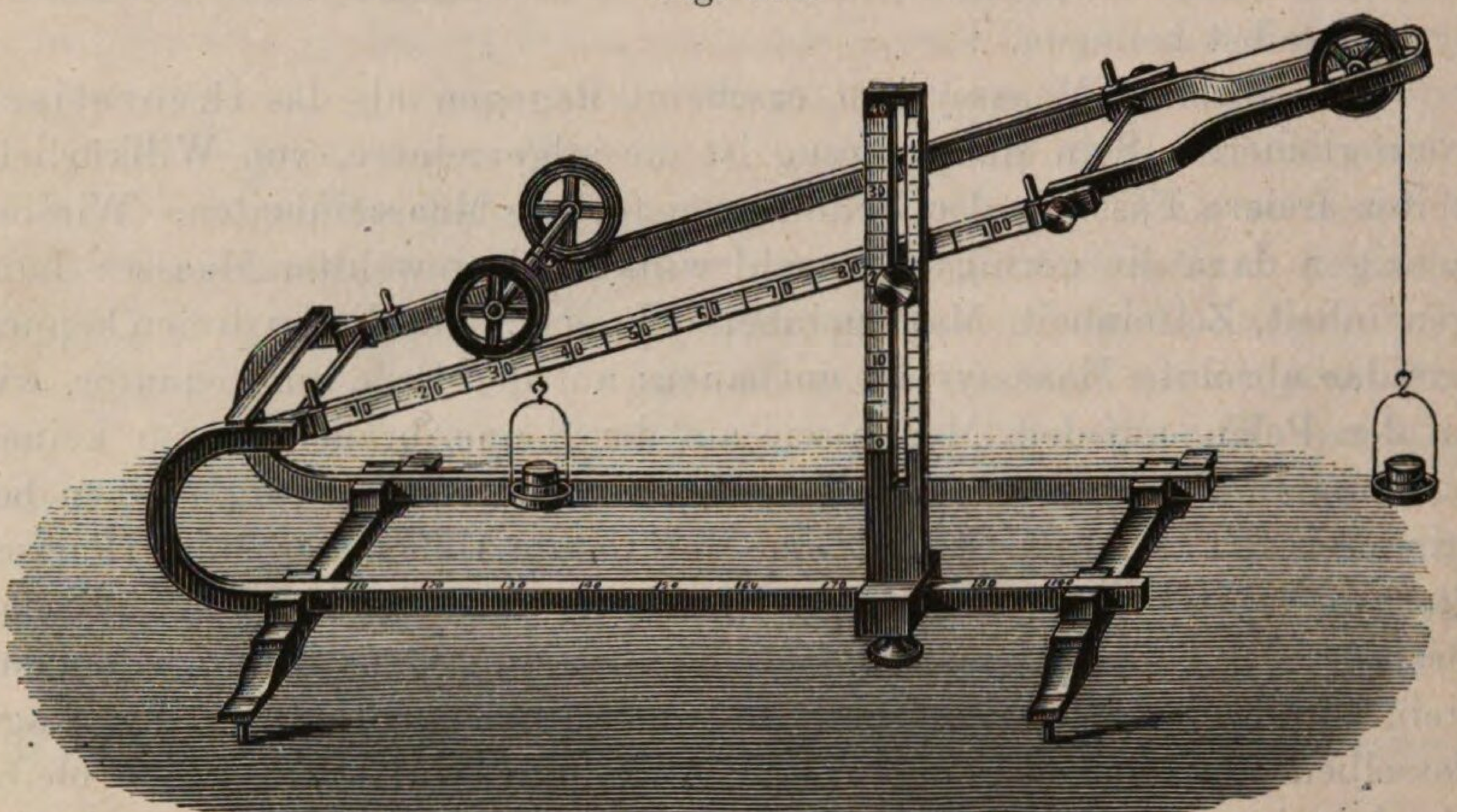
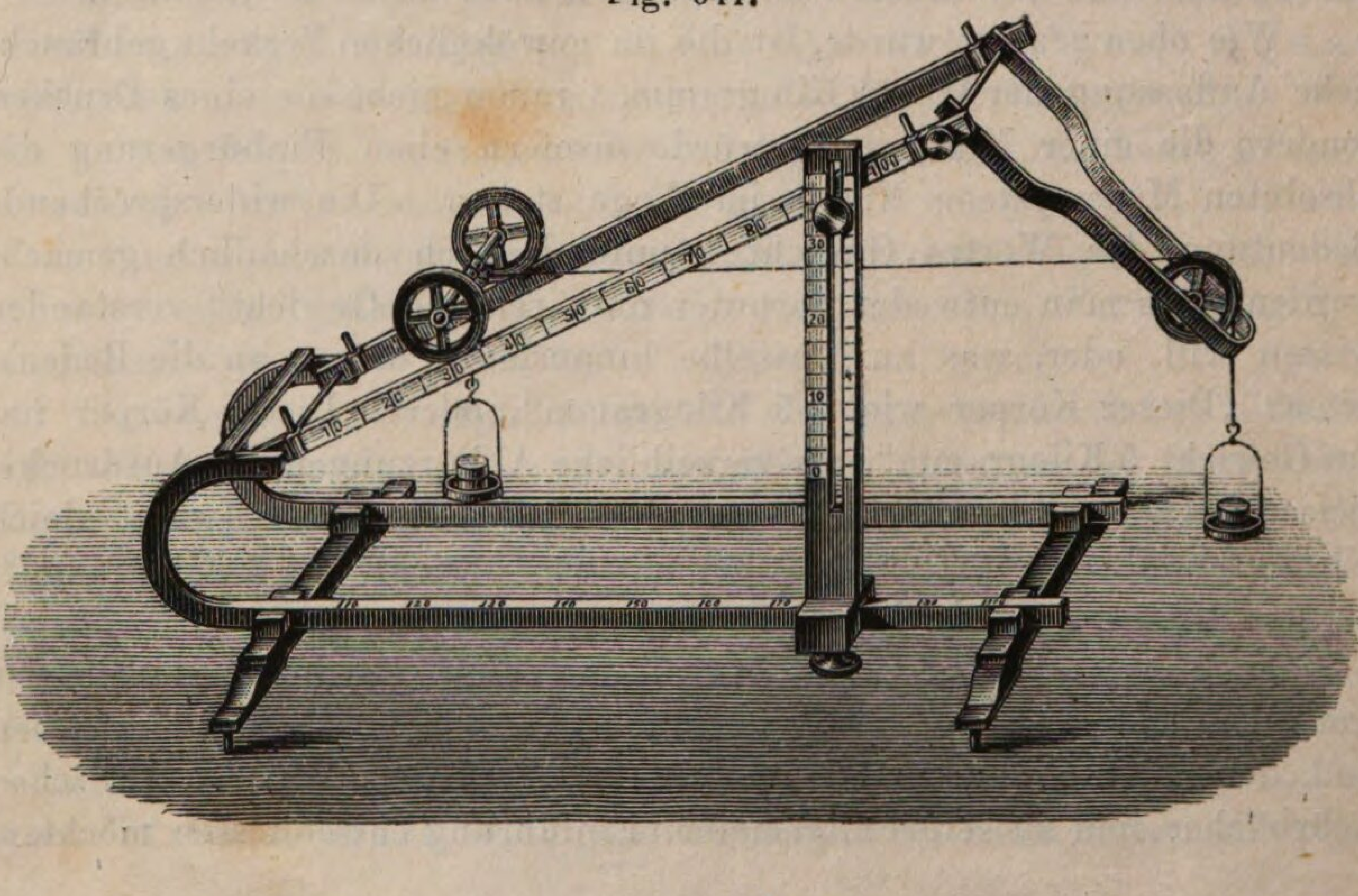


Fig. 641.



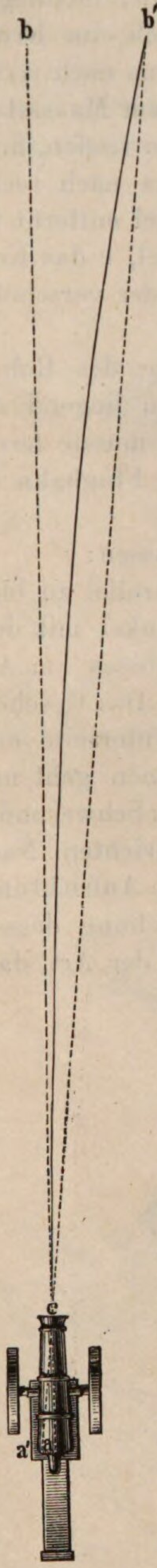


Fig. 642.

selben gerichtet ist, sondern einen Winkel mit derselben bildet. Insbesondere ist dabei jener Fall von Interesse, wo die Richtung der Kraft mit der Basis der schiefen Ebene parallel geht. Beistehende Figuren 640 und 641 zeigen einen für solche Abänderungen geeigneten Apparat in der von Professor Bertram construirten und vom Mechaniker E. Ernecke in Berlin ausgeführten Form, welche sich durch Solidität und zweckmässige Einrichtung empfiehlt. Eine einfache Betrachtung lässt erkennen, dass sich bei der in Fig. 641 gezeichneten Lage die horizontale Kraft zur verticalen Last verhalten muss, wie die Höhe der schiefen Ebene zur Basis derselben, wenn Gleichgewicht herrschen soll. Daraus ergiebt sich, dass die horizontale Kraft gleich sein muss der Last multiciplirt mit der Tangente des Neigungswinkels.

Nachtrag zu §. 113, Seite 301.

Eine interessante, hierher gehörige Erscheinung ist die den Artilleristen wohlbekannte Seitenabweichung der aus gezogenen Geschützen abgeschossenen rotirenden Pro-



Fig. 643.

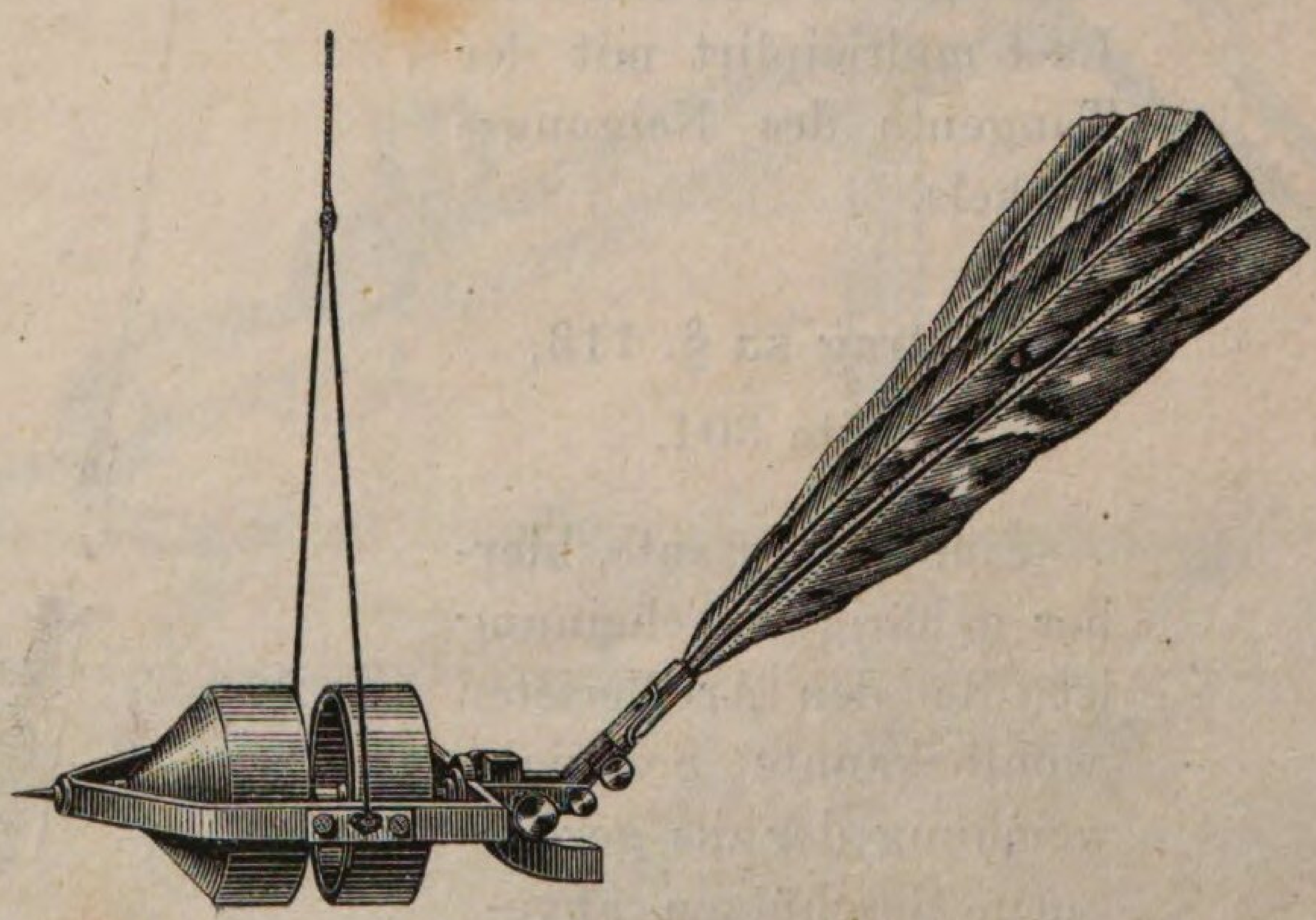
jectile. Man hat bemerkt, dass dieselben nicht in der Verticalebene, welche man sich durch die Rohraxe gelegt denken kann, fortfliegen, sondern ausser der verticalen Krümmung der Flugbahn auch eine Krümmung derselben in horizontaler Richtung und zwar meistens nach rechts zeigen. Fig. 642 stellt dieses Verhalten in übertriebenem Maassstabe dar. Um mit einem solchen Geschütze das anvisirte Ziel zu treffen, muss die Visirrichtung durch Linksverschiebung des Absehens nach rechts gedreht werden und zwar um so mehr, je weiter das Ziel entfernt ist. In der Fig. 642 ist ab die verlängerte Rohraxe, b' das Ziel, c das Korn (oder die Mücke), a das Absehen in der normalen, a' in der verschobenen Lage.

Wäre diese Abweichung durch eine schiefe Bohrung des Rohres veranlasst, so müsste, wenn man dasselbe auf dem Rücken liegend abfeuert, die Abweichung die entgegengesetzte werden, sie müsste ferner eine Winkelabweichung bleiben, aber nicht eine krumme Flugbahn ergeben.

Diese Erscheinung erklärt sich vielmehr folgendermaassen:

Zunächst ist klar, dass die Axe des Geschosses sich parallel zu bleiben sucht, während die Richtung der Flugbahn ihren Winkel mit dem Horizont ändert (siehe Fig. 643, wo die Lage des Geschosses am Anfang, in der Mitte und am Ende der Bahn angedeutet ist). Das Geschoss stellt offenbar dem Luftwiderstande immer mehr seine Unterseite entgegen. Bei den zur Anwendung kommenden Geschossformen geht nun die Resultirende des Luftwiderstandes fast immer über dem Schwerpunkt hinweg und sucht daher die Axe des Geschosses vorn aufzurichten. Nach dem im §. 113 Vorgetragenen ist nun klar, dass eine solche Aufrichtung, verbunden mit der Rechtsrotation des Geschosses, eine Drehung desselben um seine verticale Axe herbeiführen muss, und zwar der Art, dass die Spitze nach rechts abweicht.

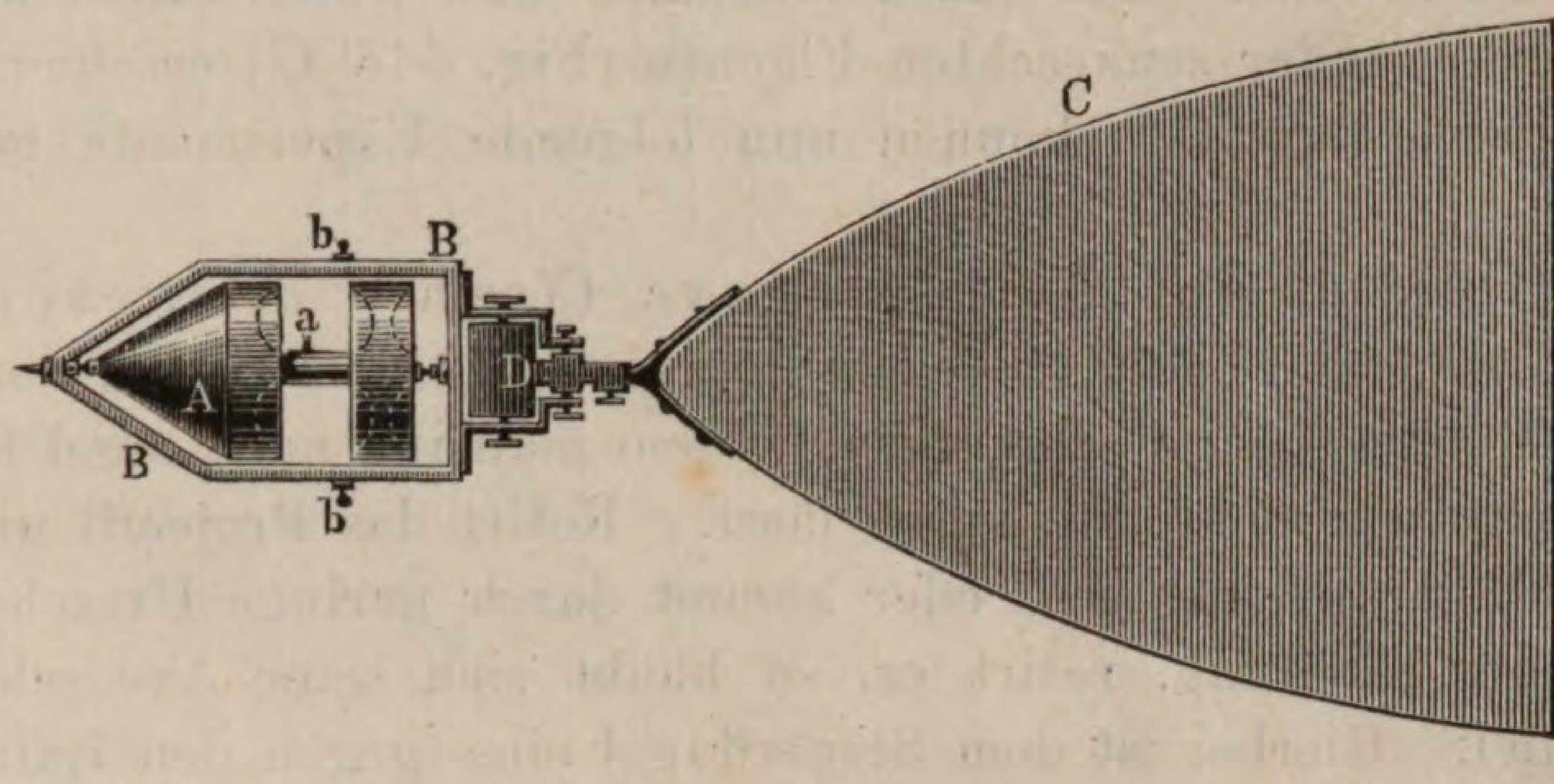
Fig. 644.



Ist diese Drehung einmal eingetreten, so wird durch die nun auf der linken Seite überwiegende Wirkung des Luftwiderstandes auch eine Seitenverschiebung aus der Verticalebene der Flugbahn nach rechts eintreten müssen.

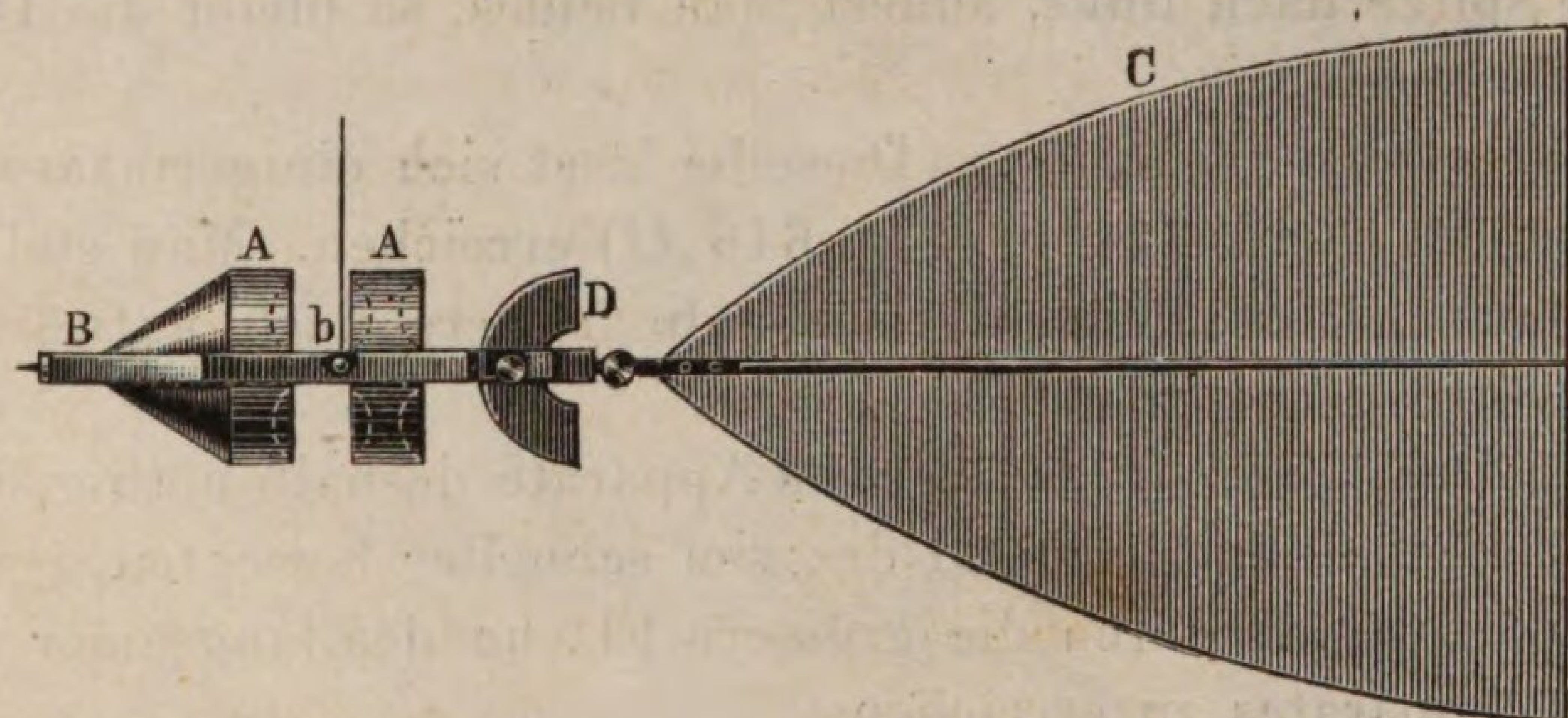
Um diese Erscheinung zu demonstriren, habe ich einen Apparat construirt, der die Bewegung eines rotirenden Projectils nachahmt. Der-

Fig. 645.



selbe ist in Fig. 644 in perspectivischer Ansicht, in Fig. 645 und 646 von oben und von der Seite gesehen gezeichnet.

Fig. 646.



Das Spitzgeschoss *A* ist innerhalb des horizontalen Rahmens *B* um seine eigene horizontale Axe drehbar und kann durch Abziehen einer in *a* eingehängten aufgewickelten Schnur in Rotation versetzt werden. An zwei an der Aussenseite des Rahmens angebrachten Häkchen *b b*, deren Verbindungslinie senkrecht auf der Rotationsaxe steht und durch den Schwerpunkt des ganzen Apparates geht, sind zwei weiter oben sich vereinigende Fäden angebunden, deren gemeinschaftliche Fortsetzung bis zu einem Haken an der Decke des Zimmers reicht und dort befestigt ist. Die Einrichtung ähnelt daher dem eines sogenannten Taubenschiessens.

An der Hinterseite ist ein Steuerflügel C in der Weise angebracht, dass durch dessen Stellung die Resultirende des Luftwiderstandes oberhalb oder unterhalb des Schwerpunktes des Projectils zu liegen kommt. (Fig. 644 zeigt die erstere Lage.) Damit durch die Verstellung des Steuerflügels der Schwerpunkt des Ganzen nicht verrückt werde, ist ein Gegengewicht D angefügt, so dass der Flügel sich um seinen eigenen Schwerpunkt drehen muss. Ausserdem kann man den Flügel um seine Längsaxe drehen oder auch ihn fortnehmen und durch einen anderen mit zwei auf einander senkrechten Flächen (Fig. 646 C) ersetzen.

Mit diesem Apparate können nun folgende Experimente gemacht werden:

1. Stabilität der Rotationsaxe (Vortheil der gezogenen Geschütze). Man lässt den Apparat in einem Bogen von etwa 5 Metern Länge schwingen, indem man ihn am Flügel haltend rückwärts zieht und fallen lässt. Rotirt das Projectil nicht, so schlägt es leicht um, oder kommt durch geringe Ursachen aus seiner Richtung, rotirt es, so bleibt sich seine Axe schön parallel. Hierbei ist dem Steuerflügel eine gegen den Luftwiderstand neutrale Stellung zu geben.
2. Seitendrehung. Man lässt nach rechts rotiren, stellt den Flügel C nach aufwärts, dann richtet sich die Spitze beim Vorwärtsfliegen deutlich nach rechts. Aendert man die Rotationsrichtung oder die Flügelstellung ins Gegentheil, so dreht sich die Spitze nach links, ändert man beides, so bleibt die Drehung nach rechts.
3. Seitenabweichung. Dieselbe lässt sich einigermaassen mittelst des Doppelflügels (Fig. 646 C) erreichen. Man stellt seine Ebenen so, dass eine vertical, die andere nach aufwärts oder abwärts gerichtet ist.

 Der Flügel ist bei diesem Apparate deshalb nöthig, um den grösseren Luftwiderstand des viel schneller bewegten geschossenen Projectils durch die grössere Fläche des langsamer fliegenden Apparates zu erreichen.

Dieser Apparat kann vom Universitätsmechaniker Miller in Innsbruck bezogen werden.

BAYERISCHE STAATS-BIBLIOTHEK MUENCHEN

42, 43, 45, 47, 51

BUCHBINDEREI
VON
AUGUST WERZ
MÜNCHEN

Bayerische StaatsBibliothek
Münchener DigitalisierungsZentrum Digitale Bibliothek

Müller, Johann Heinrich Jacob, 1809-1875 / Pfaundler von Hadermur, Leopold / Pouillet, Claude Servais Mathias, 1790-1868

Lehrbuch der Physik und Meteorologie in 3 Bd. ; theilweise nach Pouillet's Lehrbuch d. Physik selbständig bearb.

Bd.: 1

Braunschweig 1876

Phys.g. 303 li-1
urn:nbn:de:bvb:12-bsb11337421-4